

Reconstruction rapide et interactive d'un horizon sismique par transformation du pendage

Guillaume ZINCK¹, Marc DONIAS¹, Jacques DANIEL¹, Sébastien GUILLON² et Olivier LAVIALLE¹

¹Université de Bordeaux, IPB, Laboratoire IMS CNRS UMR 5218, 351 cours de la Libération, 33405 Talence cedex, France

²TOTAL CSTJF, Avenue Larribau, 64018 Pau, France

{guillaume.zinck, marc.donias, jacques.daniel, olivier.lavialle}@ims-bordeaux.fr, sebastien.guillon@total.com

Résumé – Nous proposons une méthode rapide et interactive de reconstruction d'un horizon sismique sous des contraintes de points de passage. Le domaine de reconstruction est subdivisé en domaines quadrangulaires déterminés à partir des contraintes tandis que l'horizon complet s'obtient par parties en juxtaposant des reconstructions partielles. Chaque quadrangle est transformé en rectangle sur lequel une équation aux dérivées partielles non linéaire faisant intervenir le pendage est résolue par une technique itérative comprenant la résolution d'une équation de Poisson. Le point clé de l'approche est la transformation du pendage qui permet une reconstruction rapide dans le domaine fréquentiel.

Abstract – We propose a fast method to reconstruct a seismic horizon with respect to a set of picked input points. The reconstruction domain is subdivided in quadrilateral domains which are determined from input points while the entire horizon is obtained part-by-part by juxtaposing independent partial reconstructions. Each quadrilateral domain is mapped onto a rectangular domain on which a non-linear partial derivative equation relied on local dip is solved by an iterative process based on a Poisson equation. The key point is the transformation of the local dip, which allows to carry out a direct Fourier method with a low computational cost.

1 Introduction

Dans un objectif d'interprétation supervisée de données géologiques [1] [2] [3], cet article traite de la reconstruction d'horizons sismiques sous des contraintes de points de passage définies au moyen d'une interface de pointé. Dans le cas d'une contrainte unique, une approche de reconstruction efficace, proposée par Lomask [4], est fondée sur une équation aux dérivées partielles (EDP) non linéaire faisant intervenir l'orientation locale à travers le pendage et comportant la résolution d'une équation de Poisson. Son extension au cas de contraintes multiples [5] met en œuvre une technique itérative de résolution de l'équation de Poisson qui s'avère très coûteuse en temps de calcul. Par ailleurs, cette approche globale suppose nécessairement une réestimation complète de l'horizon lors de l'ajout ou du déplacement d'une contrainte.

Nous proposons dans cet article une alternative de prise en compte des contraintes. La méthode développée consiste en une reconstruction par parties de l'horizon sur des sous-domaines quadrangulaires construits à partir des contraintes. Par essence sous-optimale, notre approche permet de reconstruire un horizon de manière rapide et interactive. Le caractère rapide provient de la mise en œuvre sur chaque sous-domaine d'une technique efficace de résolution de l'équation de Poisson dans le domaine fréquentiel tandis que son caractère interactif tient à une réestimation en temps réel des seules parties de l'horizon « connectées » à la contrainte ajoutée ou déplacée. La continuité nécessaire des différentes parties de l'horizon s'obtient en imposant des valeurs identiques sur les frontières communes aux sous-domaines voisins.

Le point clé de l'approche est la transformation du pendage par un changement de support transformant un quadrangle en rectangle qui permet une reconstruction rapide de l'horizon sur un domaine quadrangulaire. Au contraire des méthodes stan-

dards [6] dans lesquelles le changement de support implique une modification de l'équation de Poisson nécessairement résolue par des techniques lentes, celle-ci est résolue dans notre approche par des transformées de Fourier rapides en exprimant le pendage sur le domaine rectangulaire. La méthode se généralise théoriquement à la reconstruction d'hypersurfaces explicites et implicites d'un espace de dimension supérieure [7] et en pratique à des applications diverses (matériaux composites fibreux, empreintes digitales, etc.).

Cet article se décompose en quatre parties. La première partie décrit l'algorithme de reconstruction de Lomask, la deuxième partie propose une méthode innovante de reconstruction rapide sur des domaines non-rectangulaires tandis que les deux dernières parties présentent respectivement l'approche de reconstruction par parties et les résultats obtenus.

2 Algorithme de reconstruction

Un horizon sismique est une hypersurface d'une image sismique bidimensionnelle (2D) ou tridimensionnelle (3D) et peut être représenté par une fonction f définie sur un domaine Ω . Une EDP non linéaire [4] lie la fonction f à la tangente \mathbf{p} du pendage préalablement estimé [8] sur l'image sismique :

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega, \quad \nabla f(\mathbf{x}) = \mathbf{p}(\mathbf{x}, f(\mathbf{x})), \quad (1)$$

où ∇ désigne l'opérateur gradient. Dans un espace 2D (respectivement 3D), \mathbf{x} désigne une variable unidimensionnelle (1D) x (respectivement une variable 2D (x_1, x_2)) tandis que le pendage est un vecteur 1D (respectivement 2D) indiquant l'inclinaison de l'horizon par rapport à l'axe \vec{x} (respectivement aux axes \vec{x}_1 and \vec{x}_2) du repère de la donnée. Les fonctions f et \mathbf{p} sont considérées respectivement de classe C^2 et C^1 . La reconstruction de l'horizon s'obtient par la résolution d'un problème

d'optimisation sous contraintes :

$$f = \arg \min_{g \in C^2} \int_{\Omega} \|\nabla g(x) - \mathbf{p}(x, g(x))\|^2 dx, \quad (2)$$

en supposant la valeur de l'horizon connue sur la frontière du domaine de reconstruction ou en un nombre fini de points de passage. Le critère à minimiser étant non-linéaire par rapport à la solution recherchée, la résolution du problème nécessite une méthode itérative [4]. A partir d'une fonction d'initialisation f_0 , l'algorithme d'estimation de f comporte trois phases : une phase initiale, une phase itérative et une phase finale. La phase itérative se décompose en trois étapes : le calcul d'un résidu, le calcul d'un terme de mise à jour et une mise à jour.

– *Calcul du résidu :*

$$\forall x \in \Omega, \quad \mathbf{r}_k(x) = \nabla f_k(x) - \mathbf{p}(x, f_k(x)). \quad (3)$$

– *Calcul du terme de mise à jour :*

Le terme de mise à jour δf_k s'obtient *via* la résolution d'une équation de Poisson :

$$\Delta(\delta f_k) = -\text{div}(\mathbf{r}_k), \quad (4)$$

où Δ et div désignent respectivement les opérateurs laplacien et divergence. Cette équation est associée à des conditions sur un sous-domaine Ω_I qui s'expriment :

$$\begin{aligned} \forall x \in \Omega_I, \quad \delta f_0(x) &= f(x) - f_0(x) \\ \text{et } \delta f_k(x) &= 0 \quad \forall k > 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Lorsque la valeur de l'horizon est fixée sur la frontière du domaine Ω , le domaine Ω_I correspond à la frontière $\partial\Omega$ et la résolution de (4)-(5) est un problème dit « aux limites ». Lorsque la valeur de l'horizon est fixée en un nombre fini de points de passage appartenant à Ω , le domaine Ω_I est l'union de ces points et la résolution de (4)-(5) est un problème dit « intérieur ».

– *Mise à jour :*

$$\forall x \in \Omega, \quad f_{k+1}(x) = f_k(x) + \delta f_k(x). \quad (6)$$

Les critères d'arrêt classiques [4] considèrent la norme du résidu ou un nombre d'itérations maximal K .

L'efficacité calculatoire de la reconstruction est déterminée par la technique d'estimation du terme de mise à jour. Dans le cas d'un domaine 1D ou rectangulaire 2D, des approches rapides fondées sur la transformée de Fourier [9] se révèlent efficaces pour les problèmes « aux limites ». Elles restent également valides pour les problèmes « intérieurs » ne considérant qu'un unique point de passage. Le terme de mise à jour est alors calculé en une étape dans le domaine fréquentiel. Ces approches ne sont cependant pas applicables aux autres problèmes « intérieurs » qui nécessitent des méthodes itératives. Sur des domaines non-rectangulaires 2D, les deux types de problèmes requièrent des approches matricielles complexes. Dans le cas de domaines diffeomorphes à un rectangle et appelés ici domaines pseudo-rectangulaires, une méthode alternative est l'introduction d'un changement de support transformant le domaine initial Ω en domaine rectangulaire Ω' sur lequel l'équation de Poisson devient une EDP faisant intervenir un plus grand nombre de termes. Bien que moins complexes que celles décrites précédemment sur Ω , les méthodes matricielles de résolution de (4) sur Ω' sont relativement lentes tandis que les approches rapides ne sont pas applicables.

3 Reconstruction rapide sur un pseudo-rectangle

3.1 Transformation du pendage

Ce paragraphe présente une approche rapide de reconstruction d'un horizon sismique sur un domaine pseudo-rectangulaire à partir de la connaissance de l'horizon sur la frontière du domaine ou d'un unique point de passage appartenant à l'horizon. Au lieu de modifier l'équation de Poisson, le terme $-\text{div}(\mathbf{r}_k)$ est modifié par une transformation dérivable du pendage et le problème peut être résolu par une approche rapide. Nous proposons d'appliquer à (1) le difféomorphisme \mathcal{F} de changement de support transformant le pseudo-rectangle Ω en rectangle Ω' . La transformation est définie par :

$$\forall x \in \Omega, \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \mathcal{F}(x) = \begin{bmatrix} \mathcal{F}_1(x) \\ \mathcal{F}_2(x) \end{bmatrix} \in \Omega'. \quad (7)$$

Le gradient de la fonction f est par conséquent relié à une fonction vectorielle par une EDP :

$$\forall y \in \Omega', \quad \nabla f(y) = \mathbf{p}'(y, f(y)), \quad (8)$$

où y désigne la variable 2D (y_1, y_2) . La fonction \mathbf{p}' désigne la tangente du pendage transformé qui indique l'inclinaison de l'horizon par rapport aux axes \vec{y}_1 et \vec{y}_2 de Ω' . Elle s'exprime par la relation :

$$\mathbf{p}' = [J_{\mathcal{F}}^T]^{-1} \mathbf{p}, \quad (9)$$

où $[J_{\mathcal{F}}^T]^{-1}$ désigne l'inverse de la transposée de la matrice jacobienne $J_{\mathcal{F}}$ du difféomorphisme \mathcal{F} , définie par la relation :

$$J_{\mathcal{F}}(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial y_1}{\partial x_2}(x) \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial y_2}{\partial x_2}(x) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Démonstration. Les dérivées de l'horizon sur les domaines Ω and Ω' [6] sont reliées par la relation :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} \end{bmatrix} = [J_{\mathcal{F}}^T] \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial y_1} \\ \frac{\partial f}{\partial y_2} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

D'après les équations (1) et (11),

$$[J_{\mathcal{F}}^T] \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial y_1} \\ \frac{\partial f}{\partial y_2} \end{bmatrix} = \mathbf{p}. \quad (12)$$

La multiplication des deux membres de (12) par $[J_{\mathcal{F}}^T]^{-1}$ conduit à (9). \square

3.2 Application au quadrangle

Le quadrangle est un exemple de domaine pseudo-rectangulaire. Le difféomorphisme \mathcal{F} permettant de transformer un support rectangulaire en un support quadrangulaire est une homographie (voir figure 1), définie par une matrice réelle $H = [h_{ji}]$ de taille 3×3 :

$$\forall x \in \Omega, \quad \begin{bmatrix} \mathcal{F}_1(x) \\ \mathcal{F}_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}x_1 + h_{12}x_2 + h_{13} \\ h_{31}x_1 + h_{32}x_2 + h_{33} \\ h_{21}x_1 + h_{22}x_2 + h_{23} \\ h_{31}x_1 + h_{32}x_2 + h_{33} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

4 Reconstruction par parties

Etant donné un ensemble de contraintes et leur enveloppe convexe Γ , la méthode de reconstruction par parties se décompose en 4 étapes :

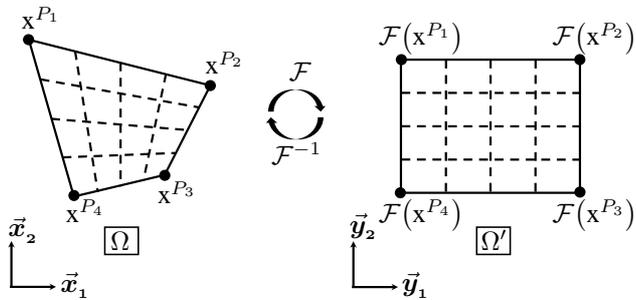


FIGURE 1 – Domaine quadrangulaire Ω et domaine rectangulaire Ω' obtenu par une homographie \mathcal{F} .

1. Subdivision de Γ en sous-domaines quadrangulaires Ω en considérant les contraintes comme des sommets des sous-domaines.
2. Reconstruction partielle de l'horizon sur les sommets et les frontières de Ω .
3. Reconstruction partielle de l'horizon sur Ω .
4. Reconstruction de l'horizon complet par juxtaposition des parties reconstruites.

Dans la première étape, les contraintes sont tout d'abord associées par une triangulation de Delaunay [10]. Les sous-domaines sont ensuite obtenus en subdivisant chaque triangle en trois quadrangles en considérant son centre de gravité comme sommet commun. Par conséquent, les sommets des sous-domaines sont les contraintes, les milieux des côtés et les centres de gravité des triangles tandis que leurs frontières sont les côtés et une partie des médianes des triangles (voir figure 2). Dans la deuxième étape, les frontières de chaque sous-domaine sont reconstruites dans un espace 2D par une version 1D de l'algorithme présenté dans la partie 2 bien que la transformation 2D définie par (9) soit appliquée au pendage. Ces frontières sont considérées dans le problème « aux limites » 2D résolu dans la troisième étape. Dans la quatrième étape, la classe de régularité au moins égale à 1 du pendage traité assure une concordance des dérivées de l'horizon sur les frontières des sous-domaines bien que l'approche ne permette pas d'imposer leur valeur.

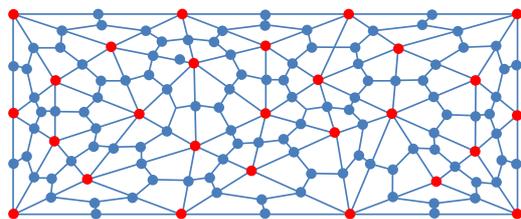


FIGURE 2 – Ensemble de 126 quadrangles engendrés par 27 points (représentés par les disques rouges).

Lors d'une reconstruction numérique, le changement de support s'appuie sur une reconstruction préalable de côtés de quadrangles dont les longueurs discrètes doivent nécessairement être identiques par paire. Le nombre de points d'échantillonnage peut alors être choisi comme étant égal à l'entier le plus proche de la longueur du plus petit (Min) ou du plus grand (Max) côté ou encore de leur moyenne arithmétique ($\bar{\Sigma}$) ou géométrique ($\bar{\Pi}$). Afin de diminuer le temps de calcul, chaque dimension considérée peut en outre être remplacée par la dimension la plus proche qui est optimale pour un algorithme rapide de calcul de transformée de Fourier discrète [11].

5 Résultats

Les approches globale et par parties sont évaluées qualitativement et en terme de temps de calcul par la reconstruction d'horizons à géométries complexes sur des données réelles ($1000 \times 400 \times 350$ pixels, voir l'exemple de la figure 3). Les fortes courbures et les structures convergentes des données traitées conduisent à une estimation de pendage localement très bruitée. De manière évidente, un nombre important de points de passage est nécessaire pour reconstruire les horizons. Ces points sont ici placés séquentiellement afin d'affiner les reconstructions dans les régions critiques (dômes, bassins, etc.) en complément d'un premier ensemble de 13 points équirépartis sur le domaine de reconstruction afin de garantir une régularité aux sous-domaines quadrangulaires initiaux. Le nombre d'itérations K est empiriquement fixé à 30 pour atteindre la convergence des deux approches. Concernant la méthode par parties, le nombre de points d'échantillonnage des côtés opposés des quadrangles est choisi égal à l'entier le plus proche de leur moyenne géométrique ($\bar{\Pi}$). Concernant la méthode globale, le terme de mise à jour est obtenu par une approche itérative du gradient conjugué mise en œuvre pour 300 itérations et l'algorithme est initialisé par un horizon « proche » de la solution afin d'accélérer sa convergence. Nous choisissons ici l'horizon obtenu par une reconstruction rapide sous la contrainte d'un unique point de passage particulier [4].

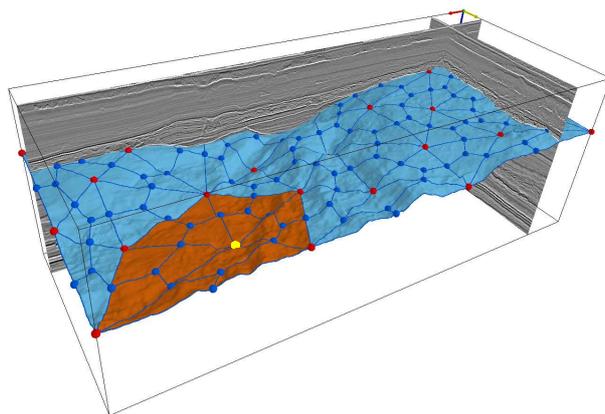
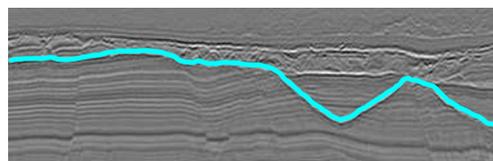
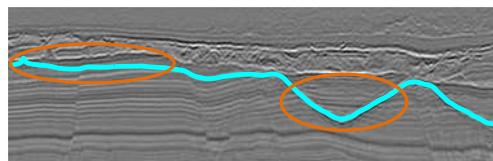


FIGURE 3 – Donnée sismique et reconstruction par parties d'un horizon sous la contrainte de 27 points (représentés par les sphères rouges). Seuls les quadrangles oranges sont recalculés lors du déplacement du point jaune.



(a) Reconstruction par parties.



(b) Reconstruction par optimisation globale.

FIGURE 4 – Coupe bidimensionnelle d'un horizon reconstruit sous la contrainte de 27 points.

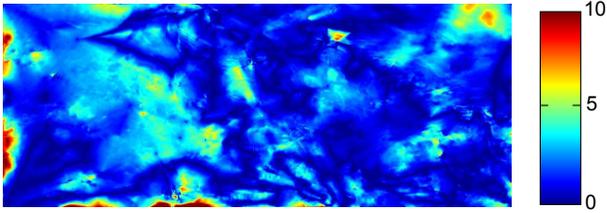


FIGURE 5 – Différence absolue par pixel entre les reconstructions par parties et par optimisation globale.

Pour 27 points de passage, les reconstructions obtenues par les approches globale et par parties sont satisfaisantes. Elles sont globalement proches de l’horizon attendu bien que des écarts parfois importants soient observables selon la région considérée. A titre d’exemple, sur la coupe présentée par la figure 4, les deux reconstructions sont parfaites dans la structure chenalisante à droite alors que l’horizon obtenu par la méthode globale se superpose partiellement à un horizon différent dans la partie gauche de l’image. Afin de diminuer l’écart entre les deux reconstructions sur l’ensemble du domaine, un nombre plus important de points est nécessaire. Ainsi la différence absolue (voir figure 5) entre les reconstructions pour 50 points est très faible, de l’ordre de quelques pixels en exceptant les régions à géométries extrêmement complexes et les frontières du domaine sur lesquelles la reconstruction globale peut ne pas être pertinente.

Le tableau 1 regroupe les temps de calculs mesurés pour 27 points. Pour l’ensemble des dimensions considérées, le coût calculatoire de la méthode par parties est plus faible que celui de la méthode globale, jusqu’à 30 fois pour la dimension optimale minimale. Ce gain s’explique principalement par deux raisons. Premièrement, le temps de calcul requis pour l’estimation de l’horizon d’initialisation de la méthode globale est plus important que le temps requis pour la reconstruction de l’horizon complet par la méthode par parties en faisant abstraction de l’étape de transformation du pendage. Deuxièmement, le terme de mise à jour est estimé en une seule étape par une approche rapide dans la méthode par parties tandis qu’un nombre important d’itérations est nécessaire dans la méthode globale.

TABLE 1 – Temps de calcul en secondes selon la dimension des domaines rectangulaires pour 27 points.

Dimension de Ω'	Méthode par parties		Optimisation globale
	Dimension normale	Dimension optimale	
Min	3,3	2,7	79,1
Max	9,98	6,43	
\sum	5,82	4,26	
\prod	5,4	3,78	

L’ajout ou le déplacement d’une contrainte provoque une ré-estimation complète de l’horizon par la méthode globale. Le coût calculatoire de la méthode est donc indépendant du nombre de contraintes. Au contraire, seuls les sous-domaines « connectés » à la contrainte ajoutée ou déplacée sont recalculés par la méthode incrémentale par partie (voir figure 3). Les temps

TABLE 2 – Temps de calcul en secondes selon le nombre de contraintes pour la méthode par parties.

Nombre de contraintes	Reconstruction complète	Reconstruction incrémentale
13	3,8	–
18	3,73	0,627
23	3,72	0,603
27	3,78	0,5

de calculs (voir tableau 2) sont extrêmement faibles, de l’ordre de la demi-seconde, et diminuent lorsque le nombre de points augmente. La reconstruction incrémentale peut ainsi être considérée comme une méthode temps-réel.

6 Conclusion

Nous avons développé une méthode de reconstruction rapide et interactive par parties d’un horizon sismique sous des contraintes de points de passage. Le point clé est la transformation du pendage par changement de support qui permet la résolution d’une équation de Poisson par des approches rapides. L’application de l’approche sur des données sismiques réelles met en évidence sa précision, sa robustesse au bruit et sa rapidité. Le gain en temps de calcul est conséquent pour une reconstruction complète (de l’ordre de 30 sur l’exemple présenté) tandis qu’une reconstruction incrémentale s’obtient en moins d’une seconde. En outre, l’approche est opérationnelle et intégrée dans la plateforme d’interprétation sismique SismageTM du groupe Total.

7 Remerciements

Les auteurs remercient le groupe Total pour le soutien apporté à ces travaux et les images sismiques fournies.

Références

- [1] J. Hoyes and T. Cheret, “A review of “global” interpretation methods for automated 3-D horizon picking,” *The Leading Edge*, vol. 30, no. 1, pp. 38–47, 2011.
- [2] M. Donias, S. Guillon, P. Baylou, F. Pauget, and N. Keskes, “Method of chrono-stratigraphic interpretation of a seismic cross section or block,” Elf Exploration Production, Patent US 0036294, November 2001.
- [3] G. Zinck, *Reconstruction d’hypersurfaces de champs de normales sous contraintes - Application à l’analyse stratigraphique des images sismiques*, Thèse, Université Bordeaux 1, 2012.
- [4] J. Lomask, A. Guitton, S. Fomel, J. Claerbout, and A. Valenciano, “Flattening without picking,” *Geophysics*, vol. 71, no. 1, pp. 13–20, 2006.
- [5] J. Lomask and A. Guitton, “Flattening with geological constraints,” in *Annual Meeting Expanded Abstracts*. Society of Exploration Geophysicists (SEG), 2006, pp. 1053–1056.
- [6] R.E. Bellman and J. Casti, “Differential quadrature and long-term integration,” *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 34, no. 2, pp. 235–238, 1971.
- [7] G. Zinck, M. Donias, and O. Lavialle, “N-dimensional surface reconstruction from a noisy normal vector field,” in *European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*. EURASIP, 2012, pp. 395–399.
- [8] K. Marfurt, “Robust estimates of 3-D reflector dip and azimuth,” *Geophysics*, vol. 71, no. 4, pp. 29–40, 2006.
- [9] R.W. Hockney, “A fast direct solution of Poisson’s equation using Fourier analysis,” *Journal of the ACM*, vol. 12, pp. 95–113, 1965.
- [10] B. Delaunay, “Sur la sphère vide. A la mémoire de Georges Voronoi,” *Bulletin de l’Académie des Sciences de l’URSS. Classe des sciences mathématiques et na*, vol. 6, pp. 793–800, 1934.
- [11] M. Frigo and S. G. Johnson, “FFTW : an adaptive software architecture for the FFT,” in *International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. 1998, pp. 1381–1384, IEEE.