

# Tenseur de structure riemannien application à l'estimation du flot optique

YANNICK BERTHOUMIEU<sup>1</sup>, EMILIE DARRIN<sup>1,2</sup>, SALEM SAID<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Groupe Signal et Image

Laboratoire de l'intégration du matériau au système (IMS)

351 cours de la libération, 33400 Talence

<sup>2</sup> Thales Avionics S.A. Service - Le Haillan 33185

<sup>1</sup>[Yannick.Berthoumieu@ims-bordeaux.fr](mailto:Yannick.Berthoumieu@ims-bordeaux.fr), <sup>2</sup>[Emilie.darrin@fr.thalesgroup.com](mailto:Emilie.darrin@fr.thalesgroup.com),

<sup>1</sup>[Salem.Said@ims-bordeaux.fr](mailto:Salem.Said@ims-bordeaux.fr)

Résumé – Dans cet article, nous étendons le problème de l'estimation du flot optique au cadre riemannien. Nous considérons pour cela le champ dense formé des matrices symétriques définies positives (SDP) correspondant aux matrices de covariance estimées localement. Ces dernières sont calculées par intégration locale du champ de vecteurs formés par un ensemble fini de descripteurs. Dans le cadre de la géométrie différentielle, nous montrons d'une part que le problème de l'estimation du flot optique à partir du champ des covariances peut être formalisé et résolu. D'autre part, en considérant l'approche dérivative, nous en déduisons un nouveau tenseur de structure appelé tenseur de structure riemannien. Différentes expérimentations montrent que la prise en compte de la géométrie de la variété des matrices SDP permet une amélioration des performances de l'estimateur du flot optique par rapport à l'approche euclidienne classique.

Abstract - In this article, we propose a new approach for estimating the optical flow based on a Riemannian framework. We consider the dense field of symmetric positive definite matrices (SDP) corresponding to the regional covariance matrices. Covariance matrices are estimated by integrating locally the vector field formed by a finite set of descriptors. In the framework of differential geometry, we show firstly that the optical flow estimation issue can be formalized and solved. Secondly, considering the gradient approach, we can derive a new type of tensor called the Riemannian structure tensor. Various experiments show that taking into account the geometry of the SDP matrix manifold allows us to improve the estimator performance of the optical flow with respect to the classical Euclidean approach.

## 1 Introduction

### 1.1 Champs de matrices de covariance et analyse du contenu visuel

En vision par ordinateur, en apprentissage ou en traitement d'image, une tendance récente consiste à représenter une image par le biais de meta-descripteurs structurés et denses tels que les matrices de covariance. L'objectif vise à tirer profit d'une représentation locale plus riche qu'un simple jeu d'intensités des canaux de couleur. La matrice de covariance, appartenant à la famille des matrices symétriques définies positives (SDP), peut être vue comme un opérateur local de fusion de plusieurs attributs issus d'une combinaison point à point entre modalités telles que l'intensité de la luminance, de celles des canaux de couleur, infra-rouge, multispectraux ou entre les réponses de banc de filtres. Elle peut être conditionnée pour être invariante à des transformations affines de l'image, à des changements d'éclairage ou à des changements de paramètres de la caméra. Les propriétés induites par sa structure a priori et sa capacité de modélisation de l'apparence sont pertinentes pour de nombreuses applications telles que la détection de personne [14], la reconnaissance de visages [12], de l'action humaine [10] et la segmentation d'images [6,13], d'images texturées [13] ou pour la soustraction de fond [5].

### 1.2 Estimation du flot optique

Pour résoudre le problème de l'estimation du flot optique en traitement des images, divers auteurs ont exploité le tenseur de structure [4,8]. Ce dernier, qui est une matrice SDP, peut être vu comme la covariance locale du champ de vecteurs des dérivés spatio-temporels de l'image. Le tenseur apparaît dans l'expression matricielle des équations de contraintes de mouvement (ECM). Cela a été démontré dans les travaux précurseurs de Horn et Schunk [9], qui ont depuis été étendus à des solutions régularisées et robustes. Voir pour plus de détails le site comparatif des méthodes plus ou moins récentes : <http://vision.middlebury.edu> [2]. Les fréquentes contributions sur ce site montrent que le problème de l'estimation du flot optique entre images reste un sujet d'actualité.

### 1.3 Contributions de l'article

Si nous faisons un parallèle entre les deux paragraphes précédents, plusieurs remarques viennent à l'esprit. Tout d'abord, si le champ dense des matrices de covariance est considéré, pouvons nous élaborer un nouveau cadre pour estimer le flot optique ? Il s'agirait de tirer profit de la capacité de fusion de la matrice de covariance et de sa structuration spécifique. Quel type de nouveau tenseur de structure peut être proposé ? Cette dernière question va bien au-delà du présent article connaissant la large gamme d'utilisation du

tenseur de structure pour l'analyse géométrique, colorimétrique et texturale des images.

Pour répondre à ces questions, l'ECM ainsi que l'expression des dérivés spatio-temporelles doivent être abordés en considérant la nature riemannienne de la variété associée aux matrices SPD. A cet effet, nous faisons dans un premier temps un rappel synthétique des principaux outils méthodologiques relatifs à l'espace des matrices SDP. Puis, sur la base de ces éléments formels, nous proposons l'extension de l'ECM au cadre riemannien. Enfin, nous explicitons la nouvelle forme du tenseur de structure riemannien et notamment son utilisation dans le cadre de l'estimation de flot optique.

## 2 Matrices de covariance et cadre riemannien

### 2.1 Matrice de covariance

Dans leur travail précurseur, Tuzel et al. [13,14] ont proposé la matrice de covariance locale comme méta-descripteur de l'apparence. Dans un souci de concision, nous en rappelons brièvement la définition. Soit  $\mathbf{I}(\mathbf{s})$  le vecteur codant la couleur d'une image et  $\mathbf{s} = [x \ y]$  la position sur une grille bidimensionnelle. Soit  $\mathbf{z}_i$  le vecteur à  $d$  dimensions dont chacune des composantes représente un descripteur attaché au pixel  $i$ . Pour une fenêtre rectangulaire de taille  $W \times H$  centrée sur le pixel  $\mathbf{s}$ , soit  $\{\mathbf{z}_i\}_{i=1:W \times H}$  l'ensemble des vecteurs de la fenêtre. La covariance locale est alors définie par :

$$\mathbf{R}(\mathbf{s}) = \frac{1}{W \times H} \sum_{i=1}^{W \times H} (\mathbf{z}_i - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{z}_i - \boldsymbol{\mu})^T$$

où  $\boldsymbol{\mu}$  est la moyenne empirique estimée sur la fenêtre.

Afin de rester dans l'esprit des méthodes de flot optique fondées sur l'ECM, nous restreindrons ici les descripteurs aux gradients spatiaux. Considérant les différents canaux de couleur, le vecteur  $\mathbf{z}_i$  s'écrit alors :

$$\mathbf{z}_i = [\partial_x(I_i^R) \ \partial_y(I_i^R) \ \partial_x(I_i^G) \ \partial_x(I_i^C) \ \partial_x(I_i^B) \ \partial_x(I_i^B)]^T.$$

A noter qu'il n'y a aucun obstacle à étendre ce qui suit à des descripteurs de natures différentes.

### 2.2 Rappels en géométrie riemannienne

Soit  $M$  une variété riemannienne connectée à  $n$  dimensions. On note l'espace tangent au point  $\mathbf{R} \in M$  par  $T_{\mathbf{R}}M$  ainsi que par  $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathbf{R}}$  et  $\|\cdot\|_{\mathbf{R}}$  le produit intérieur riemannien et la norme associée. Pour les variétés riemanniennes, la distance  $d_M$  est déduite de la métrique  $g_{i,j} = \langle \delta_i, \delta_j \rangle_{\mathbf{R}}$ , où  $\delta_i$  pour  $i = 1$  to  $n$  forment une base possible. La distance est alors la longueur de la courbe contrainte la plus courte entre deux points de la variété. Cette courbe, dite géodésique et notée  $\gamma(t)$  pour  $t \in [0,1]$ , est l'équivalent de la ligne droite dans l'espace euclidien. La géodésique, parmi toutes les courbes lisses possibles, se caractérise par un déplacement à vitesse constante  $\dot{\gamma}(0)$ . La distance est alors donnée par  $d_M(\gamma(0), \gamma(1)) = \langle \dot{\gamma}(0), \dot{\gamma}(0) \rangle_{\gamma(0)}^{1/2}$ . Soit un vecteur tangent  $u \in T_{\mathbf{R}}M$ , la géodésique est définie par son point de départ  $\mathbf{R}$ , correspondant à  $\gamma(0)$ , et le vecteur tangent  $u = \dot{\gamma}(0)$  en  $\mathbf{R}$ . A partir de la connexion de type Levi-Civita et sachant que pour chaque courbe,  $\gamma$  de  $M$ ,  $\nabla_{\dot{\gamma}}$  définit la dérivée covariante le long de  $\gamma$ , l'expression de

la géodésique est solution de  $\nabla_{\dot{\gamma}}(\dot{\gamma}) = 0$ . Cette dernière relation nous permet de spécifier deux cartes importantes pour une variété riemannienne, qui sont la *carte exponentielle* et la *carte inverse*, c'est à dire la *carte logarithme*. La *carte exponentielle*, notée  $exp_{\mathbf{R}}(\cdot): T_{\mathbf{R}}M \rightarrow M$  associée à une géodésique  $\gamma$  partant de  $\mathbf{R}$  dans la direction du vecteur tangent  $u \in T_{\mathbf{R}}M$  est définie comme  $exp_{\mathbf{R}}(u) = \gamma(1)$ . La géodésique est alors donnée par  $\gamma(t, \mathbf{R}, u) = exp_{\mathbf{R}}(tu)$ . A noter que la *carte exponentielle* préserve les distances  $d(\mathbf{R}, exp_{\mathbf{R}}(u)) = \langle u, u \rangle_{\mathbf{R}}^{1/2}$ . La *carte inverse* est définie comme suit:  $exp_{\mathbf{R}}^{-1}(\cdot) = log_{\mathbf{R}}(\cdot): M \rightarrow T_{\mathbf{R}}M$ . Notons que la distance entre deux points  $\mathbf{R}_1$  et  $\mathbf{R}_2$  de  $M$  est alors donnée par  $d(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \|\log_{\mathbf{R}_1}(\mathbf{R}_2)\|_{\mathbf{R}_1}^{1/2}$ . Pour une description détaillée de ces notions le lecteur peut se référer à [1,7,11].

### 2.3 Cas de l'espace des matrices SDP

L'espace des matrices SDP de dimensions  $(d \times d)$ , noté  $Sym_*^+(n)$  avec  $n = d(d+1)/2$  degrés de liberté est une variété riemannienne particulière et a été largement exploitée dans les applications [1,11]. Pour  $Sym_*^+(n)$ , la métrique de Rao  $\langle u, v \rangle_{\mathbf{R}} = tr(\mathbf{R}^{-1}u\mathbf{R}^{-1}v)$  est la plus utilisée car elle vérifie un ensemble de propriétés comme les invariances par transformation affine et par inversion. Les cartes exponentielle et logarithme sont alors respectivement définies par  $\mathbf{R}_2 = exp_{\mathbf{R}_1}(u) = \mathbf{R}_1 exp(\mathbf{R}_1^{-1}u)$  et  $u = log_{\mathbf{R}_1}(\mathbf{R}_2) = \mathbf{R}_1 log(\mathbf{R}_1^{-1}\mathbf{R}_2)$  où  $exp(\cdot)$  et  $log(\cdot)$  sont les fonctions matricielles usuelles. De même, l'expression de la distance est  $d_M(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \|\log(\mathbf{R}_1^{-1}\mathbf{R}_2)\|_F^{1/2}$  où  $\|\cdot\|_F^{1/2}$  est la norme de Frobenius.

## 3 Le problème de l'estimation du flot optique dans l'espace des matrices SDP

Dans cette partie, la motivation principale est de démontrer que la question de l'estimation du flot optique peut se décliner en géométrie euclidienne ou riemannienne selon la nature des données observées. Disposer des deux options, euclidienne ou riemannienne, nous permet ainsi d'évaluer si la structure contrainte des données matricielles, à savoir les matrices SDP, a une incidence quelconque sur les performances en estimation du flot optique. A cet effet, comme un bon nombre d'approches, nous nous plaçons dans le contexte de l'estimation de mouvement via la résolution des ECM. Cela revient à faire l'hypothèse que le contenu visuel ne change pas au cours du temps le long de la trajectoire du mouvement. Par souci de simplicité, nous ne nous intéresserons pas ici au cadre de l'estimation régularisée, robuste ou considérant le point de vue multi-résolution. En effet, ces différents aspects, tout à fait pertinents dans le cadre de l'estimation du flot optique, peuvent s'intégrer dans notre schéma comme nous le verrons par la suite et de fait ne sont pas cruciales à notre étude. En effet, nous focalisons notre étude sur le terme d'attache aux données euclidienne ou riemannienne.

### 3.1 L'approche euclidienne

Les méthodes de type ECM partent toutes d'un développement de Taylor au premier ordre associé aux données spatio-temporelles multicanales. Il s'agit par exemple du vecteur d'intensité en considérant les canaux de couleur RVB,  $\mathbf{I}(\mathbf{p}) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  avec  $\mathbf{I}(\mathbf{p}) = [I_R(\mathbf{p}) \ I_G(\mathbf{p}) \ I_B(\mathbf{p})]$ . Nous avons  $\mathbf{I}(\mathbf{p} + \mathbf{w}) = \mathbf{I}(\mathbf{p})$  avec  $\mathbf{w} = [w_x \ w_y \ 1]$  qui forment le champ de déplacement ou flot optique. En partant de l'hypothèse d'un « faible » déplacement, nous pouvons considérer un développement de Taylor au premier ordre :

$$\mathbf{I}(\mathbf{p} + \mathbf{w}) = \mathbf{I}(\mathbf{p}) + \sum_{u=\{x,y,t\}} \delta_u \mathbf{I}(\mathbf{p}) w_u,$$

où les quantités  $\delta_u \mathbf{I}(\mathbf{p})$  représentent les gradients spatio-temporelles des intensités et  $w_u$  le terme de déplacement selon chaque axe spatio-temporel. La fonction d'attache aux données est alors déduite de la distance euclidienne. On note qu'en pratique des pseudo-distances plus robustes peuvent être utilisées. Compte tenu de l'hypothèse de conservation de l'intensité le long du déplacement, la distance euclidienne devient :

$$d_E^2(\mathbf{I}(\mathbf{p} + \mathbf{w}), \mathbf{I}(\mathbf{p})) = \left\langle \sum_{u=\{x,y,t\}} \delta_u \mathbf{I} w_u \middle| \sum_{u=\{x,y,t\}} \delta_u \mathbf{I} w_u \right\rangle (\mathbf{p}).$$

Cette relation qui peut être réécrite sous une forme matricielle [4,9] :  $F_E^2(\mathbf{w}) = \mathbf{w} \mathbf{J}_E \mathbf{w}^T$ , où  $\mathbf{J}_E$  compose le tenseur de structure spatio-temporel donné par :

$$\mathbf{J}_E = \begin{bmatrix} \langle \delta_x \mathbf{I} | \delta_x \mathbf{I} \rangle (\mathbf{p}) & \langle \delta_x \mathbf{I} | \delta_y \mathbf{I} \rangle (\mathbf{p}) & \langle \delta_x \mathbf{I} | \delta_t \mathbf{I} \rangle (\mathbf{p}) \\ \langle \delta_y \mathbf{I} | \delta_x \mathbf{I} \rangle (\mathbf{p}) & \langle \delta_y \mathbf{I} | \delta_y \mathbf{I} \rangle (\mathbf{p}) & \langle \delta_y \mathbf{I} | \delta_t \mathbf{I} \rangle (\mathbf{p}) \\ \langle \delta_t \mathbf{I} | \delta_x \mathbf{I} \rangle (\mathbf{p}) & \langle \delta_t \mathbf{I} | \delta_y \mathbf{I} \rangle (\mathbf{p}) & \langle \delta_t \mathbf{I} | \delta_t \mathbf{I} \rangle (\mathbf{p}) \end{bmatrix}.$$

L'opérateur  $\langle . | . \rangle (\mathbf{p})$  est le produit scalaire évalué à la position  $\mathbf{p}$ .

### 3.2 L'approche riemannienne

Si on considère le champ de matrices SDP, un développement de Taylor au premier ordre doit être considéré dans la variété riemannienne. Cela revient à considérer la carte exponentielle. Prenons  $\mathbf{R}(\mathbf{p}) : \mathbb{R}^3 \rightarrow M$  la matrice de covariance au point  $\mathbf{p}$ . Le développement est donné par :

$$\mathbf{R}(\mathbf{p} + \mathbf{w}) = \exp_{\mathbf{R}(\mathbf{p})} \left( \sum_{u=\{x,y,t\}} \delta_u \mathbf{R}(\mathbf{p}) w_u \right).$$

En tenant compte de l'hypothèse de conservation de l'information visuelle le long du mouvement, nous obtenons :

$$d_M^2(\mathbf{R}(\mathbf{p} + \mathbf{w}), \mathbf{R}(\mathbf{p})) = \left\langle \sum_{u=\{x,y,t\}} \delta_u \mathbf{R} w_u \middle| \sum_{u=\{x,y,t\}} \delta_u \mathbf{R} w_u \right\rangle_{\mathbf{R}} (\mathbf{p}).$$

Cette dernière expression peut être réécrite afin de faire apparaître la forme compacte :

$$F_R^2(\mathbf{w}) = \mathbf{w} \mathbf{J}_R \mathbf{w}^T,$$

où  $\mathbf{J}_R$  définit le tenseur de structure riemannien car le produit scalaire défini est riemannien. Nous avons en effet :

$$\mathbf{J}_R = \begin{bmatrix} \langle \delta_x \mathbf{R} | \delta_x \mathbf{R} \rangle_{\mathbf{R}} (\mathbf{p}) & \langle \delta_x \mathbf{R} | \delta_y \mathbf{R} \rangle_{\mathbf{R}} (\mathbf{p}) & \langle \delta_x \mathbf{R} | \delta_t \mathbf{R} \rangle_{\mathbf{R}} (\mathbf{p}) \\ \langle \delta_y \mathbf{R} | \delta_x \mathbf{R} \rangle_{\mathbf{R}} (\mathbf{p}) & \langle \delta_y \mathbf{R} | \delta_y \mathbf{R} \rangle_{\mathbf{R}} (\mathbf{p}) & \langle \delta_y \mathbf{R} | \delta_t \mathbf{R} \rangle_{\mathbf{R}} (\mathbf{p}) \\ \langle \delta_t \mathbf{R} | \delta_x \mathbf{R} \rangle_{\mathbf{R}} (\mathbf{p}) & \langle \delta_t \mathbf{R} | \delta_y \mathbf{R} \rangle_{\mathbf{R}} (\mathbf{p}) & \langle \delta_t \mathbf{R} | \delta_t \mathbf{R} \rangle_{\mathbf{R}} (\mathbf{p}) \end{bmatrix}.$$

Pour l'expression des gradients spatio-temporels, nous prendrons l'approximation suivante :

$$\delta_u \mathbf{R}(\mathbf{p}) \approx \frac{1}{2} [\mathbf{log}_{\mathbf{R}(\mathbf{p})}(\mathbf{R}(\mathbf{p} + \mathbf{1}_u)) - \mathbf{log}_{\mathbf{R}(\mathbf{p})}(\mathbf{R}(\mathbf{p} - \mathbf{1}_u))]$$

avec  $\mathbf{log}_{\mathbf{R}}(\mathbf{W}) = \mathbf{R} \cdot \mathbf{log}(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{W})$  et  $\mathbf{1}_u$  qui représente un incrément de 1 dans la direction  $u$  sur la grille. Le produit scalaire se déduit de la métrique de Rao rappelée plus haut.

## 4 Expérimentations et résultats

Les expérimentations et les résultats présentés dans cette partie exploitent les images et les données de flot disponibles sur le site [vision.middlebury.edu/flow/](http://vision.middlebury.edu/flow/). Comme énoncé dans l'introduction, nous considérons pour nos expérimentations l'estimateur des moindres carrés simple tout en ayant conscience évidemment de ses limitations dans le contexte de l'estimation du flot optique. Nous rappelons effectivement que l'objectif du présent article n'est pas de produire le meilleur algorithme mais bien de comparer les performances d'estimation du flot optique selon que l'on utilise le tenseur de structure euclidien ou riemannien. Notre estimateur est obtenu en résolvant le problème de minimisation ci-dessous :

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{s}) = \min_{\mathbf{u}} \left( \sum_{t \in \Omega(\mathbf{s})} [w_x \ w_y \ 1] \mathbf{J}(t) [w_x \ w_y \ 1]^T \right),$$

où  $\Omega(\mathbf{s})$  désigne le voisinage autour du pixel  $\mathbf{s}$ . Le tenseur  $\mathbf{J}$  peut être euclidien ou riemannien.

Pour évaluer les performances, nous utilisons comme mesure l'erreur quadratique moyenne (EQM) entre le flot estimé et celui fourni par le site Middlebury.

### 4.1 Flot synthétique

Dans cette évaluation, nous imposons un déplacement fixé a priori selon chacun des axes  $x$  et  $y$ . En prenant des valeurs entières pour le déplacement, nous pouvons simuler un flot optique uniforme sans interpolation à partir d'une seule image. Dans notre test, nous utilisons l'image RubberWhale. Nous avons choisi un déplacement  $w_x = 1$  et  $w_y = 0$ . Nous utilisons  $W=5$  et  $H=5$  pour la fenêtre de calcul de la covariance.

La Figure 1 montre les résultats obtenus. La courbe représente l'évolution de l'EQM en fonction de la taille de  $\Omega(\mathbf{s})$ . Nous avons fait volontairement évoluer la taille du voisinage de manière importante afin de pouvoir comparer les performances respectives des deux approches. Nous notons que l'estimateur fondé sur le tenseur euclidien est toujours moins performant et cela même pour de très grands voisinages.

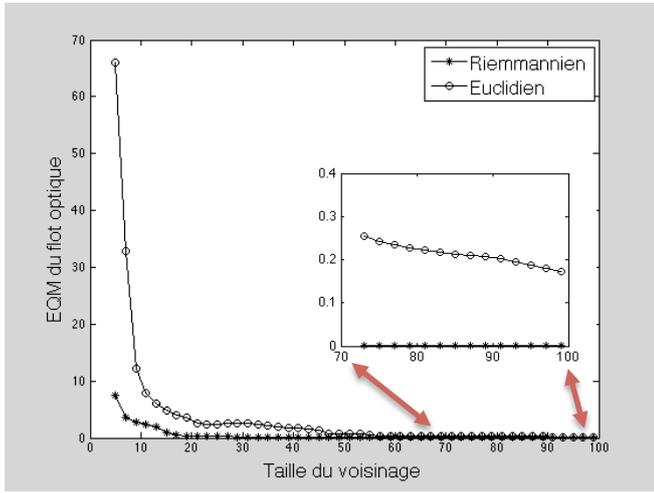


Figure 1 : EQM pour différentes tailles du voisinage  $\Omega(s)$ .

## 4.2 Flots complexes

Dans le tableau Tab 1, nous comparons les performances des deux approches pour des flots réels fournis par le site et cela pour différentes images. L'ensemble des résultats présentés est obtenu en considérant  $W=5$  et  $H=5$  pour la fenêtre de calcul de la covariance et  $\Omega(s) = (11 \times 11)$ . Comme nous pouvons le constater, l'approche riemannienne est toujours supérieure à l'approche euclidienne et cela quelle que soit la nature de l'image.

## 5 Conclusion

Dans cet article, nous avons formalisé le problème de l'estimation du flot optique dans le cadre de la géométrie riemannienne. Pour cela, nous nous sommes placés dans le contexte où le flot optique représente le mouvement local entre deux champs de matrices SDP. Nous avons également révélé la possibilité de construire un tenseur de structure riemannien à partir des dérivées spatio-temporelles du champ des matrices de covariance comme alternative au tenseur de structure euclidien classique. De nombreuses perspectives à ce travail sont envisageables. Il s'agit d'ouvrir sur une large gamme de descripteurs autres que les simples gradients spatio-temporels, de considérer de nouvelles formes de métriques telles que la log-euclidienne notamment, de proposer des méthodes robustes au sens des métriques riemanniennes, d'étudier les propriétés de ce nouveau tenseur de structure entre autres.

## 6 Références

[1] V. Arsigny, P. Fillard, X. Pennec, N. Ayache, "Geometric means in a novel vector space structure on symmetric positive-definite matrices", *SIAM journal on matrix analysis and applications* 29 (1), 328-347, 2007.

[2] S. Baker, D. Scharstein, JP Lewis, S. Roth, M. Black, R. Szeliski, "A Database and Evaluation Methodology for Optical Flow", *International Journal of Computer, Vision* 92 (1), 1-31, 2011.

[4] A Bruhn, J Weickert, C Schnörr, "Lucas/Kanade meets Horn/Schunck: Combining local and global optic flow methods", *International Journal of Computer Vision* 61 (3), 11-231, 2005.

[5] R. Caseiro, J. F Henriques, P. Martins, J. Batista, "A Nonparametric Riemannian Framework on Tensor Field with Application to Foreground Segmentation", *Pattern Recognition*, vol. 45, no 11, Pages 3997-4017, 2012.

[6] A. Cherian, S. Sra, "Riemannian sparse coding for positive definite matrices", *Machine Learning, Data Mining, Statistics, European Conference on Computer Vision (ECCV)*, 2014.

[7] N. J. Higham, *Functions of matrices, Theory and computation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2008.

[8] H. Haussecker and D. J. Fleet, "Estimating optical flow with physical models of brightness variation", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 23(6), 661-673, 2001.

[9] B. K. P. Horn and B. G. Schunk, "Determining optical flow. *Artificial Intelligence*", 17:185-203, 1981.

[9] C. Lenglet, M. Rousson, R. Deriche, "DTI segmentation by statistical surface evolution", *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 25 (6), 685-700, 2006.

[10] Y. Lui, "Tangent bundles on special manifolds for action recognition", *IEEE Trans. Circuits and Systems for Video Technology*, 22(6), 930-942, 2011.

[11] X. Pennec, "Intrinsic statistics on Riemannian manifolds: Basic tools for geometric measurements", *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 25(1):127-154, 2006.

[12] Y. Pang, Y. Yuan, and X. Li, "Gabor-based region covariance matrices for face recognition", *IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 18, no. 7, pp. 989-993, 2008.

[13] O. Tuzel, F. Porikli, and P. Meer, "Region covariance: A fast descriptor for detection and classification", In *Proc. European Conf. on Computer Vision, Graz, Austria*, volume 2, pages 589-600, 2006.

[14] O. Tuzel, F. Porikli, P. Meer, "Pedestrian Detection via Classification on Riemannian Manifolds", *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 30(10): 1713-1727, 2008.

Tab 1 : EQM obtenues sur les images proposées sur le site vision.middlebury.edu.

Tenseur	Dimetrodon	Grove2	Grove 3	Hydrangea	RubberWhale	Venus
Eucl.	1.34	2.76	3.77	3.15	0.43	3.39
Riem.	<b>0.97</b>	<b>1.71</b>	<b>3.45</b>	<b>2.44</b>	<b>0.39</b>	<b>2.84</b>