

# Etude de techniques de précodage pour les turbocodes

Ronald GARZÓN BOHÓRQUEZ, Charbel ABDEL NOUR, Catherine DOUILLARD

Institut Mines-Télécom; Télécom Bretagne,  
CNRS Lab-STICC UMR 6285 Technopôle Brest Iroise,  
CS 83818 29238 Brest cedex 3  
Université Européenne de Bretagne, France

ronald.garzonbohorquez@telecom-bretagne.eu, charbel.abdelnour@telecom-bretagne.eu  
catherine.douillard@telecom-bretagne.eu

**Résumé** – Différentes techniques visant à améliorer les performances des turbocodes (TCs) ont été étudiées ces dernières années. Il a été montré qu’une solution prometteuse consiste à préfixer un accumulateur de rendement unitaire à la structure de l’encodeur. Dans cet article, nous faisons une analyse de cette technique et nous introduisons deux nouvelles structures de précodage afin d’améliorer les performances des TCs, dans le contexte de la norme Long Term Evolution (LTE). Un outil de conception est proposé permettant d’identifier les meilleurs paramètres pour le précodeur en termes de convergence. Cet outil est basé sur l’échange réel d’information extrinsèque entre les décodeurs élémentaires à entrée et sortie souple (SISO). Nous dérivons également des critères de conception pertinents pour les entrelaceurs des turbocodes précodés (PTCs). Les structures proposées conduisent à des améliorations significatives de la performance asymptotique du code.

**Abstract** – Different techniques to improve performance of Turbo Codes (TCs) have been studied in recent years. It was shown that precoding a turbo encoder with a rate-1 accumulator allows improving the performance of the code without altering its code rate. In this paper, we carry out an analysis of this technique and we also introduce two new precoding structures to improve the performance of TCs, in the context of the Long Term Evolution (LTE) standard. A design tool is proposed allowing the identification of the best precoder parameters in terms of convergence. It is based on the real exchange of extrinsic information between the constituent SISO decoders. We also give relevant design criteria for the interleavers of Precoded TCs (PTCs). The proposed schemes lead to significant asymptotic performance improvements.

## 1 Introduction

Afin d’améliorer la performance des turbocodes (TCs), différents types de concaténations de codes entrelacés, dites *turbo-like codes* [1] ont été étudiées ces dernières années. Dans [2], la technique de précodage a été appliquée aux codes *Accumulate Repeat Accumulate* (ARA). Il a été montré que sa performance peut être améliorée en préfixant un accumulateur de rendement unitaire à la structure de l’encodeur. Ceci permet de réduire le seuil de convergence des codes ARA sans modifier leur rendement de codage. Cette technique a été appliquée aux TCs par Tong *et al.* dans [3] pour construire un nouveau type de *turbo-like codes* dits turbocodes précodés (PTCs).

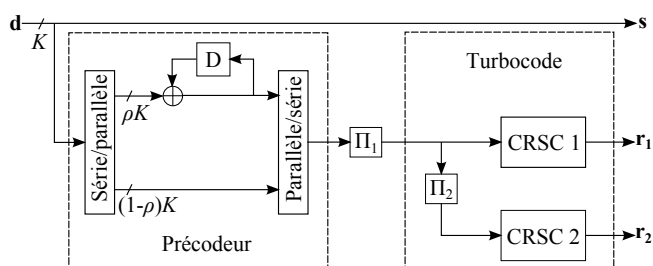


FIG. 1: Structure de l’encodeur d’un turbocode précodé.

La structure basique de l’encodeur du PTC considérée dans cette étude est montrée sur la figure 1. Le précodeur est préfixé et connecté au TC via l’entrelaceur  $\Pi_1$ . Comme introduit dans [3], seuls  $\rho K$  bits de la trame d’information  $\mathbf{d}$  sont encodés par l’accumulateur,  $\rho$  étant le taux de précodage. C’est un paramètre qui introduit un nouveau degré de liberté dans l’optimisation du code. Dans un souci de simplicité, le choix de bits

à précoder est effectué à l’aide d’un motif de précodage régulier et périodique. Dans cet article nous étudions premièrement l’application de cette technique de précodage à l’amélioration des performances du TC à 8 états de la norme *Long Term Evolution* (LTE) [4]. Ensuite, nous proposons deux nouvelles structures de précodage permettant d’améliorer la performance asymptotique ou la performance en convergence du code.

## 2 Analyse par EXIT chart modifié

Nous avons analysé l’impact du taux de précodage sur le seuil de convergence de la structure de référence proposée dans [3] (cf. figure 1) à l’aide d’un *Extrinsic Information Transfer* (EXIT) chart [5]. La hiérarchie des performances en convergence prédite par l’EXIT chart n’a pas été confirmée par les résultats de simulation du taux d’erreur du code. Ainsi, un EXIT chart classique n’est pas approprié à la détermination précise du meilleur taux de précodage en termes de convergence.

Dans un EXIT chart classique, les échantillons d’information extrinsèque (IE) en entrée des décodeurs à entrée et sortie souple (SISO) sont générés à partir d’un processus gaussien indépendant des observations canal. Il a en effet été montré que ce modèle gaussien est valide pour une transmission sur canal gaussien dans l’hypothèse d’un entrelaceur de code très long [5]. Nous avons cependant observé qu’il n’est plus valide lorsque l’on considère un décodeur réel de PTC. La figure 2 montre une comparaison entre la distribution de l’IE mesurée à l’entrée du décodeur élémentaire SISO 1 correspondant au code élémentaire convolutif systématique récursif circulaire (CRSC) 1 et celle qui est générée à partir d’un processus gaussien, les deux ayant une même valeur d’information mutuelle. Comme le montre la figure, pour une taille de trame  $K = 1504$ ,

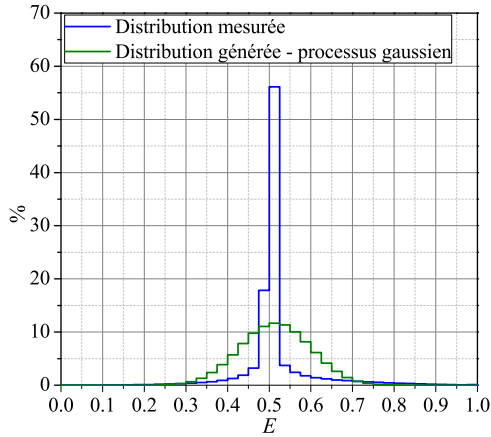


FIG. 2: Histogrammes de l'information extrinsèque  $E$  à l'entrée de SISO 1 générée dans SISO 0 et SISO 2 sans information *a priori*, pour  $\rho=0.11$ ,  $K=1504$  et  $R=4/5$ , évaluée à  $E_b/N_0 = 2$  dB sur canal gaussien.

un rendement  $R=4/5$  et  $\rho=0.11$ , ces distributions diffèrent.

Afin de résoudre ce problème, nous utilisons un EXIT chart modifié qui consiste à mesurer l'échange *réel* d'IE entre les décodeurs élémentaires du TC, tout au long des différentes itérations du PTC. Dans cet EXIT chart modifié, les meilleurs paramètres du PTC en termes de convergence sont identifiés comme étant ceux qui conduisent à un point de croisement ( $IMA$ ,  $IME$ ) aussi proche que possible du point de coordonnées (1,1). Finalement, nous avons analysé différents taux de précodage pour la structure montrée en figure 1 via l'EXIT chart modifié, en considérant un entrelacement uniforme [6] afin de moyenniser l'effet de l'entrelaceur sur la performance du code. La hiérarchie des performances en convergence prédite par l'EXIT chart modifié (cf. figure 3) a été validée par la performance en termes de taux d'erreur obtenue pour  $K=1504$ ,  $R=4/5$  et les codes élémentaires CRSC(13, 15)<sub>8</sub> (cf. figure 4).

### 3 Structures de précodage proposées

Premièrement, comme alternative à la structure de précodage de la figure 1, nous proposons une structure hybride. Dans cette structure, tous les bits d'information sont précodés et un nouveau paramètre  $\phi$  est introduit, qui définit le taux de précodage série-parallèle (figure 5(a)). Ainsi,  $\phi K$  parités et  $(1-\phi)K$  symboles d'information de l'accumulateur sont encodés par le TC. L'avantage de cette structure de précodage par rapport à la structure de la figure 1 repose sur le fait qu'elle permet au décodeur élémentaire de l'accumulateur d'échanger de l'IE sur toute la trame encodée par le TC pour toutes les valeurs de  $\phi$ , comme illustré par la figure 5(b).

Les meilleurs valeurs de  $\phi$  en termes de convergence ont été déterminés via une analyse par EXIT chart modifié. Les performances respectives, en termes de taux d'erreur, sont montrées en figure 6. Un bon compromis entre performance en convergence et performance asymptotique est obtenu avec  $\phi=0.04$ , pour  $K=1504$  et  $R=4/5$ . Pour des valeurs plus importantes de  $\phi$  (par ex. 0.1), le gain asymptotique n'est pas considéré suf-

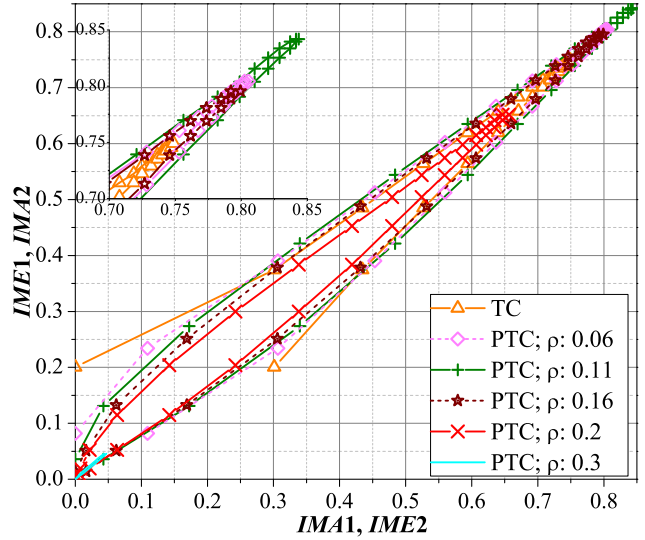


FIG. 3: Échange d'information extrinsèque entre les décodeurs élémentaires du TC à  $E_b/N_0 = 2.55$  dB pour 16 itérations de décodage du PTC,  $K=1504$  et  $R=4/5$  sur canal gaussien.

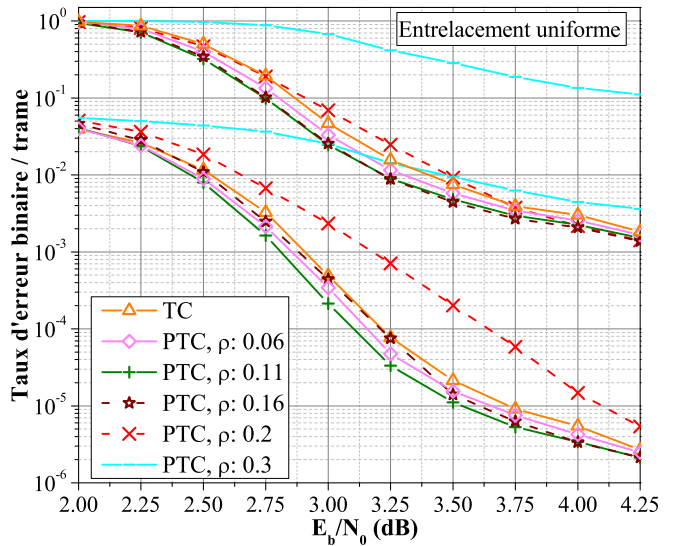


FIG. 4: Performance du PTC en termes de taux d'erreur pour différentes valeurs de  $\rho$  sur canal gaussien avec modulation BPSK pour  $K=1504$  et  $R=4/5$ .

fisant pour justifier la perte résultante en seuil de convergence. On remarque que le gain asymptotique obtenu avec le PTC hybride ( $\phi=0.04$ ) est de presque une décade et demie par rapport à un TC classique, en considérant un entrelacement uniforme.

D'autre part, nous avons aussi étudié une structure de précodage combinant la structure montrée en figure 1 et la structure hybride proposée. Nous avons observé que cette structure composite ne permet pas de cumuler le gain en convergence de la structure de référence et le gain asymptotique de la structure hybride. Finalement, le gain asymptotique étant le principal ciblé, nous avons opté pour la structure hybride dans la dernière partie de cette étude.

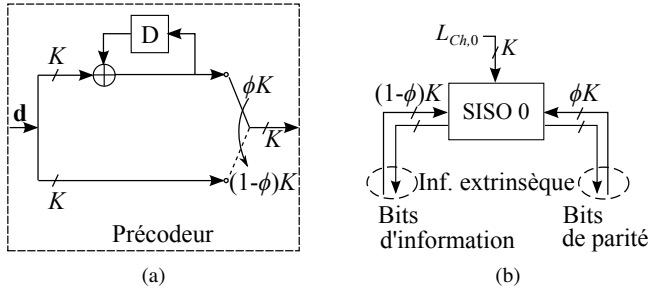


FIG. 5: (a) Structure de précodage hybride. (b) Information extrinsèque échangée par le décodeur de l'accumulateur.

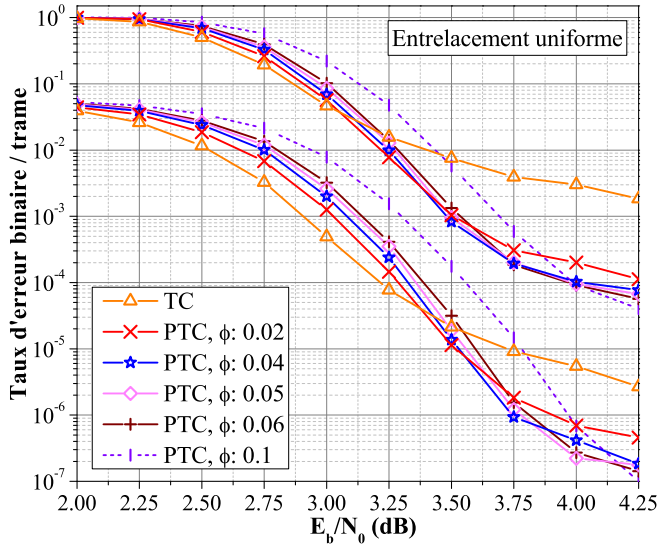


FIG. 6: Performance du PTC hybride en termes de taux d'erreur pour différentes valeurs de  $\phi$  sur canal gaussien avec modulation BPSK pour  $K=1504$  et  $R=4/5$ .

## 4 Critères de conception des entrelaceurs

Le PTC hybride est un TC à trois dimensions. La première dimension correspond au précodateur et les deux autres aux codes élémentaires du TC. Par conséquent, les entrelaceurs du précodateur et du TC,  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$ , doivent être conçus en considérant la nature tridimensionnelle (3D) du code. Ainsi, les critères de conception des entrelaceurs, tels que les propriétés de dispersion (*span*) [7] et le cycle de corrélation minimal (*girth*) [8], proposés pour un TC classique doivent être adaptés au cas 3D. Comme dans le cas des TCs, les entrelaceurs conduisant à la valeur la plus large de distance minimale de Hamming ( $d_{\min}$ ) du code seront finalement retenus.

Le critère de *span* a déjà été adapté dans [9]. Il a été montré que les valeurs minimales de *span*  $S_{\min 1}$ ,  $S_{\min 2}$ , et  $S_{\min 1,2}$  des trois entrelaceurs  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ , et  $\Pi_{1,2}$  (l'entrelaceur composé de  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$ ), doivent être maximisés afin de garantir des bonnes propriétés de *span* dans les trois dimensions du code.

La séquence à l'entrée de  $\Pi_1$ ,  $\mathbf{d}_1$ , la séquence entrelacée à la sortie de  $\Pi_1$ ,  $\mathbf{d}_2$ , et la séquence entrelacée à la sortie de  $\Pi_2$ ,  $\mathbf{d}_3$ , sont représentées sur la figure 7(a), en considérant une termi-

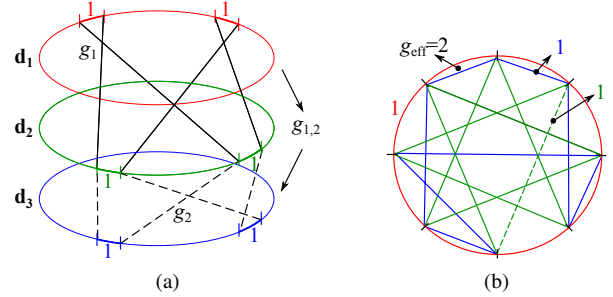


FIG. 7: Représentation indépendante des graphes de corrélation dans les trois dimensions du code (a) et représentation unifiée du graphe de corrélation (b) pour  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  et  $\Pi_{1,2}$ .

naison circulaire du treillis (*tail-biting*) [10]. Les *girths* de  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  et  $\Pi_{1,2}$  sont  $g_1$ ,  $g_2$  et  $g_{1,2}$ , respectivement. Sous cette forme, le graphe de corrélation de chaque entrelaceur est un graphe régulier de degré 4. Néanmoins, un graphe de corrélation unifié correspond à un graphe régulier de degré 6, comme le montre la figure 7(b). Par conséquent, le *girth* le plus court parmi  $g_1$ ,  $g_2$  et  $g_{1,2}$  n'est qu'une borne supérieure du *girth* effectif  $g_{\text{eff}}$  du graphe de corrélation unifié (cf. figure 7(b)). En effet, la limite supérieure théorique du *girth* du graphe de corrélation unifié de degré 6 est inférieure à celles des graphes de corrélation indépendants de degré 4. Ainsi, afin de réduire la corrélation entre l'IE échangée par le précodateur et les codes élémentaires du TC,  $g_{\text{eff}}$  doit être maximisé.

## 5 Résultats de simulation

Nous avons construit un jeu d'entrelaceurs pour le PTC hybride, basé sur l'entrelaceur quasi régulier ou *Almost Regular Permutation* (ARP) [7]. Comme montré dans [11], l'ARP est un modèle de permutation permettant de construire des TCs avec des valeurs de  $d_{\min}$  aussi élevées qu'avec les modèles de permutation les plus populaires pour TCs (à savoir *Dithered Relative Prime* [12] et *Quadratic Permutation Polynomial* [13]). Ainsi, le modèle ARP est retenu dans la construction d'entrelaceurs pour le PTC hybride proposé. Ce modèle considère des codes élémentaires circulaires dans l'encodeur du TC.

La méthode de sélection de  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$  est la suivante.

1. *Génération de candidats ARP pour  $\Pi_2$*  : Un groupe d'entrelaceurs ARP est généré pour  $\Pi_2$ . Les valeurs minimales de  $S_{\min 2}$  et  $g_2$  sont maximisées par construction.
2. *Sélection de  $\Pi_2$*  : Le meilleur candidat pour  $\Pi_2$  est identifié comme celui conférant la valeur la plus large de distance minimale  $d_{\min}$  au TC.
3. *Identification des meilleurs candidats ARP pour  $\Pi_1$*  : Un groupe de candidats pour  $\Pi_1$  est généré comme dans l'étape 1. Ensuite, un groupe restreint de candidats pour  $\Pi_1$  est composé des candidats conduisant aux valeurs le plus élevées de  $S_{\min 1,2}$  and  $g_{1,2}$ .
4. *Sélection de  $\Pi_1$*  : Finalement, le meilleur candidat pour  $\Pi_1$  est déterminé comme celui conférant la plus large valeur de distance minimale  $d_{\min}$  au PTC hybride.

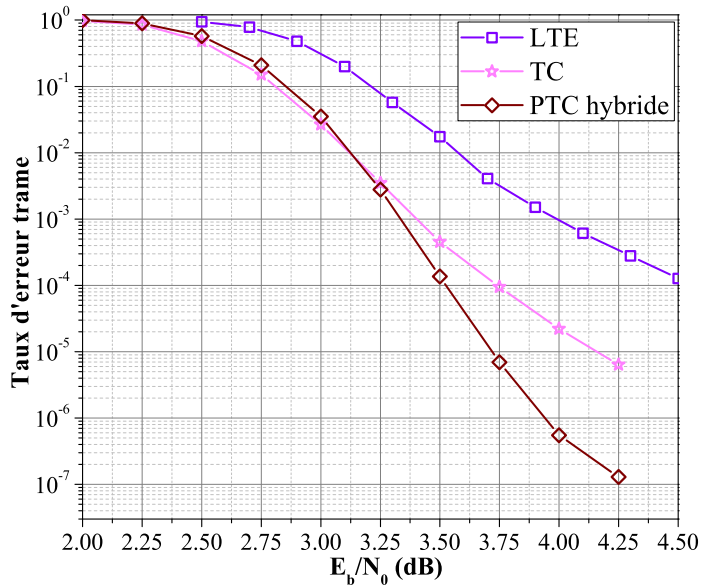


FIG. 8: Comparaison des courbes de taux d'erreur trame du TC hybride pour  $\phi = 0.04$ , d'un TC classique, et du TC LTE sur canal gaussien, modulation BPSK,  $K = 1504$  et  $R = 4/5$ .

Cette méthode a été appliquée dans le cas d'un PTC hybride  $R = 4/5$ ,  $K = 1504$  et codes élémentaires CRSC(13, 15)<sub>8</sub>. La performance du code en termes de taux d'erreur a été simulée sur canal gaussien avec une modulation BPSK et un maximum de 16 itérations de décodage de l'algorithme BCJR [14]. La figure 8 montre la performance en termes de taux d'erreur trame du PTC hybride ( $d_{\min} = 11$ ) incluant les entrelaceurs  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$  sélectionnés. On remarque que la performance d'un TC classique ( $d_{\min} = 9$ ) utilisant une terminaison circulaire et un entrelaceur ARP est améliorée de presque deux décades dans le *floor* pour le PTC hybride. De plus, le PTC hybride proposé atteint un gain voisin de 0.38 dB en convergence et de presque 4 décades dans le *floor*, par rapport au motif de poinçonnage et à l'entrelaceur adoptés dans LTE.

## 6 Conclusion

Dans cet article nous avons étudié trois structures de précodage pour les TCs. L'outil d'EXIT chart conventionnel s'est avéré n'est pas être approprié à la prédiction du comportement en convergence du PTC. Par conséquent, afin de sélectionner efficacement les meilleur paramètres du précodeur, nous avons introduit une analyse basée sur l'échange réel d'information extrinsèque entre les décodeurs élémentaires pendant les différentes itérations de décodage du PTC. De plus, nous avons proposé deux nouvelles structures de précodage, ainsi que des critères conduisant à des entrelaceurs performants pour les PTCs. Nous avons montré que des améliorations significatives en termes de performance asymptotique sont atteintes par le PTC hybride proposé.

## Références

[1] D. Divsalar, H. Jin, and R. McEliece, "Coding theorems for "turbo-like" codes," in *Proc. 36th Annual Allerton*

*Conference on Comm., Control, and Computing*, Allerton, IL, USA, Sept. 1998, p. 201–210.

- [2] A. Abbasfar, D. Divsalar, and K. Yao, "Accumulate repeat accumulate codes," in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf.*, vol. 1, Dallas, Texas, USA, Nov 2004, pp. 509–513.
- [3] S. Tong, H. Zheng, and B. Bai, "Precoded turbo code within 0.1 dB of Shannon limit," *Electron. Lett.*, vol. 47, no. 8, pp. 521–522, April 2011.
- [4] ETSI, "LTE Evolved Universal Terrestrial Radio Access(E-UTRA) : Multiplexing and channel coding," TS 136 212 (V10.0.0), January 2011.
- [5] S. ten Brink, "Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 10, pp. 1727–1737, Oct. 2001.
- [6] S. Benedetto and G. Montorsi, "Unveiling turbo codes : some results on parallel concatenated coding schemes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 42, no. 2, pp. 409–428, 1996.
- [7] C. Berrou, Y. Saouter, C. Douillard, S. Kerouedan, and M. Jezequel, "Designing good permutations for turbo codes : towards a single model," in *Proc. IEEE International Conference on Communications, (ICC'04)*, vol. 1, Paris, France, Jun. 2004, pp. 341–345.
- [8] Y. Saouter, "Selection procedure of turbocode parameters by combinatorial optimization," in *Proc. 6th Int. Symposium on Turbo Codes and Iterative Information Processing (ISTC)*, Brest, France, Sept. 2010, pp. 156–160.
- [9] D. Gnaedig, E. Boutillon, and M. Jézéquel, "Design of three-dimensional multiple slice turbo codes." *EURASIP J. Adv. Sig. Proc.*, vol. 2005, no. 6, pp. 808–819, May 2005.
- [10] C. Weiss, C. Bettstetter, and S. Riedel, "Code construction and decoding of parallel concatenated tail-biting codes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 1, pp. 366–386, Jan 2001.
- [11] R. Garzón Bohórquez, C. Abdel Nour, and C. Douillard, "On the equivalence of interleavers for turbo codes," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 4, no. 1, pp. 58–61, Feb. 2015.
- [12] S. Crozier and P. Guinand, "High-performance low-memory interleaver banks for turbo-codes," in *Proc. IEEE 54th Vehicular Technology Conference (VTC 2001-Fall)*, vol. 4, Atlantic City, NJ, USA, Oct. 2001, pp. 2394–2398.
- [13] J. Sun and O. Takeshita, "Interleavers for turbo codes using permutation polynomials over integer rings," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 1, pp. 101–119, Jan. 2005.
- [14] L. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate (corresp.)," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 20, no. 2, pp. 284–287, Mar 1974.