

# Débrumage variationnel.

Fabien PIERRE<sup>1,2</sup>, Pauline MIGERDITICHAN<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Univ. Bordeaux, IMB, UMR 5251, F-33400 Talence, France, CNRS, IMB, F-33400 Talence, France.

<sup>2</sup>Univ. Bordeaux, LaBRI, UMR 5800, F-33400 Talence, France, CNRS, LaBRI, F-33400 Talence, France.

<sup>3</sup>Univ. Bordeaux, F-33400 Talence, France

fabien.pierre@math.u-bordeaux.fr, pauline.migerditichan@etu.u-bordeaux.fr

**Résumé** – De nombreuses techniques de débrumage, *dehazing* en anglais, sont présentées dans la littérature. Leur objectif est d’améliorer le rendu des photographies, notamment des paysages, prises lors de condition météorologique défavorables. Afin d’éviter d’inverser le modèle de Koschmieder pour la formation de la brume, nous utilisons un modèle variationnel de rehaussement de contraste, pour lequel nous proposons un algorithme itératif.

Dans ce papier, nous montrons que l’implémentation d’un algorithme rapide de rehaussement de contraste passe par la recherche de polynômes bornés. La méthode retenue permet d’obtenir un algorithme efficace, naturellement stable, avec des résultats réalistes.

**Abstract** – Many dehazing methods are proposed in the literature with the aim of improving the rendering of pictures, such as landscapes. In order to avoid the inversion of Koschmieder’s model for the hazed images, a variational model for image enhancement is used, solved by an iterative algorithm.

In this paper, we show that the design of a fast algorithm for image enhancement needs bounded polynomials. The retained method performs an efficient algorithm, naturally stable, with realistic results.

## 1 Introduction.

Le débrumage, *dehazing* en anglais, est le processus qui consiste à éliminer les effets de brume sur une image tout en essayant de se rapprocher le plus possible des couleurs naturelles de la scène d’origine. L’élimination de la brume est un problème compliqué car la dégradation dépend de la profondeur de la scène qui est souvent inconnue.

Dans la littérature nous distinguons deux types d’approches pour remédier à ce problème. Le premier regroupe celles utilisant plusieurs images prises sous différentes conditions météorologiques, avec différents degrés de polarisation ou à différentes longueur d’onde - voir, p. ex., [3]. Bien que ces méthodes puissent produire des résultats de bonne qualité, elles ne sont pas toujours utilisables car elles nécessitent d’avoir accès à plusieurs images de la même scène sous différentes conditions. Le second type de méthode regroupe celles utilisant une seule image dégradée. En se basant sur le constat que les images présentant de la brume ont un contraste moindre que celles n’en présentant pas, Tan [8] estime le rapport entre l’intensité de la lumière réfléchiée par un objet et celle qu’il reçoit en imposant une maximisation locale du contraste. Fattal [2], quant à lui, suppose que la profondeur de la scène et l’ombrage de la surface sont localement décorrélés. Ces deux méthodes reposent sur l’hypothèse forte que la profondeur de la scène est localement constante. Les images ainsi ob-

tenues présentent des artefacts et souffrent d’un rehaussement de couleurs trop important. Tarel *et al.* [9] proposent un algorithme de débrumage rapide se basant sur un filtre médian. Cependant, ce filtre ne préservant pas les contours il en résulte que le voile atmosphérique est bien lissé mais la profondeur de la scène n’est pas respectée. Xiao *et al.* [10] remédient à ce problème en raffinant les résultats à l’aide d’un filtre bilatéral. La méthode du canal sombre, proposée par He *et al.* [6], se base sur l’observation que les images ne présentant pas de brouillard sont colorées, et contiennent des textures et des ombres. Il existe cependant de nombreux contre-exemples à cette hypothèse. Par exemple, dans le cas d’une plage de sable blanc et d’une mer bleue en arrière-plan, ce sont les éléments qui sont à une profondeur moindre qui présentent le moins de contraste et de saturation. Dans la suite, nous allons nous intéresser à la méthode proposée par Galdran *et al.* [4], inspirée de la méthode de rehaussement de contraste de Bertalmio *et al.* [1]. Cette approche est basée sur une formulation variationnelle que nous détaillerons dans cet article. Son intérêt vient d’une approximation permettant d’accélérer le calcul de la solution. L’implémentation de la méthode nécessite une transformation linéaire, afin de rendre le schéma numérique stable [5]. De plus, il n’y a pas de garantie de convergence de l’algorithme vers le minimum de la fonctionnelle.

Dans cet article, nous proposons un modèle permettant

d'intégrer les approximations de [1] tout en obtenant des garanties de convergence. Cette approche nous permet de modifier l'algorithme de débrumage de [4]. La rapidité de l'algorithme n'est pas affectée, et les résultats expérimentaux en débrumage apparaissent visuellement meilleurs.

Nous commençons par rappeler le modèle de Koschmieder [7]. Nous présentons ensuite le cadre variationnel proposé par Bertalmio *et al.* [1] ainsi que l'approximation permettant de diminuer le temps de calcul. Ensuite, nous modifions ce modèle pour garantir le fait que la suite soit bornée. Enfin, nous terminons par une application de cette méthode au débrumage d'image, afin de montrer les améliorations dues à notre approche.

## 2 Un modèle variationnel.

**Le modèle de diffusion de Koschmieder.** La plupart des travaux réalisés sur le débrumage d'une seule image reposent sur la résolution du modèle de Koschmieder [7], défini sur chaque canal par :

$$I(x) = t(x)J(x) + (1 - t(x))A, \quad (1)$$

où  $x$  est la position du pixel considéré et  $J(x)$  est l'image claire sans voile.  $A$  joue le rôle de la couleur de la brume, considérée généralement comme constante sur la scène.  $t(x)$  est une quantité scalaire inversement proportionnelle à la profondeur de la scène, normalisée entre 0 et 1. Afin d'éliminer le brouillard, l'objectif est de récupérer  $J(x)$  à partir de  $I(x)$ , l'image embrumée.

Les images affectées par la présence de brume étant moins contrastées que les images naturelles sans brume, nous étudions, dans la section suivante, une méthode de rehaussement de contraste, plutôt que de résoudre l'équation (1).

**Le modèle de Bertalmio.** Bertalmio *et al.* [1] présentent une méthode de rehaussement de contraste dans un cadre variationnel reposant sur l'hypothèse d'un monde gris, c.-à-d., la moyenne du monde perçu est grise. Celle-ci consiste en la minimisation de la fonctionnelle suivante, pour chaque canal de l'image :

$$E(I) = \frac{1}{2} \sum_x (I(x) - \mu)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_x (I(x) - I_0(x))^2 - \frac{1}{2} \sum_{x,y} w(x,y) |I(x) - I(y)| \quad (2)$$

où  $I$  est un canal de couleur (rouge, vert ou bleu) à valeurs dans  $[0, 1]$ ;  $I_0$  est l'image originale;  $x, y$  sont les coordonnées des pixels et  $\lambda$  est un paramètre positif.  $w(x, y)$  est une fonction de distance, positive, à valeur décroissante lorsque la distance entre  $x$  et  $y$  augmente.  $w$  est normalisée tel que  $\forall x, \sum_y w(x, y) = 1$ .

La minimisation de la fonctionnelle présente un compromis entre deux termes positifs et un négatif. En choisissant

$\mu = 1/2$ , le premier terme vise à préserver l'hypothèse d'un monde gris en pénalisant la déviation de  $I(x)$  de la valeur  $1/2$ , tandis que le second terme positif constitue l'attache aux données. Le terme négatif maximise le contraste.

Pour minimiser cette fonctionnelle, les auteurs de [1] proposent le schéma numérique itératif suivant, inspiré de l'algorithme de descente de gradient :

$$I^{k+1}(x) = (1 - (1 + \lambda)\Delta t)I^k(x) + \Delta t \left( \mu + \frac{R(I^k(x))}{2} \right) + \Delta t \lambda I^0(x) \quad (3)$$

avec  $\Delta t$  le pas de temps et  $R$  défini comme suit :

$$R(I)(x) = \sum_y w(x, y) s(I(x) - I(y)), \quad (4)$$

où  $s$  est la fonction signe. L'entrée  $I^0$  est normalisée sur  $[0, 1]$ . De plus, si  $|I^k| \leq 1$ , alors  $|R(I^k)(x)| \leq 1$ . la stabilité du système est alors établie par récurrence, si  $\mu = 1/2$  :

$$|I^{k+1}(x)| \leq 1 - (1 + \lambda)\Delta t + \Delta t + \Delta t \lambda = 1. \quad (5)$$

**Accélération par approximation polynomiale.** Afin d'accélérer le temps de calcul, les auteurs de [1] reformulent l'opérateur  $R$  en terme de convolution et le calculent *via* Fourier. Pour cela, ils proposent d'approximer la fonction signe par  $s_\alpha$ , définie comme suit :

$$s_\alpha(r) = \begin{cases} -1 & \text{si } -1 \leq r \leq -1/\alpha \\ \alpha r & \text{si } -1/\alpha < r < 1/\alpha \\ 1 & \text{si } 1/\alpha \leq r \leq 1 \end{cases}, \quad (6)$$

puis d'approximer  $s_\alpha$  par un polynôme impair de degré  $M$  :

$$\tilde{s}_\alpha(r) = \sum_{m=0}^M c_m r^m. \quad (7)$$

En remplaçant la fonction signe dans l'expression de l'opérateur  $R$  par  $\tilde{s}_\alpha$ , il se décompose en une somme de convolutions, réduisant la complexité calculatoire :

$$\begin{aligned} \tilde{R}(I)(x) &= \sum_y w(x, y) \sum_{m=0}^M c_m (I(x) - I(y))^m \\ &= \sum_{n=0}^M a_n(x) (w * I^n)(x), \end{aligned}$$

avec  $a_n(x)$  un polynôme en fonction de  $I(x)$ .

Les auteurs de [1] proposent d'utiliser comme polynôme l'approximation de Tchebychev. Cette approximation n'est par bornée par  $-1$  et  $1$  sur  $[-1, 1]$  (voir, p. ex., Fig. 1). Ainsi, (5) n'est plus vérifiée et l'algorithme peut alors diverger rapidement, puisqu'en dehors des bornes  $[-1, 1]$  le polynôme  $\tilde{s}_\alpha(r)$  a le comportement asymptotique d'un polynôme de degré  $M$  en  $+\infty$ . Pour palier à ce problème, il a été proposé dans [5] d'effectuer un réajustement linéaire de l'opérateur  $R$  entre  $-1$  et  $1$  à chaque itération.

Cela ne permet pas, à notre connaissance, de garantir la convergence de la suite  $I^k$  vers le minimum de la fonctionnelle, car, avec cette modification, (3) n'est plus un algorithme de descente de gradient. Nous proposons, dans la section suivante, une méthode permettant de résoudre ce problème de manière efficace.

### 3 Méthode proposée.

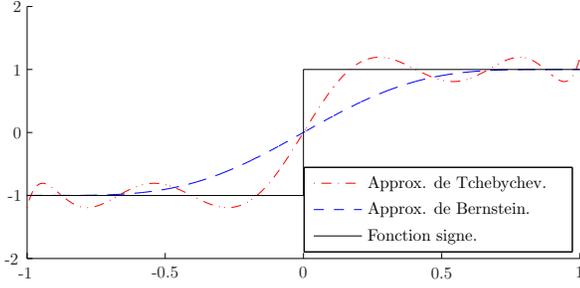


FIGURE 1 – Approximation de Bernstein et Tchebychev de degré 9. L'approximation de Bernstein reste bornée entre -1 et 1

Afin d'éviter que l'opérateur  $\tilde{R}$  ne dépasse les bornes garantissant la convergence du schéma numérique, nous utilisons l'approximation de Bernstein plutôt que celle de Tchebychev.

Le polynôme de Bernstein de degré  $n$  est défini par :  $B_k^n(x) = \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k}$ . Une fonction continue  $f$  est approximée sur l'intervalle  $[0, 1]$  par :

$$b_n(f, x) = \sum_{k=0}^n f\left(\frac{k}{n}\right) B_k^n(x). \quad (8)$$

Pour approximer la fonction signe sur  $[-1, 1]$ , nous nous ramenons à approximer la fonction échelon sur  $[0, 1]$ , définie par  $g(x) = 0$  si  $x < 1/2$  et  $g(x) = 1$  sinon. Nous avons alors que  $0 \leq b_n(g, x) \leq 1$ . Ainsi, le polynôme  $P(x) = 2b_n(g, (x+1)/2) - 1$ , approxime la fonction signe, tout en étant borné par  $-1$  et  $1$  sur  $[-1, 1]$ .

Écrivons ensuite :

$$\begin{aligned} & b_n\left(g, \frac{x+1}{2}\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^n \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} g\left(\frac{k}{n}\right) \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{n-k} \binom{k}{i} \binom{n-k}{j} (-1)^j x^{i+j}, \end{aligned} \quad (9)$$

ce qui nous permet de calculer de manière explicite les coefficients du polynôme d'approximation  $P(x)$ .

La Fig. 1 montre l'approximation de Bernstein et celle de Tchebychev de la fonction signe. Si  $|x| \leq 1$  alors  $|P(x)| \leq 1$ , nous assurant ainsi  $|\tilde{R}| \leq 1$ , donc la stabilité numérique du schéma correspondant à (3).

Lors de la descente de gradient (3), dans le cas où  $\mu \neq 1/2$ , rien ne nous assure que (5) soit vérifiée. Pour éviter



FIGURE 2 – Comparaison de notre méthode avec l'état de l'art. Comme dans [4], nous appliquons une correction gamma, permettant d'obtenir un résultat pertinent.

les instabilités numériques, nous ajoutons au modèle (2), la contrainte  $I \in [0, 1]$ . Afin d'avoir un modèle complètement dérivable, nous remplaçons la valeur absolue dans le troisième terme de (2) par une primitive du polynôme  $P(x)$ . Ainsi, l'algorithme de gradient projeté (10) minimise le modèle proposé.

$$\begin{aligned} I^{k+1}(x) &= P_{[0,1]}[(1 - (1 + \lambda)\Delta t)I^k(x) \\ &\quad + \Delta t \left( \mu + \frac{\tilde{R}(I)(x)}{2} \right) + \Delta t \lambda I^0(x)] \end{aligned} \quad (10)$$

où  $P_{[0,1]}$  est la troncature entre 0 et 1 des pixels de l'image. Le schéma numérique (10) est naturellement stable.

### 4 Application au débrumage.

En utilisant l'Équation (1), Galdran *et al.* [4] modifient la valeur de  $\mu$  dans l'équation (2), canal par canal, par l'approximation suivante :

$$\mu \approx 2\bar{J} - A$$

où  $\bar{J}$  est la moyenne de l'image embrumée et  $A$  est le maximum de l'image initiale [4]. L'approximation est faite *via a priori* que la moyenne du paramètre  $t$  dans le modèle de Koschmieder (1) vaut  $1/2$ . Cela permet de transformer l'hypothèse d'un monde en niveau de gris en modifiant la valeur de  $\mu$  dans le modèle (2).

Les résultats de cet article sont obtenus en choisissant

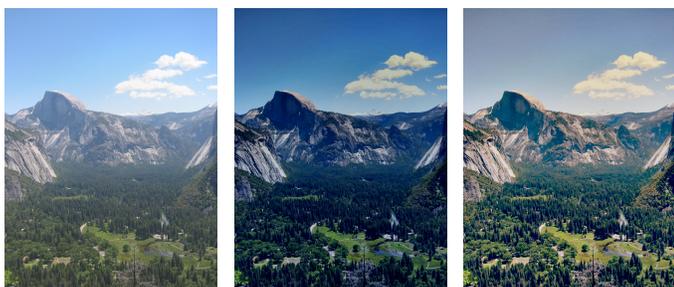


Image avec brume. Notre méthode. Après correction.

FIGURE 3 – Résultat de la méthode proposée, avec et sans correction gamma. Le respect de l’hypothèse de monde en niveau de gris permet d’accroître le réalisme du résultat final.

expérimentalement  $\Delta t = 0.15$ , 12 itérations et

$$w(x, y) = K \cdot \exp(-\|x - y\|^2 / (2 \times 50^2)), \quad (11)$$

avec  $K$ , un réel calculé tel que  $\forall x, \sum_y w(x, y) = 1$ . Des expérimentations ont montré que la qualité de l’image n’est pas affectée par le changement de polynôme d’approximation. Comme dans [4], nous appliquons une correction gamma à notre résultat, afin de nous replacer dans les conditions d’un monde en niveau de gris, c.-à-d. que la moyenne de chaque canal soit égal à  $1/2$ .

La Fig. 2 montre une comparaison de notre méthode avec les méthodes les plus pertinentes de l’état de l’art sur une image de référence en débrumage. La méthode de Tan [8] fournit une image avec des couleurs peu réalistes, tandis que celle de Fattal [2] ne permet pas de retrouver certains détails près de la ligne d’horizon. Le modèle de Galdran *et al.* [4] donne un résultat correct bien qu’un peu sombre et terne. Ces aspects sont réduits par notre approche. Celle-ci améliore le contraste de l’image et le réalisme des couleurs.

La Fig. 3 montre l’effet de notre méthode sur des images dont la brume est teintée. Elle permet de retirer la totalité du brouillard, lorsqu’il y en a une quantité raisonnable. Si le brouillard est teinté, le respect de l’hypothèse de monde gris permet de supprimer cette teinte du résultat final. Le résultat n’est alors plus affecté par la teinte de la brume, démontrant une approche efficace et pertinente.

## 5 Conclusion.

Dans ce papier un modèle variationnel pour le débrumage d’image est proposé. Nous décrivons un algorithme numériquement stable. Cette approche peut s’appliquer à des problèmes divers tels que le rehaussement de contraste

ou l’imagerie HDR. Des expériences numériques démontrent l’efficacité de notre méthode par rapport aux méthodes déjà existantes. Un modèle établissant une dépendance entre les canaux RGB de la solution pourrait permettre d’améliorer les résultats en terme de rendu chromatique.

## Remerciements

Ce travail a bénéficié d’une aide de l’État gérée par l’Agence Nationale de la Recherche au titre du programme d’Investissements d’avenir Initiative d’excellence IdEx Bordeaux portant la référence ANR-10-IDEX-03-02. Les auteurs remercient Mme Hobloss pour sa participation tout au long de ce projet.

## Références

- [1] M. Bertalmío, V. Caselles, E. Provenzi, et A. Rizzi. *Perceptual color correction through variational techniques*. IEEE Transactions on Image Processing, 16(4) :1058–1072, 2007.
- [2] R. Fattal. *Single image dehazing*. ACM Transactions on Graphics, 27(3) :72, 2008.
- [3] C. Feng, S. Zhuo, X. Zhang, L. Shen, et S. Susstrunk. *Near-infrared guided color image dehazing*. IEEE International Conference on Image Processing, pages 2363–2367, Sept 2013.
- [4] A. Galdran, J. Vazquez-Corral, D. Pardo, et M. Bertalmío. *A Variational Framework for Single Image Dehazing*. Color and Photometry in Computer Vision (ECCV Workshop), 2014.
- [5] P. Getreuer. *Automatic Color Enhancement (ACE) and its Fast Implementation*. Image Processing On Line, 2 :266–277, 2012.
- [6] K. He, J. Sun, et X. Tang. *Single image haze removal using dark channel prior*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 33(12) :2341–2353, 2011.
- [7] H. Koschmieder. *Theorie der horizontalen Sichtweite : Kontrast und Sichtweite*. Keim & Nernich, 1925.
- [8] R. T. Tan. *Visibility in bad weather from a single image*. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pages 1–8, 2008.
- [9] J.-P. Tarel et N. Hautiere. *Fast visibility restoration from a single color or gray level image*. IEEE International Conference on Computer Vision, pages 2201–2208, 2009.
- [10] C. Xiao et J. Gan. *Fast image dehazing using guided joint bilateral filter*. The Visual Computer, 28(6-8) :713–721, 2012.