

# Mesure de la dilatation thermique de la Tour Eiffel par interférométrie RSO différentielle

Flora WEISSGERBER<sup>1,2,\*</sup>, Jean-Marie NICOLAS<sup>1</sup>, Elise KOENIGUER<sup>2</sup>, Nicolas TROUVÉ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institut Mines-Telecom ; Telecom ParisTech ; CNRS LTCI Department TSI ; 46 rue Barrault 75013 Paris

<sup>2</sup>ONERA, The French Aerospace Lab ; BP 80100 91123 Palaiseau Cedex, France

flora.weissgerber@telecom-paristech.fr, jean-marie.nicolas@telecom-paristech.fr

elise.koeniguer@onera.fr, nicolas.trouve@onera.fr

**Résumé** – L’interférométrie différentielle RSO permet l’estimation de la variation de hauteur entre deux acquisitions. La précision de la mesure permet de retrouver des variations de l’ordre du centimètre. Nous comparons cette mesure à la mesure de hauteur par interférométrie sur des images de la Tour Eiffel. Si les variations de hauteur ne sont pas prises en compte dans l’interférométrie RSO classique, la hauteur de la Tour Eiffel peut être surestimée de plusieurs centaines de mètres. Nous appliquons cette technique à la mesure de la dilatation thermique de la Tour Eiffel sur des images acquises par TerraSAR-X entre janvier et mai 2009. La dilatation maximale mesurée entre le deuxième étage et l’antenne est de l’ordre de 4 cm.

**Abstract** – With SAR differential interferometry (DInSAR), the height variation of scatterers can be measured. The accuracy of the measure allows centimeters variation retrieval. We analyse the measure of the height done trough interferometry and the DInSAR measurement. If the variation of height is not take into account in the interferometry measure, the overall height can be surestimated of several hundred of meters. We used DInSAR technique to retrieve the variation of height of the Eiffel Tower, due to the thermal expansion. The data set are TerraSAR-X images acquired between january and may 2009. Variation up to 4cm are measured between the second floor and the top of the Eiffel Tower.

## 1 Introduction

Avec les résolutions métriques des satellites RSO actuels (Radar à Synthèse d’Ouverture, Synthetic Aperture Radar ou SAR en anglais), la cartographie en zones urbaines offre de nouvelles perspectives. Les images RSO sont des images à valeurs complexes, obtenues par une mesure cohérente de l’onde. Dans un mode radar traditionnel, seule l’amplitude, qui dépend de la quantité d’énergie renvoyée par la cible au capteur, est exploitée.

L’interférométrie par contre exploite la différence de phase existante entre ces deux images. Cette différence de phase est :

- soit reliée à la hauteur de la cible présente dans le pixel considéré.
- soit reliée à une légère variation de la position de la cible à l’intérieur de sa cellule de résolution. On parle alors d’interférométrie différentielle ou DInSAR. Elle permet, entre autre, de mesurer cette variation de hauteur due à la dilatation [1].

A notre connaissance, il n’existe pas de travaux dans la littérature, relatant la mesure des deux phénomènes combinés, c’est à dire à la fois la mesure de hauteur d’une cible, et la mesure de son déplacement ou de sa déformation. Une première étude peut fournir une carte de hauteur qui sera utilisée pour obtenir

la déformation des cibles [2]. Or, en l’absence de modèle, la déformation des structures peut fausser la mesure de la hauteur réalisée en interférométrie classique. C’est ce phénomène que nous nous proposons d’étudier dans cet article, à travers l’étude d’images radar de la Tour Eiffel. Une telle structure métallique est le siège d’une dilatation thermique difficilement modélisable.

Après avoir expliqué, dans la section 2, le principe de la mesure de la hauteur en interférométrie classique, puis celui de la mesure de variation de hauteur en interférométrie différentielle, nous présenterons les données utilisées pour cette étude dans la section 3. La section 4 présentera les difficultés rencontrées lors de la mesure de la hauteur de la Tour Eiffel par l’imagerie SAR. Les résultats de mesure de la hauteur par l’interférométrie seront comparés à notre vérité terrain et seront présentés dans la section 5. Cette section présentera aussi la mesure de la variation de hauteur. Puis nous concluons sur les perspectives offertes par une combinaison de ces deux techniques.

## 2 La mesure de la hauteur en RSO

L’interférométrie RSO permet de retrouver la hauteur des diffuseurs  $\delta_h$  en utilisant la différence de phase  $\phi_{1,2}$  entre deux acquisitions. Les acquisitions  $s_1$  et  $s_2$  doivent être prises avec des points de vue différents, séparés par une distance perpendiculaire à la direction de visée, appelées ligne de base orthogo-

\*Ce travail est partiellement financé par la DGA (Direction Générale de l’Armement)

nale  $B_{\perp}$ . En interférométrie multi-passe, les deux acquisitions sont aussi séparées par un intervalle de temps  $\Delta t$ .

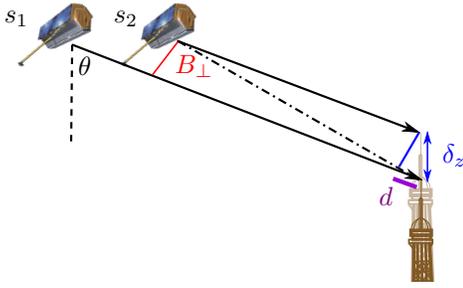


FIGURE 1 – Principe de l'interférométrie différentielle

Pour obtenir la hauteur des bâtiments, et dans notre cas, de la Tour Eiffel, il est nécessaire de calculer :  $\Delta\Phi = \phi_{1,2}^{\text{haut}} - \phi_{1,2}^{\text{base}}$ .

La relation entre la phase et la hauteur est donnée par l'équation suivante :

$$\Delta\Phi = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{B_{\perp}}{H \tan(\theta)} \delta_h = k_z \delta_h \quad (1)$$

où  $k_z$  est la sensibilité à la hauteur [3] et ne dépend que des paramètres géométriques et d'acquisition.

Si la hauteur des diffuseurs est modifiée entre les acquisitions, la différence de position dans la direction de propagation des ondes  $d$  modifiera la phase selon l'équation :

$$\Delta\Phi = k_z \delta_h + \frac{4\pi}{\lambda} d = k_z \delta_h + \frac{4\pi}{\lambda} \delta_z \cos(\theta) \quad (2)$$

où  $\delta_z$  est la différence d'altitude et  $\theta$  l'angle d'incidence, comme indiqué à la figure 1.

La corrélation empirique  $\tilde{C}$ , estimée avec  $L$  pixels voisins, est utilisée pour estimer la différence de phase  $\phi_{1,2}$  et le degré de cohérence  $\tilde{\gamma}$  :

$$\tilde{C}(s_1, s_2) = \frac{\sum_{k=1}^L s_{1,k} s_{2,k}^*}{\sqrt{[\sum_{k=1}^L s_{1,k} s_{1,k}^*][\sum_{k=1}^L s_{2,k} s_{2,k}^*]}} = \tilde{\gamma} e^{i\tilde{\phi}_{1,2}} \quad (3)$$

Pour obtenir  $\Delta\Phi$ , la différence de phase entre le sol et le sommet de la Tour Eiffel, il faut, le cas échéant, dérouler la différence de phase  $\tilde{\phi}_{1,2}$  puisque cette grandeur n'est connue que modulo  $2\pi$ .

### 3 Données TerraSAR-X sur Paris

Nous avons utilisé pour cette étude 10 images acquises par TerraSAR-X entre janvier 2009 et mai 2009 obtenues grâce au projet DLR LAN1746. Les images sont acquises en mode High-Resolution Spotlight avec une bande passante de 300Mz. Elles sont en conditions interférométriques, avec un angle d'incidence  $\theta$  de  $34.6^\circ$ .

Dans la table 1 se trouvent les dates d'acquisitions des images ainsi que l'altitude d'ambiguïté  $h_{\text{amb}}$ , calculée en utilisant la 1<sup>ère</sup> image comme image maîtresse.

Les données ont été recalées par une méthode utilisant les informations sur la trajectoire du satellite. Cette méthode permet un recalage fin au 10<sup>ème</sup> de pixel près et supprime aussi

les franges de terre plate. Ces franges sont inhérentes à la variation de la distance entre les diffuseurs et l'antenne le long de la fauchée. Les franges visibles sur l'interférogramme ainsi pré-traité ne sont donc dues qu'à la topographie du relief résiduel au dessus de l'altitude de Terre Plate.

### 4 La hauteur de la Tour Eiffel

La hauteur totale de la tour Eiffel, antenne comprise, est de 324m. Elle est schématisée sur la figure 2. Les structures peuvent facilement être identifiées sur l'image RSO représentée sur la figure 4(a).

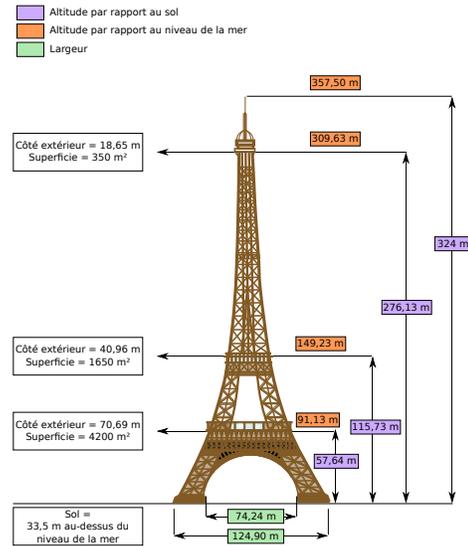


FIGURE 2 – Dimensions de la Tour Eiffel [http://fr.wikipedia.org/wiki/Tour\\_Eiffel](http://fr.wikipedia.org/wiki/Tour_Eiffel)

La hauteur de la Tour Eiffel peut être estimée en utilisant l'image d'amplitude de TerraSAR-X. La tour Eiffel est orientée perpendiculairement à la trajectoire et est projetée sur environ 570 pixels en distance. L'espace temporel entre les impulsions est de  $3.03 \cdot 10^{-9}$  secondes, ce qui équivaut à un espacement de 0.4550m en distance oblique. On retrouve donc une hauteur de 315m. Cette sous-estimation est due à la forme de la Tour Eiffel. Sur la figure 3 sont représentées la Tour Eiffel et les cellules de résolution temporelle appelées *cases temps*, pour un angle d'incidence d'approximativement  $35^\circ$ . On voit bien que le 1er étage de la Tour Eiffel ne se trouve pas dans la même case temps que si les parois de la tour Eiffel avaient été droites.

L'interférométrie a déjà été utilisée pour obtenir une estimation plus précise de sa hauteur [4, 5]. Dans ces articles, les jeux de données contenaient une paire d'images ayant une hauteur d'ambiguïté de 321m. La différence de phase entre la base et le sommet de la Tour Eiffel était bien de  $2\pi$ , ce qui permettait de retrouver précisément la hauteur de la Tour Eiffel.

Nous avons calculé la différence de phase entre l'image maître

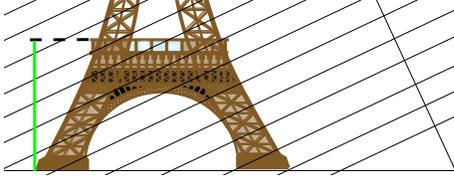
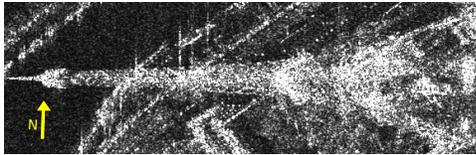
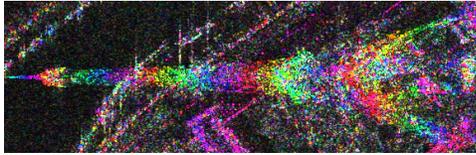


FIGURE 3 – Cases temps

et l'image du 2009-04-11 en utilisant une corrélation empirique avec une fenêtre de  $5 \times 5$  pixels. Le résultat se trouve à la figure 4(b). L'altitude d'ambiguïté pour ce couple d'images est de 411m. La phase ne devrait pas être enroulée, or 4 franges sont bien visibles. Le calcul interférométrique donne alors une hauteur de 1760m pour la tour Eiffel, ce qui montre bien que cette méthode ne tient pas compte de certains paramètres essentiels, comme la dilatation liée aux variations de température.



(a) Image SAR de la Tour Eiffel



(b) Phase interférométrique entre le 2009-01-24 et le 2009-04-11



FIGURE 4 – Image RSO de la tour Eiffel et interférogramme

## 5 Interférométrie différentielle

Une faible variation de hauteur entre les deux acquisitions peut engendrer une importante variation de la phase, comme le montre l'équation 2. Dans cette section, nous allons d'abord dérouler la phase sur nos paires d'images pour obtenir  $\Delta\Phi$ , la phase déroulée entre le sommet et la base de la Tour Eiffel. Puis nous allons calculer la variation de hauteur  $\delta_z$  par rapport à une hauteur théorique  $\delta_h^{theo}$ .

Après correction radiométrique, une recherche de Permanent Scatterers (PS) [6] montre que la densité de PS est très faible entre le premier et le deuxième étage, ainsi qu'au 3ème étage. Par contre, les antennes sont des PS. Nous allons donc estimer  $\delta_z$  du deuxième étage à la pointe, donc sur une hauteur de 209m soit environ  $\frac{2}{3}$  de la hauteur de la Tour Eiffel et qui correspond à  $M = 344$  pixels sur notre image.

### 5.1 Estimation de $\Delta\Phi$

Pour estimer  $\Delta\Phi$ , il faut dérouler la phase  $\phi_{1,2}^{haut} - \phi_{1,2}^{base}$ . Pour ce faire, on va utiliser une méthode classique qui consiste en la

comparaison de la phase obtenue par corrélation et d'une phase simulée  $\phi_{sim}^N$  où  $N$  est le nombre de franges testé. Le sens de variation de la phase dépend du signe de  $k_z$ . Lorsque  $k_z > 0$ , la phase est décroissante entre le sommet et la base de la Tour Eiffel. Cette inversion du sens de variation de la phase vient du phénomène de repliement. La partie de la Tour Eiffel visible sur l'image est la face Ouest de la Tour Eiffel. La partie la plus proche du capteur est le haut de la Tour Eiffel et la phase décroît jusqu'à la base de la Tour Eiffel où la hauteur est minimum.

On définit un vecteur de phase simulé  $\phi_{sim}^N$  de même longueur  $M$  que le vecteur de phase à dérouler et ayant la même phase initiale et la même phase finale. Le vecteur  $\phi_{sim}^N$  contient  $N$  franges complètes réparties linéairement sur les  $M$  points. On fait donc varier  $N$  et on sélectionne le nombre de franges  $N_{franges}$  pour lequel la distribution de la différence de phase  $\phi_{sim}^N - \phi_{1,2}$  est la plus moins dispersée. Le vecteur  $\phi_{1,2}$  correspond à la phase mesurée et contient de 20% de PS. On définit la dispersion de cette différence de phase comme :

$$R_N = \frac{1}{M} \left| \sum_{k=1}^M e^{i(\phi_{sim}^N k - \phi_{1,2}^k)} \right| \quad (4)$$

Lorsque la distribution de phase est peu dispersée,  $R_N$  est proche de 1.

L'estimation de  $\Delta\Phi$  est reprise dans le tableau 1. On a estimé  $\delta_h$  en utilisant l'équation 1, c'est à dire sans tenir compte de la dilatation. On peut voir que pour certaines dates la hauteur mesurée est bien supérieure à la hauteur de 209m.

### 5.2 Estimation des $\delta_z$

Pour estimer précisément les  $\delta_z$ , il faudrait utiliser l'équation 2 en connaissant la hauteur de la Tour Eiffel. Or cette hauteur n'est pas connue et l'estimation faite en interférométrie peut être biaisée par la dilatation. On estimera la dilatation en utilisant la hauteur théorique de la Tour Eiffel comme un modèle numérique de terrain [7]. On a donc estimé  $\delta_z$  en utilisant la formule suivante, obtenue à partir de l'équation 2 :

$$\Delta\Phi = k_z \delta_h^{theo} + \text{sgn}_{k_z} \frac{4\pi}{\lambda} d = k_z \delta_h^{theo} + \text{sgn}_{k_z} \frac{4\pi}{\lambda} \delta_z \cos(\theta) \quad (5)$$

avec  $\delta_h^{theo} = 209\text{m}$ .

Les résultats se trouvent dans le tableau 1, les températures mesurées à la station météorologique du parc Montsouris à 7h T<sub>7</sub> et à 17h00 T<sub>17</sub>. Cette station est située à 5km de la Tour Eiffel. On a noté une variation de température totale de 21°C environ. Les acquisitions de TerraSAR-X ont eu lieu à 17h34.

### 5.3 Analyse des résultats

Le coefficient de dilatation  $\alpha$  vaut  $11.8 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$  pour le fer et  $12 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$  pour l'acier. A partir de ce coefficient de dilatation, on peut obtenir un ordre de grandeur de la différence de hauteur :

$$\delta_z = \alpha \delta_h^{theo} \Delta T \quad (6)$$

où  $\Delta T$  est la variation de la température.

Pour un delta de température de 16°C, on devrait trouver une différence de hauteur d'environ 4cm pour une hauteur théorique de 209m. Il s'agit bien l'ordre de grandeur des résultats

TABLE 1 – Resultats

Date	$h_{amb}$	$\Delta\Phi$	$\delta_h$ m	$\delta_z$ cm	$T_7$ °C	$T_{17}$ °C
01-24					3.2	6.1
02-04	32.63	36.05	187.2	-1.26	-2.2	2.2
02-15	61.50	20.15	197.2	-0.36	0.2	4.8
03-09	28.04	44.56	198.9	-0.68	4	9
03-20	45.90	28.40	207.5	-0.06	5	11
04-11	-411.90	-17.80	1166.9	4.38	11.5	17.5
04-22	-52.83	-25.42	213.7	0.17	9.5	19
05-03	315.04	4.51	225.9	0.10	10.2	13
05-14	266.39	-20.18	855.6	4.58	14	18
05-25	-43.35	-38.34	264.5	2.41	18.5	29

repris dans le tableau 1. Par contre, la variation de hauteur calculée n'est pas linéaire avec la température. Si la Tour Eiffel était une poutre en fer, la dilatation serait d'environ 2mm par degré. Or nous avons une dilatation de 7mm pour 2°C entre le 9 mars et le 20 mars. Et, une augmentation de 5 à 10° entre le 20 mars et le 22 avril engendre une dilatation que de 1mm. La variation de hauteur la plus faible est obtenue pour le 20 mars. Elle est inférieure au millimètre. Cette différence est plus certainement due au bruit lors de la mesure qu'à une réelle dilatation de la tour Eiffel.

Pour compléter l'étude, il faudrait étudier les variations d'ensoleillement des dates d'acquisition. Le gradient thermique entre les poutres exposées au soleil et celles qui ne le sont pas entraîne un déplacement dans la direction opposée à l'éclairement. Cette dilatation, qui ne dépend pas de la température extérieure et dont la modélisation est complexe, pourra peut-être expliquer les variations observées.

La médiane des  $\delta_h$  mesurées sur ces 9 acquisitions est de 213m, ce qui est assez proche de la hauteur théorique de 209m. Cependant, elle ne peut être considérée comme une mesure fiable dans l'hypothèse où la Tour Eiffel subit des déformations quotidiennes. À l'aune de nos connaissances actuelles sur la déformation de la structure, nous ne pouvons établir de modèle de déformation qui permettrait d'isoler la hauteur initiale. Il n'est même pas possible ici de faire l'hypothèse que le déplacement de la Tour Eiffel est minimal entre deux dates consécutives. Dans cette étude, l'influence de l'atmosphère a pour l'instant été négligée. La différence de phase entre le haut et le bas de la Tour Eiffel peut être modifiée par le fait que l'onde rétrodiffusée par le deuxième étage et les antennes n'ont pas traversé les mêmes couches atmosphériques pour au moins l'une des acquisitions. La plupart des phénomènes atmosphériques ont une longueur de cohérence supérieure à 1 km [8] et n'influencerait donc pas les mesures de hauteur faites sur la Tour Eiffel. Pour prendre en compte des phénomènes plus locaux, il faudrait avoir plus d'information sur les conditions météorologiques lors des acquisitions.

## 6 Conclusion

Cette étude démontre qu'il est possible de calculer la variation de la hauteur avec la température d'une structure complexe comme la Tour Eiffel, par la technique de l'interféromé-

trie RSO différentielle.

Les variations mesurées entre le premier et le second étage vont de -1cm à 4cm pour des variations de température de -5°C à 16°C. Ces variations de hauteur sont de l'ordre de grandeur des valeurs théoriques déduites de la dilatation du fer pour ces températures. Par contre, ces variations ne sont pas linéaires avec la température comme le prévoient les modèles les plus simples.

Pour confirmer cette étude, les résultats de nos observations devront être comparés à des relevés de dilatation réalisés in situ en temps réel par un système de corde optique. Cela permettrait une validation quantitative des mesures, rarement possible. Par ailleurs, nos travaux démontrent que ces phénomènes de dilatation, s'ils ne sont pas anticipés, peuvent mener à d'importantes erreurs sur l'estimation de la hauteur de la structure. En l'absence de modèle de dilatation, il est donc nécessaire d'estimer la hauteur conjointement à la dilatation.

Nos efforts se poursuivent sur la proposition d'algorithmes permettant de mener ces calculs de dilatation conjointement aux mesures de hauteurs de la cible, sans connaissance préalable de la structure, à partir de mesures multitemporelles.

## Références

- [1] A Ferretti, F Ferrucci, C Prati, and F Rocca, "SAR Analysis of Building Collapse by means of Permanent Scatterers Technique," in *IGARSS*, 2000, pp. 3219 – 3221 vol.7.
- [2] G Fornaro, A Pauciuolo, D Reale, X Zhu, and R Bamler, "Peculiarities of Urban Area Analysis With Very High Resolution Interferometric SAR Data," in *JURSE 2011 - Joint Urban Remote Sensing Event*, 2011, pp. 185–188.
- [3] R Bamler and P Hartl, "Synthetic aperture radar interferometry," *Inverse Problems*, vol. 14, pp. 1–54, 1998.
- [4] R Bamler, M Eineder, N Adam, X Zhu, and S Gernhardt, "Interferometric Potential of High Resolution Spaceborne SAR," *Photogrammetrie - Fernerkundung - Geoinformation*, vol. 2009, no. 5, pp. 407–419, Nov. 2009.
- [5] R Brcic, M Eineder, R Bamler, U Steinbrecher, D Schulze, R Metzger, K Papathanassiou, T Nagler, F Mueller, and M Suess, "Delta-k wideband sar interferometry for dem generation and psi using terrasar-x," in *ESA FRINGE, Frascati*, 2009, number 1.
- [6] a. Ferretti, C. Prati, and F. Rocca, "Permanent scatterers in SAR interferometry," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 39, no. 1, pp. 8–20, 2001.
- [7] A Ferretti, C Prati, and F Rocca, "Nonlinear Subsidence Rate Estimation Using Permanent Scatterers in Differential SAR Interferometry," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 38, no. 5, pp. 2202–2212, 2000.
- [8] A Ferretti, C Prati, and F Rocca, "Multibaseline InSAR DEM Reconstruction : The Wavelet Approach," *IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 37, no. 2, pp. 705–715, 1999.