Décomposition PAM d'un signal CPM avec encodage duo-binaire - Application à la modulation SOQPSK

Rami OTHMAN^{1,2}, Yves LOUET¹, Alexandre SKRZYPCZAK²

¹Laboratoire Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes (IETR) - CentraleSupélec Avenue de la Boulaie, 35557 Cesson-Sévigné, France

²ZODIAC DATA SYSTEMS

Campus Effiscience - 5 Esplanade Anton Philips - 14460 Colombelles, France

 ${\tt Yves.Louet/Rami.Othman@centralesupelec.fr, Alexandre.Skrzypczak@zodiacaerospace.com} \\$

Résumé – Cette étude apporte une nouvelle décomposition PAM d'un signal CPM à symboles duo-binaires. Appliquée à la modulation SOQPSK - modulation très utilisée dans le domaine de la télémesure aéronautique- cette décomposition fait apparaître un pulse principal unique prépondérant contrairement à la décomposition de référence. Cela permet alors de considérer la SOQPSK comme une modulation linéaire et de simplifier les traitements à la réception sans dégrader le taux d'erreur binaire.

Abstract – This study proposes a new PAM decomposition of CPM signal whose symbols are duo-binary. Applied to SOQPSK modulation - widely used in aeronautical telemetry - it is shown that the proposed decomposition has a single main pulse of highest energy opposite to the reference decomposition of Perrins and Rice. This implies that duo-binary SOQPSK modulation can be considered as a linear modulation in order to simplify the receiver without any bit error rate degradation.

1 Introduction

Les décompositions PAM (Pulse Amplitude Modulation) d'un signal CPM (Continuous Phase Modulation) ont fait l'objet de très nombreux travaux (dont le travail pionnier de Laurent [1]). L'objectif est de transformer la relation non linéaire symboles/signal de ces signaux en une somme de signaux modulés linéairement en amplitude (décomposition PAM). Cette transformation a alors pour conséquence la simplification des récepteurs [5].

Cet article propose une nouvelle décomposition PAM d'un signal CPM lorsque les symboles utiles sont générés par un encodage duo-binaire. La décomposition proposée est ensuite appliquée à la modulation SOQPSK (Shaped Offset Quadrature Phase Shift Keying) et comparée à celle de Perrins et Rice [3].

2 Décomposition PAM d'un signal CPM

2.1 Modèle du signal CPM

L'enveloppe complexe d'un signal CPM s'écrit

$$s(t;\bar{\gamma}) = \exp\left\{j\sum_{i}\gamma_{i}q(t-iT)\right\},$$
(1)

où T est la durée binaire et $\bar{\gamma} = \{\gamma_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ les symboles

d'information. La fonction q(t) est appelée pulse de phase et représente l'intégrale d'un pulse fréquentiel g(t) sur un support temporel de durée LT. Si L = 1, le signal est dit à réponse complète. Sinon, il est à réponse partielle. Le pulse de phase q(t) est défini par

$$q(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0\\ 2h\pi \int_0^t g(\tau) d\tau, & 0 < t < LT\\ h\pi, & t \ge LT, \end{cases}$$
(2)

où h est l'indice de modulation et $\int g(t)dt = \frac{1}{2}$.

Du fait des caractéristiques des fonctions g(t) et q(t), il a été montré dans [1] que dans le cas d'un indice de modulation rationnel et non entier :

$$s(t;\bar{\gamma}) = \exp\left\{jh\pi\sum_{i=-\infty}^{N-L}\gamma_i\right\}\prod_{i=N-L+1}^N \exp\left\{j\gamma_i q(t-iT)\right\},$$
(3)

où $t \in [NT, (N+1)T)$. Cette expression est à la base des décompositions des sections suivantes.

2.2 Application au cas binaire

Dans le cas purement binaire, les symboles $\bar{\gamma} = \{\gamma_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ prennent leurs valeurs dans $\{-1, 1\}$ et Laurent a alors montré dans [1] que

$$s(t;\bar{\gamma}) = \sum_{k=0}^{Q-1} \sum_{i} \beta_{k,i} c_k (t-iT),$$
 (4)

$$Q = 2^{L-1},$$
 (5)
 $\frac{L-1}{2}$

$$c_k(t) = \prod_{v=0} u(t + vT + LT\eta_{k,v}),$$
 (6)

$$\beta_{k,i} = \exp\left\{jh\pi\left[\sum_{m=-\infty}^{i}\gamma_m - \sum_{q=0}^{L-1}\gamma_{i-q}\eta_{k,q}\right]\right\}.$$
 (7)

Les $\beta_{k,i}$ seront appelés les pseudo-symboles et le terme u(t) s'exprime alors

$$\begin{cases} \sin(q(t)) / \sin(h\pi), & 0 \le t < LT\\ \sin(h\pi - q(t - LT)) / \sin(h\pi), & LT \le t < 2LT \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$
(8)

La variable $\eta_{k,q} \in \{0,1\}$ afin que $k = \sum_{q=1}^{L-1} 2^{q-1} \eta_{k,q}$ et que $\eta_{k,0}$ soit égale à zéro quelque soit k.

2.3 Application au cas ternaire

Perrins et Rice ont étendu la décomposition binaire à un signal CPM modulé par des symboles α_i ternaires $\{-1, 0, 1\}$ obtenus de manière quelconque [3]. En partant du principe qu'un symbole ternaire peut être écrit comme la somme de deux symboles antipodaux, le signal CPM est alors le produit de signaux CPM binaires dont il est alors possible d'appliquer à chacun une décomposition de Laurent. On trouvera dans [3] tous les développements nécessaires. Selon cette étude, on note que (*i*) le nombre de pulses générés est égal à $2 \times 3^{L-1}$ dont deux sont d'énergie significative et (*ii*) les pseudo-symboles obtenus sont corrélés entre eux quelque soit la valeur de *h*. Il est à noter que dans le cas binaire, la décomposition nécessite moins de pulses (voir Equ. (5)) et que les pseudo-symboles sont décorrélés.

3 Décomposition appliquée à l'encodage duo-binaire

3.1 L'encodage duo-binaire

Considérons maintenant que les symboles ternaires de la section précédente ne sont plus quelconques mais générés grâce à un encodage duo-binaire défini par [2] :

$$\alpha_i = \frac{1}{2}(\gamma_i + \gamma_{i-1}),\tag{9}$$

sachant que les γ_i varient dans $\{-1, 1\}$. Nous considérons cet encodage particulier car il est présent dans certains standards de communications optiques et spatiales ainsi qu'en télémesure aéronautique. Son avantage est qu'il permet d'augmenter significativement l'efficacité spectrale des modulations associées (comme la SOQPSK).

3.2 Décomposition proposée

En utilisant les Eq. 3 et 9, il devient alors possible de décomposer $s(t; \bar{\alpha})$ en un produit de deux termes

$$s(t;\bar{\alpha}) = A \times B, \qquad NT \le t < (N+1)T, \tag{10}$$

avec

$$A = \exp\left\{j\frac{h\pi}{2}\left[\sum_{i=-\infty}^{N-L}\gamma_i + \sum_{i=-\infty}^{N-L}\gamma_{i-1}\right]\right\},\qquad(11)$$

 et

$$B = \exp\left\{j\sum_{i=N-L+1}^{N} \frac{(\gamma_i + \gamma_{i-1})}{2}q(t - iT)\right\}.$$
 (12)

Après changements de variables,

$$A = \exp\left\{jh\pi\sum_{i=-\infty}^{N-(L+1)}\gamma_i\right\} \cdot \exp\left\{j\frac{h\pi}{2}\gamma_{N-L}\right\},\quad(13)$$

 et

$$B = \exp\left\{j\sum_{i=N-L+1}^{N} \frac{\gamma_i}{2}q(t-iT) + j\sum_{i=N-L}^{N-1} \frac{\gamma_i}{2}q(t-(i+1)T)\right\}$$
(14)

En remarquant que pour $NT \leq t < (N+1)T$, t - (N+1)T < 0 et $t - (N-L)T \geq LT$ et en prenant en compte les propriétés du pulse de phase (voir Equ.(2))

$$\begin{cases} \frac{\gamma_N}{2}q(t - (N+1)T) = 0, \\ \frac{\gamma_{N-L}}{2}q(t - (N-L)T) = \frac{\gamma_{N-L}}{2}h\pi, \end{cases}$$
(15)

ce qui conduit à une nouvelle formulation de l' Equ. (14)

$$B = \exp\left\{j\sum_{i=N-L}^{N} \gamma_i \frac{1}{2} \left[q(t-iT) + q(t-(i+1)T)\right]\right\} \times \exp\left\{-j\frac{h\pi}{2}\gamma_{N-L}\right\}.$$
 (16)

Posons

$$\varphi(t) = \frac{1}{2}(q(t) + q(t - T)).$$
(17)

La fonction $\varphi(t)$ possède alors les propriétés d'un pulse de phase de durée L_dT (en posant $L_d = L + 1$) (voir Equ.(2)). Au final, en regroupant les Equ. (11) et (16), nous obtenons dans un premier temps que

$$s(t;\bar{\alpha}) = \exp\left\{jh\pi\sum_{i=-\infty}^{N-L_d}\gamma_i\right\} \times \prod_{i=N-L_d+1}^{N}\exp\left\{j\gamma_i\varphi(t-iT)\right\},$$
(18)

puis

$$\exp(j\gamma_i\varphi(t-iT)) = \frac{\sin(h\pi - \varphi(t-iT))}{\sin(h\pi)} + e^{jh\pi\gamma_i} \times \frac{\sin(\varphi(t-iT))}{\sin(h\pi)}.$$
 (19)

Dans le cas d'un encodage duo-binaire, nous nous retrouvons donc avec une décomposition binaire de Laurent mais cette fois-ci appliquée à un pulse de phase défini selon l'Equ.(17). Dans la section suivante, la décomposition proposée est comparée à celle de Perrins et Rice dans le cas de la modulation SOQPSK.

4 Applications à la SOQPSK

4.1 Présentation de la SOQPSK

La SOQPSK est une modulation CPM de plus en plus normalisée en télémesure aéronautique car d'efficacité spectrale plus grande que celle de la modulation PCM/FM [3, 4]. Deux versions de la SOQPSK existent selon la forme et la longueur du pulse de fréquence g(t): dans la SOQPSK-MIL, le pulse de fréquence est une fenêtre rectangulaire à réponse complète (L = 1) et dans la SOQPSK-TG, le pulse de fréquence a une forme de cosinus surélevé modifié à réponse partielle L = 8. L'encodage de la SOQPSK est défini selon [7] :

$$\alpha_n = (-1)^{n+1} \frac{b_{n-1}(b_n - b_{n-2})}{2}.$$
 (20)

Cependant, en développant l'Equ. 20, on aboutit à la mise en cascade de deux encodeurs comme illustré sur la Fig. 1, le deuxième étant tout simplement un encodeur duo-binaire. La conséquence directe est qu'il est alors possible d'appliquer à la SOQPSK toute l'étude précédente.



FIGURE 1 – Nouvelle interprétation de l'encodage de la SOQPSK

4.2 Comparaisons des décompositions

La SOQPSK-MIL est à réponse complète (L = 1) si bien que, pour les deux types de décompositions (Perrins et Rice et celle proposée), seulement R = 2 pulses sont nécessaires pour la linéarisation. La SOQPSK-TG est à réponse partielle et est exactement décomposée selon R = 4374 pulses par la méthode de Perrins et Rice et par Q = 256 pour l'approche de cet article. Sur les Fig. 2, 3, 4 et 5, il est clairement établi que la décomposition proposée fait apparaître un pulse principal unique contrairement à celle de Perrins et Rice. Cette remarque est d'une importance capitale pour linéariser la modulation SOQPSK et pour simplifier les traitements des récepteurs. A noter enfin que dans la décomposition proposée, les pseudosymboles ne sont pas corrélés, ce qui n'est pas le cas dans la décomposition de Perrins et Rice.



FIGURE 2 – Deux premiers pulses de la décomposition PAM de la SOQPSK-MIL (méthode de Perrins et Rice)



FIGURE 3 – Deux premiers pulses de la décomposition PAM de la SOQPSK-MIL (méthode proposée)



FIGURE 4 – Deux premiers pulses de la décomposition PAM de la SOQPSK-TG (méthode de Perrins et Rice)



FIGURE 5 – Deux premiers pulses de la décomposition PAM de la SOQPSK-TG (méthode proposée)



FIGURE 6 – Performances de la SOQPSK-MIL linéarisée (sur 2 pulses) 1

4.3 Performance du détecteur

Nous allons maintenant commenter les performances en terme de taux d'erreur binaire pour les décompositions proposées en ne conservant que 2 pulses pour chacune (Fig. 6 et 7). Dans le cas de la décomposition proposée, on montre aisément qu'un simple décodeur de Viterbi statique à 4 états inspiré de [6] peut être développé contrairement au détecteur proposé dans [5] où la structure du décodeur de Viterbi est beaucoup plus complexe car dynamique (dépendant de la parité de l'indice du symbole à démoduler). On constate alors que pour la décomposition proposée les performances des modulations SOQPSK-MIL et TG sont quasi optimales (dans le sens où elles atteignent les bornes théoriques) même en ne conservant qu'un nombre réduit de pulses.

5 Conclusion

Cet article propose une décomposition PAM d'un signal CPM dont les symboles sont obtenus par un enco-



FIGURE 7 – Performances de la SOQPSK-TG linéarisée (sur 2 pulses)

dage duo-binaire. Cela a alors permis de donner une nouvelle linéarisation de la modulation SOQPSK faisant clairement apparaître un pulse principal unique et des pseudosymboles non corrélés (non montré dans l'article pour des raisons de place), simplifiant par conséquent grandement l'algorithme de Viterbi au récepteur pour des performances identiques à l'état de l'art et à l'optimum.

Références

- P. Laurent, Exact and Approximate Construction of Digital Phase Modulations by Superposition of Amplitude Modulated Pulses (AMP), IEEE Transactions on Communications, vol. 34, no. 2, pp. 150-160, Feb. 1986.
- [2] A. Lender, The Duobinary Technique for High-Speed Data Transmission, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part I : Communication and Electronics, vol. 82, no. 2, pp. 214-218, May 1963.
- [3] E. Perrins and M. Rice, PAM Representation of Ternary CPM, IEEE Transactions on Communications, vol. 56, no. 12, pp. 2020–2024, Dec. 2008.
- [4] M. K. Simon, Bandwidth-Efficient Digital Modulation with Application to Deep-Space Communications. John Wiley and Sons, vol. 2, 2005
- [5] E. Perrins and M. Rice, Reduced-Complexity Approach to Iterative Detection of Coded SOQPSK, IEEE Transactions on Communications, vol. 55, no. 7, pp. 1354–1362, July 2007.
- [6] G. K. Kaleh, Simple Coherent Receivers for Partial Response Continuous Phase Modulation, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 7, no. 9, pp. 1427–1436, Dec. 1989.
- [7] IRIG, Telemetry standards, IRIG standard 106-15(part 1), appendix m, July 2015, 2015. [Online; accessed 24-July-2015].

 $^{1.\ {\}rm PRD}$: Décomposition de Perrins et Rice, DBD : décomposition proposée