

Détection non-cohérente souple par bloc ou à mémoire des CPM.

C.-U. PIAT-DUROZOI^{1,2}, N. THOMAS², C. POUILLIAT², M.-L. BOUCHERET², G. LESTHIEVENT³, E. BOUISSON³

¹TéSA, 7 Boulevard de la Gare, 31500 Toulouse, France

²University of Toulouse INPT/IRIT, 2, rue Camichel, BP 7122, 31071 Toulouse Cedex 7, France

³CNES, 18 Avenue Edouard Belin 31400 Toulouse, France

charles-ugo.piat@tesa.prd.fr,
{Charly.Poulliat, Nathalie.Thomas, Marie-laure.Boucheret}@enseeiht.fr
{Guy.Lesthievent, Emmanuel.Bouisson}@cnes.fr

Résumé – Dans ce papier, on étudie différentes stratégies de détection des modulations à phase continue (CPM) pour le cas cohérent et non-cohérent. En particulier, on comparera les approches de détection par bloc et à mémoire (basée treillis). Pour ces dernières, une version souple exacte inspirée de l’algorithme initialement proposé par Raphaëli sera présentée. Elle permet notamment une réduction de complexité quand on compare aux approches existantes. Pour évaluer ces méthodes, on en réalise une étude asymptotique et on montre comment on peut avoir une stratégie de codage efficace dans le cas non-cohérent. On peut généraliser directement ces résultats aux modulations de type différentielles, mais également au cas des modulations linéaires.

Abstract – In this paper, we study different detection strategies for continuous phase modulation (CPM). In particular, we compare bloc and trellis detection approaches. For the latter, a soft version inspired by the algorithm initially proposed by Raphaëli will be presented. This permits a complexity reduction compared to existing approaches. To evaluate these methods, we perform an asymptotic analysis and we show that we can have an efficient coding scheme strategy in noncoherent regime. These results can be expanded to differential and linear modulations.

1 Introduction

La CPM est une modulation dont la forme d’onde présente une enveloppe constante. Il en résulte un excellent rendement énergétique lors de la transmission de l’onde porteuse. Un autre aspect important de la CPM est la continuité de la phase engendrant une meilleure occupation spectrale. La phase d’un signal CPM pour un symbole donné est déterminée par l’accumulation des symboles précédents, elle est aussi appelée la mémoire de phase. Ainsi la décision prise sur le symbole courant doit prendre en compte les symboles précédents. On distingue deux grands types de CPM, les CPM à réponse partielle dont la mémoire est strictement supérieure à un symbole et celles à réponse complète dont la mémoire vaut exactement un symbole. Un autre élément important de la CPM est son indice de modulation qui peut restreindre, dans certains cas, l’ensemble des mémoires de phase à un ensemble fini. Un exemple bien connu de CPM à réponse complète est la CPFSK. Cette dernière est décrite par une réponse en fréquence rectangulaire. Cette modulation est très adaptée aux applications bas débit comme les télémesures des lanceurs (Ariane, Véga, Soyouz...). On trouve également des applications contemporaines pour les communications aéronautiques par satellite (télécommande des drones), tactiques ou machine-à-machine (M2M). En régime cohérent, Rimoldi [1] proposa une représentation du signal CPM permettant l’utilisation d’un treillis sur lequel on peut appliquer des détecteurs par maximum a posteriori séquences (Algorithmes de type Viterbi, VA) ou symboles/bits (algorithmes de type BCJR [2]). En régime noncohérent, deux approches ont été proposées, l’une dite "par bloc", l’autre "par treillis". La dé-

tection par blocs indépendants est robuste à des temps de cohérence courts de l’ordre de la taille d’un bloc mais n’est adaptée qu’aux CPM à réponse complète. Le treillis, quant à lui, fonctionne pour tout type de CPM et offre de meilleures performances que le bloc. [5] puis [3] implémentèrent le récepteur par bloc pour une démodulation dure et souple respectivement. Une première approche par treillis basée sur le VA a été présentée en [6] et [7]. Ensuite Colavopole [8] en donna une représentation MAP au travers de l’algorithme BCJR. Néanmoins, l’espace d’état qu’il propose incorpore la phase cumulée le rendant légèrement plus complexe que celui du maximum de vraisemblance ([6]). Dans un précédent papier [4], nous avons dérivé les équations du BCJR dans le cadre de la CPFSK à partir d’un système d’état assez proche de [8] mais en adoptant un point de vue différent. Nous sommes partis du récepteur par bloc classique dans lequel nous avons inséré de la mémoire afin d’obtenir un récepteur par bloc fenêtré avec mémoire nommé MWM. Nous montrerons par la suite que la prise en compte de la phase cumulée dans l’espace d’état comme proposé en [8] n’est pas forcément utile. Ainsi, dans cet article, une version souple exacte inspirée de l’algorithme initialement proposé par Raphaëli sera présentée et ce pour tout type de CPM. L’approche se généralise à tout type de modulations à mémoire (modulations différentielles par exemple) et linéaires. Enfin, pour évaluer ces méthodes, on en réalise une étude asymptotique par calcul des efficacités spectrales atteignables pour un détecteur souple fixé et on montre comment on peut avoir une stratégie de codage efficace à l’aide de codes sur les graphes dans le cas non-cohérent. Le papier s’articulera de la manière suivante. La modélisation du système est décrite dans la pro-

chaîne section. Dans la section 3, sont détaillés les détecteurs cohérent et non-cohérent pour les CPM. Puis nous réalisons une analyse asymptotique et enfin on montre les résultats pour des systèmes codés de type LDPC (Low-Density Parity-Check codes). Enfin la section 5 conclue le papier.

2 Modélisation du système

Dans cet article, nous considérons un système de modulation de codage par entrelacement de bits (BICM) composé d'un code correcteur d'erreur concaténé en série avec une modulation de type CPM. À l'émission un message vectoriel binaire $\mathbf{b}=[b_0, \dots, b_{K_b-1}] \in GF(2)^{K_b}$ est encodé en un mot de code $\mathbf{c}=[c_0, \dots, c_{N_b-1}] \in GF(2)^{N_b}$ en utilisant un code correcteur de rendement $R=K_b/N_b$. Chaque mot de code binaire est entrelacé et associé en une séquence de N_s symboles M -aire. Il en résulte $u_0^{N_s-1}=\{u_0, \dots, u_{N_s-1}\}$ un ensemble de N_s symboles prenant ses valeurs dans $\{0, \dots, M-1\}$. Suivant la représentation de Rimoldi [1], les symboles sont transmis au travers d'un modulateur comprenant un modulateur sans mémoire (MM) et d'un encodeur de phase continue (CPE). Le MM fait correspondre aux sous-ensembles de $u_0^{N_s-1}$ de longueur L un élément de l'ensemble X comprenant M^L formes d'ondes continues en temps. L est un entier strictement positif appelé la mémoire de la CPM. Au $k^{ième}$ temps symbole, on fait coïncider le sous-ensemble $u_{k-L+1}^k=\{u_{k-L+1}, \dots, u_k\}$ avec $x_i(\tau)$ correspondant au $i^{ième}$ signal de l'ensemble

$X=\{x_i(\tau), i=0 \dots M^L-1\}$ où $i=\sum_{n=0}^{L-1} u_{k-n} \cdot M^{L-1-n}$ et

$$x_i(\tau)=\frac{A(\tau)}{\sqrt{T}} \cdot e^{j4\pi h \sum_{n=0}^{L-1} u_{k-n} q(\tau+nT)}, \tau \in [0, T) \quad (1)$$

Où $A(\tau)$ correspond au terme indépendant des symboles de la représentation de Rimoldi.

$$A(\tau)=e^{j\pi h(M-1)\left(\frac{\tau}{T}+(L-1)-2\sum_{n=0}^{L-1} q(\tau+nT)\right)} \quad (2)$$

T est ici la période d'un symbole, h est l'indice de modulation et la fonction $q(t)$ est la réponse de phase satisfaisant à $q(t)=\int_0^t g(u)du$ pour $0 < t \leq LT$, $q(t)=\frac{1}{2}$ avec $t > LT$ et nulle sinon. $g(u)$ est la réponse en fréquence, sa forme dépend du type de CPM utilisée. La représentation complexe du signal est faite en bande de base. Le CPE assure la continuité entre chaque forme d'onde continue en temps par l'accumulation de la phase de chaque symbole. $\phi_{k+1}=\phi_k + 2\pi h u_{k-L+1}$ (3)

ϕ_k est la phase accumulée au début du symbole k . Il en découle la représentation complexe en bande de base du signal CPM transmis au $k^{ième}$ temps symbole :

$$s_k(t)=\sqrt{E_s} \cdot x_{u_{k-L+1}^k}(t) \cdot e^{j\phi_k} \quad (4)$$

Le signal est transmis à travers un canal à bruit blanc complexe Gaussien additif de densité spectrale N_0 , noté $n(t)$ et subit une rotation de phase θ . θ est supposée non connue, constante sur toute la transmission et uniformément distribuée entre $[0, 2\pi[$. Le canal est alors dit non-cohérent. La représentation complexe en bande de base du signal reçu est la suivante :

$$\forall t \in [kT; (k+1)T) r_k(t)=s_k(t) \cdot a \cdot e^{j\theta} + n(t) \quad (5)$$

où a correspond à une possible atténuation du canal (supposé connu par le récepteur). Sans perte de généralités, on suppose ici que $a=1$. Le signal $r_k(t)$ reçu, au $k^{ième}$ temps symbole, passe au travers d'un banc de M^L filtres adaptés dont la réponse impulsionnelle est donnée par $\bar{x}_i(t)$, $i=0, \dots, M^L-1$ où $\bar{x}_i(t)$ est le conjugué de $x_i(t)$. Considerant une synchronisation en temps parfaite, $r_{i,k}$ est l'élément résultant de la corrélation entre $r_k(t)$ et $\bar{x}_i(t)$.

$$r_{i,k}=\int_0^T r_k(t)\bar{x}_i(t)dt \quad (6)$$

Par la suite, on adoptera la notation suivante $\mathbf{r}_k=\{r_{0,k}, \dots, r_{M^L-1,k}\}$ et l'ensemble des observations est donné par $\mathbf{r}_0^{N_s-1}=\{\mathbf{r}_0, \dots, \mathbf{r}_{N_s-1}\}$.

3 Détection souple cohérente vs non-cohérente

3.1 Détection cohérente

On souhaite évaluer $p(u_k|\mathbf{r}_0^{N_s-1})$ au $k^{ième}$ temps symbole à l'aide d'une détection MAP symbole en utilisant le treillis de Rimoldi [1] (Cela s'applique également à tout autre représentation des CPM). Les états du treillis sont donnés par l'ensemble des phases accumulées et des $L-1$ symboles en mémoire d'où $\forall k \geq L-1$, $\delta_k=\{u_{k-L+1}, \dots, u_{k-1}, \phi_k\}$. La transition $\{\delta_k \rightarrow \delta_{k+1}\}$ est faite telle que $\phi_{k+1}=\phi_k + 2\pi h u_{k-L+1}$. Le critère MAP symbole est donné par

$$p(u_k|\mathbf{r}_0^{N_s-1}) \sim \sum_{\{\delta_k\}} \alpha_k(\delta_k)\beta_{k+1}(\delta_{k+1})\gamma(\delta_k \rightarrow \delta_{k+1}, \mathbf{r}_k)p(u_k) \quad (7)$$

où $\gamma(\delta_k \rightarrow \delta_{k+1}, \mathbf{r}_k) \triangleq p(\mathbf{r}_k|\delta_k, u_k)$, $\alpha_k(\delta_k) \triangleq p(\mathbf{r}_0^{k-1}|\delta_k)$ et $\beta_{k+1}(\delta_{k+1}) \triangleq p(\mathbf{r}_{k+1}^{N_s-1}|\delta_{k+1})$. Ces deux dernières quantités sont calculées par récursion comme suit.

$$\alpha_k(\delta_k)=\sum_{\{\delta_{k-1}\}} \alpha_{k-1}(\delta_{k-1})\gamma(\delta_{k-1} \rightarrow \delta_k, \mathbf{r}_{k-1})p(u_{k-1})$$

$$\beta_{k+1}(\delta_{k+1})=\sum_{\{\delta_{k+2}\}} \beta_{k+2}(\delta_{k+2})\gamma(\delta_{k+1} \rightarrow \delta_{k+2}, \mathbf{r}_{k+1})p(u_{k+1}) \quad (8)$$

La métrique de branche est déterminée à partir de la sortie du banc de filtres adaptés [3],

$$\gamma(\delta_k \rightarrow \delta_{k+1}, \mathbf{r}_k) \sim e^{\frac{2a\sqrt{E_s}}{N_0} \Re(e^{-j\phi_k} r_{u_{k-L+1}^k, k})} \quad (9)$$

où $\Re(\cdot)$ désigne la partie réelle.

3.2 Détection multi-symboles par bloc

Le récepteur multi-symboles par blocs indépendants a été proposé en [3, 5] uniquement pour les CPM à réponse complète ($L=1$). Ce dernier calcule la probabilité conditionnelle d'un bloc de N symboles $u_k^{k+N-1}=\{u_k, \dots, u_{k+N-1}\}$ sachant une fenêtre d'observations de même taille. On dénombre M^N ainsi combinaisons existantes. Puisque θ n'est pas connue, on moyenne cette probabilité sur la phase aléatoire ce qui conduit

à l'obtention de la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro d'où :

$$p(\mathbf{r}_k^{k+N-1} | u_k^{k+N-1}, a) \sim I_0 \left(\frac{2a\sqrt{Es}}{N_0} \left| \mu(u_k^{k+N-1}) \right| \right)$$

Où

$$\mu(u_{k-L+1}^{k+N-1}) = \sum_{i=k}^{k+N-1} r_{u_{i-L+1}^i} \cdot e^{-j2\pi h \sum_{n=k-L+1}^{i-L} u_n} \quad (10)$$

Par la suite le démodulateur, applique une démodulation MAP symbole/bit classique à partir des probabilités conditionnelles et a priori sur les M^N combinaisons de signaux existants (approche énumérative *brute force* identique à une démodulation souple MAP symbole d'une modulation linéaire à M^N états). Une modification du récepteur multi-symbole en utilisant des blocs glissants permet d'améliorer significativement les performances du détecteur multi-symbole en prenant une décision sur la position du symbole du milieu de bloc. Le symbole suivant est déterminé en glissant le bloc d'un seul symbole. Cette modification est adaptée aux CPM à réponse partielle. Néanmoins ce récepteur est plus complexe qu'une détection treillis en restant moins performant et il perd l'avantage de l'indépendance des blocs qui le rend robuste à un temps de cohérence court. On remarque d'ailleurs Fig.1 que le rendement moyen du récepteur par bloc glissant sur chaque position (noté pos Fig.1) correspond à celui du récepteur multi-symbole par bloc. La probabilité est calculée dorénavant sur un bloc de symboles u_{k-L+1}^{k+N-1} .

$$p(\mathbf{r}_k^{k+N-1} | u_{k-L+1}^{k+N-1}, a) \sim I_0 \left(\frac{2a\sqrt{Es}}{N_0} \left| \mu(u_{k-L+1}^{k+N-1}) \right| \right) \quad (11)$$

On ne réalise la démodulation souple pour les bits associés au symbole au centre du bloc. La décision sur les bits du symbole subséquent est réalisée par glissement en utilisant la probabilité conditionnelle et des a priori sur le bloc de symboles suivant $p(\mathbf{r}_{k+1}^{k+N} | u_{k-L+2}^{k+N}, a)$.

3.3 Détection multi-symboles par treillis

Nous dérivons ici une version souple de l'algorithme initialement proposé par Raphaeli. On veut évaluer la probabilité conditionnelle $p(u_{k+N-1} | \mathbf{r}_0^{N_s-1})$ en prenant un état du détecteur défini par $\delta_k = \{u_{k-L+1}, \dots, u_{k+N-2}\}$ prenant en compte une suite de $N + L - 2$ symboles u_{k-L+1}^{k+N-2} ($k \geq L - 1$). La transition $\{\delta_k \rightarrow \delta_{k+1}\}$ correspond au symbole émis u_{k+N-1} . La probabilité conditionnelle peut s'écrire comme suit

$$p(u_{k+N-1} | \mathbf{r}_0^{N_s-1}) \sim \sum_{\{\delta_k\}} \alpha_k(\delta_k) \beta_{k+1}(\delta_{k+1}) \cdot \gamma(\delta_k \rightarrow \delta_{k+1}, \mathbf{r}_k^{k+N-1}) p(u_{k+N-1}) \quad (12)$$

Où $\gamma(\delta_k \rightarrow \delta_{k+1}, \mathbf{r}_k^{k+N-1}) \triangleq p(\mathbf{r}_k^{k+N-1} | \delta_k, u_{k+N-1})$, $\alpha_k(\delta_k) \triangleq p(\mathbf{r}_0^{k-1} | \mathbf{r}_k^{k+N-2}, \delta_k) p(\delta_k)$ et $\beta_{k+1}(\delta_{k+1}) \triangleq p(\mathbf{r}_{k+N}^{N_s-1} | \mathbf{r}_{k+1}^{k+N-1}, \delta_{k+1})$. La récursion *aller-retour* s'obtient de la manière suivante.

$$\alpha_k(\delta_k) = \sum_{\{\delta_{k-1}\}} \alpha_{k-1}(\delta_{k-1}) \frac{\gamma(\delta_{k-1} \rightarrow \delta_k, \mathbf{r}_{k-1}^{k+N-2})}{p(\mathbf{r}_k^{k+N-2} | u_{k+N-2}, \delta_{k-1})} p(u_{k+N-2})$$

$$\beta_{k+1}(\delta_{k+1}) = \sum_{\{\delta_{k+2}\}} \beta_{k+2}(\delta_{k+2}) \frac{\gamma(\delta_{k+1} \rightarrow \delta_{k+2}, \mathbf{r}_{k+1}^{k+N})}{p(\mathbf{r}_{k+1}^{k+N-1} | u_{k+N}, \delta_{k+1})} p(u_{k+N}) \quad (13)$$

La métrique de branche très différente de [6] se calcule comme suit après avoir moyenné sur la phase aléatoire

$$\gamma(\delta_k \rightarrow \delta_{k+1}, \mathbf{r}_k^{k+N-1}) \sim I_0 \left(\frac{2a\sqrt{Es}}{N_0} \left| \mu(u_{k-L+1}^{k+N-1}) \right| \right) \quad (14)$$

Le système d'état est réduit par rapport à [8, 4] puisque la phase cumulée est supprimée de la métrique de branche lorsqu'on moyenne sur la phase aléatoire (voir [6]). On peut montrer qu'il n'y a pas de pertes de performances. On obtient finalement les récursions suivantes

$$\alpha_k(\delta_k) \sim \sum_{\{\delta_{k-1}\}} \alpha_{k-1}(\delta_{k-1}) \frac{I_0 \left(\frac{2a\sqrt{Es}}{N_0} \left| \mu(u_{k-1}^{k+N-2}) \right| \right)}{I_0 \left(\frac{2a\sqrt{Es}}{N_0} \left| \mu(u_k^{k+N-2}) \right| \right)} p(u_{k+N-2})$$

$$\beta_k(\delta_k) \sim \sum_{\{\delta_{k+1}\}} \beta_{k+1}(\delta_{k+1}) \frac{I_0 \left(\frac{2a\sqrt{Es}}{N_0} \left| \mu(u_k^{k+N-1}) \right| \right)}{I_0 \left(\frac{2a\sqrt{Es}}{N_0} \left| \mu(u_k^{k+N-2}) \right| \right)} p(u_{k+N-1})$$

4 Analyse de Performance

L'analyse asymptotique peut se réaliser soit par calcul exacte d'efficacité spectrale atteignable (par calcul du *symmetric information rate* [9]) soit de manière approchée à l'aide de l'approche EXIT charts [11]. [11] montre en effet que le rendement maximal atteignable (\mathcal{R}^*) est approximativement égal à l'aire sous les courbes EXIT. Cette propriété devient exacte sur le canal à effacement [10]. En d'autres mots, en notant I_e l'information mutuelle mesurée à la sortie du récepteur souple et M l'ordre de la modulation, on obtient :

$$\mathcal{R}^* \simeq \log_2(M) \cdot \int_0^1 I_e(x) dx \quad (15)$$

La Fig. 1 montre que cela est vérifié dans notre cas, en comparant l'efficacité maximale atteignable théorique donnée pour le cas cohérent [9], ceux des détecteurs multi-symboles [3] et MWM [4] (nous ne disposons pas du \mathcal{R}^* théorique pour le multi-symbole glissant). Pour chacun des récepteurs, nous avons réalisé l'optimisation d'un code LDPC de rendement $R=1/2$ adapté au cas traité [13]. Un exemple d'EXIT est donné Fig. 2 au point de fonctionnement $E_s/N_0=0$ dB. Il apparait que seul le récepteur cohérent converge au point (1, 1). Cet aspect va fortement impacter le design du code. Nous souhaitons en effet proposer un code qui fonctionne dans les deux régimes (cohérent et non-cohérent). Sont tracés en Fig. 3, le taux d'erreur binaire (TEB) des codes LDPC optimisés et contraints en degré 2 pour les trois récepteurs avec une trame de 4096 bits codés. L'implémentation du cas cohérent avec le code non-cohérent présente très peu de pertes. Les autres courbes sont celles du multi-symbole avec blocs indépendants ou basé treillis. Comme on peut le voir, l'approche par treillis atteint de bonnes performances (à ~ 0.5 dB du cohérent). Cependant le code LDPC contraint en degrés 2 ne permet pas d'accéder au rendement maximal disponible sur le cas cohérent.

5 Conclusion

Dans cet article, une nouvelle approche pour la démodulation souple non cohérente est proposée et est confrontée aux

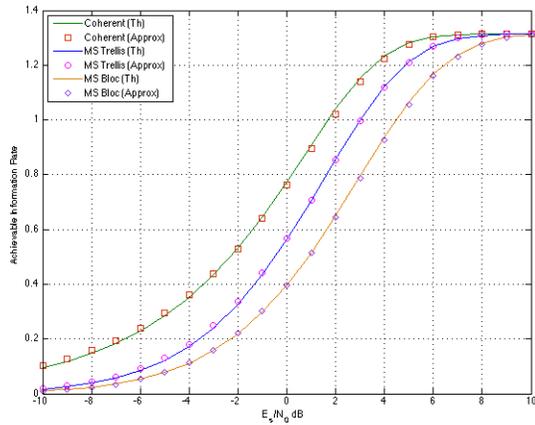


FIGURE 1 – \mathcal{R}^* approximé (Approx) et théorique (Th) 4-CPFSK $h=\frac{5}{7}$, $N=3$

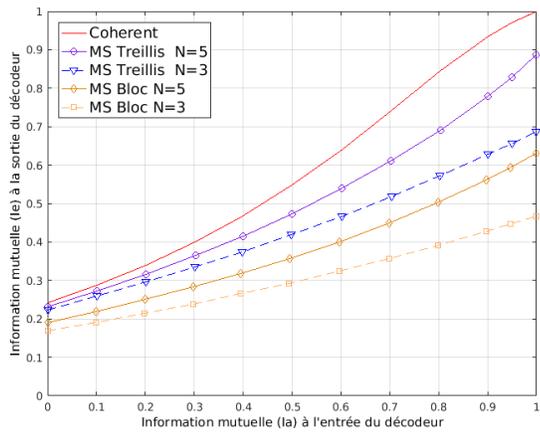


FIGURE 2 – Courbes Exit 4-CPFSK $h=\frac{5}{7}$, $\frac{E_s}{N_0}=0$.

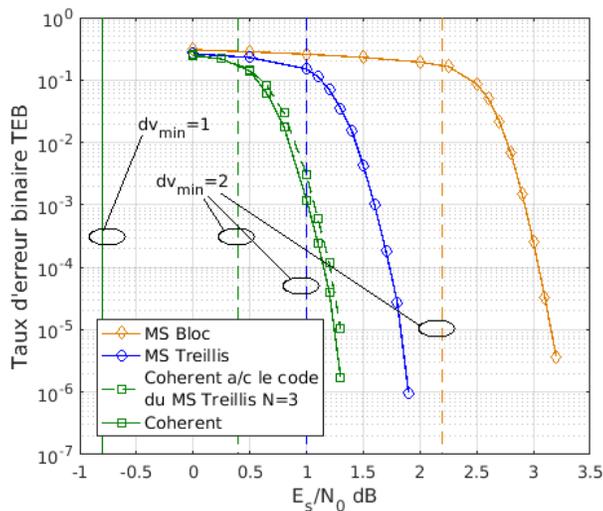


FIGURE 3 – TEB 4-CPFSK $h=\frac{5}{7}$, $N=3$, $R=\frac{1}{2}$.

stratégies de démodulation cohérentes et non-cohérentes classiques à l'aide d'une analyse asymptotique. Cette dernière montre que l'approche proposée a de bonnes performances. Les résultats sont également évalués pour des schémas LDPC optimisés.

Références

- [1] B.E. Rimoldi, "A Decomposition Approach to CPM", *IEEE Tr. on Inf. Theory*, Vol.34, No.2, pp.260–270, March 1988.
- [2] L. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek and J. Raviv, "Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate", *IEEE Trans. on Inf. theory*, Vol IT-20, pp 284-287, March 1974.
- [3] M. C. Valenti, S. Cheng and D. Torrieri, "Iterative Multi-symbol Noncoherent Reception of Coded CPFSK", *IEEE Trans. on Comm.*, vol. 58 no. 7, pp.2048–2054, July 2010.
- [4] C.-U. Piat-Durozoi, C. Poulliat, M.-L. Boucheret, N. Thomas, E. Bouisson and G. Lesthievant "Multisymbol with memory noncoherent detection of CPFSK," IEEE ICASSP, New-Orleans, March 2017.
- [5] M. K. Simon and D. Divsalar, "Maximum-likelihood block detection of noncoherent continuous phase modulation," *IEEE Tr. on Comm.*, vol. 41, pp. 90–98, Jan. 1993.
- [6] D. Raphaeli and D. Divsalar, "Multi-symbol Noncoherent Decoding of Uncoded Convolutionally Coded Continuous Phase Modulation," *J. of Comm. and Net.*, vol. 1, pp. 238–248, Dec. 1999.
- [7] G. Colavolpe, and R. Raheli, "Noncoherent Sequence Detection of Continuous Phase Modulation," *IEEE Tr.on Comm.*, vol. 47, no. 9, pp. 1303–1307, Sept. 1999.
- [8] G. Colavolpe, G. Ferrari and R. Raheli, "Noncoherent Iterative (Turbo) Decoding," *IEEE Tr.on Comm.*, vol. 48, no. 9, pp. 1488–1498, Sept. 2000.
- [9] K. Padmanabhan, S. Ranganathan, S.P. Sundaravaradhan and O.M. Collins "General CPM and its Capacity" in *Proc IEEE ISIT*, Adelaide, AU, pp. 750-754, Sept. 2005.
- [10] A. Ashikhmin, G. Kramer, and S. ten Brink, "Extrinsic information transfer functions : model and erasure channel properties," *IEEE Tr. Inf. Theory*, vol. 50, no. 11, pp. 2657–2673, 2004.
- [11] J. Hagenauer "The EXIT chart-introduction to extrinsic information transfer in iterative processing", EUSIPCO, 2004.
- [12] S. ten Brink, G. Kramer, and A. Ashikhmin, "Design of low-density parity-check codes for modulation and detection," *IEEE Tr. on Com.*, vol. 52, no. 4, pp. 670–678, 2004.
- [13] T. Benaddi, C. Poulliat, M.-L. Boucheret, B. Gadat, G. Lesthievant, "Design of Unstructured and Protograph-Based LDPC Coded Continuous Phase Modulation," IEEE ISIT, Honolulu, HI, USA, 2014.