

Reconstruction polarimétrique d’environnements circumstellaires à partir des données ESO/VLT-SPHERE IRDIS.

Laurence DENNEULIN^{1,2}, Maud LANGLOIS¹, Nelly PUSTELNIK², Éric THIÉBAUT¹

¹ Univ Lyon, Univ Lyon1, Ens de Lyon, CNRS, Centre de Recherche Astrophysique de Lyon UMR5574

² Université de Lyon, ENS de Lyon, CNRS, Laboratoire de Physique

laurence.denneulin@univ-lyon1.fr

Résumé – La reconstruction des environnements des étoiles jeunes par imagerie directe est un défi car leur émission est noyée dans les résidus de lumière stellaire malgré l’utilisation d’un coronographe. Il est cependant possible de les démêler en exploitant leurs différences d’états de polarisation. Dans ce papier, nous présentons une méthode régularisée de reconstruction des environnements circumstellaires polarisés, à partir des données d’IRDIS (*Infrared Dual Imager and Spectrograph*) [1], instrument de SPHERE (*Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet REsearch*) [2] installé sur l’un des télescopes du VLT (*Very Large Telescope*) de l’ESO (*European Southern Observatory*). Nous discutons des mérites de différentes régularisations selon le cas astrophysique étudié.

Abstract – The circumstellar environments reconstruction by direct imaging is challenging because of the dominating residual star light in spite of the coronagraph. Yet, separation of both signals is possible by using their polarization states differences. In this paper, we present a regularized reconstruction method of the circumstellar environments of ESO/VLT-SPHERE IRDIS’s polarimetric data. We then discuss the merit of various regularizations depending on specific astrophysical cases.

1 Introduction

L’étude des environnements circumstellaires est importante pour comprendre la formation et l’évolution des systèmes stellaires. Leurs structures peuvent être directement observées, dans le proche infra-rouge et le visible, à la résolution permise par les plus grands télescopes. L’imagerie de ces structures est un défi majeur du fait du grand contraste entre l’étoile et son environnement. C’est pourquoi un instrument comme SPHERE combine la résolution angulaire atteinte grâce à une optique adaptative et l’extinction de l’étoile par un coronographe. Cependant, sur le détecteur, le signal d’intérêt reste largement dominé par les résidus de lumière stellaire liés aux aberrations. En exploitant la polarisation de la lumière diffusée par l’environnement circumstellaires, l’imagerie polarimétrique facilite le démêlage.

Pour réaliser cette séparation, les méthodes de l’état-de-l’art consistent en de simples combinaisons des données (double ratio et double différence [3]). Ces méthodes sont basiques en comparaison des approches inverses développées pour d’autres modalités d’imagerie polarimétrique (séparation de sources [4, 5] ou approche parcimonieuse [6]).

Nos contributions dans ce papier sont, d’une part, l’écriture du modèle complet de l’interaction instrument-objet par le formalisme de Jones, conduisant à un modèle non-linéaire, puis sa ré-écriture linéaire par paramétrisation de Stokes. D’autre part, nous proposons une méthode d’inversion régularisée exploitant la paramétrisation de Stokes. Nous introduisons dans la dernière partie, un critère de qualité permettant de discuter des différentes régularisations utilisées et de les comparer à l’état-de-l’art.

2 Méthodologie

La lumière reçue de l’étoile et d’une partie de l’environnement circumstellaire, notée I^u , est *non-polarisée*, cela signifie que l’amplitude et la phase de leurs vecteurs de polarisation varient aléatoirement au cours du temps. D’autre part, une autre fraction de la lumière, notée I^p , est due à la diffusion de la lumière de l’étoile par la poussière du milieu circumstellaire et donc *partiellement polarisée linéairement* avec un angle d’orientation θ . L’amplitude et la phase de ce vecteur de polarisation sont constantes au cours du temps. Les paramètres d’intérêt que nous souhaitons estimer ici sont I^u , I^p et θ .

2.1 Modèle direct : formulation de Jones

Afin d’établir une relation, basée sur la physique, entre l’intensité vue par le détecteur et les paramètres d’intérêt, nous choisissons le formalisme de Jones. Celui-ci implique de considérer la lumière sous forme de champ électrique. Il consiste à représenter les effets de chaque élément optique par une matrice qui induit un retard de phase et/ou une atténuation de l’amplitude du champ électrique. L’intensité au niveau du détecteur et les intensités incidentes (i.e. I^u et I^p) sont alors calculées comme l’espérance temporelle du module carré du champ électrique associé.

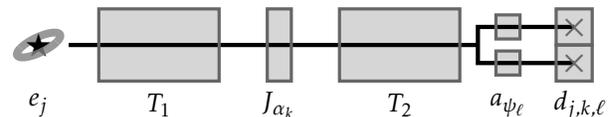


FIGURE 1 – Schéma simplifié du parcours de la lumière entrante dans l’instrument ESO/VLT-SPHERE IRDIS, sous forme de champ électrique e_j , jusqu’à l’intensité acquise par le détecteur au pixel j .

Formellement, soit $e_j \in \mathbb{C}^2$ la somme de deux champs électriques, non-polarisé et polarisé linéairement, entrant dans l'instrument ESO/VLT-SPHERE IRDIS. Le champ électrique e_j est transmis par un premier ensemble de composants optiques, dont l'effet est représenté par la matrice de Jones $T_1 \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$. Puis, une lame demi-onde, représentée par la matrice $J_{\alpha_k} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$, module sa phase selon le cycle d'angles $\alpha_k \in \{0, \pi/2, \pi/4, 3\pi/4\}$ pour la pose numéro k . Ensuite, le champ électrique transformé est transmis par un second dispositif optique, représenté par la matrice $T_2 \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$, avant d'être divisé par un cube séparateur. Les deux champs électriques résultants sont alors transmis par deux analyseurs croisés dont l'effet est de projeter les champs électriques sur les vecteurs de Jones $a_{\psi_\ell} \in \mathbb{C}^2$ associés à chaque analyseur $\ell \in \{1, 2\}$. Au niveau du détecteur, les champs électriques sont donnés par $\langle v^{k,\ell}, e_j \rangle$ avec :

$$v^{k,\ell} = (T_2 J_{\alpha_k} T_1)^* a_{\psi_\ell} \in \mathbb{C}^2,$$

où $*$ représente l'opérateur adjoint. Les intensités reçues simultanément des deux analyseurs par le détecteur sont données par $\mathbb{E}_t[\langle v^{k,\ell}, e_j \rangle_{\mathbb{C}^2}^2]$ au pixel j , où $\mathbb{E}_t[\dots]$ dénote la moyenne temporelle pendant la pose. Ce dispositif instrumental est schématisé par la figure 1. En développant l'expression, on obtient le modèle non-linéaire de l'intensité au pixel j :

$$\mathcal{V}_{k,\ell}(I_j^u, I_j^p, \theta_j) = \frac{1}{2} \|v_{k,\ell}\|_{\mathbb{C}^2}^2 I_j^u + |\langle v_{k,\ell}, c_{\theta_j} \rangle_{\mathbb{C}^2}|^2 I_j^p, \quad (1)$$

où $c_{\theta_j} \equiv (\cos \theta_j, \sin \theta_j)^\top$.

Le nombre de photons détecté par un pixel j suit une loi de Poisson de paramètre $\mathcal{V}_{k,\ell}(I_j^u, I_j^p, \theta_j)$. Ce nombre étant élevé, nous approchons la distribution du bruit par une loi gaussienne indépendante centrée de variance $\mathcal{V}_{k,\ell}(I_j^u, I_j^p, \theta_j)$. Au bruit de Poisson s'ajoute un bruit de lecture supposé centré gaussien de variance σ_{roj}^2 . On établit alors le modèle direct des données suivant :

$$d_{j,k,\ell} = \mathcal{V}_{k,\ell}(I_j^u, I_j^p, \theta_j) + \beta_{j,k,\ell}, \quad (2)$$

où $\beta_{j,k,\ell} \sim \mathcal{N}(0, \mathcal{V}_{k,\ell}(I_j^u, I_j^p, \theta_j) + \sigma_{\text{roj}}^2)$ est un terme de bruit.

Nous proposons d'estimer les paramètres I_j^u , I_j^p et θ_j en maximisant la vraisemblance des données connaissant le modèle. Si nous ne cherchions pas à éliminer le flou instrumental, le problème serait non-linéaire mais séparable et pourrait se formuler de façon hiérarchique :

$$\min_{\theta_j} \left\{ \min_{I_j^u \geq 0, I_j^p \geq 0} \sum_{k,\ell} w_{j,k,\ell} (\mathcal{V}_{k,\ell}(I_j^u, I_j^p, \theta_j) - d_{j,k,\ell})^2 \right\}, \quad (3)$$

pour tout pixel j et avec $w_{j,k,\ell} = (\mathcal{V}_{k,\ell}(I_j^u, I_j^p, \theta_j) + \sigma_{\text{roj}}^2)^{-1}$ ou $w_{j,k,\ell} = 0$ pour les données manquantes. La prise en compte des données manquantes (pixels morts ou poses inutilisables) est un avantage sur les méthodes de l'état de l'art qui, par exemple, ne peuvent fonctionner que sur un cycle complet d'angle de lame demi-onde.

2.2 Modèle linéarisé : paramètres de Stokes

Lorsque l'on souhaite prendre en compte le flou instrumental et des effets géométriques sur les images, le modèle (1) de-

vient non-séparable et sa non-linéarité en θ impose de passer par des approches alternées ou hiérarchiques qui sont très lourdes en terme de complexité algorithmique. Nous proposons donc une version linéarisée de (2) en les paramètres de Stokes $S_j = (I_j, Q_j, U_j)^\top$:

$$d_{j,k,\ell} = V_{k,\ell}^\top S_j + \beta_{j,k,\ell} \text{ où } V_{k,\ell} = \begin{pmatrix} (1/2) \|v_{k,\ell}\|_{\mathbb{C}^2}^2 \\ (1/2) (|v_{k,\ell}^x|^2 - |v_{k,\ell}^y|^2) \\ \Re(v_{k,\ell}^x v_{k,\ell}^y) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Les paramètres d'intérêts sont retrouvés par :

$$\begin{cases} I_j^p = \sqrt{Q_j^2 + U_j^2}, \\ \theta_j = (1/2) \arctan(U_j/Q_j), \\ I_j^u = I_j - I_j^p. \end{cases} \quad (5)$$

2.3 Fonction objectif

Afin de passer du domaine des cartes reconstruites au domaine des données, on définit $V_k = V_{k,1} K_1 + V_{k,2} K_2 \in \mathbb{R}^{N \times 2N}$ où $K_1 = (1, 0)^\top \otimes \text{Id}_N$ et $K_2 = (0, 1)^\top \otimes \text{Id}_N$, \otimes représentant le produit de Kronecker. Le terme d'attache aux données correspond alors à la norme de Mahalanobis :

$$\sum_{k=1}^n \|d_k - \mathcal{H}(V_k^\top S)\|_{W_k}^2, \quad (6)$$

où $W_k = w_{k,1} K_1 + w_{k,2} K_2$. L'opérateur \mathcal{H} contient les transformations linéaires s'appliquant à toutes les cartes (translation, rotation du champ et convolution par la PSF).

Quelque soit le pixel j , la physique impose que les intensités soient positives : $I_j^u \geq 0$ et $I_j^p \geq 0$. D'après l'expression de I_j^p dans (5), cette dernière inégalité est toujours vraie par construction. Pour que la première inégalité soit vérifiée mais il faut s'assurer que $I_j \geq I_j^p$ ce qui revient à imposer la contrainte épigraphique $I_j \geq (Q_j^2 + U_j^2)^{1/2} = \|(Q_j, U_j)^\top\|_2$.

Du fait de la nature relativement lisse des disques circumstellaires, nous avons choisi d'utiliser les régularisations par la Variation Totale (TV) [12], la norme de Shatten sur la Hessienne de l'image (Shatten) [13], qui évite les aplats, et la variation Totale Généralisée (TGV) [14], qui est un compromis entre TV et Shatten. Sous ces régularisations, la restitution de points sources très brillants est cependant difficile et peut résulter en une perte d'information autour ou en une sous-régularisation du problème. Nous proposons donc une pénalisation hybride $\text{TV} + \ell_1$ qui, à l'instar de pénalisations utilisées dans l'analyse d'images texture+géométrie [15, 16], consiste à séparer les termes à estimer en une composante lisse et une composante parcimonieuse, e.g. $X = X_1 + X_2$, et à régulariser par $\text{TV}(X_1) + \|X_2\|_1$, permettant la déconvolution des points sources sans perte d'information.

Finalement, le problème à résoudre est :

$$\min_S \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \|d_k - \mathcal{H}(V_k^\top S)\|_{W_k}^2 + \sum_{i=1}^3 \lambda_r \mathcal{L}_i(S_i) + \iota_{\text{epi}}(S) \quad (7)$$

où \mathcal{L}_1 , \mathcal{L}_2 et \mathcal{L}_3 sont les régularisation appliquées à I, Q et U, de paramètres respectifs λ_1 , λ_2 et λ_3 .

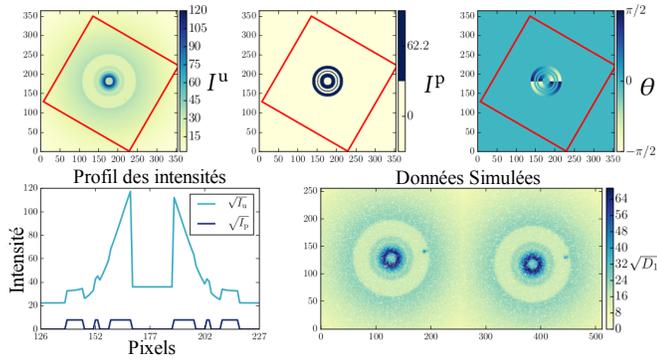


FIGURE 2 – Sur la première ligne, de gauche à droite, sont affichées les cartes I^u , I^p et θ simulées pour $\tau_{\text{disk}} = 10\%$. En dessous sont présentées, à gauche les profils de I^u et I^p , montrant la différence importante d'intensité entre les deux composantes, à droite les données simulées à partir des cartes.

Pour résoudre le problème ci-dessus, il reste à choisir une méthode d'optimisation. Les méthodes de type Quasi-Newton [7] sont très rapides mais trouvent leurs limites dans le cas de pénalisations non-lisses. Les méthodes telles que l'algorithme explicite-implicite (forward-backward) ou Douglas-Rachford sont alors plus à même d'obtenir une solution [8, 9]. Les algorithmes de type primal-dual [10, 11] ont l'avantage supplémentaire de permettre de combiner facilement plusieurs termes non-différentiables et des opérateurs linéaires.

Nous avons donc choisi l'algorithme de Condat-Vũ [10] car il prend en compte des fonctions différentiables à gradient Lipschitz auxquelles s'ajoutent autant de contraintes que nécessaire tout en gardant la même structure algorithmique. Ceci rend les comparaisons plus aisées car le même algorithme peut être utilisé pour une grande diversité de régularisations. Après résolution de l'équation (7) avec l'algorithme, retrouver les paramètres d'intérêt revient à appliquer (5).

3 Résultats

L'intérêt de notre approche est double : d'une part, restituer précisément les points sources et, d'autre part, estimer au mieux l'intensité polarisée. Pour ce second critère, nous avons donc choisi de juger l'efficacité de la régularisation d'après le taux de polarisation obtenu après reconstruction. Nous avons simulé des données pour un taux de polarisation $\tau_{\text{disk}} = I^p / (I^u_{\text{disk}} + I^p)$ donné pour la lumière de l'environnement. Ce taux n'est pas estimable en pratique car I^u_{disk} est comprise dans I^u , aussi nous définissons $\tau_{\text{tot}} = I^p / (I^u + I^p)$, estimable sur des données réelles. Notre critère de qualité consiste alors en un rapport entre $\widehat{\tau} = \widehat{I}^p / (\widehat{I}^u + \widehat{I}^p)$ estimé et τ_{tot} vrai. La meilleure qualité est donnée pour $\widehat{\tau} / \tau_{\text{tot}} \approx 1$. Les jeux de données simulés pour τ_{disk} valant 10%, 7% et 3%, correspondent respectivement à un cas simple, moyen et difficile, une intensité polarisée faible étant plus facilement noyée dans le bruit de photons. Les données sont composées de trois anneaux $\{A_1, A_2, A_3\}$, de mêmes intensités mais de τ_{tot} et de taille différentes. Deux points sources sont ajoutés à I^u . Les images simulées sont ensuite combinées d'après (1), convoluées, bruitées et altérées par 10% de pixels invalides pris au hasard.

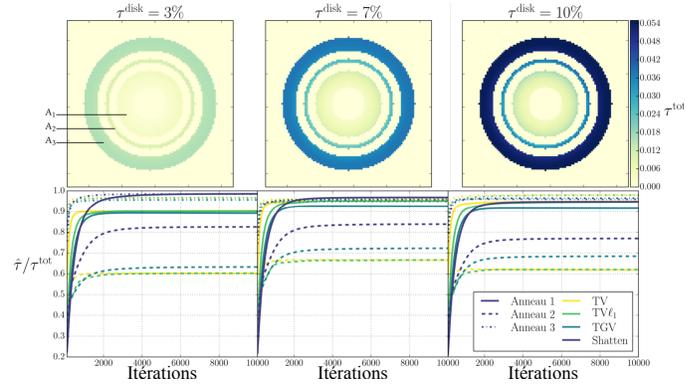


FIGURE 3 – Sur la première ligne sont affichées les cartes des τ_{tot} pour les différents τ_{disk} . En dessous sont tracés les évolutions des $\widehat{\tau} / \tau_{\text{tot}}$ moyens associés, pour chaque régularisation, en fonction des itérations.

Chaque jeu de données est constitué de $n = 64$ réalisations du bruit. La figure 2 montre les cartes et les données simulées associées dans le cas $\tau_{\text{disk}} = 10\%$.

Sur la figure 3, le taux estimé en régularisant par Shatten apparaît plus précis pour les cas difficiles, *i.e.* un taux de polarisation faible ou un anneau fin. À l'inverse, pour les zones étendues avec un taux de polarisation élevé, *e.g.* A_3 avec $\tau_{\text{disk}} = 10\%$, TV et $\text{TV} + \ell_1$ donnent les meilleurs résultats. Si TGV donne de bon résultats visuellement au niveau des zones étendues, comme on peut le voir pour I^p sur la figure 4, il n'aboutit pas à la meilleure restitution de τ_{tot} . La table 1 permet de quantifier cela. On voit également que les méthodes de l'état de l'art ont tendance à surestimer le taux de polarisation dans les cas les plus simples. Pour ce qui est de la déconvolution des points sources, la figure 4 montre l'efficacité de $\text{TV} + \ell_1$ par rapport aux autres régularisations. Les points sources sont bien restitués avec des valeurs très proches des valeurs vraies.

4 Conclusions et perspectives

Nous avons mis au point un modèle linéaire des données polarimétriques de l'instrument ESO-VLT/SPHERE IRDIS permettant de résoudre les problèmes de reconstruction et de démixage associés avec différents termes de régularisations. Nous avons comparé leurs efficacités en étudiant le rapport entre taux de polarisation estimés et taux simulés. Nous avons remarqué que pour les cas difficiles, les meilleurs reconstructions sont obtenues avec une régularisation par Shatten, tandis que pour les cas faciles, c'est TV qui donne le meilleur résultat. Enfin, nous avons vu qu'une alliance de TV et ℓ_1 permettait une meilleure restitution des points sources.

Dans l'optique d'améliorer la méthode, *e.g.* pour les disques vus de face autour d'une seule étoile, il serait possible d'inclure un *a priori* sur l'angle de polarisation se traduisant par l'ajout d'une contrainte angulaire, améliorant ainsi l'estimation du taux de polarisation. Le taux de polarisation estimé dépendant également des paramètres de régularisation, une étude plus fine de cette dépendance doit être menée. Cependant, la convergence étant lente et dépendant des poids de la norme de Mahalanobis, une accélération de la méthode par préconditionnement est également envisagée.

TABLE 1 – SNR moyens de chaque anneaux, avec $\text{SNR} = IP/(I^u + I^p + \sigma_{\text{ro}}^2)^{1/2}$, et rapports $\widehat{\tau}/\tau_{\text{tot}}$ estimés avec les différentes régularisations, la méthode non linéaire et les méthodes de l'état de l'art.

τ_{disk}		SNR	Dbl. Diff.	Non-Linear.	Dbl. Ratio	TV	Shatten	TGV	TV- ℓ_1
3 %	A ₁	1,69	0.956	0.956	0.886	0,904	0,986	0,890	0,903
	A ₂	3,23	0.493	0.499	0.492	0,602	0,825	0,633	0,602
	A ₃	4,08	0.859	0.889	0.860	0,967	0,985	0,957	0,967
7 %	A ₁	4,11	1.086	1.086	0.941	0,955	0,968	0,924	0,954
	A ₂	7,80	0.539	0.558	0.540	0,665	0,839	0,725	0,662
	A ₃	9,68	0.853	0.899	0.855	0,962	0,957	0,950	0,962
10%	A ₁	6,05	1.570	1.570	1.293	0,950	0,948	0,914	0,950
	A ₂	11,45	0.688	0.720	0.697	0,618	0,770	0,685	0,618
	A ₃	14,17	0.908	1.037	0.912	0,980	0,964	0,959	0,980

Références

- [1] M. Langlois et al. : High contrast polarimetry in the infrared with SPHERE on the VLT. *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy V*, 9147, p. 91471R, juil. 2014.
- [2] J.-L. Beuzit et al. : SPHERE : the exoplanet imager for the Very Large Telescope. *Astronomy & Astrophysics*, soumis.
- [3] H. Avenhaus et al. : Structures in the protoplanetary disk of HD142527 seen in polarized scattered light. *The Astrophysical Journal*, 781(2), p. 87, janv. 2014.
- [4] M. Tristram et al. : Iterative destriping and photometric calibration for Planck -HFI, polarized, multi-detector map-making. *Astronomy & Astrophysics*, 534, p. A88, oct. 2011.
- [5] Planck Collaboration et al. : Planck 2015 results: VIII. High Frequency Instrument data processing: Calibration and maps. *Astronomy & Astrophysics*, 594, p. A8, oct. 2016.
- [6] J. Birdi, A. Repetti, et Y. Wiaux : Sparse interferometric Stokes imaging under polarization constraint (Polarized SARA), *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2018.
- [7] S.J. Benson et J.J. Moré : A limited memory variable metric method in subspaces and bound constrained optimization problems. in *Subspaces and Bound Constrained Optimization Problems*, 2001.
- [8] H. H. Bauschke et P. L. Combettes : *Convex analysis and monotone operator theory in Hilbert spaces*. New York : Springer, 2011.
- [9] N. Pustelnik, A. Benazza-Benhayia, Y. Zheng, J.-C. Pesquet : Wavelet-based Image Deconvolution and Reconstruction. *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, Feb. 2016.
- [10] L. Condat : A Primal–Dual Splitting Method for Convex Optimization Involving Lipschitzian, Proximal and Linear Composite Terms. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 158(2), p. 460-479, août 2013.
- [11] A. Chambolle et T. Pock, A First-Order Primal-Dual : Algorithm for Convex Problems with Applications to Imaging. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 40(1), p. 120-145, mai 2011.
- [12] L.I. Rudin, S. Osher et E. Fatemi : Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D*, 60, p. 256-268, 1992.
- [13] S. Lefkimmiatis, J.P. Ward, M. Unser : Hessian Schatten-Norm Regularization for Linear Inverse Problems. *IEEE Transactions on Image Processing*, 22(5), p.1873–1888, mai 2003.
- [14] K. Bredies, K. Kunisch, et T. Pock : Total Generalized Variation. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 3(3), p. 492-526, janv. 2010.
- [15] L. M. Briceño-Arias, P. L. Combettes, J.-C. Pesquet, and N. Pustelnik : Proximal algorithms for multicomponent image processing. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 41(1), p. 3-22, Sep. 2011.
- [16] Jean-Francois Aujol, Guy Gilboa, Tony Chan, and Stanley Osher : Structure-Texture Image Decomposition - Modeling, Algorithms, and Parameter Selection. *International Journal of Computer Vision*, 67(1), p. 111-136, Avril 2006.

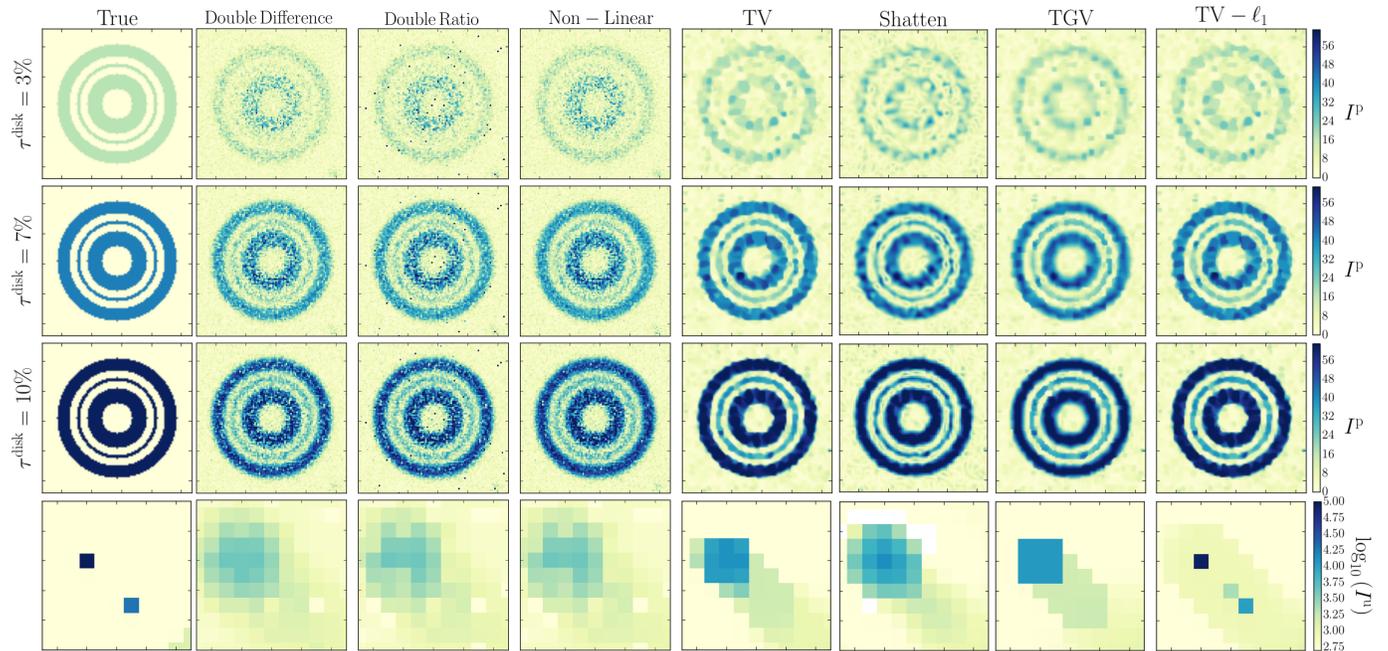


FIGURE 4 – Comparaison des cartes de IP estimées avec les différentes régularisation, pour différents τ_{disk} , et obtenues sans déconvolution, avec les méthodes de l'état-de-l'art et non-linéaire. Sur la dernière ligne, comparaison de la restitution des points sources non polarisés.