

Reconstruction itérative en tomographie à rayons X pour une géométrie inverse avec sources distribuées

Frédéric JOLIVET¹, Clarisse FOURNIER¹, Joachim TABARY¹, Lenka ZDEBOROVÁ², Andrea BRAMBILLA¹

¹CEA, LETI, Univ. Grenoble Alpes, MINATEC Campus, F-38054 Grenoble, France

²Institut de Physique Théorique, CNRS, CEA, Université Paris-Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France
frederic.jolivet@cea.fr, clarisse.fournier@cea.fr, joachim.tabary@cea.fr,
lenka.zdeborova@gmail.com, andrea.brambilla@cea.fr

Résumé – Une architecture «Cone Beam Computed Tomography» (CBCT) conventionnelle est constituée d’une seule source et d’un grand détecteur afin d’acquérir un sinogramme complet de l’objet. Par opposition, une géométrie inverse (en tomographie) utilise plusieurs sources distribuées permettant d’acquérir avec un petit détecteur plusieurs sinogrammes tronqués de l’objet. Ce type d’architecture est communément appelée «Multi Source Inverse Geometry Computed Tomography » (MS-IGCT). Pour des raisons technologiques, financières et dans certains cas, de dose, utiliser peu de sources tout en gardant une taille du détecteur réduite est un enjeu essentiel. Cependant dans ce type de configuration la reconstruction de l’objet demande de résoudre un problème qui est mal-posé et mal conditionné. Nous proposons donc un algorithme itératif régularisé permettant de reconstruire un volume objet à partir des sinogrammes acquis par une architecture MS-IGCT optimisée : nous démontrons les performances de l’algorithme proposé lorsque nous réduisons la taille du détecteur ainsi que le nombre de sources. Dans un second temps nous montrons comment la prise en compte, dans la formulation du problème inverse, de la matrice inverse de la covariance du bruit permet de réduire drastiquement les artefacts métalliques dus aux parties très denses de l’objet reconstruit. À partir de données simulées de façon réaliste, nous comparons les reconstructions obtenues avec l’algorithme proposé avec une méthode de rétroprojection filtrée classique.

Abstract – A conventional Cone Beam Computed Tomography (CBCT) architecture is composed of a single source and a large detector to acquire a full sinogram of the object. In opposite a Multi-Source Inverse Geometry Computed Tomography (MS-IGCT) architecture propose to use several sources and a small detector to acquire several truncated sinograms of the object. Using few sources while keeping a small detector size is a key issue for technological, financial and in some cases, dose reasons. However in this configuration the object reconstruction induces to solve an ill-posed and ill-conditioned problem. We propose a regularized iterative algorithm which is able to reconstruct the object volume from sinograms acquired with an optimized MS-IGCT : we will demonstrate the performance of the proposed algorithm when we reduce the size of the detector and the number of sources. In a second step we show that taking the inverse of the noise covariance matrix into account reduces dramatically metals artifacts due to the high density of the reconstructed object. Realistically simulated CT data is reconstructed with the proposed algorithm and the results are compared to those obtained by filtered backprojection (FBP).

1 Introduction

Comparée aux architectures de Cône Beam CT conventionnelles, la géométrie inverse en tomographie présente plusieurs avantages comme la réduction du diffusé, la possibilité de moduler de façon optimale l’intensité des sources, et par conséquent devrait permettre de réduire la dose patient [1]. D’autre part, elle permet de réduire la taille du détecteur (Fig.1).

Les données acquises par cette architecture MS-IGCT sont des sinogrammes tronqués ce qui demande d’utiliser des méthodes avancées pour la bonne reconstruction de l’objet. Différentes méthodes de reconstruction ont été proposées pour les architectures MS-IGCT : des méthodes analytiques [2, 3] ou des méthodes itératives de moindres carrés pondérés [4, 5]. Dans d’autres modalités de tomographie des méthodes de re-

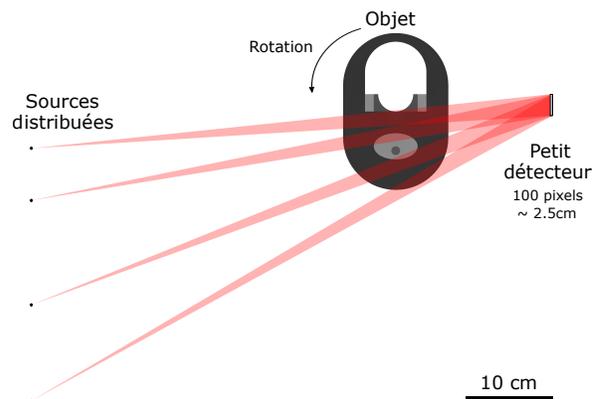


FIGURE 1 – Architecture d’une géométrie inverse de tomographie avec 4 sources distribuées et un petit détecteur de 100 pixels (~ 2.5 cm).

Nous remercions le soutien financier du Programme Transversal de Compétences «Instrumentation et Détection» du CEA, le commissariat à l’énergie atomique et aux énergies alternatives.

construction régularisées ont montré qu'il était possible de réduire le nombre de projections [6, 7], ou ont été utilisées dans le cadre d'un apprentissage profond pour obtenir des reconstructions à partir de données acquises en faible dose [8]. Dans notre cas, nous étudions le cas d'une architecture MS-IGCT réduite drastiquement (peu de sources/petit détecteur), ce qui entraîne un nombre important de données manquantes (puisque une partie restreinte du volume est couverte à chaque angle de rotation de l'objet). De plus nous plaçons dans le cas de l'imagerie dentaire avec des contraintes de dose pour le patient qui engendrent des données avec un faible Rapport Signal sur Bruit (RSB). Nous proposons par conséquent une méthode de reconstruction régularisée, basée sur la méthode proximale accélérée FISTA [9], permettant de reconstruire un volume objet dans ces conditions. Nous montrons des résultats obtenus à partir de données simulées de manière réaliste à faible dose, ainsi que des données générant des artefacts métalliques. Ces résultats sont comparés à des méthodes de rétro-projections analytiques classiquement utilisées.

2 Formulation du problème inverse

Pour avoir une bonne formulation du problème inverse nous avons besoin d'un modèle physique qui décrit la réponse du système d'acquisition. Dans le cas d'une architecture MS-IGCT nous considérons une approximation linéaire (mono-énergétique) pour modéliser l'atténuation acquise lorsque la p -ième source est allumée,

$$\mathbf{d}_p = \mathbf{A}_p \mathbf{x} + \mathbf{e}_p \quad (1)$$

où $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N_x}$ est le volume objet discrétisé composé de N_x voxels (les inconnus de notre problème), \mathbf{A}_p une matrice $\mathbb{R}^{N_y N_\theta \times N_x}$ modélisant l'opérateur linéaire de projections (pour un détecteur de N_y pixels et N_θ angles de rotation de l'objet) quand la p -ième source est allumée, et \mathbf{e}_p est un vecteur d'erreurs.

Pour une géométrie inverse en tomographie utilisant N_p sources, en supposant un bruit gaussien non corrélé sur les données, le terme d'attache aux données peut être formulé comme le négatif du logarithme du maximum de vraisemblance,

$$\mathcal{J}_{data}(\mathbf{x}) = \sum_{p=1}^{N_p} \|\mathbf{A}_p \mathbf{x} - \mathbf{d}_p\|_{\mathbf{W}_p}^2 \quad (2)$$

où $\|\cdot\|_{\mathbf{W}_p}^2$ est une métrique définie par $\|\mathbf{a}\|_{\mathbf{W}_p}^2 = \mathbf{a}^T \mathbf{W}_p \mathbf{a}$, avec \mathbf{W}_p la matrice inverse de la covariance du bruit associée aux données \mathbf{d}_p (dans notre cas \mathbf{W}_p est diagonale car nous supposons un bruit non corrélé). Notons que la bonne utilisation de cette matrice \mathbf{W}_p sera nécessaire à une bonne reconstruction, notamment dans le cas d'un objet présentant des matériaux dont la densité est très forte (typiquement des métaux). Ce problème mal-posé et mal-conditionné peut être résolu dans le cadre d'une approche inverse introduisant des *a priori*. Dans notre cas, le premier *a priori* est une contrainte de positivité

sur \mathbf{x} (due aux propriétés physiques de l'atténuation \mathbf{x}), et le second *a priori* est une fonction de pénalisation qui permet d'imposer de manière plus ou moins forte (à l'aide d'un hyper-paramètre) la distribution statistique de \mathbf{x} que l'on met en *a priori*. Dans le cadre des approches inverses cette fonction de pénalisation se manifeste comme une fonction de régularisation. L'estimation du Maximum *A Posteriori* (MAP) du volume \mathbf{x} , qui offre le meilleur compromis entre ces *a priori* et l'attache aux données, est obtenu en résolvant le problème d'optimisation sous contrainte suivant,

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x} \geq 0}{\operatorname{argmin}} \quad \mathcal{J}_{data}(\mathbf{x}) + \lambda \mathcal{J}_{prior}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

avec λ l'hyper-paramètre de régularisation.

3 L'algorithme de reconstruction itératif proposé

Dans la formulation du problème inverse proposée (Eq.3) le terme de régularisation $\mathcal{J}_{prior}(\mathbf{x})$ dépend directement de l'*a priori* que l'on a sur la distribution statistique du volume \mathbf{x} . Dans notre cas nous optons pour la variation totale isotropique $\|\cdot\|_{TV_{iso}}$ qui est une fonction de régularisation de type «préservation de bords» qui favorise les objets constants par morceaux [9, 10, 11]. L'équation (3) devient,

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x} \geq 0}{\operatorname{argmin}} \quad \mathcal{J}_{data}(\mathbf{x}) + \lambda \|\mathbf{x}\|_{TV_{iso}} \quad (4)$$

La régularisation proposée induit de résoudre un problème d'optimisation non lisse. Nous proposons un algorithme de reconstruction basé sur la méthode proximale accélérée FISTA [12],

$$\mathbf{z}^k \leftarrow \mathbf{x}^{k-1} - \frac{1}{L} \sum_{p=1}^{N_p} \mathbf{A}_p^* \mathbf{W}_p (\mathbf{A}_p \mathbf{x}^{k-1} - \mathbf{d}_p) \quad (5a)$$

$$\mathbf{u}^k \leftarrow \operatorname{prox}_{\frac{\lambda}{L} TV_{iso}^+}(\mathbf{z}^k) \quad (5b)$$

$$t_k \leftarrow (1 + \sqrt{1 + 4t_{k-1}^2})/2 \quad (5c)$$

$$\mathbf{x}^k \leftarrow \mathbf{u}^k + \frac{t_{k-1} - 1}{t_k} (\mathbf{u}^k - \mathbf{u}^{k-1}) \quad (5d)$$

où k est le compteur itératif, L un paramètre de l'algorithme représentant la constante de Lipschitz du gradient calculé, \mathbf{A}_p^* est l'opérateur adjoint de \mathbf{A}_p , et $\operatorname{prox}_{\gamma TV_{iso}^+}$ l'opérateur proximal défini par,

$$\operatorname{prox}_{\gamma TV_{iso}^+}(\mathbf{z}) = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N_x}}{\operatorname{argmin}} \quad \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{z}\|_2^2 + \gamma \|\mathbf{x}\|_{TV_{iso}} + i_{\geq 0}(\mathbf{x})$$

où $i_{\geq 0}(\cdot)$ est la fonction indicatrice permettant de prendre en compte la contrainte de positivité. Contrairement à l'opérateur proximal de la moindre norme ℓ_1 qui admet une solution analytique [13], la solution proposée par l'opérateur proximal de la variation totale isotropique se fait à l'aide d'un algorithme imbriqué d'optimisation qui est itératif [9]. \mathbf{x}^0 et \mathbf{u}^0 sont initialisés comme des vecteurs dont tous les éléments valent 0, tandis que $t_0 = 1$. En pratique le code est parallélisé en multi-GPU pour améliorer drastiquement le temps de calculs.

4 Expériences & Résultats

4.1 Sinogrammes simulés

Pour évaluer la pertinence de l’approche inverse proposée, des données ont été générées avec le logiciel Sindbad [14]. Les sources distribuées sont simulées à 80 kV et 0.25 mA.s avec un filtre en aluminium de 0.156 cm . Le détecteur simulé est un détecteur spectrométrique en comptage de photons, qui est linéaire de taille 1×100 pixels avec un pas de $254\ \mu\text{m}$. Un bruit de poisson a été ajouté aux données simulées pour modéliser le bruit du détecteur dans chaque canal d’énergie. Le calcul de l’atténuation demande de sommer tous les photons acquis dans tous les canaux. Notons que dans ces simulations le diffusé est négligé. La figure 1 est une représentation fidèle de l’expérience simulée pour 4 sources distribuées. La figure 2.b est un exemple des données simulées pour l’expérience avec 4 sources distribuées et un fantôme de mâchoire avec des dents saines (Fig.2.a), tandis que la figure 2.d est un exemple des données simulées pour l’expérience avec 6 sources distribuées et un fantôme de mâchoire avec des dents saines et deux amalgames de très forte densité (Fig.2.c). Ce dernier cas est intéressant à simuler car il est connu pour induire des artefacts métalliques avec les méthodes classiques de reconstruction. Notons que les deux fantômes proposés ont été réalisés en s’inspirant du fantôme de mâchoire FORBILD. Chacune des deux expériences a été simulée avec 450 projections (le pas des angles est donc de 0.8 degré).

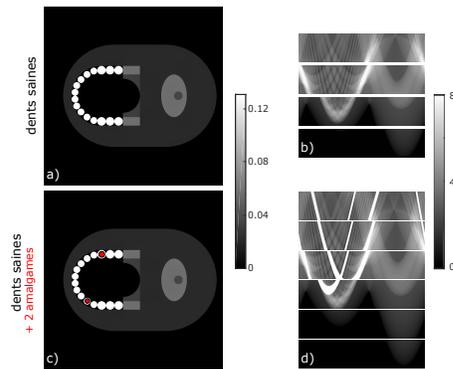


FIGURE 2 – **Fantôme 1** : une mâchoire avec des dents saines (a) et les données simulées associées pour 4 sources distribuées (b). **Fantôme 2** : une mâchoire avec des dents saines et deux amalgames (c) et les données simulées associées pour 6 sources distribuées (d). Dans le fantôme 2, les pixels rouges représentent des pixels valant 0.45 .

4.2 Résultats pour un fantôme avec des dents saines

Nous appliquons l’algorithme proposé sur le premier cas de simulations obtenues avec un fantôme de mâchoire avec seulement des dents saines (Fig.2.a.b). La figure 3 montre les reconstructions obtenues avec la méthode classique de rétro-projections filtrées $\sum_{p=1}^{N_p} \mathbf{A}_p^* \mathbf{F} \mathbf{d}_p$ qui consiste à appliquer un filtre linéaire \mathbf{F} sur les données et à les reprojeter (Fig.3.a.b.c) et les reconstructions obtenues avec la méthode proposée (Fig.3.d.e.f) pour respectivement les données obtenues avec 9, 6 et 4 sources distribuées. La comparaison avec la vérité terrain du volume (Fig.3.a) montre que les reconstructions obtenues avec la méthode proposée présentent un meilleur rapport signal sur bruit et sont plus quantitatives que les reconstructions obtenues avec la méthode classique de rétro-projections filtrées. De plus nous montrons que l’algorithme est robuste à la réduction du nombre de sources, en se limitant à 4 sources distribuées. Ces résultats sont prometteurs car nous avons divisé par 12 la taille du détecteur généralement utilisé pour cette application avec une architecture conventionnelle de cône beam CT, tout en utilisant qu’un nombre limité de sources. Nous avons aussi montré dans de précédents travaux que la méthode proposée offre une reconstruction avec un meilleur Rapport Signal sur Bruit qu’une méthode de reconstruction visant juste à minimiser l’attache aux données [15]. Dans le cas des données avec 4 sources distribuées, le coût d’une itération est de 3 secondes avec deux cartes graphiques NVIDIA quaddro P5000, et 60 itérations sont suffisantes pour converger (avec une constante de Lipschitz égale à 1).

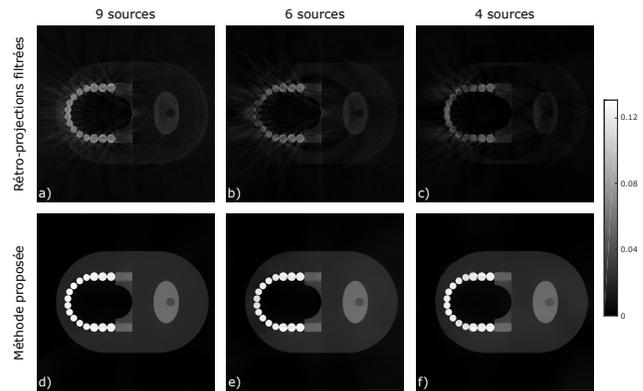


FIGURE 3 – Comparaison entre les rétro-projections filtrées a).b).c) et les reconstructions avec la méthode proposée d).e).f) obtenues à partir des données simulées avec le fantôme 1, pour respectivement 9, 6 et 4 sources distribuées.

4.3 Résultats pour un fantôme avec des dents saines et deux amalgames entraînant de fortes atténuations

La deuxième expérience consiste à ajouter au fantôme de la mâchoire deux amalgames (Fig.2.a). Ces ajouts ont pour consé-

Voir <http://www.imp.uni-erlangen.de/phantoms/jaw/jaw.htm>

quence une très forte atténuation des photons collectés par le détecteur (Fig.2.d), ce qui entraîne des artefacts métalliques lorsqu'on utilise une méthode classique de rétro-projections filtrées (Fig.4.a.d). Une méthode fréquemment utilisée pour pallier à ces artefacts consiste à remplacer les données d'atténuation supérieures à un seuil prédéfini avec des données interpolées linéairement [16], puis à appliquer une méthode de rétro-projections filtrées. Cette méthode réduit sensiblement les effets d'artefacts, mais il est difficile de fixer ce seuil car on peut réduire tous les artefacts métalliques en fixant un seuil bas mais cela supprimera aussi des données indispensables pour une bonne reconstruction ; à l'inverse un seuil trop haut ne supprimerait pas suffisamment ces artefacts métalliques. Nous avons donc appliqué cette méthode avec un seuil égal à 7 (Fig.4.b.e). D'un autre côté la méthode inverse proposée dans cet article peut traiter ces données en considérant les données supérieures à ce seuil comme des données manquantes (autrement dit nous considérons que la variance du bruit associé à ces pixels est égale à l'infini). Pour introduire cette notion nous définissons la matrice inverse de la covariance du bruit \mathbf{W}_p telle que pour le i -ème pixel du p -ième sinogramme \mathbf{d}_p ,

$$\text{diag}(\mathbf{W}_p)_i = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{d}_p^i < \text{seuil} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (6)$$

En fixant le seuil à 7 comme pour la méthode d'interpolation, nous obtenons avec la méthode proposée des reconstructions ne donnant aucune information aux endroits où sont localisés les amalgames, mais en revanche l'impact sur le restant de la mâchoire est beaucoup plus limité (Fig.4.c.f). Notons que pour les reconstructions obtenues nous avons dû régler la constante de Lipschitz L à 10, ce qui a demandé par rapport au cas précédent plus d'itérations pour que l'algorithme converge (~ 300 itérations).

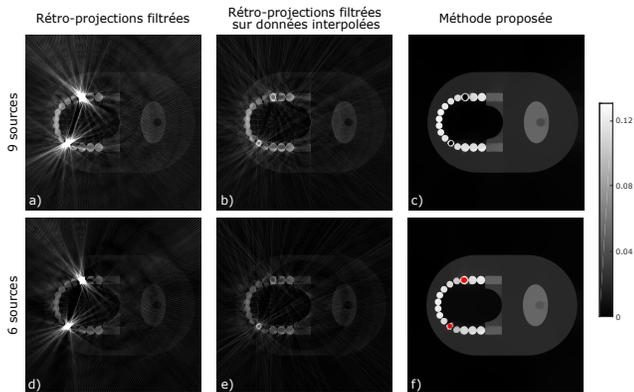


FIGURE 4 – Comparaison entre les rétro-projections filtrées a).d), les rétro-projections filtrées à partir de données interpolées b).e) et les reconstructions avec la méthode proposée c).f) obtenues à partir des données simulées avec le fantôme 2, pour respectivement 9 et 6 sources distribuées. Dans la reconstruction f), les pixels rouges représentent des pixels supérieurs à 0.13.

5 Conclusion et perspectives

Nous avons proposé une méthode de reconstruction itérative qui permet de reconstruire un volume objet à partir de données acquises par une géométrie inverse de tomographie utilisant des sources distribuées. Nous avons montré qu'il était possible de réduire drastiquement la taille du détecteur tout en limitant le nombre de sources. Nous avons aussi montré que la méthode permettait de réduire les artefacts métalliques en considérant les fortes atténuations acquises par le détecteur comme des données manquantes. Une des perspectives est d'adapter la méthode pour exploiter l'information multi-spectrale qu'offre les détecteurs spectrométriques.

Références

- [1] B. De Man, S. Basu, P. Fitzgerald, D. Harrison, M. Iatrou, K. Khare, J. LeBlanc, B. Senzig, C. Wilson, Z. Yin, *et al.*, "Inverse geometry ct : The next-generation ct architecture?," in *2007 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, vol. 4, pp. 2715–2716, IEEE, 2007.
- [2] Z. Yin, B. De Man, and J. Pack, "Analytical cone-beam reconstruction using a multi-source inverse geometry ct system," in *Medical Imaging 2007 : Physics of Medical Imaging*, vol. 6510, p. 651021, International Society for Optics and Photonics, 2007.
- [3] J. Baek, B. De Man, D. Harrison, and N. J. Pelc, "Raw data normalization for a multi source inverse geometry ct system," *Optics Express*, vol. 23, no. 6, pp. 7514–7526, 2015.
- [4] M. Iatrou, B. De Man, D. Beque, Z. Yin, K. Khare, and T. Benson, "3d iterative full and half scan reconstruction in ct architectures with distributed sources," in *Medical Imaging 2008 : Physics of Medical Imaging*, vol. 6913, p. 691322, International Society for Optics and Photonics, 2008.
- [5] D. Beque, B. De Man, and M. Iatrou, "Iterative reconstruction for multi-source inverse geometry ct : a feasibility study," in *Medical Imaging 2007 : Physics of Medical Imaging*, vol. 6510, p. 65105Y, International Society for Optics and Photonics, 2007.
- [6] F. Momey, L. Denis, C. Burnier, É. Thiébaud, J.-M. Becker, and L. Desbat, "Spline driven : High accuracy projectors for tomographic reconstruction from few projections.," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 24, no. 12, pp. 4715–4725, 2015.
- [7] T.-A. Pham, E. Soubies, A. Goy, J. Lim, F. Soulez, D. Psaltis, and M. Unser, "Versatile reconstruction framework for diffraction tomography with intensity measurements and multiple scattering," *Optics express*, vol. 26, no. 3, pp. 2749–2763, 2018.
- [8] H. Gupta, K. H. Jin, H. Q. Nguyen, M. T. McCann, and M. Unser, "Cnn-based projected gradient descent for consistent ct image reconstruction," *IEEE transactions on medical imaging*, vol. 37, no. 6, pp. 1440–1453, 2018.
- [9] A. Beck and M. Teboulle, "Fast gradient-based algorithms for constrained total variation image denoising and deblurring problems," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 18, no. 11, pp. 2419–2434, 2009.
- [10] L. I. Rudin, S. Osher, and E. Fatemi, "Nonlinear total variation based noise removal algorithms," *Physica D : nonlinear phenomena*, vol. 60, no. 1-4, pp. 259–268, 1992.
- [11] A. Chambolle, "An algorithm for total variation minimization and applications," *Journal of Mathematical imaging and vision*, vol. 20, no. 1-2, pp. 89–97, 2004.
- [12] A. Beck and M. Teboulle, "A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems," *SIAM journal on imaging sciences*, vol. 2, no. 1, pp. 183–202, 2009.
- [13] I. Daubechies, M. Defrise, and C. De Mol, "An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint," *Communications on Pure and Applied Mathematics : A Journal Issued by the Courant Institute of Mathematical Sciences*, vol. 57, no. 11, pp. 1413–1457, 2004.
- [14] J. Tabary, P. Hugonnard, and F. Mathy, "Sindbad : a realistic multi-purpose and scalable x-ray simulation tool for ndt applications," in *Int. Symp. on DIR and CT, Lyon*, vol. 1, pp. 1–10, 2007.
- [15] F. Jolivet, C. Fournier, and A. Brambilla, "A fast gradient-based algorithm for image reconstruction in inverse geometry ct architecture with sparse distributed sources," in *15th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine*, vol. 11072, p. 110721N, International Society for Optics and Photonics, 2019.
- [16] W. A. Kalender, R. Hebel, and J. Ebersberger, "Reduction of ct artifacts caused by metallic implants," *Radiology*, vol. 164, no. 2, pp. 576–577, 1987.