

Jeu d'estimation de l'état de canal et coordination

Maël LE TREUST¹, Matthieu BLOCH²

¹ETIS UMR 8051, Université Paris Seine, Université Cergy-Pontoise, ENSEA, CNRS,
6, avenue du Ponceau, 95014 Cergy-Pontoise Cedex, France

²School of Electrical and Computer Engineering - UMI 2958 GT-CNRS
Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia 30332, USA

mael.le-treust@ensea.fr, matthieu.bloch@ece.gatech.edu

Résumé – Nous étudions le problème du masquage et de l'amplification de l'état d'un canal en utilisant les outils de la coordination empirique. L'encodeur observe l'état du canal de manière causale et met en œuvre un schéma de codage afin de contrôler la divulgation de l'état du canal tout en transmettant un débit d'information. Nous démontrons que le problème de la coordination empirique fournit un cadre naturel pour l'étude de la transmission fiable et de l'amplification ou du masquage de l'état de canal. Nous caractérisons la région réalisable de débit-divulgation-coordination lorsque l'observation de l'encodeur est causale. Nous exploitons ce résultat pour résoudre un jeu à somme nulle d'estimation de l'état du canal dans lequel l'encodeur essaie d'empêcher le décodeur d'estimer l'état du canal avec précision.

Abstract – We revisit the problems of state masking and state amplification through the lens of empirical coordination by considering a state-dependent channel in which the encoder has causal and strictly causal state knowledge. We show that the problem of empirical coordination provides a natural framework in which to jointly study the problems of reliable communication, state masking, and state amplification. We characterize the regions of rate-equivocation-coordination trade-offs for several channel models with causal and strictly causal state knowledge. We exploit this result to solve a channel state estimation zero-sum game in which the encoder prevents the decoder to estimate the channel state accurately.

1 Introduction

L'étude du canal avec état remonte aux premiers travaux de Shannon [1] et de Gelf'and et Pinsker [2]. Ils avaient identifié des stratégies de codage optimales lorsque que l'état est connu par l'encodeur de manière causale ou non causale, respectivement. Dans ce travail, nous étudions le problème de l'estimation de l'état du canal [3, 4, 5] sous l'angle de la *coordination empirique* [6].

La coordination empirique fait référence au contrôle des histogrammes des suites d'états, des mots de code, qui apparaissent dans les modèles source-canal. Plus précisément, l'étude de la coordination empirique permet de caractériser les utilités espérées des appareils autonomes participant à un jeu répété avec un état [7]. Dans les schémas de codage pour la coordination, les actions des joueurs incorporent de l'informations pour se coordonner. Ce problème a été étudiée pour l'encodage causal [8], pour le décodage causal [9], avec information sur l'état [10], avec des contraintes de sécurité [11]. La coordination est un outil qui permet de contrôler les croyances postérieures du décodeur, par exemple pour les problèmes de "persuasion Bayésienne" [12] et de "communication stratégique" [13].

La contribution principale consiste à démontrer que la coordination fournit un cadre naturel pour l'étude de la transmission et de l'amplification ou du masquage de l'état de canal.

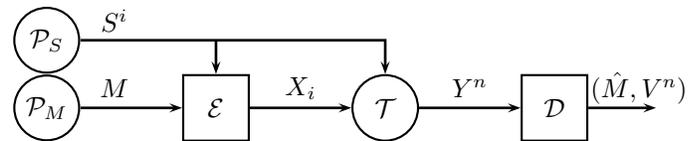


FIGURE 1 – Le canal $\mathcal{T}_{Y|XS}$ est sans-mémoire et dépend d'un état tiré de manière i.i.d. selon \mathcal{P}_S . L'encodage est causal $f_i : \mathcal{M} \times \mathcal{S}^i \rightarrow \mathcal{X}$, pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$ et les fonctions de décodage $g : \mathcal{Y}^n \rightarrow \mathcal{M}$ et $h : \mathcal{Y}^n \rightarrow \Delta(\mathcal{V}^n)$ sont non-causales.

- Nous introduisons et caractérisons la notion de *divulgence d'information*, qui capture ce que le décodeur peut inférer sur l'état du canal en utilisant sa connaissance du schéma de codage. Cela nous permet de caractériser, au théorème 2.3, la région de débit-divulgation-coordination pour le canal avec état observé de manière causale par l'encodeur. Notre définition de la divulgation d'information raffine les résultats antérieurs en caractérisant l'information divulguée de manière exacte, au lieu d'avoir des bornes inférieures et supérieures. Les résultats de [3, Section V] et [4, Theorem 2] sont des cas particuliers du théorème 2.3.
- Nous définissons un jeu d'estimation de l'état de canal dans lequel l'encodeur envoie de l'information avec un débit fixé, tout en masquant l'état de canal au décodeur.

Nous introduisons une fonction de distorsion entre l'état du canal et son estimation, que le décodeur veut minimiser et que l'encodeur veut maximiser. Le théorème 3.2 caractérise la fonction optimale distorsion-débit, formulée comme un problème max-min/min-max.

2 Problème et résultat principal

2.1 Notation

Les majuscules \mathcal{S} désignent des variables aléatoires, les minuscules s désignent des réalisations et les polices calligraphiques \mathcal{S} indiquent les alphabets, supposés finis $|\mathcal{S}| < \infty$. Les suites de variables aléatoires et les réalisations sont notées $S^n = (S_1, \dots, S_n)$ et $s^n = (s_1, \dots, s_n)$. Nous désignons par $\Delta(\mathcal{S})$, l'ensemble des distributions de probabilité sur \mathcal{S} . La notation $\|\mathcal{Q}_X - \mathcal{P}_X\|_1 = \sum_{x \in \mathcal{X}} |\mathcal{Q}(x) - \mathcal{P}(x)|$ désigne la distance ℓ_1 entre les vecteurs des distributions de probabilité $\mathcal{Q}_X \in \Delta(\mathcal{X})$ et $\mathcal{P}_X \in \Delta(\mathcal{X})$ et la notation $Y \dashv X \dashv W$ désigne la propriété de chaîne de Markov correspondant à $\mathcal{P}_{Y|XW} = \mathcal{P}_{Y|X}$. La notation $\mathbb{1}(v = s)$ désigne la fonction indicatrice, égale à 1 si $v = s$ et 0 sinon.

Pour une suite $s^n \in \mathcal{S}^n$, $\mathbf{N}(s|s^n)$ indique le nombre d'occurrence du symbole $s \in \mathcal{S}$ dans la suite s^n . La distribution empirique $Q_s^n \in \Delta(\mathcal{S})$ de la suite $s^n \in \mathcal{S}^n$ est définie par

$$\forall s \in \mathcal{S} \quad Q_s^n = \frac{\mathbf{N}(s|s^n)}{n}. \quad (1)$$

La notation $T_\delta(\mathcal{Q}_{SX})$ désigne l'ensemble des suites (s^n, x^n) conjointement typiques pour la distribution de probabilité $\mathcal{Q}_{SX} \in \Delta(\mathcal{S} \times \mathcal{X})$, avec une tolérance $\delta > 0$:

$$\left\| Q_{SX}^n - \mathcal{Q}_{SX} \right\|_1 = \sum_{s,x} |Q^n(s,x) - \mathcal{Q}(s,x)| \leq \delta. \quad (2)$$

2.2 Modèle

Le problème à l'étude est illustré par la figure 1. Le canal $\mathcal{T}_{Y|XS}$ est sans mémoire et dépend d'un état $s \in \mathcal{S}$ tiré de manière i.i.d. selon la distribution de probabilité \mathcal{P}_S . Pour $n \in \mathbb{N}^*$, un message tiré selon la distribution uniforme $M \in \mathcal{M}$ et la suite d'état S^n sont encodés dans une suite $X^n \in \mathcal{X}^n$. En observant la sortie du canal $Y^n \in \mathcal{Y}^n$, le décodeur \mathcal{D} renvoie le message $\hat{M} \in \mathcal{M}$ et génère une suite d'actions $V^n \in \mathcal{V}^n$, qui peut être considéré comme une estimation de la suite d'états S^n . Les distributions de probabilités $\mathcal{T}_{Y|XS}$ et \mathcal{P}_S sont connues de l'encodeur \mathcal{E} et du décodeur \mathcal{D} .

Définition 2.1 *Un code avec encodage causal $c \in \mathcal{C}(n, \mathcal{M})$ est une suite de fonctions $c = (\{f_i\}_{i \in \{1, \dots, n\}}, g, h)$ définie par :*

$$f_i : \mathcal{M} \times \mathcal{S}^i \rightarrow \Delta(\mathcal{X}), \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}, \quad (3)$$

$$g : \mathcal{Y}^n \rightarrow \mathcal{M}, \quad h : \mathcal{Y}^n \rightarrow \Delta(\mathcal{V}^n). \quad (4)$$

Les fonctions $\{f_i\}_{i \in \{1, \dots, n\}}$ et h sont stochastiques et la fonction g est déterministe.

Le code $c \in \mathcal{C}(n, \mathcal{M})$, la distribution de probabilité uniforme des messages \mathcal{P}_M , la source \mathcal{P}_S et le canal $\mathcal{T}_{Y|XS}$ induisent une distribution de probabilité

$$\mathbb{P}(M, S^n, X^n, Y^n, V^n, \hat{M}) = \mathcal{P}_M \prod_{i=1}^n \left[\mathcal{P}_{S_i} f_{X_i|S^i M} \mathcal{T}_{Y_i|X_i S_i} \right] h_{V^n|Y^n} \mathbb{1}(\hat{M} = g(Y^n)). \quad (5)$$

Les suites (S^n, X^n, Y^n, V^n) sont aléatoires, la distribution empirique Q_{SXYV}^n est également une variable aléatoire.

Définition 2.2 *Etant donné un débit $R \geq 0$, un niveau de divulgation de l'état de canal $E \geq 0$ et une distribution de probabilité cible \mathcal{Q}_{SXYV} . Le triplet (R, E, \mathcal{Q}) est réalisable si pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $\bar{n} \in \mathbb{N}$ tel que pour tout $n \geq \bar{n}$, il existe un code avec un codage causal $c \in \mathcal{C}(n, \mathcal{M})$ tel que :*

$$\begin{aligned} \frac{\log_2 |\mathcal{M}|}{n} &\geq R - \varepsilon, \\ \left| \mathcal{L}_e(c) - E \right| &\leq \varepsilon, \quad \text{avec} \quad \mathcal{L}_e(c) = \frac{1}{n} \cdot I(S^n; Y^n), \\ \mathcal{P}_e(c) &= \mathbb{P}(M \neq \hat{M}) \\ &+ \mathbb{P}\left(\left\| Q_{SXYV}^n - \mathcal{Q}_{SXYV} \right\|_1 \geq \varepsilon\right) \leq \varepsilon. \end{aligned}$$

\mathcal{A} désigne l'ensemble des triplets réalisables (R, E, \mathcal{Q}) .

En termes simples, la performance est capturée selon trois paramètres : i) la vitesse à laquelle le message M peut être transmis de manière fiable ; ii) le niveau de divulgation de la suite d'états S^n au décodeur ; iii) la capacité de l'encodeur et du décodeur à coordonner leurs actions selon la distribution \mathcal{Q}_{SXYV} .

2.3 Résultat principal

Nous caractérisons l'ensemble \mathcal{A} des triplets réalisables.

Théorème 2.3 *Soit \mathcal{Q}_{SXYV} une distribution de probabilité cible qui se décompose en $\mathcal{Q}_{SXYV} = \mathcal{P}_S \mathcal{Q}_{X|S} \mathcal{T}_{Y|XS} \mathcal{Q}_{V|SXY}$. Le triplet (R, E, \mathcal{Q}) est réalisable si et seulement si il existe deux variables aléatoires auxiliaires (W_1, W_2) dont la distribution de probabilité $\mathcal{Q}_{SW_1 W_2 XYV} \in \mathbb{Q}_e$ satisfait*

$$I(S; W_1, W_2, Y) \leq E \leq H(S), \quad (6)$$

$$R + E \leq I(W_1, S; Y), \quad (7)$$

où \mathbb{Q}_e est l'ensemble des distributions jointes $\mathcal{Q}_{SW_1 W_2 XYV}$ ayant pour marginale \mathcal{Q}_{SXYV} , qui se décompose selon

$$\mathcal{P}_S \mathcal{Q}_{W_1} \mathcal{Q}_{W_2|SW_1} \mathcal{Q}_{X|SW_1} \mathcal{T}_{Y|XS} \mathcal{Q}_{V|YW_1 W_2}, \quad (8)$$

avec les supports $\max(|W_1|, |W_2|) \leq |\mathcal{S} \times \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \times \mathcal{V}| + 1$.

Le théorème 2.3 caractérise les compromis optimaux entre la transmission fiable, la divulgation de l'état de canal et coordination empirique. La variable auxiliaire W_2 correspond à un codage de source de type Wyner-Ziv [14] et W_1 correspond à un codage de canal avec état [1]. Seule la marginale

$\mathcal{Q}_{SW_1W_2XY}$ affecte les contraintes d'information (6) et (7) car la corrélation entre (Y, W_1, W_2) et V est libre. Les preuves sont données dans [15, annexes A,B,F].

Remarque 2.4 L'équation (7) et la première inégalité de (6) impliquent la contrainte d'information

$$R \leq I(W_1, W_2; Y) - I(W_2; S|W_1) \quad (9)$$

que l'on trouve également dans [5, théorème 3] pour le problème de la communication de l'état de canal et dans [8, théorème 2] pour la coordination empirique. Les deux chaînes de Markov $X \circlearrowleft (S, W_1) \circlearrowleft W_2$ et $Y \circlearrowleft (X, S) \circlearrowleft (W_1, W_2)$ impliquent $Y \circlearrowleft (W_1, S) \circlearrowleft W_2$.

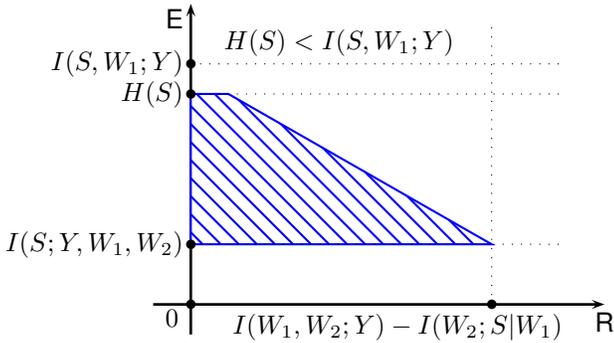


FIGURE 2 – Région des paires $(R, E) \in \mathcal{A}$ réalisables pour une distribution $\mathcal{Q}_{SW_1W_2XYV}$, lorsque $H(S) < I(S, W_1; Y)$.

Le théorème 2.3 a plusieurs conséquences importantes. Premièrement, la coordination des actions selon la distribution cible $\mathcal{P}_S \mathcal{Q}_{X|S} \mathcal{T}_{Y|XS} \mathcal{Q}_{V|SXY}$ est compatible avec la transmission d'information fiable de débit $R \geq 0$. Deuxièmement, le cas d'égalité dans l'inégalité de droite de (6) correspond à la révélation complète de l'état de canal S au décodeur. Troisièmement, pour toute paire débit-distribution réalisable $(R, \mathcal{Q}) \in \mathcal{A}$, la divulgation minimale $E^*(R, \mathcal{Q})$ est donné par la première inégalité de (6) :

$$E^*(R, \mathcal{Q}) = \min_{\substack{\mathcal{Q}_{SW_1W_2XYV} \in \mathcal{Q}_e, \\ \text{s.t. } R \leq I(W_1, W_2; Y) - I(W_2; S|W_1)}} I(S; W_1, W_2, Y). \quad (10)$$

La transmission d'information fiable nécessite que le décodeur connaisse la fonction d'encodage, à partir de laquelle il peut déduire le paramètre d'état du canal S . L'équation (10) montre que la divulgation minimale de l'état de canal $I(S^n; Y^n)$ est proche de $n \cdot I(S; W_1, W_2, Y)$, comme si les suites (S^n, Y^n, W_1^n, W_2^n) étaient générées selon la distribution de probabilité i.i.d. $\mathcal{Q}_{SW_1W_2Y}$.

3 Jeu d'estimation de l'état de canal

Dans cette section, nous introduisons le jeu à somme nulle d'estimation de l'état de canal dans lequel l'encodeur envoie de l'information au décodeur avec un débit $R \geq 0$, mais essaie d'empêcher le décodeur d'estimer l'état du canal $s \in \mathcal{S}$. Nous

introduisons une fonction de distorsion $d(s, v)$ qui dépend de l'état du canal $s \in \mathcal{S}$ et de l'estimée $v \in \mathcal{V}$. Le jeu est à somme nulle car le décodeur cherche à minimiser l'espérance de cette distorsion alors que l'encodeur cherche à la maximiser.

Définition 3.1 Un débit $R \geq 0$ et une distorsion $D \geq 0$ sont réalisables si, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un $\bar{n} \in \mathbb{N}$ tel que pour tout $n \geq \bar{n}$, il existe un code $c = (\{f_i\}_{i \in \{1, \dots, n\}}, g)$ qui satisfait

$$\frac{\log_2 |\mathcal{M}|}{n} \geq R - \varepsilon, \quad \mathbb{P}(M \neq \hat{M}) \leq \varepsilon, \quad (11)$$

$$\left| \min_{h_{V^n|Y^n}} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{E}[d(S_i, V_i)] - D \right| \leq \varepsilon. \quad (12)$$

La notation \mathcal{A}_g désigne l'ensemble des (R, D) réalisables.

Pour illustrer cette définition, nous discutons du cas particulier où le débit vaut zéro $R = 0$, donc les fonctions d'encodage s'écrivent $f_{X_i|S^i}$ au lieu de $f_{X_i|S^i M}$. Le jeu à somme nulle d'estimation d'état de canal se reformule en un problème max-min

$$\max_{\{f_{X_i|S^i}\}_{i \in \{1, \dots, n\}}} \min_{h_{V^n|Y^n}} \mathbb{E} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d(S_i, V_i) \right], \quad (13)$$

dans lequel l'encodeur choisit $\{f_{X_i|S^i}\}_{i \in \{1, \dots, n\}}$ et le décodeur choisit $h_{V^n|Y^n}$. Le théorème 3.2 ci-dessous, énonce que la solution est donnée par

$$\max_{\mathcal{Q}_{W_1}, \mathcal{Q}_{X|SW_1}} \min_{\mathcal{P}_{V|W_1Y}} \mathbb{E} [d(S, V)]. \quad (14)$$

Le théorème 3.2 établit un lien entre la divulgation d'information $\frac{1}{n} I(S^n; Y^n)$ et l'estimation de l'état du canal : $\min_{h_{V^n|Y^n}} \mathbb{E} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d(S_i, V_i) \right]$.

Théorème 3.2 (Jeu à somme nulle) Une paire débit-distorsion $(R, D) \in \mathcal{A}_g$ est réalisable si et seulement si il existe une variable aléatoire auxiliaire W_1 avec distribution de probabilité $\mathcal{Q}_{SW_1XY} \in \mathcal{Q}_d$ satisfait :

$$R \leq I(W_1; Y), \quad (15)$$

$$D = \min_{\mathcal{P}_{V|W_1Y}} \mathbb{E} [d(S, V)]. \quad (16)$$

où \mathcal{Q}_d est l'ensemble des distributions de probabilité \mathcal{Q}_{SW_1XY} ayant pour marginale \mathcal{Q}_{SXY} , qui se décompose selon

$$\mathcal{P}_S \mathcal{Q}_{W_1} \mathcal{Q}_{X|SW_1} \mathcal{T}_{Y|XS}, \quad (17)$$

et dont le support satisfait $|W_1| \leq |S \times \mathcal{Y}| + 1$.

La preuve du théorème 3.2 est énoncée dans [15, annexes D, E] et s'appuie sur des résultats de [12, Corollaire A.18, Lemme A.22]. Les techniques employées se réfèrent à la notion de "distance stratégique" [16, Section 5.2], utilisée dans la littérature sur les jeux répétés [17], ainsi que pour la "persuasion Bayésienne" [12] et la "communication stratégique" [13].

Remarque 3.3 (Résultat max-min/min-max)

$$D^*(R) = \max_{\substack{\mathcal{Q}_{W_1}, \mathcal{Q}_{X|SW_1} \\ R \leq I(W_1; Y)}} \min_{\mathcal{P}_{V|W_1Y}} \mathbb{E} \left[d(S, V) \right] \quad (18)$$

$$= \min_{\mathcal{P}_{V|W_1Y}} \max_{\substack{\mathcal{Q}_{W_1}, \mathcal{Q}_{X|SW_1} \\ R \leq I(W_1; Y)}} \mathbb{E} \left[d(S, V) \right]. \quad (19)$$

Les ensembles sont compacts et convexes et l'espérance est linéaire, le théorème de Sion [18] garantit l'existence d'une valeur, c'est à dire que le max-min est égal au min-max.

Remarque 3.4 (Une seule variable auxiliaire) Le théorème 3.2 est basée sur l'ensemble \mathbb{Q}_d qui ne dépend que de W_1 , au lieu de (W_1, W_2) pour l'ensemble \mathbb{Q}_e . La variable auxiliaire W_2 ne sert plus lorsque l'on veut masquer l'état du canal.

$$D^\circ = \max_{\substack{\mathcal{Q}_{W_1}, \mathcal{Q}_{X|SW_1}, \mathcal{Q}_{W_2|SW_1} \\ R \leq I(W_1, W_2; Y) - I(W_2; S|W_1)}} \min_{\mathcal{P}_{V|W_1W_2Y}} \mathbb{E} \left[d(S, V) \right] \quad (20)$$

$$\leq \max_{\substack{\mathcal{Q}_{W_1}, \mathcal{Q}_{X|SW_1}, \mathcal{Q}_{W_2|SW_1} \\ R \leq I(W_1, W_2; Y) - I(W_2; S|W_1)}} \min_{\mathcal{P}_{V|W_1Y}} \mathbb{E} \left[d(S, V) \right] \quad (21)$$

$$\leq \max_{\substack{\mathcal{Q}_{W_1}, \mathcal{Q}_{X|SW_1} \\ R \leq I(W_1; Y)}} \min_{\mathcal{P}_{V|W_1Y}} \mathbb{E} \left[d(S, V) \right] = D^*, \quad (22)$$

L'équation (21) est obtenue en prenant le minimum sur $\mathcal{P}_{V|W_1W_2Y}$ au lieu de $\mathcal{P}_{V|W_1Y}$; (22) provient de la chaîne de Markov $Y \circlearrowleft (S, W_1) \circlearrowleft W_2$ énoncée à l'équation (8), qui assure que $I(W_1, W_2; Y) - I(W_2; S|W_1) \leq I(W_1; Y)$. Donc la contrainte $R \leq I(W_1, W_2; Y) - I(W_2; S|W_1)$ est plus restrictive que $R \leq I(W_1; Y)$.

Remarque 3.5 (Communication de l'état de canal) Dans [5], l'objectif est de transmettre les état de canal afin de minimiser la fonction de distorsion

$$\min_{\substack{\{f_{X_i|S^i}\}_{i \in \{1, \dots, n\}}, \\ h_{V^n|Y^n}}} \mathbb{E} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d(S_i, V_i) \right], \quad (23)$$

alors qu'à l'équation (13), l'objectif est de masquer l'état du canal. Les auteurs de [5] ont démontré la convergence des équations (23) vers le problème d'optimisation :

$$\widehat{D} = \min_{\substack{\mathcal{Q}_{W_1}, \mathcal{Q}_{X|SW_1}, \mathcal{Q}_{W_2|SW_1}, \mathcal{Q}_{V|W_1W_2Y} \\ 0 \leq I(W_1, W_2; Y) - I(W_2; S|W_1)}} \mathbb{E} \left[d(S, V) \right], \quad (24)$$

où la variable aléatoire auxiliaire W_2 est utilisée pour transmettre une version quantifiée de l'état du canal au décodeur.

Références

[1] C. Shannon, "Channels with side information at the transmitter," *IBM Journal of Research and Development*, vol. 2, no. 4, pp. 289–293, Oct 1958.

[2] S. I. Gel'fand and M. S. Pinsker, "Coding for channel with random parameters," *Problems of Control and Inform. Theory*, vol. 9, no. 1, pp. 19–31, 1980.

[3] N. Merhav and S. Shamai, "Information rates subject to state masking," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 53, no. 6, pp. 2254–2261, June 2007.

[4] Y.-H. Kim, A. Sutivong, and T. Cover, "State amplification," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 54, no. 5, pp. 1850–1859, May 2008.

[5] C. Choudhuri, Y.-H. Kim, and U. Mitra, "Causal state communication," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 59, no. 6, pp. 3709–3719, June 2013.

[6] P. Cuff, H. Permuter, and T. Cover, "Coordination capacity," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 56, no. 9, pp. 4181–4206, Sept. 2010.

[7] O. Gossner, P. Hernández, and A. Neyman, "Optimal use of communication resources," *Econometrica*, vol. 74, no. 6, pp. 1603–1636, 2006.

[8] P. Cuff and C. Schieler, "Hybrid codes needed for coordination over the point-to-point channel," in *49th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*, Sept 2011, pp. 235–239.

[9] M. Le Treust, "Joint empirical coordination of source and channel," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 63, no. 8, pp. 5087–5114, Aug 2017.

[10] B. Laroousse, S. Lasaulce, and M. R. Bloch, "Coordination in distributed networks via coded actions with application to power control," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 64, no. 5, pp. 3633–3654, May 2018.

[11] C. Schieler and P. Cuff, "Rate-distortion theory for secrecy systems," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 60, no. 12, pp. 7584–7605, Dec 2014.

[12] M. Le Treust and T. Tomala, "Persuasion with limited communication capacity," *draft available* : <https://arxiv.org/abs/1711.04474>, Dec. 2017.

[13] —, "Information-theoretic limits of strategic communication," *draft available* : <https://arxiv.org/abs/1807.05147>, July 2018.

[14] A. D. Wyner and J. Ziv, "The rate-distortion function for source coding with side information at the decoder," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 22, no. 1, pp. 1–11, Jan. 1976.

[15] M. Le Treust and M. Bloch, "State leakage and coordination of actions : Core of decoder's knowledge," *draft available at* : <https://arxiv.org/abs/1812.07026>, Dec. 2018.

[16] O. Gossner and N. Vieille, "How to play with a biased coin ?" *Games and Economic Behavior*, vol. 41, no. 2, pp. 206–226, 2002.

[17] O. Gossner and T. Tomala, "Secret correlation in repeated games with imperfect monitoring," *Mathematics of Operation Research*, vol. 32, no. 2, pp. 413–424, 2007.

[18] M. Sion, "On general minimax theorems," *Pacific Journal of mathematics*, vol. 8, no. 1, pp. 171–176, 1958.