

Contribution à l'estimation aveugle du canal de transmission dans les systèmes SIMO non linéaires

Ouahbi REKIK¹, Karim ABED-MERAIM², Anissa MOKRAOUI¹, Mohamed NAIT-MEZIANE²

¹L2TI, Institut Galilée, Université Paris 13 Sorbonne Paris Cité, France

²PRISME, Université d'Orléans, France

{ouahbi.rekik, anissa.mokraoui}@univ-paris13.fr, {karim.abed-meraim, mohamed.nait-meziane}@univ-orleans.fr

Résumé – Les distorsions non linéaires représentent un problème inévitable dans de nombreux systèmes de communication affectant considérablement leurs performances. L'objectif de cet article est de proposer deux solutions pour l'estimation aveugle du canal de transmission des systèmes SIMO (Single-Input Multiple-Output) non linéaires. La première solution est basée sur une approche sous espace, alors que la deuxième est basée sur l'approche du maximum de vraisemblance maximisée par l'algorithme EM (Expectation-Maximization) et initialisée par la première approche. Les résultats de simulation montrent que les deux approches proposées présentent des performances d'estimation du canal très intéressantes, avec une vitesse de convergence attrayante pour la solution itérative à base de l'EM et ce grâce à la bonne initialisation choisie.

Abstract – Nonlinear distortions present an undeniable issue in many communications systems greatly affecting their performance. The objective of this paper is to propose two solutions for blind channel estimation for nonlinear SIMO (Single-Input Multiple-Output) systems. The first solution is based on the subspace approach, whereas the second one is based on the maximum likelihood approach which is maximized through the expectation-maximization (EM) algorithm and initialized by the first approach. Simulation results show that the proposed approaches exhibit very interesting channel estimation performance, with an attractive convergence speed for the EM-based iterative solution.

1 Introduction

Dans les systèmes de communication, en raison de la présence de dispositifs non linéaires tels que les amplificateurs de puissance et les équipements optiques, les canaux de communication sont parfois corrompus par des distorsions non linéaires qui génèrent ainsi des interférences non linéaires entre symboles, des interférences d'accès multiples non linéaires ainsi que des interférences non linéaires inter-porteuses. Ces distorsions peuvent altérer de manière significative la réception du signal, ce qui nuit aux performances du système de communication. Dans de tels cas, des modèles non linéaires sont adoptés afin de fournir une représentation précise du canal pour éliminer ou réduire ces distorsions. Dans le cas de l'identification de canal, un exemple efficace de modèles non linéaires sont les filtres de Volterra [1]. Ce sont des modèles avec une relation entrée-sortie non linéaire mais qui sont linéaires par rapport aux paramètres à estimer. Ils ont la capacité de modéliser les non linéarités et de capturer l'effet mémoire du canal.

Plusieurs approches d'identification de canal, basées sur les modèles de Volterra, ont été proposées dans la littérature. Certaines sont de type semi-aveugle telles que celles basées sur les filtres adaptatifs des moindres carrés moyens (LMS :

Least Mean Squares) [2], ou celles basées sur l'approche des moindres carrés récurrents (RLS : Recursive Least Squares) [3], ou sur les projections affines (AP : Affine Projections) [4]. D'autres approches sont de type aveugle, telles que celles basées sur les cumulants d'ordre supérieur [5], sur la décomposition du tenseur en facteurs parallèles (PARAFAC : Parallel Factors) [6], ou la méthode bayésienne nommée chaîne de Markov à sauts réversibles de Monte Carlo (RJMCMC : Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo) [7].

Cet article propose deux estimateurs de types aveugles pour l'identification du canal de transmission des systèmes SIMO (Single-Input Multiple-Output) non linéaires basé sur la série de Volterra du second ordre. Le premier estimateur utilise une approche sous espace (nommée SS pour Sub-Space) où le système SIMO non linéaire est traité comme un système MIMO linéaire. Une méthode d'élimination de l'ambiguïté, inhérente aux méthodes sous-espace, est proposée. Le deuxième estimateur est de type aveugle itératif basé sur le maximum de vraisemblance optimisé par l'algorithme EM (Expectation-Maximization). Le résultat du premier estimateur sert à initialiser l'algorithme EM.

2 Modèle du système

Soit un système de communication SIMO non-linéaire composé d'un émetteur équipé d'une seule antenne et d'un récepteur équipé de $N_r > 2$ antennes¹. Uniquement les termes linéaires et quadratiques de la série de Volterra sont considérés. Par conséquent, le k -ème signal reçu à la r -ème antenne de réception, noté $y_r(k)$, est donné par :

$$y_r(k) = \sum_{n=0}^{M_{r,1}} h_{r,1}(n)u(k-n) + \sum_{n=0}^{M_{r,2}} h_{r,2}(n)u^2(k-n) + v_r(k), \quad (1)$$

où $v_r(k)$ est un bruit blanc circulaire Gaussian centré supposé temporellement et spatialement blanc (c.a.d. la covariance du vecteur bruit est $\sigma_v^2 \mathbf{I}_{N_r}$) et $\{u(k)\}$ sont les symboles transmis représentés par des variables aléatoires complexes indépendantes prenant des valeurs équiprobables dans un alphabet fini $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_{2B}\}$ où B est le nombre de bits par symbole.

Définissons les vecteurs suivants :

$\mathbf{h}_{r,1} = [h_{r,1}(0), \dots, h_{r,1}(M)]^T$, $\mathbf{h}_{r,2} = [h_{r,2}(0), \dots, h_{r,2}(M)]^T$, $\mathbf{u}_1(k) = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-M)]^T$ et $\mathbf{u}_2(k) = [u^2(k), u^2(k-1), \dots, u^2(k-M)]^T$ tel que $M = \max(M_{r,i})$, $1 \leq r \leq N_r$ et $i = 1, 2$. Ainsi, le signal reçu peut être représenté comme suit :

$$y_r(k) = \mathbf{h}_r \mathbf{u}_k + v_r(k), \quad (2)$$

où $\mathbf{h}_r = [\mathbf{h}_{r,1}^T, \mathbf{h}_{r,2}^T]^T$ et $\mathbf{u}_k = [\mathbf{u}_1(k)^T, \mathbf{u}_2(k)^T]^T$.

En considérant les N_r antennes de réception, le modèle du signal devient :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H} \mathbf{u}_k + \mathbf{v}_k, \quad (3)$$

où $\mathbf{y}_k = [y_1(k), \dots, y_{N_r}(k)]^T$; $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1^T, \dots, \mathbf{h}_{N_r}^T]^T$; et $\mathbf{v}_k = [v_1(k), \dots, v_{N_r}(k)]^T$.

Les paramètres à estimer sont les coefficients du canal et la variance du bruit représentés par le vecteur $\boldsymbol{\theta} = (\text{vec}(\mathbf{H}), \sigma_v^2)$.

Ce signal peut être vu comme un processus de Markov avec un vecteur d'état $\mathbf{s}_k = (u(k-1), \dots, u(k-M))$ prenant valeur dans l'ensemble de tous les états possibles $\mathcal{Q} = \{\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N\}$ avec $N = 2^{BM}$. Le vecteur de transition est défini à base du vecteur $\mathbf{x}_k = (u(k), \dots, u(k-M))$ de $(M+1)$ symboles associé à la transition entre deux états successifs. L'ensemble des $2^{B \cdot (M+1)}$ transitions possibles est noté \mathcal{X} . Pour des raisons de simplicité de notation, les observations $\mathbf{y}_n, \dots, \mathbf{y}_m$ ainsi que les états $\mathbf{s}_n, \dots, \mathbf{s}_m$ sont notés, dans ce qui suit, respectivement par $\mathbf{Y}_{[n:m]}$ et $\mathbf{S}_{[n:m]}$.

3 Estimateur sous espace (SS)

Considérons le signal SIMO modélisé ci-dessus comme un signal MIMO ($2 \times N_r$) où le terme quadratique $u^2(k)$ est traité comme la seconde source de notre modèle MIMO. Les hypothèses suivantes sont supposées vérifiées :

- La matrice polynomiale $H(z)$ de taille $(N_r \times 2)$ est irréductible. L'entrée (r, i) de cette matrice est la fonction de transfert du (r, i) -ème canal donnée par $h_{r,i}(z) = \sum_{l=0}^M h_{r,i}(l)z^{-l}$.
- La matrice de covariance du signal $[u(k), u^2(k)]^T$ est de rang plein.

1. Le nombre de canaux N_r peut être issu d'un sur-échantillonnage du signal reçu (diversité temporelle) ou d'autres sources de diversité telle que la polarisation multiple des antennes.

Dans ce cas, la méthode sous espace introduite dans [8] permet d'identifier la matrice polynomiale $H(z)$ à une matrice constante \mathbf{Q} de taille (2×2) . L'approche proposée consiste alors à utiliser en premier lieu la méthode sous espace standard pour estimer le canal à cette indétermination près.

Pour lever cette indétermination, nous proposons d'utiliser la relation entre les 2 sources supposées. Après égalisation du canal², le signal obtenu dans le cas sans bruit est :

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{u}(n) \text{ avec } \mathbf{u}(n) = [u(k), u^2(k)]^T, \quad (4)$$

où \mathbf{Q} est la matrice de séparation de ce mélange caractérisée (à une diagonale près) par le fait que le vecteur $\mathbf{z}(n) = \mathbf{Q}\mathbf{x}(n)$ vérifie $z_2(n) = z_1(n)^2$. Ainsi, pour estimer la matrice inconnue \mathbf{Q} , nous proposons de minimiser le critère des moindres carrés suivant :

$$\sum_{n=1}^{N_s} |z_2(n) - z_1^2(n)|^2 = \|\mathbf{X}\bar{\mathbf{q}}\|^2, \quad (5)$$

où $\bar{\mathbf{q}} = [Q_{2,1}, Q_{2,2}, Q_{1,1}^2, Q_{1,2}^2, Q_{1,1}Q_{1,2}]^T = [v_1, v_2, v_3, v_4, v_5]^T$; N_s est la taille du signal égalisé; et

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} -x_1(1) & -x_2(1) & x_1^2(1) & x_2^2(1) & 2x_1(1)x_2(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -x_1(N_s) & -x_2(N_s) & x_1^2(N_s) & x_2^2(N_s) & 2x_1(N_s)x_2(N_s) \end{bmatrix}$$

Le vecteur $\bar{\mathbf{q}}$ recherché est alors estimé à une constante près. Il est donné par le vecteur propre \mathbf{v} associé à la plus petite valeur propre de $\mathbf{X}^H \mathbf{X}$. Ainsi, on peut estimer la matrice \mathbf{Q} ³ comme suit :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sqrt{v_3} & \frac{v_5}{\sqrt{v_3}} \\ \lambda v_1 & \lambda v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}. \quad (6)$$

Finalement, le scalaire λ est estimé en remplaçant l'expression (6) dans le critère (5), conduisant à :

$$\lambda = \frac{\sum_{n=1}^{N_s} \tilde{z}_1^2(n) \tilde{z}_2^*(n)}{\sum_{n=1}^{N_s} |\tilde{z}_2(n)|^2}, \quad (7)$$

où $\tilde{\mathbf{z}}(n) = \tilde{\mathbf{Q}}\mathbf{x}(n)$.

Dans le cas aveugle, notons que l'estimation des signaux sources (et aussi le canal) ne se fait qu'à une constante près qui représente une indétermination inhérente au problème considéré. Cependant, on peut encore réduire cette indétermination (dans le cas QAM à une phase inconnue multiple de $\pi/2$) en exploitant l'indépendance des parties réelles et imaginaires des symboles transmis. Dans nos simulations, nous avons utilisé la rotation de phase donnée par l'équation (15) de [9].

4 Estimateur EM

Dans cette section, on décrit l'estimateur proposée à base de l'algorithme EM. L'algorithme EM est une méthode itérative visant à estimer des paramètres avec le critère du maximum de vraisemblance; à partir de modèles statistiques, qui dépendent

2. Nous avons utilisé un égaliseur "forçage à zéro" de retard M à partir de l'estimé du canal obtenu par la méthode sous-espace.

3. En fait, dans le cas sans bruit, on peut démontrer que le noyau de $\mathbf{X}^H \mathbf{X}$ est de rang 1. Autrement dit, la solution recherchée est proportionnelle au vecteur propre mineur de cette matrice.

de variables latentes non observées. Ainsi, la séquence de N_s états $\mathbf{S}_{[1:N_s]}$, qui ne sont pas observés, représente les données manquantes, alors que la séquence $\mathbf{Y}_{[1:N_s]}$ représente les données incomplètes (observations). De plus, $(\mathbf{Y}_{[1:N_s]}, \mathbf{S}_{[1:N_s]})$ est le vecteur de données complètes. Chaque itération de l'algorithme EM alterne entre les deux étapes décrites ci-dessous.

4.1 E-step

L'objectif de cette étape est de trouver la fonction auxiliaire qui est l'espérance conditionnelle de la log-vraisemblance, des données complètes, par rapport à la distribution conditionnelle des données manquantes $\mathbf{S}_{[1:N_s]}$, étant donné les observations $\mathbf{Y}_{[1:N_s]}$ et le paramètre estimé actuel $\boldsymbol{\theta}^{(m)}$. Cette fonction est définie comme suit :

$$Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^{(m)}) = E(\log f_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{Y}_{[1:N_s]}, \mathbf{S}_{[1:N_s]} | \mathbf{Y}_{[1:N_s]}; \boldsymbol{\theta}^{(m)}). \quad (8)$$

En ignorant les termes indépendants de $\boldsymbol{\theta}$ et en considérant N_s observations successives, il est montré que la fonction auxiliaire $Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^{(m)})$ est proportionnelle à [10] :

$$Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^{(m)}) \propto \sum_{\mathbf{x}_{ij} \in \mathcal{X}} \sum_{k=1}^{N_s} (-N_r \log(\sigma_v^2) - \|\mathbf{y}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_{ij}\|^2 / \sigma_v^2) \gamma_{\theta}(k; i, j), \quad (9)$$

où $\gamma_{\theta}(k; i, j) = f_{\theta}(\mathbf{s}_k = \mathbf{q}_i, \mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{q}_j | \mathbf{Y}_{[1:N_s]})$ représente la probabilité *a posteriori* de la transition \mathbf{x}_{ij} de l'état $\mathbf{s}_k = \mathbf{q}_i$ à l'état $\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{q}_j$, étant donné les observations $\mathbf{Y}_{[1:N_s]}$ et l'estimation actuelle $\boldsymbol{\theta}^{(m)}$. Cette probabilité est calculée de manière efficace en utilisant les variables forward-backward notées $\alpha_{\theta}(k; i)$, $\beta_{\theta}(k; i)$. Ainsi, en ignorant les termes multiplicatifs indépendants de k, i, j , il a été montré dans [11] que :

$$\gamma_{\theta}(k; i, j) \propto \beta_{\theta}(k+1; j) \alpha_{\theta}(k; i) b_{\theta}(\mathbf{y}_k; i, j), \quad (10)$$

avec :

$$\alpha_{\theta}(k; i) = f_{\theta}(\mathbf{Y}_{[1:k-1]}, \mathbf{s}_k = \mathbf{q}_i). \quad (11)$$

$$\beta_{\theta}(k; i) = f_{\theta}(\mathbf{Y}_{[k:N_s]} | \mathbf{s}_k = \mathbf{q}_i). \quad (12)$$

$$b_{\theta}(\mathbf{y}_k) \propto (\sigma_v^2)^{-N_r} \exp(-\|\mathbf{y}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_{ij}\|^2 / \sigma_v^2). \quad (13)$$

Les variables forward-backward sont calculées, d'une manière récursive, comme suit :

$$\alpha_{\theta}(k+1; i) = \frac{1}{N} \sum_{j \in \mathcal{F}(i)} \alpha_{\theta}(k; j) b_{\theta}(\mathbf{y}_k, j, i), \quad (14)$$

$$\beta_{\theta}(k; i) = \frac{1}{N} \sum_{j \in \mathcal{B}(i)} \beta_{\theta}(k+1; j) b_{\theta}(\mathbf{y}_k, i, j), \quad (15)$$

où $\mathcal{F}(i)$ et $\mathcal{B}(i)$ désignent l'ensemble des états liés à \mathbf{q}_i dans les directions avant et arrière (forward-backward), respectivement.

4.2 M-step

Durant cette étape, on cherche à trouver le vecteur $\boldsymbol{\theta}^{(m+1)}$ qui maximise la fonction auxiliaire :

$$\boldsymbol{\theta}^{(m+1)} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^{(m)}). \quad (16)$$

Étant donné que la fonction auxiliaire est quadratique par rapport à ses arguments, l'étape de maximisation se réduit à :

$$\mathbf{H}^{(m+1)} = \mathbf{R}_{yx} \mathbf{R}_{xx}^{-1}, \quad (17)$$

$$\sigma_v^{2(m+1)} = \frac{1}{N_r} \text{trace}(\mathbf{R}_{yy} - \mathbf{H}^{(m+1)} \mathbf{R}_{xy}), \quad (18)$$

où \mathbf{R}_{yy} est la matrice d'autocorrélation des observations ; \mathbf{R}_{xy} est la matrice de corrélation croisée "pondérée" entre les symboles de transitions non observés et les observations ; et \mathbf{R}_{xx} représente la matrice d'autocorrélation des symboles de transitions non observés. Ces matrices sont données par :

$$\mathbf{R}_{yy} = \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H. \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xy} &= \mathbf{R}_{yx}^H = \sum_{\mathbf{x}_{ij} \in \mathcal{X}} \sum_{k=1}^{N_s} \gamma_{\theta}^{(m)}(k; i, j) \mathbf{x}_{ij} \mathbf{y}_k^H, \\ &= \sum_{k=1}^{N_s} E_{\theta}(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_{[1:N_s]}) \mathbf{y}_k^H. \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} &= \sum_{\mathbf{x}_{ij} \in \mathcal{X}} \sum_{k=1}^{N_s} \gamma_{\theta}^{(m)}(k; i, j) \mathbf{x}_{ij} \mathbf{x}_{ij}^H, \\ &= \sum_{k=1}^{N_s} E_{\theta}(\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H | \mathbf{Y}_{[1:N_s]}). \end{aligned} \quad (21)$$

Un critère d'arrêt des itérations peut être défini comme suit :

$$\frac{\|\boldsymbol{\theta}^{(m+1)} - \boldsymbol{\theta}^{(m)}\|}{\|\boldsymbol{\theta}^{(m)}\|} < \epsilon, \quad (22)$$

où ϵ est un seuil positif très petit choisi a priori.

5 Résultats de simulation

Cette section est consacrée à l'analyse des performances des estimateurs de canal proposés. Tel qu'adopté dans de nombreux travaux, par exemple [7] et [12], un estimateur non-linéaire basé sur N_s séquences d'apprentissage (pilotes) est pris comme référence. Les performances sont évaluées en utilisant l'Erreur Quadratique Moyenne Normalisée (EQMN). Les coefficients du canal sont générés aléatoirement avec une variance unité, une moyenne nulle, et une distribution Gaussienne, alors que les données sont issues d'une modulation QAM-4.

La Figure 1 examine les performances de l'estimateur basé sur l'approche sous espace (h_{SS}) ainsi que l'estimateur basé sur l'algorithme EM (h_{EM}). Ce dernier est initialisé par le premier estimateur. Ces deux solutions sont comparées avec l'estimateur basé uniquement sur les pilotes (h_{pilot}) pris comme référence. Nous remarquons que l'estimateur (h_{SS}) présente des performances acceptables par rapport à h_{pilot} , tandis qu'une amélioration importante de l'EQMN est remarquée après l'application de l'algorithme EM ; et ce pour les moyens et forts SNR.

La Figure 2 présente la variation de l'EQMN en fonction du nombre d'itérations nécessaires pour la convergence de l'algorithme EM, et ce pour un SNR de 10 dB. Notons qu'à partir d'une seule itération, l'algorithme EM (h_{EM}) converge vers la

solution trouvée par des pilotes seuls (c.a.d. h_{pilot}). Ce résultat est très favorable pour faire face au problème de la complexité de calcul, sachant que dans le cas des systèmes non linéaires le nombre de coefficients du canal est, en général, plus important que celui du cas linéaire.

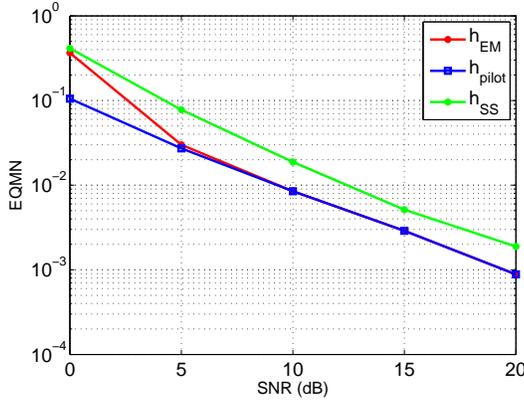


FIGURE 1 – EQMN vs SNR pour un système SIMO non linéaire avec $N_r = 9$, $N_s = 100$ échantillons et $M = 3$.

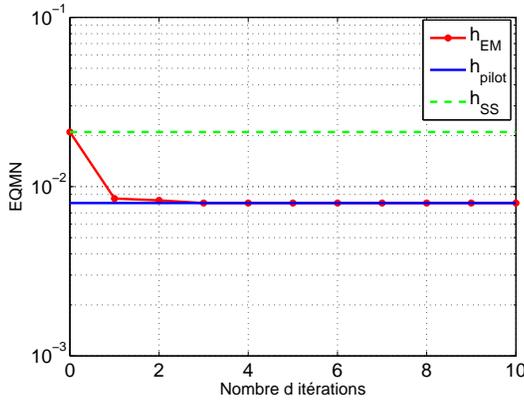


FIGURE 2 – EQMN vs nombre d'itérations de l'EM pour un système SIMO non linéaire $N_r = 9$, $N_s = 100$ échantillons et $M = 3$.

6 Conclusion

Dans cet article, deux estimateurs de type aveugle sont proposés pour l'identification du canal de transmission des systèmes SIMO non linéaires. Le premier estimateur est basé sur une approche sous espace où le système SIMO non linéaire est assimilé à un système MIMO linéaire. De plus, une méthode d'élimination de l'ambiguïté, inhérente à cette approche, est proposée. Le deuxième estimateur est itératif basé sur la maximisation de la vraisemblance par l'algorithme EM. Ce dernier a été initialisé par le résultat du premier estimateur. Les simulations, effectuées avec des signaux issus d'une modulation QAM, montrent que les deux estimateurs proposés présentent des performances d'estimation de canal très intéressantes, avec

une vitesse de convergence attrayante pour l'algorithme EM et ce grâce à l'initialisation efficace proposée.

Références

- [1] T. Ogunfunmi, *Adaptive nonlinear system identification : the Volterra and Wiener model approaches*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [2] T. Ogunfunmi and S.-L. Chang, "Second-order adaptive Volterra system identification based on discrete nonlinear Wiener model," *IEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing*, vol. 148, no. 1, pp. 21–29, 2001.
- [3] R. Claser, V. H. Nascimento, and Y. V. Zakharov, "A low-complexity RLS-DCD algorithm for Volterra system identification," in *24th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*. IEEE, 2016, pp. 6–10.
- [4] G. L. Sicuranza and A. Carini, "A multichannel hierarchical approach to adaptive Volterra filters employing filtered-X affine projection algorithms," *IEEE transactions on signal processing*, vol. 53, no. 4, pp. 1463–1473, 2005.
- [5] N. Kalouptsidis and P. Koukoulas, "Blind identification of Volterra-Hammerstein systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 8, pp. 2777–2787, 2005.
- [6] T. Bouilloc and G. Favier, "Nonlinear channel modeling and identification using baseband Volterra-PARAFAC models," *Signal Processing*, vol. 92, no. 6, pp. 1492–1498, 2012.
- [7] O. Karakuş, E. Kuruoğlu, and M. A. Altinkaya, "Bayesian Volterra system identification using reversible jump MCMC algorithm," *Signal Processing*, vol. 141, pp. 125–136, 2017.
- [8] K. Abed-Meraim, P. Loubaton, and E. Moulines, "A subspace algorithm for certain blind identification problems," *IEEE transactions on information theory*, vol. 43, no. 2, pp. 499–511, 1997.
- [9] E. Serpedin, P. Ciblat, G. B. Giannakis, and P. Loubaton, "Performance analysis of blind carrier phase estimators for general QAM constellations," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 8, pp. 1816–1823, 2001.
- [10] K. Abed-Meraim and E. Moulines, "A maximum likelihood solution to blind identification of multichannel FIR filters," in *7th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*. IEEE, 1994, pp. 1011–1014.
- [11] L. White and V. Krishnamurthy, "Adaptive blind equalization of FIR channels using hidden Markov models," in *Proceedings of ICC'93-IEEE International Conference on Communications*, vol. 2. IEEE, 1993, pp. 1128–1133.
- [12] L. Tao, H. Tan, C. Fang, and N. Chi, "Volterra series based blind equalization for nonlinear distortions in short reach optical CAP system," *Optics Communications*, vol. 381, pp. 240–243, 2016.