

# Allocation de puissance pour les réseaux radio cognitifs à relais

Anne SAVARD<sup>1</sup>, E. Veronica BELMEGA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>IMT Lille Douai, Univ. Lille, CNRS, UMR 8520 - IEMN, F-59000 Lille, France

<sup>2</sup>ETIS UMR 8051, Université Paris Seine, Université de Cergy-Pontoise, ENSEA, CNRS, 95000 Cergy, France  
anne.savard@imt-lille-douai.fr, belmega@ensea.fr

**Résumé** – Ce papier porte sur un problème d’allocation de puissance pour un réseau radio cognitif composé d’une paire utilisateur/destination primaire et secondaire ainsi que d’un relais aidant la communication entre l’utilisateur opportuniste et sa destination. Le système secondaire ne peut transmettre que si une contrainte de qualité de service est satisfaite. L’allocation de puissance optimale est présentée dans le cas où le relais emploie Decoder-et-Transférer (DF) ou Quantifier-et-Transférer (CF). Des résultats numériques montrent que DF est plus performant que CF lorsque le relais est proche de l’utilisateur opportuniste.

**Abstract** – This paper addresses a power allocation problem in a relay-aided cognitive network that is composed by a primary and secondary source/destination pair and where a relay helps the communication of the secondary network. The optimal power allocation is derived under a minimum quality of service (QoS) constraint when the relay performs Decode-and-Forward (DF) or Compress-and-Forward (CF). Numerical simulations show that DF outperforms CF when the relay is close to the opportunistic user.

## 1 Introduction

A l’heure de l’internet des objets et de la 5G, de plus en plus d’appareils communiquent de façon simultanée sur le support sans fils. De par la nature de ce médium, tous les utilisateurs à portée peuvent recevoir les signaux émis par un utilisateur. Initialement, ces signaux non souhaités étaient considérés comme du bruit additionnel, mais avec un nombre toujours croissant d’utilisateurs, les communications coopératives s’imposent comme une solution permettant de mieux exploiter la capacité d’un tel réseau de noeuds communicants en tirant profit de ces signaux [1].

L’exemple le plus simple d’une telle communication est le canal à relais, introduit dans [2], où un relais aide un utilisateur à communiquer avec une destination. La question qui se pose alors est : quelle est l’opération que le relais doit effectuer afin de maximiser le rendement de l’utilisateur ? Deux solutions ont été proposées en théorie de l’information : Decode-and-Forward (DF), où le relais décode le message de l’utilisateur avant de le renvoyer, et Compress-and-Forward (CF), où le relais transmet une version compressée de son signal reçu [3]. Bien qu’aucun de ces schémas ne permette d’atteindre les meilleurs rendements pour tous les paramètres du système (gain des canaux, puissance de bruit...), ceux-ci donnent de bons résultats y compris pour diverses extensions du canal à relais, telles que le canal à relais bi-directionnel [4] ; le canal bi-directionnel à deux relais [5] ; le canal à relais multi-way [6] où un relais aide la communication au sein d’un cluster d’utilisateurs ou encore le canal à interférence avec relais [7, 8].

Nous considérons ici un réseau radio cognitif dans lequel l’utilisateur secondaire est assisté par un relais lors de sa com-

munication. L’objectif est de trouver l’allocation de puissance optimale pour le relais et l’utilisateur secondaire de sorte à maximiser le rendement de l’utilisateur opportuniste tout en ne dégradant pas le rendement du primaire au delà d’un seuil prédéfini.

Plusieurs travaux proposent d’allouer de la puissance dans les systèmes radio cognitif avec un relais dans le système secondaire en considérant l’optimisation de la probabilité d’outage [9, 10]. Dans [11, 12, 13], l’allocation de puissance est obtenue afin de maximiser le rendement du secondaire lorsque le relais utilise Amplify-and-Forward (AF) et quand la contrainte pour le primaire est donnée en termes de puissance d’interférence maximale. Ici, nous considérons le cas où le relais utilise DF ou CF et au lieu d’utiliser les contraintes exprimées en termes de puissance d’interférence maximale, nous considérons une contrainte donnée en terme de perte de rendement de l’utilisateur primaire.

## 2 Système étudié

Dans ce papier, nous considérons le réseau cognitif décrit sur la FIGURE 1. Le réseau primaire est composé d’un utilisateur  $U_P$  et de sa destination  $D_P$ . Le réseau secondaire se compose d’un utilisateur  $U_S$ , de sa destination  $D_S$  et d’un relais  $R$ . Nous supposons que tous les noeuds opèrent en full-duplex et que les paires utilisateurs/destinations sont suffisamment éloignées l’une de l’autre afin de négliger les liens interférants entre les réseaux primaire et secondaire.

Les signaux reçus au relais et à la destination  $D_i, i \in \{P, S\}$

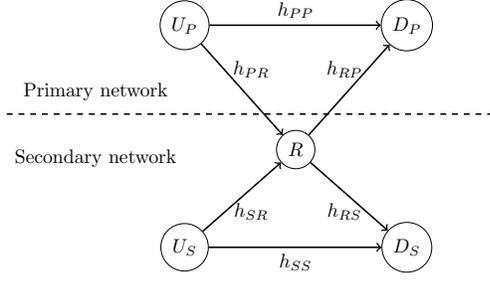


FIGURE 1 – Système radio cognitif à relais

sont donnés par

$$Y_R = h_{PR}X_P + h_{SR}X_S + Z_R, \quad (1)$$

$$Y_i = h_{Ri}X_R + h_{ii}X_i + Z_i, \quad (2)$$

où  $X_P$ , de puissance moyenne  $P_P$ ,  $X_S$ , de puissance moyenne  $P_S$  et  $X_R$ , de puissance moyenne  $P_R$ , sont les messages transmis par l'utilisateur primaire, secondaire et le relais respectivement;  $Z_R$ , de variance  $N_R$ , et  $Z_i$ ,  $i \in \{P, S\}$ , de variance  $N_i$  sont des bruits blancs additifs au relais et aux destinations  $D_i$  respectivement. Dans ce papier, nous supposons que chaque élément du réseau secondaire est contraint en puissance :  $P_S \leq \overline{P_S}$  et  $P_R \leq \overline{P_R}$ .

Les notations suivantes seront utilisées dans la suite de ce papier :  $g_i = h_i^2$ ,  $\forall i$ ,  $C(\cdot)$  représente la fonction de capacité  $C(x) = \frac{1}{2} \log_2(1+x)$  et  $\mathcal{A} = \frac{g_{PP}P_P}{(1 + \frac{g_{PP}P_P}{N_P})^{(1-\tau)} - 1}$ .

Par la suite, nous noterons le rendement atteignable par l'utilisateur primaire  $R_P$  lorsque le réseau secondaire est présent et  $\overline{R_P}$  lorsque le réseau secondaire est absent. Ce dernier est donné par  $\overline{R_P} = C\left(\frac{g_{PP}P_P}{N_P}\right)$ . Le rendement atteignable par l'utilisateur secondaire est noté  $R_S$ .

Le but de ce papier est d'allouer une puissance à l'utilisateur secondaire et au relais afin de maximiser  $R_S$  tout en satisfaisant la contrainte de qualité de service (QoS) suivante :

$$R_P \geq (1-\tau)\overline{R_P}. \quad (3)$$

Ainsi le problème d'optimisation considéré est le suivant :

$$\begin{aligned} \max_{P_R, P_S} \quad & R_S \\ \text{s.t.} \quad & R_P \geq (1-\tau)\overline{R_P}, \\ & 0 \leq P_S \leq \overline{P_S}, \\ & 0 \leq P_R \leq \overline{P_R}. \end{aligned} \quad (4)$$

Les Section 3 et Section 4 présentent les régions de rendements atteignables avec DF et CF respectivement, ainsi que l'allocation de puissance optimale pour ces deux schémas de relaying. Nous comparerons ces deux régions dans la Section 5, en commençant par considérer le cas où le lien direct dans le réseau secondaire est négligeable. Nous montrerons que dans ce cas particulier, DF est toujours plus performant que CF, alors que dans le cas général, ni CF ni DF ne permet d'atteindre les meilleurs rendements  $R_S$  pour tous les paramètres du système. Enfin, la Section 6 conclura le papier.

### 3 Decode-and-Forward (DF)

Nous commençons par présenter les résultats obtenus lorsque le relais utilise le schéma DF. Bien que reçu au relais, le message de l'utilisateur primaire n'y sera pas décodé mais considéré comme du bruit additionnel. De même, le message du relais sera considéré comme du bruit supplémentaire lors du décodage à la destination primaire.

**Proposition 1.** *La région de rendement suivante est atteignable si DF est utilisé au relais :*

$$R_S \leq C(\min\{f_{DF,1}(\alpha, P_S, P_R); f_{DF,2}(\alpha, P_S, P_R)\}),$$

$$R_P \leq C\left(\frac{g_{PP}P_P}{g_{RP}P_R + N_P}\right) \text{ avec}$$

$$f_{DF,1}(\alpha, P_S, P_R) = \frac{g_{SR}(1-\alpha)P_S}{g_{PR}P_P + N_R} \text{ et}$$

$$f_{DF,2}(\alpha, P_S, P_R) = \frac{g_{SS}P_S + g_{RS}P_R + 2\sqrt{g_{RS}g_{SS}\alpha P_S P_R}}{N_S}.$$

*Démonstration.* L'utilisateur secondaire emploie un codage par superposition dans lequel le paramètre  $\alpha$ ,  $\alpha \in [0, 1]$  réalise le compromis entre l'envoi d'un nouveau message et du message du bloc précédent. La preuve est similaire à celle de [14] et est omise dans ce papier.  $\square$

Ainsi, avec DF, le problème d'optimisation (4) devient

$$\begin{aligned} \max_{P_R, P_S, \alpha} \quad & \min\{f_{DF,1}(\alpha, P_S, P_R); f_{DF,2}(\alpha, P_S, P_R)\} \\ \text{s.t.} \quad & g_{RP}P_R \leq \mathcal{A} - N_P, \\ & 0 \leq P_S \leq \overline{P_S}, \\ & 0 \leq P_R \leq \overline{P_R}, \\ & 0 \leq \alpha \leq 1 \end{aligned} \quad (5)$$

Bien que ce problème ne soit pas convexe, il est possible de trouver la solution optimale en exploitant des propriétés de monotonie des fonctions  $f_{DF,1}(\alpha, P_S, P_R)$  et  $f_{DF,2}(\alpha, P_S, P_R)$ .

**Théorème 1.** *L'allocation de puissance optimale est donnée par  $P_S^* = \overline{P_S}$  et  $P_R^* = \min\left\{\overline{P_R}, \frac{\mathcal{A}-N_P}{g_{RP}}\right\}$ . Le choix optimal du paramètre  $\alpha$  dépend des paramètres du système :*

a) si  $\frac{g_{SR}P_S^*}{g_{PR}P_P + N_R} \leq \frac{g_{SS}P_S^* + g_{RS}P_R^*}{N_S}$ , alors  $\alpha^* = 0$  et le rendement optimal  $R_S^*$  vaut  $R_S^* = C\left(\frac{g_{SR}\overline{P_S}}{g_{PR}P_P + N_R}\right)$ ;

b) sinon,  $\alpha^* = \hat{\alpha}$ , où  $\hat{\alpha} \in (0, 1]$  est l'unique point d'intersection de  $f_{DF,1}$  and  $f_{DF,2}$ ; le rendement optimal  $R_S^*$  vaut alors  $R_S^* = C(f_{DF,1}(\hat{\alpha}, \overline{P_S}, P_R^*)) = C(f_{DF,2}(\hat{\alpha}, \overline{P_S}, P_R^*))$ .

*Démonstration.* La preuve détaillée est omise mais peut être trouvée dans [15]. Intuitivement, comme la fonction objectif est croissante en  $P_R$  et  $P_S$ , l'allocation de puissance optimale consiste à transmettre avec les puissances maximales satisfaisant la contrainte de QoS. Le choix optimal de  $\alpha$  résulte du compromis entre les termes  $f_{DF,1}$  et  $f_{DF,2}$ , le premier étant décroissant et le second croissant en  $\alpha$ .  $\square$

## 4 Compress-and-Forward (CF)

Nous supposons maintenant que le relais utilise le schéma CF. A nouveau, le message du relais sera considéré comme du bruit additionnel lors du décodage à la destination primaire.

**Proposition 2.** *La région de rendement suivante est atteignable si CF est utilisé au relais :*

$$\begin{aligned} R_P &\leq C \left( \frac{g_{PP}P_P}{g_{RP}P_R + N_P} \right) \\ R_S &\leq C \left( P_S \left( \frac{g_{SR}}{g_{PR}P_P + N_R + D} + \frac{g_{SS}}{N_S} \right) \right), \end{aligned}$$

$$\text{où } D = \frac{P_S(g_{PR}g_{SS}P_P + g_{SR}N_S + g_{SS}N_R) + N_S(g_{PR}P_P + N_R)}{g_{RS}P_R}.$$

*Démonstration.* La preuve est similaire à celle de [16].  $\square$

Ainsi, avec CF, le problème d'optimisation (4) devient

$$\begin{aligned} \max_{P_R, P_S} \quad & P_S \left( \frac{g_{SR}}{g_{PR}P_P + N_R + D} + \frac{g_{SS}}{N_S} \right) \\ \text{s.t.} \quad & g_{RP}P_R \leq A - N_P, \\ & 0 \leq P_S \leq \overline{P_S}, \\ & 0 \leq P_R \leq \overline{P_R} \end{aligned} \quad (6)$$

A nouveau, bien que non-convexe, la solution optimale de ce problème d'optimisation peut être obtenue en étudiant les propriétés de monotonie de la fonction objectif.

**Théorème 2.** *L'allocation optimale de puissance est donnée par  $P_S^* = \overline{P_S}$  et  $P_R^* = \min \left\{ \overline{P_R}, \frac{A - N_P}{g_{RP}} \right\}$ . Le rendement optimal atteignable par le secondaire est alors  $R_S^* = C(f_{CF}(\overline{P_S}, P_R^*))$ .*

*Démonstration.* La fonction objectif étant croissante en  $P_R$ , resp.  $P_S$  pour une puissance  $P_S$ , resp.  $P_R$  fixée, l'allocation optimale consiste à transmettre aux puissances maximales satisfaisant la contrainte de QoS.  $\square$

## 5 Comparaison des schémas de relayage

Nous allons évaluer dans cette Section les performances des deux schémas de relayage.

### 5.1 Cas particulier $g_{SS} = 0$

Dans certaines situations, comme lorsque l'utilisateur secondaire est trop éloigné de sa destination, le lien direct dans le réseau secondaire peut être négligeable ( $g_{SS} = 0$ ).

Bien que les schémas de codage diffèrent du cas où le lien direct est présent, nous avons montré dans [15] que les régions de rendements atteignables sans lien direct sont les mêmes que celles précédemment obtenues en posant  $g_{SS} = 0$  dans les Proposition 1 et Proposition 2. Pour DF, comme il n'est plus nécessaire d'utiliser du codage par superposition,  $\alpha^*$  est égal à zéro. Ainsi, les allocations de puissance optimales sont simplement

obtenues en posant  $g_{SS} = 0$  et  $\alpha^* = 0$  dans les Théorèmes 1 et 2.

**Théorème 3.** *Si le lien direct dans le réseau secondaire est négligeable, DF donnera toujours de meilleurs rendements secondaires que CF.*

*Démonstration.* La preuve peut être trouvée dans [15].  $\square$

Ce résultat est plutôt surprenant. En effet, pour le canal à relais Gaussien, il est certes bien connu que DF donne des meilleures performances si le relais est proche de l'utilisateur mais CF donne de meilleures performances si le relais est proche de la destination. Ici, CF souffre du manque de lien direct, ne permettant pas d'obtenir d'information adjacente lors de l'estimation du signal reçu au relais.

### 5.2 Cas général avec $g_{SS} > 0$

Lorsque le lien direct dans le réseau secondaire n'est pas négligeable, il est très ardu d'obtenir des résultats analytiques. Ainsi, nous proposons d'effectuer la comparaison entre DF et CF de façon numérique.

Nous proposons d'utiliser le scénario suivant. Tous les noeuds du système sont placés dans une cellule carrée de taille  $1 \times 1$ . La position des paires utilisateur/destination primaire et secondaire est fixe mais le relais peut quant à lui être placé en tout point de la cellule. Les gains de canal sont donnés en suivant un modèle de path-loss en  $1/(d^{3/2})$ , où  $d$  est la distance entre les deux noeuds considérés. Nous fixons  $N_S = N_R = 1$ ,  $N_P = 10$ , et supposons que  $P_P = \overline{P_R} = \overline{P_S} = 10$ . Les coordonnées de  $U_i, D_i, i \in \{P, S\}$  sont données par  $U_P(0.1; 0.8)$ ,  $D_P(0.2; 0.9)$ ,  $U_S(0.1; 0.1)$ ,  $D_S(0.9; 0.1)$ .

La FIGURE 2 compare les rendements atteignables par le secondaire lorsque le relais utilise DF et CF lorsque  $\tau = 10\%$ . L'ensemble gris clair correspond à l'ensemble des positions du relais telles que DF donne des meilleures performances que CF alors que l'ensemble gris foncé correspond à celle où CF donne de meilleures performances que DF. De façon similaire au canal à relais Gaussien, on constate que DF est plus performant que CF si le relais est proche de l'utilisateur et vice-versa.

### 5.3 Utilité du relais

Sans l'aide du relais, le secondaire peut atteindre un rendement de  $C \left( \frac{g_{SS}P_S}{N_S} \right)$ . Il est donc légitime de se demander s'il est pertinent d'utiliser le relais lorsque le lien direct est présent. Nous avons montré dans [15] que CF permet d'atteindre un rendement toujours supérieur ou égal à celui atteint sans le relais. Pour DF, cela dépend des paramètres du système : ainsi dans certains cas, il est préférable de ne pas utiliser le relais.

La FIGURE 3 compare le rendement atteignable par le secondaire lorsque le relais utilise CF et DF ainsi que celui obtenu sans le relais en fonction  $\tau \in [0, 1]$  - qui correspond à la QoS du primaire - quand  $N_R = N_S = N_P = 1, P_P = \overline{P_S} = \overline{P_R} = 10$ ,  $U_P(0.1; 0.8)$ ,  $D_P(0.2; 0.9)$ ,  $U_S(0.2; 0.1)$ ,  $D_S(0.5; 0.1)$ ,

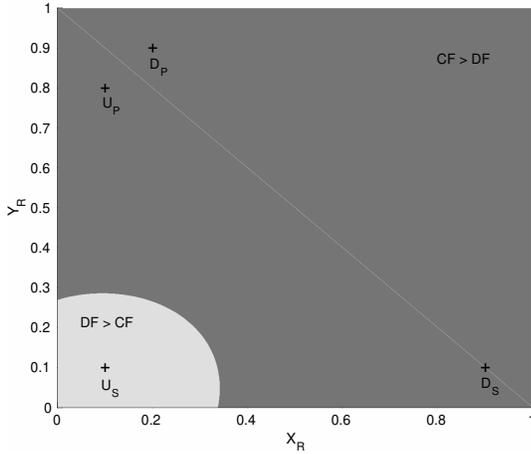


FIGURE 2 – Comparaison entre DF et CF en fonction de la position du relais.

$R(0.25; 0.1)$ . Dans ce scénario, le relais étant proche de l'utilisateur secondaire, DF atteint des rendements supérieurs à ceux obtenus avec CF et ceux sans le relais. Pour  $\tau = 0$ , le relais n'étant pas autorisé à transmettre, tous les rendements sont égaux à celui obtenu sans utiliser le relais. La saturation dans les rendements correspond à  $P_R^* = \overline{P}_R$ .

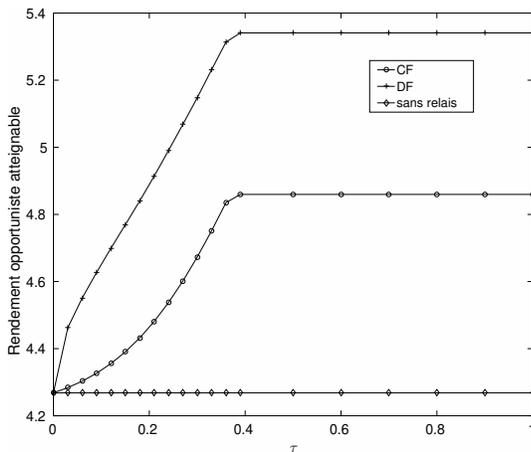


FIGURE 3 – Comparaison entre DF, CF et absence de relais en fonction de  $\tau \in [0, 1]$ .

## 6 Conclusions

Nous avons étudié un problème d'allocation de puissance permettant de maximiser le rendement d'un utilisateur secondaire dans un réseau radio cognitif. La contrainte de QoS introduite est différente de celle couramment utilisée dans la littérature qui ne repose que sur le rapport signal à interférence plus bruit. Nous avons montré que si l'utilisateur secondaire est très éloigné de sa destination, DF sera toujours plus performant que CF alors que si le lien utilisateur/destination secondaire n'est pas négligeable, DF est plus performant que CF si

le relais est proche de l'utilisateur et CF plus performant si le relais est proche de la destination. De plus, le relais permet toujours d'améliorer les rendements pour CF alors que pour DF, il peut, en fonction des paramètres du système, être plus efficace de ne pas utiliser le relais.

## Remerciement

Ce travail a partiellement été supporté par l'IRCICA, CNRS USR 3380, Lille, France.

## Références

- [1] M. Dai, P. Wang, S. Zhang, B. Chen, H. Wang, X. Lin, and C. Sun, "Survey on cooperative strategies for wireless relay channels," *Trans. on Emerging Telecommunications Technologies*, vol. 25, no. 9, pp. 926–942, 2014.
- [2] E. C. van der Meulen, "Three-terminal communication channels," *Adv. Appl. Prob.*, vol. 3, pp. 120–154, 1971.
- [3] T. M. Cover and A. E. El Gamal, "Capacity theorems for the relay channel," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 25, no. 5, pp. 572–584, Sept. 1979.
- [4] B. Rankov and A. Wittneben, "Achievable rate regions for the two-way relay channel," *IEEE ISIT*, 2006.
- [5] A. Savard and L. Clavier, "On the two-way diamond relay channel with lattice-based compress-and-forward," *IEEE WCNC*, 2018.
- [6] A. Savard and C. Weidmann, "On the Gaussian multiway relay channel with intra-cluster links," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, SpringerOpen, vol. 52, pp. 1–17, 2016.
- [7] O. Sahin and E. Erkip, "Achievable rates for the Gaussian interference relay channel," in *IEEE GLOBECOM'*, 2007, pp. 1627–1631.
- [8] E. V. Belmega, B. Djeumou, and S. Lasaulce, "Power allocation games in interference relay channels : Existence analysis of Nash equilibria," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2010, p. 114, 2010.
- [9] J. Lee, H. Wang, J. G. Andrews, and D. Hong, "Outage probability of cognitive relay networks with interference constraints," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 10, no. 2, pp. 390–395, 2011.
- [10] H. Kim, S. Lim, H. Wang, and D. Hong, "Optimal power allocation and outage analysis for cognitive full duplex relay systems," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 11, no. 10, pp. 3754–3765, 2012.
- [11] M. Wu, J. Lou, D. Liu, T. Luo, and G. Yue, "Power allocation for cognitive relay networks," in *Network Infrastructure and Digital Content, 2010 2nd IEEE International Conference on*, 2010, pp. 41–45.
- [12] L. Li, X. Zhou, H. Xu, G. Y. Li, D. Wang, and A. Soong, "Simplified relay selection and power allocation in cooperative cognitive radio systems," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 10, no. 1, pp. 33–36, 2011.
- [13] L. T. Tan, L. Ying, and D. W. Bliss, "Power allocation for full-duplex relay selection in underlay cognitive radio networks : Coherent versus non-coherent scenarios," *arXiv preprint arXiv :1703.01527*, 2017.
- [14] A. Khina, O. Ordentlich, U. Erez, Y. Kochman, and G. W. Wornell, "Decode-and-forward for the Gaussian relay channel via standard AWGN coding and decoding," *IEEE ITW*, 2012.
- [15] A. Savard and E. Belmega, "Optimal power allocation in a relay-aided cognitive network," *ACM ValueTools*, 2019.
- [16] Y. Song and N. Devroye, "Lattice codes for the Gaussian relay channel : Decode-and-forward and compress-and-forward," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 59, no. 8, pp. 4927 – 4948, Aug. 2013.