

# Prédiction de la dégradation des roulements par les modèles de Markov cachés

ABDENOUR SOUALHI<sup>1</sup>, HUBERT RAZIK<sup>2</sup>, GUY CLERC<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Univ Lyon, UJM-Saint Etienne, LASPI, EA 3059, F-42334, SAINT-ETIENNE, France

[abdenour.soualhi@univ-st-etienne.fr](mailto:abdenour.soualhi@univ-st-etienne.fr)

<sup>2</sup>Univ Lyon, Univ Claude Bernard, AMPERE, UMR 5005- F-69622, Villeurbanne, FRANCE

[hubert.razik@univ-lyon1.fr](mailto:hubert.razik@univ-lyon1.fr), [guy.clerc@univ-lyon1.fr](mailto:guy.clerc@univ-lyon1.fr)

**Résumé** - Les machines tournantes, telles que les moteurs asynchrones et synchrones, sont considérées comme des systèmes électromécaniques incontournables dans le secteur industriel en raison de leur faible coût et de leur robustesse. Cependant, 40% des pannes de ces machines sont dues à des défauts de roulements. Afin d'éviter ces pannes, des méthodes de surveillance doivent être mises en place afin d'assurer la fiabilité et la sûreté de fonctionnement de ces machines. Le papier présenté propose l'utilisation des modèles de Markov cachés pour prédire la dégradation des roulements. Une démonstration ainsi qu'une illustration sont utilisés pour valider la méthode proposée. Les résultats obtenus montrent l'efficacité de la méthode proposée pour la prédiction de la dégradation des roulements.

**Abstract** - Rotating machines, such as asynchronous and synchronous motors, are considered as unavoidable electromechanical systems in the industrial sector because of their low cost and robustness. However, 40% of their failures are due to bearing faults. In order to avoid these failures, monitoring methods need to be developed to ensure the reliability and safety of these machines. The presented paper proposes the use of hidden Markov models for the prediction of bearings degradations. A demonstration and an illustration are used to validate the proposed method. The obtained results show the efficiency of the proposed method for the prediction of bearings degradations.

## 1 Introduction

Contrairement au diagnostic des défauts qui consiste à détecter et isoler un défaut déjà apparent, le pronostic vise à anticiper le défaut et donc se fait a priori comme indiqué dans la figure 1 [1], [2].

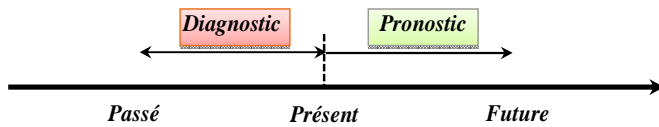


Figure 1. Pronostic par rapport au diagnostic.

Plusieurs définitions sur le pronostic des défauts ont été rapportées dans la littérature récente [3], [4], [5]. Toutefois, dans le présent papier, seulement celle proposée par l'organisation internationale de normalisation (ISO) est considérée [6]. Cette organisation définit le pronostic comme une estimation de la durée vie restante avant l'apparition du défaut (Estimation of the Time To Failure) et le risque de l'existence ou d'apparition plus tard, d'un ou plusieurs modes de défaillance. De nombreuses méthodes de pronostic des défauts ont été proposées et rapportées dans la littérature. Ces méthodes peuvent être regroupées en trois grandes catégories [1], [7], [8] : le pronostic basé sur l'expérience, le pronostic basé sur des données et le pronostic basé sur un modèle.

Le choix de notre stratégie pour le pronostic sera basée sur l'expérience afin d'obtenir un système basé sur les connaissances accumulées par l'expérience au cours de la période d'exploitation du système et sur les données de surveillance fournies par les capteurs installés sur le système en temps réel.

## 2 Rappel sur le modèle de Markov caché MMC

La définition des MMCs fait appel à un certain nombre de variables et paramètres :

- $T$  : la longueur de la séquence d'observations,
- $O = o_0 \dots o_T$  : une séquence d'observations, où  $o_t$  est l'observation à l'instant  $t$ ,

- $N$  : le nombre d'états du modèle,
- $S = \{s_1, \dots, s_N\}$  : l'ensemble des états du modèle,  $s_0$  étant l'état initial et  $s_N$  l'état final,
- $Q = q_0 \dots q_T$  : une séquence cachée d'états du système, où  $q_t$  est l'état du système à l'instant  $t$ ,
- $M$  : le nombre d'observations possibles,
- $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$  : l'ensemble d'observations possibles,
- $\pi = \{\pi_i\}$  avec  $\pi_i = P(q_0 = s_i \mid 1 \leq i \leq N)$  : la probabilité que le processus soit dans l'état  $s_i$  à l'instant  $t=0$ .
- $A = \{a_{ij}\}$  avec  $a_{ij} = P(q_{t+1} = s_j \mid q_t = s_i \mid 1 \leq i, j \leq N)$  : la probabilité d'être dans l'état  $s_i$  à l'instant  $t$  et à l'état  $s_j$  à l'instant  $t+1$ .
- dans le cas fini, les probabilités d'émission sont notés  $B = b_j(o_t)$  avec  $b_j(o_t) = P(o_t \mid q_t = j)$   $1 \leq j \leq N$   $0 \leq t \leq T$

On désigne par  $\lambda = (\pi, A, B)$  les paramètres caractéristiques d'un MMC.

### 2.1 Les deux problèmes associés aux modèles de Markov cachés

Afin de pouvoir d'utiliser le MMC ( $\lambda$ ) défini précédemment pour le pronostic, deux problèmes de base doivent être résolus :

1. Le problème d'évaluation : soit une séquence d'observations  $O = o_0 \dots o_T$  et un modèle  $\lambda = (\pi, A, B)$ . Comment pouvons-nous calculer la probabilité que cette séquence soit générée par le modèle  $\lambda$ . Ceci est traduit par la probabilité conditionnelle  $P(O \mid \lambda)$ .

2. Le problème d'apprentissage : étant donné un ensemble de séquences d'observations et un MMC initial noté  $\lambda_0$ , comment ré-estimer les paramètres du modèle de manière à augmenter sa vraisemblance de génération de l'ensemble des séquences ?.

Pour la suite, nous allons nous servir du problème n°1 pour prédire l'état futur de notre système et du problème n°2 pour construire nos MMCs.

## 2.2 Pronostic par le MMCs

L'objectif de notre modèle de prédiction (basée sur l'expérience et sur les données de mesure) est d'évaluer le prochain état probable ou l'état futur du système. Ce prochain état sera déterminé en se basant sur une série de modèles de Markov cachés construite à partir d'historiques représentant l'évolution de plusieurs systèmes identiques dans le temps et dans les mêmes conditions d'utilisation. Cela reviendrait à déterminer parmi les MMCs déjà construits, celui qui correspond le plus à une nouvelle séquence d'observations  $O_{\text{new}}$  nouvellement mesurée. Le choix et la construction du modèle se fera par l'intermédiaire de l'approche forward et backward.

Une fois le modèle déterminé, un algorithme sera proposé pour estimer l'état futur à chaque pas de temps. Pour cela, nous devons déterminer l'expression de la probabilité qu'une séquence d'observation  $\{o_0, o_1, \dots, o_t, o_{t+1}\}$ , avec  $o_{t+1}$  inconnue, soit générée par le modèle  $\lambda$ . Cette probabilité est définie par:  $P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_{t+1} | \lambda)$ . Nous définissons pour cela  $\delta_t(i)$  comme étant la probabilité Forward normalisée à l'instant  $t$  pour chaque état  $s_i$ . Les probabilités de transition  $a_{ij}$  et  $\delta_t(i)$  sont utilisées pour prédire les probabilités d'états futurs à l'instant  $t+1$ .

La probabilité que la séquence d'observations  $\{o_0, o_1, \dots, o_t, o_{t+1}\}$  soit générée par le modèle  $\lambda$  est donnée par:

$$P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_{t+1} | \lambda) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \delta_t(i) a_{ij} \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

## 2.3 Démonstration

### 2.3.1 Rappel

$\alpha_t(j)$  est appelée variable de forward. Elle est définie par la probabilité d'une suite partielle d'observations  $\{o_0, \dots, o_t\}$  se terminant à un état  $s_j$  à l'instant  $t$ . Elle est donnée par:

$$\alpha_t(j) = P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_t, q_t = s_j | \lambda) \quad (2)$$

$$\alpha_t(j) = b_j(o_t) \sum_{i=1}^N \alpha_{t-1}(i) a_{ij} \quad \begin{array}{l} 1 \leq i, j \leq N \\ 0 \leq t \leq T \end{array} \quad (3)$$

$$\text{où } \alpha_0(i) = \pi_i b_i(o_0), \quad 1 \leq i \leq N$$

$\beta_t(j)$  est appelée variable de backward. Elle désigne la probabilité d'observer la suite partielle d'observations  $\{o_{t+1}, \dots, o_T\}$  se terminant à un état  $s_j$  à l'instant  $t$ . Elle est donnée par:

$$\beta_t(j) = P(o_{t+1}, o_{t+2}, \dots, o_T | q_t = s_j, \lambda) \quad (4)$$

$$\beta_t(j) = \sum_{i=1}^N \beta_{t+1}(i) b_i(o_{t+1}) a_{ij} \quad \begin{array}{l} 1 \leq i, j \leq N \\ 0 \leq t \leq T-1 \end{array} \quad (5)$$

$$\text{où } \beta_T(i) = 1, \quad 1 \leq i \leq N$$

D'après la formulation de forward et backward on obtient :

$$P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_T | \lambda) = \sum_{j=1}^N \alpha_t(j) \beta_t(j) \quad (6)$$

$$\text{avec } \alpha_t(j) = P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_t, q_t = s_j | \lambda)$$

$$\text{et } \beta_t(j) = P(o_{t+1}, \dots, o_T | q_t = s_j, \lambda)$$

$$\Rightarrow P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_{t+1} | \lambda) = \sum_{j=1}^N \alpha_{t+1}(j) \beta_{t+1}(j)$$

$$\text{avec } \alpha_{t+1}(j) = P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_{t+1}, q_{t+1} = s_j | \lambda)$$

$$\text{et } \beta_{t+1}(j) = P(o_T | q_{t+1} = s_j, \lambda) = 1$$

$$\Leftrightarrow P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_{t+1} | \lambda) = \sum_{j=1}^N \alpha_{t+1}(j) \beta_{t+1}(j) = \sum_{j=1}^N \alpha_{t+1}(j)$$

$$\Rightarrow P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_{t+1}, q_{t+1} = s_j | \lambda) = b_j(o_{t+1}) \sum_{i=1}^N \alpha_t(i) a_{ij}$$

A partir de la dernière formule, la probabilité de transiter vers un état caché  $s_j$  à  $t+1$  est fonction de la transition  $a_{ij}$  et de la variable forward  $\alpha_t(i)$  à l'instant  $t$  ainsi que la probabilité d'émettre une nouvelle observation à  $t+1$ . Donc choisir le nouvel état  $s_j$  à  $t+1$  reviendrait à donner un poids maximal à la probabilité d'émission  $b_j(o_{t+1})$  à  $t+1$  et donc normaliser la probabilité à 1 ( $b_j(o_{t+1})=1$ ).

$$\text{avec } b_j(o_{t+1})=1 \text{ et } \delta_t(i) = \alpha_t(i)$$

$$P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_{t+1}, q_{t+1} = s_j | \lambda) = \sum_{i=1}^N \delta_t(i) a_{ij}$$

$$\text{avec } \delta_0(i) = \pi_i b_i(o_0)$$

$$\text{Et donc : } \boxed{P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_{t+1} | \lambda) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \delta_t(i) a_{ij}}$$

A partir de la dernière formule, nous pouvons prédire l'état futur d'un système par la probabilité d'une suite d'observations  $\{o_0, o_1, \dots, o_t, o_{t+1}\}$  se terminant à un état  $s_j$  à l'instant  $t+1$ . Cette probabilité est donnée par :

$$P(o_0, o_1, o_2, \dots, o_{t+1}, q_{t+1} = s_j | \lambda) = \sum_{i=1}^N \delta_t(i) a_{ij} \quad (7)$$

L'algorithme pour la prédiction de l'état futur du système à  $t+1$  est donné comme suit :

$$\delta_t(i) = \pi_i b_i(o_t)$$

$$S_j(t+1) = \arg \max \left[ \sum_{i=1}^N \delta_t(i) a_{ij} \right] \quad \begin{array}{l} 1 \leq i, j \leq N \\ 1 \leq t \leq T \end{array}$$

$$\delta_{t+1}(j) = b_j(o_{t+1}) \sum_{i=1}^N a_{ij} \delta_t(i)$$

### 2.3.2 Illustration

Nous présentons dans la figure 2 l'évolution temporelle (en mois) de la dégradation de 10 moteurs du même type en fonction de trois modes de fonctionnement (fonctionnement sain, premier stade de dégradation du roulement noté (Dég\_R1), deuxième stade de dégradation du roulement noté (Dég\_R2)). Ces trois modes de fonctionnement auront la forme de trois classes projetées dans un espace discret de plusieurs dimensions. L'évolution commencera par le fonctionnement sain en passant par le premier stade de dégradation du roulement jusqu'au deuxième stade de dégradation où le roulement sera considéré comme défaillant. Pour construire ces classes, il faut effectuer plusieurs mesures (acquisition de signaux vibratoires et extraction d'indicateurs de dégradation (features) à partir de ces signaux). Cette partie ne sera pas détaillée dans ce papier. Pour plus de détails, les lecteurs sont invités à lire l'article référencé [9]. Une illustration de la disposition de chaque mode de fonctionnement est donnée dans la figure 3.

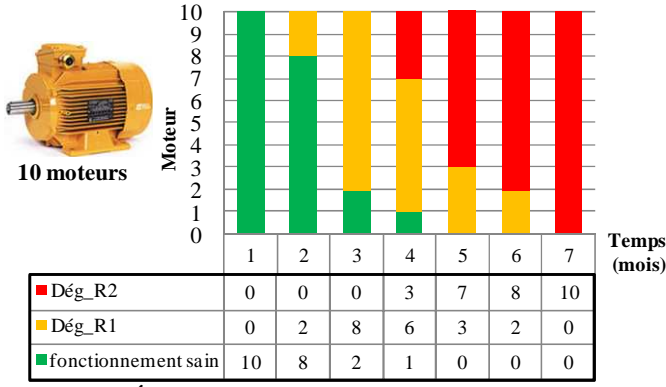


Figure 2. Évolution du défaut en fonction du temps (mois).

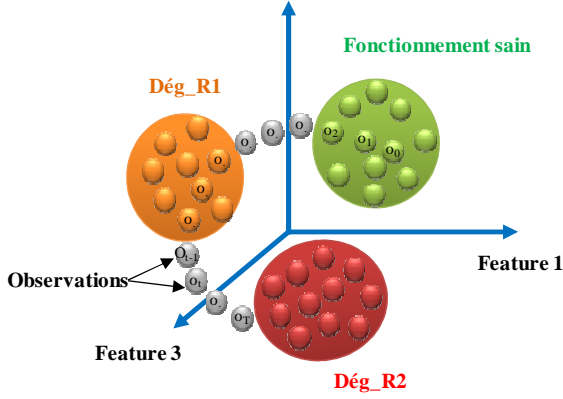


Figure 3. identification des modes de fonctionnement par reconnaissance des formes.

Pour pouvoir prédire l'état futur d'un nouveau moteur en s'appuyant sur l'évolution temporelle des 10 moteurs existants, il nous faut tout d'abord construire un modèle de Markov caché pour chacun de ces moteurs (voir problème n°2 des MMCs). Pour cela, il faut définir nos 3 modes de fonctionnement, notons les  $R = \{R_1, R_2, R_3\}$  qui correspondent respectivement au fonctionnement sain, premier stade et deuxième stade de dégradation du roulement. Il nous faut ensuite construire la matrice de transition  $a_{ij}$  de dimension  $(3 \times 3)$  entre ces modes et aussi une matrice d'observation pour chaque moteur et aussi le vecteur d'état  $\pi_i$   $1 \leq i, j \leq 3$ . La construction de la matrice de transition et du vecteur d'état initial n'est possible que par le calcul de la matrice d'observations B. Pour ce faire, nous allons prendre l'exemple du moteur 1, dont l'indice est noté  $\ell=1$  et dont l'évolution temporelle est représentée dans la figure 4.

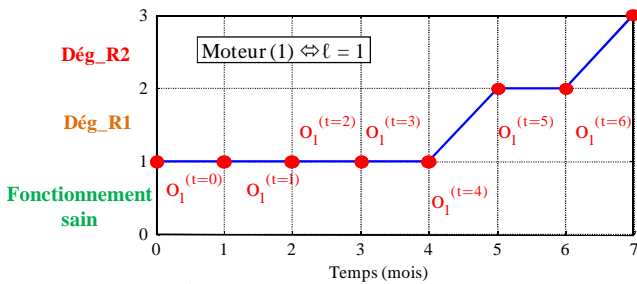


Figure 4. Évolution de la dégradation du moteur 1.

La séquence d'observation du moteur est représentée comme suit :

$$o_\ell = \{o_\ell^{(t=0)}, o_\ell^{(t=1)}, o_\ell^{(t=2)}, o_\ell^{(t=3)}, o_\ell^{(t=4)}, o_\ell^{(t=5)}, o_\ell^{(t=6)}, o_\ell^{(t=7)}\}$$

A partir de cette séquence, la matrice d'observation sera calculée en utilisant la formule suivante :

$$b_j(o_\ell) = P(o_\ell | q_t = s_j) \quad (8)$$

$$= 1 - \frac{(o_\ell(t) - \mu_j) \text{Cov}^{-1}(O_j) (o_\ell(t) - \mu_j)^T}{\sum_{M=1}^N (o_\ell(t) - \mu_M) \text{Cov}^{-1}(O_M) (o_\ell(t) - \mu_M)^T}$$

Où  $\mu_M$  : les centres de gravités des (03) états de

fonctionnement.

$\text{Cov}^{-1}(O_M)$  : inverse de la covariance des observations qui constituent chaque classe.

A partir de (8), nous pouvons représenter la matrice d'observation par le tableau suivant.

Tab 1 : Matrice d'observation du moteur 1.

$b_j$	$b_j(o_0)$	$b_j(o_1)$	$b_j(o_2)$	$b_j(o_3)$	$b_j(o_4)$	$b_j(o_5)$	$b_j(o_6)$	$b_j(o_7)$
Fonctionnement sain	0.8	0.7	0.6	0.5	0.5	0.3	0.1	0
Dég_R1	0.2	0.2	0.3	0.4	0.4	0.5	0.5	0.4
Dég_R2	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.4	0.6

La construction du MMC du moteur 1 passe par l'introduction d'une matrice de transition initiale ainsi qu'un vecteur d'états pour la ré-estimation. Ils sont donnés comme suit :

$$a_{ij} = \begin{matrix} R_1 & R_2 & R_3 \\ R_1 \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix}, \quad \pi = [1/3 \quad 1/3 \quad 1/3]$$

Notons que les probabilités de transition  $a_{21}$ ,  $a_{31}$  et  $a_{32}$  sont arbitrairement imposées à zéro car nous considérons qu'il est impossible de transiter d'un stade de dégradation vers un autre stade de faible dégradation. Même remarque pour le fonctionnement sain.

En utilisant la formulation de forward-backward, on obtient une ré-estimation de la matrice de transition et le vecteur d'états initial en utilisant la formule (9). Notons que  $\xi_t(i, j)$  exprime l'espérance du nombre de transition de l'état  $s_i$  vers l'état  $s_j$ . Aussi,  $\gamma_t^{(k)}(i)$  exprime l'espérance du nombre de passage dans l'état  $s_i$ .

$$a_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T \xi_t(i, j)}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(i)}, \quad \pi_i = \gamma_1(i) \quad (9)$$

$$\text{Avec : } \gamma_t(i) = \frac{\alpha_t(i) \beta_t(i)}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i) \beta_t(i)}, \quad \xi_t(i, j) = \frac{\alpha_t(i) a_{ij} b_j(o_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i) \beta_t(i)}$$

$\alpha_t(i)$  est la variable forward

$$\alpha_{t+1}(j) = b_j(o_{t+1}) \sum_{i=1}^N \alpha_t(i) a_{ij} \quad \begin{matrix} 1 \leq j \leq N \\ 1 \leq t \leq T \end{matrix}$$

$$\alpha_0(j) = \pi_j b_j(o_0)$$

$\beta_t(i)$  est la variable backward

$$\beta_t(i) = \sum_{j=1}^N \beta_{t+1}(j) b_j(o_{t+1}) a_{ij} \quad \begin{matrix} 1 \leq i \leq N \\ 0 \leq t \leq T-1 \end{matrix}$$

$$\beta_T(i) = 1$$

Après calcul, nous obtenons le résultat suivant:

$$a_{ij} = \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} R_1 & R_2 & R_3 \\ 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0 & 0.65 & 0.35 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \pi = [0.7 \ 0.2 \ 0.1]$$

Considérons maintenant une séquence d'observation  $O_{\text{new}}$  mesurée sur un nouveau moteur. L'objectif de notre méthode sera d'évaluer le prochain état à l'instant  $t+1$ . Ce prochain état sera déterminé en se basant sur les modèles de Markov cachés construits sur les (10) moteurs à partir d'historiques représentant leurs évolutions dans le temps et dans des conditions d'utilisation identiques. Cela reviendrait à déterminer parmi les MMCs déjà construits, celui qui correspond le plus à la nouvelle séquence d'observation  $O_{\text{new}}$  nouvellement mesurée (voir problème n°1 des MMCs). Le choix du modèle se fera par l'intermédiaire de l'approche forward et backward [10].

La matrice d'observation de cette nouvelle séquence d'observation  $O_{\text{new}}$  est donnée comme suit :

**Tab 2 : Matrice d'observation du moteur test.**

$b_i$	$b_j(o_0)$	$b_j(o_1)$	$b_j(o_2)$	$b_j(o_3)$	$b_j(o_4)$	$b_j(o_5)$	$b_j(o_6)$
Fonctionnement sain	0.75	0.6	0.5	0.45	0.35	0.3	0.1
Dég_R1	0.2	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.5
Dég_R2	0.05	0.1	0.15	0.15	0.2	0.2	0.4

Le modèle de Markov le plus représentatif de cette séquence d'observations se trouve être celui du moteur 1.

Donc pour  $t+1=7$  :

$$S_j(t+1) = \arg \max \left[ \sum_{i=1}^N \delta_i(i) a_{ij} \right]$$

$$\Leftrightarrow S_j(t=7) = \arg \max \left[ \sum_{i=1}^N \delta_6(i) a_{ij} \right]$$

$$S_j(t=7) = \arg \max \left[ \sum_{i=1}^N \delta_6(i) a_{ij} \right]$$

pour  $j = R_1 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \delta_6(i) a_{iR_1} &= \delta_6(R_1) a_{R_1R_1} + \delta_6(R_2) a_{R_2R_1} + \delta_6(R_3) a_{R_3R_1} \\ &= 0.0012 \times 0.7 + 0.0012 \times 0 + 0.0012 \times 0 \\ &= 0.00084 \end{aligned}$$

pour  $j = R_2 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \delta_6(i) a_{iR_2} &= \delta_6(R_2) a_{R_1R_2} + \delta_6(R_2) a_{R_2R_2} + \delta_6(R_3) a_{R_3R_2} \\ &= 0.002 \times 0.2 + 0.002 \times 0.65 + 0.002 \times 0 \\ &= 0.0017 \end{aligned}$$

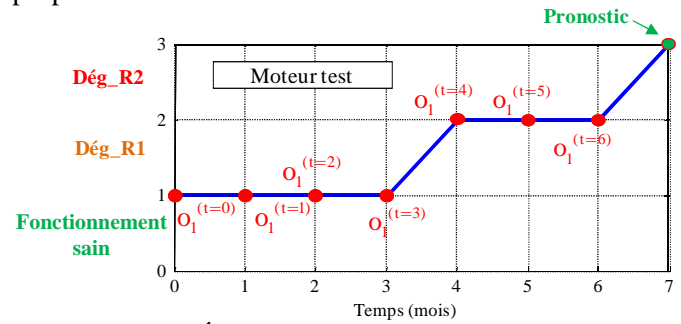
pour  $j = R_3 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \delta_6(i) a_{iR_3} &= \delta_6(R_3) a_{R_1R_3} + \delta_6(R_3) a_{R_2R_3} + \delta_6(R_3) a_{R_3R_3} \\ &= 0.012 \times 0.1 + 0.012 \times 0.35 + 0.012 \times 1 \\ &= 0.0174 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_j(t=7) &= \arg \max \left[ \sum_{i=1}^N \delta_6(i) a_{ij} \right] \\ &= \arg \max \{0.00084, 0.0017, 0.0174\} \rightarrow R_3 \end{aligned}$$

La figure 5 illustre l'évolution de la dégradation du nouveau moteur. Nous pouvons observer qu'à l'instant  $t=6$  le moteur est considéré en fonctionnement avec un pre-

mier niveau de dégradation. Hors, à l'instant  $t+1=7$ , notre modèle a réussi à prédire le prochain stade de dégradation ce qui démontre l'efficacité de la méthode proposée.



**Figure 5. Évolution de la dégradation du moteur 1.**

### 3 Conclusion

Ce papier a démontré l'efficacité de la méthode proposée pour la prédiction de la dégradation des roulements dans les machines électriques en utilisant les modèles de Markov cachés. Une étude plus poussée a été réalisée sur des données de vieillissement de roulements issues du "Center for Intelligent Maintenance Systems" (IMS) de l'université de Cincinnati. Les résultats obtenus valident la méthode.

### RÉFÉRENCES

- [1] A. K. Jardine, D. Lin, and D. Banjevic, "A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 20, no. 7, pp. 1483 – 1510, 2006.
- [2] V. Venkatasubramanian, "Prognostic and diagnostic monitoring of complex systems for product lifecycle management: Challenges and opportunities," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 29, no. 6, pp. 1253 – 1263, 2005.
- [3] M. Lebold and M. Thurston, "Open standards for condition-based maintenance and prognostic systems," in *Maintenance and Reliability Conference (MARCON)*, 2001.
- [4] W. Q. Wang, M. F. Golnaraghi, and F. Ismail, "Prognosis of machine health condition using neuro-fuzzy systems," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 18, no. 4, pp. 813 – 831, 2004.
- [5] A. Muller, M.-C. Suhner, and B. Iung, "Formalisation of a new prognosis model for supporting proactive maintenance implementation on industrial system," *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 93, no. 2, pp. 234 – 253, 2008.
- [6] AFNOR, "Condition monitoring and diagnostics of machines - prognostics - part 1: General guidelines. NF ISO 13381-1," 2005.
- [7] A. Heng, S. Zhang, A. C. Tan, and J. Mathew, "Rotating machinery prognostics: State of the art, challenges and opportunities," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 23, no. 3, pp. 724 – 739, 2009.
- [8] G. Vachtsevanos, F. L. Lewis, M. Roemer, A. Hess, and B. Wu, *Intelligent fault diagnosis and prognosis for engineering systems*. Wiley, 2006.
- [9] A. Soualhi, H. Razik, G. Clerc and D. D. Doan, "Prognosis of Bearing Failures Using Hidden Markov Models and the Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System," in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 6, pp. 2864-2874, June 2014.
- [9] L.R. Rabiner. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. *Proc. IEEE*, vol. 77, pp. 257-285, 1989.