

# Traitement du signal sur graphe pour modéliser les WLANs

Marija STOJANOVA, Thomas BEGIN, Paulo GONÇALVES

Univ Lyon, Inria, CNRS, ENS de Lyon, UCB Lyon 1, LIP UMR 5668, F-69342, Lyon, France  
marija.stojanova@ens-lyon.fr thomas.begin@ens-lyon.fr paulo.goncalves@inria.fr

**Résumé** – Les WLANs font désormais partie de notre quotidien et il devient de plus en plus nécessaire d’augmenter leur capacité de transmission et la couverture sans fil. En réponse à ce besoin croissant, les administrateurs réseau intensifient souvent le déploiement de points d’accès (AP). Cependant, si elle n’est pas correctement effectuée, cette densification d’AP peut conduire à des réseaux mal planifiés et non coordonnés et une utilisation sous-optimale des ressources disponibles. Dans cet article, nous proposons une approche utilisant le traitement du signal sur graphe et un ensemble de signaux d’entrée/sortie pour capturer le comportement d’un WLAN et en dériver un modèle de performance. Compte tenu de la simplicité et de la nouveauté du modèle proposé, nous pensons que son erreur relative d’environ 10-20% en modélisation et de 25% en prédiction est un point de départ prometteur pour de nouvelles approches dans la modélisation des WLANs.

**Abstract** – As WLANs have become part of our everyday life, there is an increasing need for more transmission capacity and wireless coverage. In response to this growing need, network administrators tend to intensify the deployment of Access Points (APs). However, if not correctly done, this AP densification may lead to badly planned and uncoordinated networks with sub-optimal use of the available resources. In this paper, we propose a data-driven approach using graph signal processing and a set of input/output signals to capture the behavior of a WLAN and derive a predictive performance model. Given the simplicity and the novelty of the proposed model, we believe that its relative error of around 10-20% in modeling and 25% in prediction may represent a promising start for new approaches in the modeling of WLANs.

## 1 Introduction

Au cours des deux dernières décennies, les réseaux locaux sans fil (WLAN) ont gagné en popularité, principalement en raison de la mobilité des utilisateurs qu’ils permettent. Une approche classique pour aborder le besoin de plus de capacité de transmission et de couverture sans fil consiste à augmenter le nombre de ressources réseau. Les administrateurs réseau intensifient souvent le déploiement de points d’accès (AP), ce qui entraîne une densification du réseau. Cependant, la densification des AP peut causer des réseaux mal planifiés et non coordonnés avec des performances sous-optimales en terme d’utilisation des ressources disponibles.

De nombreux modèles analytiques et simulateurs de réseaux ont été développés pour en faciliter la planification et l’évaluation des performances. La plupart des modèles WLAN reposent sur une approche constructive, c’est-à-dire qu’ils tentent de capturer le vrai comportement du réseau en mettant en œuvre une version simplifiée de ses mécanismes internes. Le travail précurseur de Bianchi [2] utilise des chaînes de Markov pour modéliser le réseau à un niveau d’abstraction très fin, en tenant compte du comportement de chaque transmission de paquet individuelle.

Les modèles qui implémentent un niveau d’abstraction très fin rencontreront des problèmes de complexité pour des réseaux plus grands. Les auteurs de [1] proposent une approche de modélisation à deux niveaux. Le modèle de

bas niveau est une version de la chaîne de Markov originale de Bianchi, tandis que le modèle de haut niveau consiste en un ensemble de files d’attente de type  $M/M/1/K$ , où chaque file d’attente représente un nœud donné du réseau.

D’autres auteurs ont choisi de modéliser les WLANs en utilisant uniquement un haut niveau d’abstraction et en ne prenant pas en compte le comportement de chaque transmission de trame. À l’inverse, ils modélisent le réseau dans son ensemble en fonction de sa topologie. Dans [4], les chaînes de Markov sont utilisées pour modéliser et évaluer l’équité et la réutilisation spatiale. Les auteurs de [8] utilisent un espace d’état similaire à [4] pour construire un modèle Markovien de type *Divide and Conquer*. Le modèle prédit les débits des nœuds dans les WLANs non saturés avec des topologies aléatoires.

Cependant, la complexité et la taille croissante des WLANs peuvent entraver l’utilisation de modèles constructifs. Une solution possible pourrait être d’implémenter les méthodes existantes d’apprentissage automatique (ML pour *Machine Learning*). Les techniques de ML gagnent en popularité dans tous les domaines où d’immenses quantités de données sont disponibles. Le traitement du signal sur graphe (GSP) est récemment apparu comme un outil pour le traitement des données définies sur une structure de réseau sous-jacente, codée par un graphe. Cette structure peut représenter les connexions d’amitié dans un réseau social, les connexions

neuronaux dans le cerveau ou les liens dans un réseau informatique. Shuman *et al.* [7] ont développé une approche d'analyse spectrale utilisant le Laplacien de graphe comme la base de GSP. À partir de la décomposition spectrale du Laplacien, ils définissent des opérations élémentaires telles que le filtrage, la translation et la convolution. Sandryhaila et Moura [6] abordent le sujet du point de vue du traitement du signal algébrique et développent la méthodologie de traitement du signal numérique sur graphes ( $\text{DSP}_G$ ). Les auteurs fournissent la base de  $\text{DSP}_G$  en choisissant la matrice d'adjacence comme opérateur de translation. Ils montrent alors comment leur approche peut être utilisée dans un cadre de prédiction linéaire. De nombreux travaux ont utilisé la théorie développée dans ces deux articles pour répondre à des questions telles que la reconstruction du signal de graphe [3] ou la classification semi-supervisée [5].

À notre connaissance, les méthodes GSP n'ont pas encore été appliquées à la modélisation des performances des WLANs. Dans cet article, nous proposons une traduction et une adaptation de la méthodologie GSP et  $\text{DSP}_G$  de [6] au contexte des WLANs. Nous considérons que le fonctionnement interne du WLAN est inconnu et que nous n'avons accès qu'à la topologie et à la demande de débit de chaque nœud. Cette approche nous permet d'éviter une partie de la complexité associée aux modèles constructifs, car les fonctions et paramètres du réseau ne sont jamais explicitement modélisés. Notre modèle utilise des opérateurs de translation "sur mesure" qui nous permettent de capturer plus précisément le comportement du WLAN.

## 2 Description du Système

Le système que nous considérons est un WLAN, que nous définissons comme un réseau sans fil implémentant le standard IEEE 802.11 dans les couches physiques et le contrôle d'accès au canal. Pour une description plus détaillée, nous invitons le lecteur à consulter nos travaux précédents [8]. Chaque WLAN est composé des points d'accès (AP) et des stations utilisateur. La *portée* d'un nœud contient tous les autres nœuds dont les transmissions peuvent être détectées. Les portées jouent un rôle important dans l'évaluation de la capacité de transmission du WLAN car elles déterminent avec qui et comment les nœuds doivent partager la capacité du canal. Par conséquent, on utilise généralement les portées pour représenter un WLAN comme un *graphe de conflit*. Dans un graphe de conflit deux sommets partagent un lien si les nœuds du réseau correspondant sont à la portée l'un de l'autre.

Les nœuds qui partagent un lien dans le graphe de conflit sont dits *voisins* et nous supposons que les portées sont symétriques (si le nœud  $m$  est à la portée du nœud  $n$ , alors  $n$  est aussi à la portée de  $m$ ). Par exemple, les trois nœuds en gris dans la Fig. 1a peuvent émettre simultanément car ils ne détectent pas les transmissions des (deux) autres. Notons que seuls les AP du réseau sont pris en compte

dans le graphe de conflit (les stations utilisateur ne le sont pas), car les téléchargements depuis les AP constituent la grande majorité du trafic réseau.

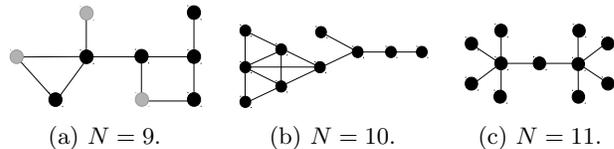


FIGURE 1: Des graphes de conflit.

Chaque AP est caractérisé par le débit maximal qu'il peut atteindre s'il était seul dans le réseau, c'est-à-dire en utilisant toute la capacité disponible. Nous désignons le débit maximal de l'AP  $n$  par  $t_{n,max}$ , une quantité exprimée en Mbps. L'AP n'a pas nécessairement besoin d'émettre à son débit maximal, parce que la demande de débit peut être inférieure. Nous désignons la demande de débit de l'AP par  $t_n$  ( $t_n \leq t_{n,max}$ ) et nous en déduisons le *taux d'entrée*. Le taux d'entrée de l'AP  $n$ , noté  $x_n$ , est simplement la proportion de son débit maximal qu'il souhaite utiliser :  $x_n = \frac{t_n}{t_{n,max}}$ . Par définition,  $x_n \in [0, 1]$ , où  $x_n = 0$  signifie que l'AP ne veut jamais transmettre, alors que  $x_n = 1$  signifie que l'AP souhaite transmettre à pleine capacité (en saturation). De manière analogue, nous définissons le *taux de sortie* d'un AP,  $y_n$ , comme le rapport du débit atteint par l'AP et son débit maximal. Il va de soi que  $y_n \leq x_n$ , car l'AP ne peut pas atteindre un débit supérieur au débit demandé.

## 3 Approche de Modélisation

Le traitement de signal sur graphe est un nouveau domaine de recherche qui cherche à étendre la théorie du traitement des séries temporelles (DSP) aux données structurées, c'est à dire dont le support de mesure peut être un graphe, généralisation de la chaîne ou du cycle des temps discrets des séries temporelles. Nous proposons ici un modèle de traitement de signal sur graphe (GSP) pour prédire le débit atteint de chaque nœud en fonction de la topologie du réseau et des demandes de débit. Les méthodes présentées ici sont inspirées de la théorie du traitement du signal discret sur graphes ( $\text{DSP}_G$ ) développée dans [6].

Nous commençons par la définition du graphe et son signal. Nous utilisons le graphe de conflit du réseau,  $G = (V, \mathbf{A})$ , où  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  est l'ensemble des nœuds du réseau, et  $\mathbf{A}$  est la matrice d'adjacence pondérée :

$$A_{n,m} = \begin{cases} t_{n,max}, & \text{si } n \text{ et } m \text{ sont voisins} \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1)$$

Nous soulignons que notre choix d'utiliser une matrice non-symétrique est compatible avec le cadre théorique de  $\text{DSP}_G$  développé par Sandryhaila et Moura [6]. Le signal  $\mathbf{x}$  est une fonction à valeur réelle définie sur les nœuds du graphe, de sorte que chaque nœud  $v_n$  est associé à un scalaire donné  $x_n$ . Dans notre modèle, le signal d'entrée  $\mathbf{x}$  correspond aux taux d'entrée sur les nœuds et le signal de

sortie  $\mathbf{y}$ , aux taux de sortie.

Le traitement du signal classique nous fournit les outils nécessaires pour analyser et transformer les signaux à l'aide de *filtres linéaires*. Le filtre le plus élémentaire est la translation temporelle, qui prend un signal d'entrée et le retarde d'un échantillon. Dans le traitement du signal sur graphe, les signaux ne sont pas liés à un instant donné, mais à un nœud d'un graphe. Ainsi, la notion de composante temporelle est perdue au profit de celle de composante structurelle (ou spatiale). L'équivalent de la translation temporelle devient alors la translation sur graphe [6]  $\tilde{\mathbf{x}}$ , définie comme l'action de la matrice d'adjacence sur le signal :  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ .

Les filtres qui nous intéressent sont les filtres de moyenne mobile (MA) à réponse impulsionnelle finie, où la sortie du filtre correspond à la somme pondérée de toutes les  $p = 0, \dots, P$  itérations de la translation, où  $P$  désigne l'ordre du filtre. La relation d'entrée-sortie d'un filtre MA sur graphe s'écrit alors :

$$\mathbf{y} = \sum_{p=0}^P \alpha_p \mathbf{A}^p \mathbf{x}, \quad (2)$$

où  $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_0 \ \alpha_1 \ \dots \ \alpha_p]$  est le vecteur des coefficients du filtre d'ordre  $P$ . L'action de  $\mathbf{A}^p$  a pour effet de diffuser l'information initialement localisée en un nœud du réseau à ses voisins distants de  $p$  sauts dans le graphe. Par conséquent, l'ordre du filtrage doit logiquement être limité au diamètre du réseau. De plus, nous savons que dans un réseau WLAN, les voisins situés à plus de trois ou quatre sauts ont un impact négligeable sur le débit d'un nœud. Cette propriété physique des réseaux WLAN contraint donc l'ordre des filtres raisonnables à de faibles valeurs de  $P$ , et ce, même pour des réseaux de grands diamètres. Un ordre de filtre trop élevé conduirait à un surapprentissage.

L'opérateur  $\mathbf{A}^p$  dans l'expression (2) ayant pour effet de connecter deux nœuds du graphe distants de  $p$  sauts, le nombre de chemins possibles entre deux nœuds risque donc d'augmenter rapidement avec l'ordre du filtre. Ainsi, l'effet de deux nœuds directement connectés sera capturé par le coefficient  $\alpha_1$ , et si ces deux mêmes nœuds se retrouvent connectés par un autre chemin à  $p > 1$  sauts, les opérateurs  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{A}^p$  deviennent ici redondants. Cela se traduira donc par un coefficient  $\alpha_p$  très petit. En revanche, si la distance (i.e, plus court chemin) entre deux nœuds du graphe est égale à  $p > 1$ ,  $\alpha_p$  ayant été sous-estimé par les configurations précédentes, il risque de ne pas rendre compte de l'impact des plus courts chemins à  $p$  sauts. Pour corriger ce problème, nous proposons ci-dessous deux nouvelles *matrices de translation* mieux adaptées au contexte particulier des WLANs. Notons que d'autres opérateurs, tels que le Laplacien, ont été testés. Mais outre les performances moindres obtenues, leur action ne modélise pas clairement la nature des interactions sur les WLANs.

**Matrice des nouveaux chemins.** Notée  $\mathbf{A}_{NW}$ , cette matrice est telle que l'élément  $(n, m)$  de  $\mathbf{A}_{NW}^p$  corres-

pond au nombre de nouveaux chemins de longueur  $p$  entre les nœuds  $n$  et  $m$ . Si un chemin de longueur inférieure à  $p$  sauts existe déjà entre  $n$  et  $m$ , alors le  $(n, m)$ -ème élément de  $\mathbf{A}_{NW}^p$  vaut zéro. Notons que pour un réseau donné toutes les valeurs de  $\mathbf{A}_{NW}^p$  pour  $p$  plus grand que le diamètre du réseau sont des zéros.

**Matrice des nouvelles cliques.** Nous avons établi dans [8] que le comportement d'un nœud WLAN dépend fortement du nombre maximal de cliques auquel il appartient. Nous proposons donc la matrice *nouvelles cliques*,  $\mathbf{A}_{NC}$ , qui à l'ordre  $p$  est simplement la matrice d'adjacence pondérée par le nombre de cliques que le nœud  $n$  peut atteindre en  $p$  sauts. Par exemple, pour  $p = 2$  et le réseau à deux nœuds de la Fig. 1a, nous avons  $\mathbf{C}_2 = \text{diag}(2, 2, 2, 2, 5, 3, 3, 3, 2)$  et  $\mathbf{A}_{NC}^2 = \mathbf{A} \mathbf{C}_2^{-1}$ . L'ordre de cette matrice est également limité par le diamètre du graphe. Il est important de noter qu'en utilisant ces nouveaux objets ( $\mathbf{A}_{NW}$  et  $\mathbf{A}_{NC}$ ), nous sortons du cadre algébrique des filtres MA classiques, car les ordres  $p$  des ces opérateurs dans l'expression (2) ne correspondent plus à la puissance  $p$  de l'opérateur de translation.

## 4 Résultats Numériques

Nous étudions maintenant la précision de notre modèle en comparant ses résultats avec ceux fournis par le simulateur de réseau ns-3, et ceci, pour différentes topologies de réseau. Nous utilisons comme critère de comparaison, l'erreur relative moyenne,  $E = \sum_{n=1}^N |\hat{y}_n - y_n| / \sum_{n=1}^N y_n$ , où  $\hat{y}_n$  est le taux de sortie du nœud  $n$  prédit par notre modèle, et  $y_n$  est le taux de sortie fourni par le simulateur. Par manque de place, nous ne présenterons ici que les résultats obtenus pour les trois réseaux de la Fig. 1. Toutefois ces trois réseaux présentent des caractéristiques différentes. En particulier, les degrés des nœuds du réseau de la Fig. 1b sont plus hétérogènes.

Les nœuds génèrent un trafic de type Poisson d'intensité aléatoire répartie uniformément sur  $[0.1, t_{n,max}]$  Mbps. Le simulateur ns-3 nous donne alors des jeux d'apprentissage  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  sur lesquels calibrer notre modèle (2). Le vecteur de paramètres  $\boldsymbol{\alpha}$  est obtenu par régression linéaire du modèle, impliquant l'inversion d'une matrice de taille  $N \times NP$ , où  $N$  désigne le nombre de nœuds et  $P$  l'ordre du filtre. Compte tenu de la taille des WLANs et de  $P \ll N$ , cette opération n'est jamais très coûteuse. Pour une topologie donnée, nous identifions les coefficients  $\boldsymbol{\alpha}$  pour plusieurs réalisations indépendantes du jeu d'apprentissage  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ . Nous choisissons la moyenne<sup>1</sup> des  $\boldsymbol{\alpha}$  ainsi calculés comme jeu de paramètre du filtre de prédiction. Etant données les contraintes sur  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$ , un travail futur consisterait à trouver les coefficients  $\boldsymbol{\alpha}$  en utilisant une optimisation sous contraintes.

Nous déterminons tout d'abord la taille de l'ensemble d'apprentissage nécessaire pour atteindre une précision d'estimation des coefficients du filtre satisfaisante. En fai-

1. Le choix de la médiane donne des résultats comparables.

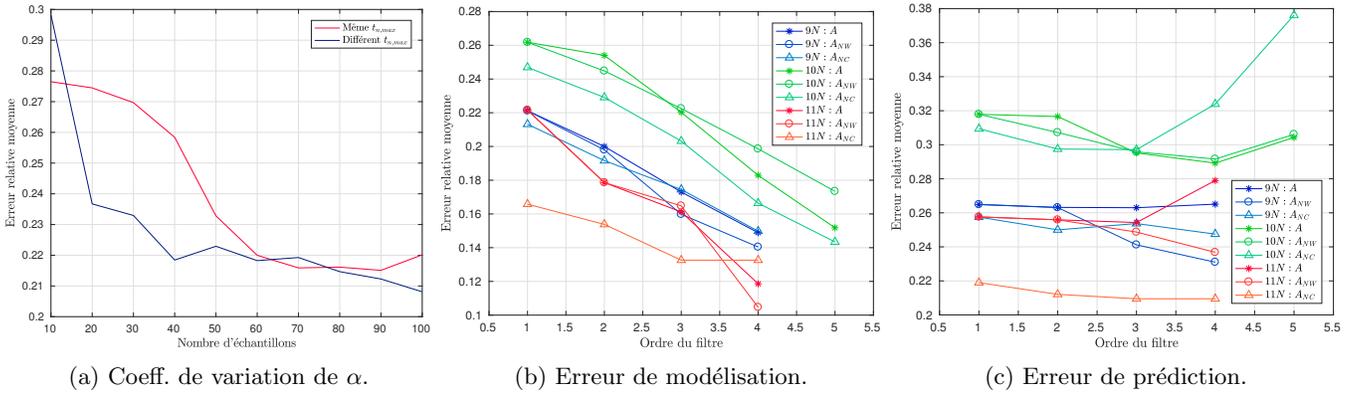


FIGURE 2: La variation des coefficients du filtre et l'erreur relative moyenne du modèle.

sant varier le nombre de réalisations de  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  de 10 à 100, on voit (cf. Fig. 2a) que dans le cas d'un réseau à neuf nœuds, avec des poids  $t_{n,max}$  identiques ou différents pour tous les liens, le coefficient  $\alpha_0$  atteint une valeur asymptote à partir de 50 réalisations. C'est donc cette valeur que nous retenons pour la taille de l'ensemble d'apprentissage, ainsi que pour l'ensemble des résultats suivants.

Les figures 2b et 2c illustrent les erreurs de modélisation (apprentissage) et de prédiction (validation) dans le cas des trois réseaux décrits et lorsque les liens ont des poids  $t_{n,max}$  différents. Nous comparons les trois opérateurs de translation définis à la section 3 et l'ordre du filtre varie de  $P = 1$  à 4 ou 5, selon le diamètre du réseau considéré. Les erreurs sont ensuite moyennées sur les 50 réalisations du jeu d'apprentissage, ou de validation. S'agissant de l'erreur de modélisation, nous observons que pour un type de réseau donné, tous les opérateurs conduisent à des erreurs du même ordre. On note cependant, que l'opérateur de nouvelles cliques  $\mathbf{A}_{NC}$  offre très souvent des performances légèrement meilleures que  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{A}_{NW}$ . Pour le filtre d'ordre 3, nous obtenons une erreur de modélisation autour de 10 ou 20%.

Concernant l'erreur de prédiction, les meilleures performances sont le plus souvent obtenues avec l'opérateur  $\mathbf{A}_{NC}$ , avec des erreurs de prédiction de l'ordre de 21%, 25% et 30% pour les réseaux de Fig. 1c, 1a et 1b, respectivement. En approfondissant notre analyse, nous avons remarqué que les réseaux qui ont des nœuds plus homogènes (tel que le réseau à 11 nœuds) sont plus précisément décrits par notre modèle. En revanche, les réseaux dont le degré des nœuds est très hétérogène (tel que le réseau à 10 nœuds), échappent d'avantage à une modélisation par un filtre de type MA. Dans ce cas, le choix de l'opérateur de translation sur graphe nécessite certainement d'être exploré plus en détail.

## 5 Conclusions

Dans cet article, nous avons proposé un modèle de traitement de signal sur graphe (GSP) pour les WLANs. Cette approche peut être une alternative intéressante aux modélisations constructives qui sont limitées par leur com-

plexité face à des tailles de WLAN trop importantes. En supposant avoir à disposition un nombre suffisant de jeux d'apprentissage, nous avons montré comment les techniques GSP peuvent être utilisées pour modéliser les performances réseau d'un WLAN. Nous avons également proposé différents opérateurs de translation sur graphe, susceptibles de remplacer la matrice d'adjacence classique, et mieux adaptés aux propriétés spécifiques des WLANs.

Les résultats numériques obtenus à partir de données d'apprentissage issues d'un simulateur de réseau à événements discrets : (i) valident l'intérêt de concevoir des opérateurs de translation adéquats au système physique ; (ii) montrent que les performances de modélisation et de prédiction sur le débit des points d'accès, bien qu'encore modestes, nous encouragent à poursuivre le développement des outils GSP dans le cadre de l'analyse des WLANs. Dans nos prochains travaux, nous étudierons de nouveaux opérateurs de translation mais aussi des techniques sur mesure de codage de graphe pour les WLANs. Nous chercherons aussi à valider notre approche sur des jeux de données provenant d'un véritable banc d'essai WLAN.

## Références

- [1] T. Begin, B. Baynat, I. Guérin Lassous, and T. Abreu. Perf. analysis of multi-hop flows in IEEE 802.11 networks : A flexible and accurate modeling framework. *Perf. Eval.*, 2016.
- [2] G. Bianchi. Perf. analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function. *IEEE Journal on selected areas in communications*, 2000.
- [3] S. Chen, A. Sandryhaila, J. M. Moura, and J. Kovacevic. Signal Recovery on Graphs : Variation Minimization. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2015.
- [4] M. Durvy, O. Dousse, and P. Thiran. Self-organization properties of CSMA/CA systems and their consequences on fairness. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2009.
- [5] V. N. Ekambaram, G. Fanti, B. Ayazifar, and K. Ramchandran. Wavelet-regularized graph semi-supervised learning. In *GlobalSIP 2013*. IEEE.
- [6] A. Sandryhaila and J. M. Moura. Discrete signal proces. on graphs. *IEEE Trans. on signal proces.*, 2013.
- [7] D. I. Shuman, S. K. Narang, P. Frossard, A. Ortega, and P. Vandergheynst. The emerging field of signal proces. on graphs. *IEEE Signal Proces. Magazine*, 2013.
- [8] M. Stojanova, T. Begin, and A. Busson. Conflict graph-based model for IEEE 802.11 networks : A Divide-and-Conquer approach. *Perf. Eval.*, 2018.