

# Estimation de position en intérieur: une approche basée sur l’anti-développement et le filtre de Kalman étendu

Roza CHERFI, Christophe PRIEUR, Nicolas LE BIHAN

Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, GIPSA-lab, 38000 Grenoble, France  
roza.cherfi@gipsa-lab.fr, christophe.prieur@gipsa-lab.fr  
nicolas.le-bihan@gipsa-lab.fr

**Résumé** – Cet article présente une méthode d’estimation de position en intérieur basée sur la combinaison d’un pré-filtrage et d’un filtre de Kalman étendu. Les résultats obtenus avec différents types de pré-filtrages sont présentés et comparés. Les conclusions principales suggèrent un impact perceptible du pré-filtrage sur le gain en performance de la méthode par rapport à l’état de l’art.

**Abstract** – This paper proposes a method for indoor position estimation based on the combination of a pre-filter and an extended Kalman filter. The results obtained using different types of pre-filters are presented and compared. The main conclusions suggest a noticeable impact of the prefiltering on the performance improvement of the method compared to the state of the art.

## 1 Introduction

La précision du GPS montre des limites lorsqu’une estimation fine de la position est requise, notamment si celle-ci est faite en intérieur. Pour parvenir à une localisation en intérieur fiable, plusieurs recherches se concentrant sur des moyens alternatifs ont été réalisées. Parmi les solutions décrites dans la littérature, certaines utilisent des infrastructures électroniques pré-installées dans l’environnement d’étude. On peut notamment les décliner en plusieurs catégories suivant les technologies et méthodes employées ; certaines se basent sur des réseaux locaux sans fil (WLAN) [8] et d’autres reposent sur l’identification par radio-fréquence [4]. Cependant, l’implémentation de ces méthodes nécessite la présence d’un dispositif physique à l’intérieur des infrastructures, ce qui n’est pas possible d’assurer en environnement réel. Notre objectif est de pallier cette limite en permettant une localisation en intérieur précise à l’aide d’un capteur indépendant portable utilisable dans tout environnement. Nous retrouvons ainsi dans la littérature plusieurs sources qui utilisent des centrales inertielles et des filtres de Kalman pour faire de l’estimation de position [6], [3] dans des milieux dépourvus de structures pré-installées.

Dans cette optique, l’entreprise SYSNAV a conçu un capteur assurant la localisation dans ces milieux, permettant ainsi de garantir son utilisation dans toutes sortes d’environnements.

De premiers travaux ont permis la modélisation du capteur conçu par SYSNAV et l’estimation de la position fournie par le capteur avec un filtre de Kalman étendu (EKF) [2], en négligeant toute infrastructure déjà présente

sur le site et sans cartographier le champ magnétique environnant au préalable. Ce modèle a ensuite été complété par l’ajout de la dynamique du gradient du champ magnétique comme état du système dynamique proposé précédemment, afin d’exploiter au mieux les variations de ce champ et ainsi réduire les incertitudes et le bruit. Ce nouveau modèle est filtré grâce à une combinaison d’un EKF et d’un réseau de neurones LSTM (Long short-term memory) dans [12].

D’autres études se sont concentrées sur l’utilisation d’une étape de pré-filtrage dans le but d’améliorer l’estimation de position [7].

Cet article propose une combinaison de différents pré-filtrages (dont l’anti-développement (AD)) et d’un EKF afin d’étudier l’impact de ces pré-filtrages sur l’EKF, dans le but d’améliorer les performances de l’estimation de position. L’algorithme utilisé dans cet article a l’avantage de traiter les données en continu, sur des fenêtres glissantes, permettant un traitement performant et en temps réel.

Dans la section 2, le modèle dynamique du capteur est introduit. La section 3 présente les pré-filtres et filtres utilisés et la section 4 illustre, à travers plusieurs expériences, les principales conclusions de ce travail.

## 2 Modèle

Afin de suivre la trajectoire réalisée par un individu porteur de ce dispositif, nous nous basons sur des observations issues d’un ensemble de capteurs : un gyromètre, un accéléromètre et un magnétomètre.

Cette section est consacrée à la présentation du modèle

dynamique non linéaire étudié dans cet article. Nous utilisons le modèle établi dans [2].

Le système dynamique se compose de trois états qui représentent, respectivement, la vitesse du corps  $v^c(t) \in \mathbb{R}^3$  (utilisée pour déduire la position  $M^c(t) \in \mathbb{R}^3$ ) dans un repère inertiel, le champ magnétique  $B^c(t) \in \mathbb{R}^3$  et l'attitude représentée par une matrice de rotation  $R(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ . Les commandes de ce modèle sont les mesures récoltées par le capteur et sont donc la vitesse angulaire,  $\omega^c(t) \in \mathbb{R}^3$ , l'accélération  $\gamma^c(t) \in \mathbb{R}^3$  et le gradient du champ magnétique  $\nabla B^c(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ . Les mesures sont entachées d'un bruit de mesure modélisé par des bruits blancs gaussiens  $(Q_\omega, Q_\gamma, Q_{\nabla B}, Q_v) \in \mathbb{R}^3$  (de moyennes nulles et de variance  $\sigma_\omega^2 \mathbb{1}_{3 \times 3}, \sigma_\gamma^2 \mathbb{1}_{3 \times 3}, \sigma_B^2 \mathbb{1}_{3 \times 3}$  et  $\sigma_v^2 \mathbb{1}_{3 \times 3}$ ) des commandes et de la sortie du système.  $[\omega^c \times] \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  est la matrice antisymétrique associée au vecteur de vitesse angulaire et  $g \in \mathbb{R}^3$  est le vecteur de gravité.

Le modèle présenté dans [2] s'écrit comme suit

$$\begin{cases} \frac{dR(t)}{dt} &= R(t)[(\omega^c(t) + Q_{\omega_3}(t)) \times] \\ \frac{dv^c(t)}{dt} &= -[(\omega^c(t) + Q_{\omega_3}(t)) \times]v^c(t) + \gamma^c(t) \\ &\quad + Q_\gamma(t) + R(t)^T g \\ \frac{dB^c(M^c, t)}{dt} &= -[(\omega^c(t) + Q_{\omega_3}(t)) \times]B^c(M^c, t) \\ &\quad + (\nabla B^c(M^c, t) + Q_{\nabla B}(t))v^c(t) \\ y(t) &= B^c(M^c, t) + Q_v(t) \end{cases} \quad (1)$$

Ce système dynamique est généralement peu utilisé du fait de la complexité de l'implémentation de l'EKF associé. En effet, la dynamique de l'attitude étant représentée par des matrices de rotations, elle présente une structure particulière et l'EKF associé au calcul du système dynamique d'attitude est différent de l'EKF classique appliqué dans la littérature [1].

### 3 Pré-filtrage et filtre de Kalman étendu

Dans cette section, nous décrivons les pré-filtres et le filtre utilisés. La sous-section 3.1 détaille le principe et l'application de l'AD associé à une fonction de régularisation lissante. La sous-section 3.2 décrit les deux autres pré-filtrages : un filtre à moyenne mobile appliqué sur les vitesses angulaires en entrée,  $\omega_{b_k}$ , et un filtre à moyenne mobile appliqué sur les quaternions correspondants à ces vitesses angulaires. Enfin, la sous-section 3.3, porte sur l'utilisation du filtre de Kalman étendu.

#### 3.1 Anti-développement et lissage

L'anti-développement est une linéarisation réalisée sur le plan tangent à l'espace des matrices de rotation où  $R_k$  est défini. Cette linéarisation transforme le système dynamique non linéaire évoluant sur  $SO(3)$  en un système dynamique linéaire évoluant sur cet espace tangent (dans  $\mathbb{R}^3$ ) [11]. Ainsi, nous pouvons appliquer des filtres et dé-

bruiter des trajectoires dans l'espace euclidien  $\mathbb{R}^3$ .

En considérant une série temporelle de rotations  $R = (R_k; k \in \{1, \dots, N-1\})$  et  $\omega_{b_k}$  une matrice antisymétrique de vitesses angulaires mesurées bruitées associée à cette série de rotations, ou de façon équivalente :  $\omega_{b_k} = \omega_k^c + Q_{\omega_k}$  est la vitesse angulaire mesurée à chaque instant  $k$  et perturbée par des bruits de mesure  $Q_{\omega_k}$ .

Ainsi, nous cherchons à retrouver les valeurs de références  $\omega_{r_k}$  équivalentes à la vitesse angulaire non bruitée. Pour ce faire, nous appliquons l'AD au système dynamique non linéaire de rotation (première équation du système d'équations (1)) puis utilisons la régularisation de Tikhonov [10] pour filtrer  $\omega_{b_k}$  afin de s'affranchir des variations créées par le bruit de mesure.

##### 3.1.1 Principe de l'anti-développement

Soit  $R$  une série temporelle de rotations, telle que  $R_k \in SO(3)$  où  $SO(3)$  est le groupe des rotations. La linéarisation de  $R$ , tel que  $R \rightarrow r$  (où  $r$  est une série temporelle de matrices antisymétriques, avec  $r_k \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ) est détaillée dans [11]. Néanmoins, nous résumons le principe de cette linéarisation dans cette sous-section.

En considérant, dans cette partie, que la représentation dynamique de  $R$  s'écrit comme suit

$$R_{k+1} = R_k \Omega_{k+1} \quad (2)$$

tel que  $k \in \{1, \dots, N-1\}$ , où  $N$  est le nombre d'échantillons total, et  $\Omega_k$  est une matrice de rotation associée à la vitesse angulaire  $\omega_{b_k}$  ( $\Omega_k = \exp(\omega_{b_k})$ ).<sup>1</sup>

De l'équation (2), la relation suivante est déduite

$$\omega_{b_{k+1}} = \log(R_k^{-1} R_{k+1})^2$$

Enfin, la linéarisation représente le cumul des incréments (la somme) des matrices de vitesse angulaire entre l'instant  $i$  et l'instant  $k$  et s'écrit sous la forme suivante

$$r_k = \sum_{i=1}^k \log(R_{i-1}^{-1} R_i)$$

##### 3.1.2 Application

En adaptant le principe de l'AD décrit dans le paragraphe 3.1.1 au système dynamique d'attitude présenté dans la section 2, nous obtenons l'expression de  $\omega_{b_k}$  :

$$\omega_{b_k} = \log(R_k^{-1} R_{k+1}) \frac{1}{\Delta t}$$

où  $\Delta t$  désigne le pas d'échantillonnage.

L'équation anti-développée de  $R_k$  s'écrit donc

$$r_k = \sum_{i=1}^k \log(R_{i-1}^{-1} R_i) \frac{1}{\Delta t} \quad (3)$$

ce qui équivaut à

$$r_{k+1} = r_k + \log(R_k^{-1} R_{k+1}) \frac{1}{\Delta t}$$

Nous obtenons l'équation représentant la linéarisation du modèle dynamique de rotation.

1. L'exponentielle  $\exp(\cdot)$  est une exponentielle matricielle.

2. Le logarithme  $\log(\cdot)$  est un logarithme matriciel.

### 3.1.3 Régularisation de Tikhonov (lissage)

En conditions expérimentales, la vitesse angulaire  $\omega_{b_k}$  est entachée d'un bruit de mesure qui se répercute sur les matrices de rotation  $R_k$ .

En conséquence, nous appliquons un lissage qui est la régularisation de Tikhonov [10], où nous cherchons à résoudre le problème d'optimisation suivant

$$\underset{r^* \in \mathbb{R}^{N \times 3}}{\operatorname{argmin}} (\|r^* - r\|_2^2 + \lambda g(r^*))$$

où la fonction de régularisation choisie pour résoudre le problème s'écrit

$$g(r^*) = \sum_{i=1}^{(N-1)} (r_i^* - r_{i+1}^*)^2$$

Enfin, nous déduisons la vitesse angulaire lissée telle que

$$\omega_k^* = r_k^* - r_{k-1}^*$$

Ainsi, nous pouvons coupler les résultats du lissage appliqué sur l'AD avec l'EKF appliqué sur le système d'attitude, comme représenté dans la figure 1 en choisissant  $\omega_k^*$  comme entrée au lieu de  $\omega_{b_k}$ , son homologue bruité.

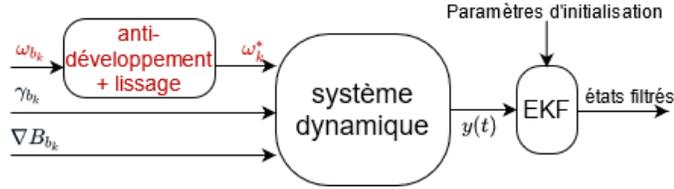


FIGURE 1 – Schéma représentant le couplage AD-EKF appliqué sur le système dynamique

### 3.2 Moyenne mobile

La moyenne mobile [5] calcule la moyenne du signal sur des fenêtres glissantes ce qui permet, dans notre cas, de pré-filtrer le signal d'entrée. Nous avons alors appliqué deux autres pré-filtrages, tous deux basés sur la moyenne mobile.

Pour le premier, nous avons calculé une moyenne mobile des  $\omega_{b_k}$  sur des fenêtres glissantes de longueur  $M > 0$ .

Pour le second, nous avons calculé une moyenne mobile avec des quaternions  $q_k$  [9] déduits de  $\omega_{b_k}$ , afin de conserver la géométrie du système, c'est-à-dire

$$\bar{q}_k = \underset{q \in \mathbb{S}^3}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{M} \sum_{i=k}^{M-1+k} |\log(A(q)^T A(q_i))|$$

où  $q_k$  le quaternion à l'instant  $k$ ,  $\mathbb{S}^3$  est la 3-sphère unité et  $A(q)$  la matrice de rotation associée à  $q$ .

### 3.3 Filtre de Kalman Etendu

Par la suite, le filtre appliqué au système dynamique est un EKF. Le système dynamique considéré (eq. (1)) étant non linéaire, l'EKF est un choix adapté pour linéariser le système. L'EKF permet de linéariser le système localement à chaque itération et de le filtrer.

Seulement, l'attitude du système est représentée par des matrices de rotation qui font partie du groupe spécial or-

thogonal  $SO(3)$  et qui possèdent donc une structure particulière. Ainsi, nous ne pouvons pas appliquer l'algorithme de l'EKF classiquement utilisé car la structure du groupe et donc du système dynamique doit être respectée, ce qui rend les calculs de l'état estimé dans l'étape de mise à jour du filtre de Kalman et des jacobiennes inadéquats.

Nous utilisons alors les équations de l'EKF sur  $SO(3)$  établies dans [1].

## 4 Application

Afin d'évaluer les performances de chacun des pré-filtres, nous avons réalisé une série d'expériences dans lesquelles nous avons étudié l'influence du bruit blanc gaussien appliqué au système à travers différentes valeurs d'écart-type  $\sigma$ . Dans ces expériences, les conditions initiales sont identiques à celles du système de référence.

Ainsi, nous évaluons les performances de l'EKF pré-filtré dans trois configurations différentes : EKF pré-filtré avec l'AD, EKF pré-filtré avec un filtre à moyenne mobile appliqué à  $\omega$  et un EKF pré-filtré avec un filtre à moyenne mobile appliqué aux quaternions correspondants à la vitesse angulaire d'entrée  $\omega$ . Nous comparons les résultats obtenus à partir de ces pré-filtrages avec ceux de l'EKF non pré-filtré.

Ces pré-filtrages sont tous calculés sur des fenêtres glissantes de taille  $M = 20$  avec un pas unitaire.

Nous comparons alors les valeurs maximales du pic de divergence de la distance géodésique (représentant l'erreur moyenne), la valeur de l'écart-type associé à ce pic et enfin le temps de convergence  $T_c$  du filtre.

Ces premières comparaisons sont uniquement appliquées sur l'attitude du système dynamique, et non sur le système complet (tableau 1).

Par la suite, nous comparons uniquement les performances de l'EKF couplé à l'AD aux performances de l'EKF non pré-filtré, tous deux appliqués sur le système dynamique complet (équation (1)) (tableau 2).

Pour analyser les performances des pré-filtres, chaque expérience associée à un paramètre  $\sigma$  a été répétée plusieurs fois, générant 200 réalisations de vitesses angulaires et d'accélération bruitées par paramètre  $\sigma$ . Ces vitesses angulaires et accélérations représentent la commande du système dynamique. Nous filtrons, à chaque réalisation, la sortie de ces systèmes et calculons la distance géodésique entre la rotation filtrée résultante ( $R_{f_k}$ ) et la rotation de référence ( $R_{ref_k}$ ) qui représente la sortie du système pour une trajectoire non bruitée (dite de référence) ainsi que l'erreur quadratique moyenne entre la vitesse filtrée ( $v_{f_k}$ ) et la vitesse de référence ( $v_{ref_k}$ ). La moyenne empirique de la distance géodésique se calcule comme suit

$$d_{g_k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\log(R_{ref_k}^T R_{f_k})|$$

Nous évaluons l'amélioration  $A$  des différents pré-filtres à travers un calcul d'erreur relative de la variable  $d_g$  en les

confrontant aux valeurs obtenues en absence de pré-filtre. Les tableaux 1 et 2 présentent les résultats obtenus.

| $\sigma_\omega$ (rad) | Pré-filtre     | $\bar{d}_g$ pic(°) | $\sigma$ pic(°) | A(%)  | $T_c$ (s) |
|-----------------------|----------------|--------------------|-----------------|-------|-----------|
| 0.01                  | Aucun          | 8.6                | 2.6             |       | 0.08      |
|                       | AD             | 0.2213             | 0.5588          | 97.43 | 0.03      |
|                       | $\bar{\omega}$ | 0.3724             | 0.4836          | 95,67 | 0.04      |
|                       | $\bar{q}$      | 0.2237             | 0.5619          | 97,40 | 0.03      |
| 0.1                   | Aucun          | 27.61              | 4.3863          |       | 0.2       |
|                       | AD             | 0.7154             | 1.0022          | 97.41 | 0.07      |
|                       | $\bar{\omega}$ | 1.008              | 0.7628          | 96.35 | 0.09      |
|                       | $\bar{q}$      | 0.8815             | 1.0317          | 96.81 | 0.08      |
| 0.5                   | Aucun          | 51.93              | 5.6859          |       | 0.5       |
|                       | AD             | 1.481              | 1.4223          | 97.15 | 0.14      |
|                       | $\bar{\omega}$ | 2.336              | 1.2349          | 95.50 | 0.16      |
|                       | $\bar{q}$      | 1.679              | 1.5362          | 96.77 | 0.15      |

TABLE 1 – Performances associées à l’EKF (avec et sans pré-filtrages) sur la dynamique de l’attitude.  $\sigma_\omega$  : écarts-types de bruits,  $\bar{d}_g$  pic : distance géodésique moyenne,  $\sigma$  pic : écart-type associé, A : pourcentage d’amélioration,  $T_c$  : temps de convergence à 95% de la valeur finale.

| $\sigma$ (rad)         | Pré-filtrage | $\bar{d}$ pic | $\sigma$ pic | A (%)  |       |
|------------------------|--------------|---------------|--------------|--------|-------|
| $\sigma_\omega = 0.01$ | Aucun        | $\bar{d}_g$   | 0.6382       | 0.7916 | 97,46 |
|                        | AD           |               | 0.0162       | 0.126  |       |
| $\sigma_\gamma = 0.01$ | Aucun        | $\bar{d}_e$   | 0.0619       | 0.4170 | 79,97 |
|                        | AD           |               | 0.0124       | 0.0707 |       |
| $\sigma_\omega = 0.1$  | Aucun        | $\bar{d}_g$   | 2.8385       | 1.6919 | 97,38 |
|                        | AD           |               | 0.0743       | 0.2689 |       |
| $\sigma_\gamma = 0.1$  | Aucun        | $\bar{d}_e$   | 0.1472       | 0.4909 | 59,51 |
|                        | AD           |               | 0.0596       | 0.2629 |       |
| $\sigma_\omega = 0.5$  | Aucun        | $\bar{d}_g$   | 7.5403       | 2.7369 | 97,14 |
|                        | AD           |               | 0.2159       | 0.3265 |       |
| $\sigma_\gamma = 0.5$  | Aucun        | $\bar{d}_e$   | 0.4034       | 2.0165 | 56,62 |
|                        | AD           |               | 0.175        | 2.1723 |       |

TABLE 2 – Comparaison des performances associées à l’EKF (avec et sans pré-filtrage) sur le système dynamique complet (eq. (1)).  $\bar{d}_g$  : distance géodésique moyenne (°).  $\bar{d}_e$  : distance euclidienne moyenne (m).

## 5 Discussion et conclusion

A travers les résultats, nous pouvons conclure que l’étape de pré-filtrage améliore les performances globales de l’EKF associé et ce quel que soit le type de pré-filtrage employé. De plus, d’après nos observations, l’anti-développement est le type de pré-filtrage le plus performant. En conséquence, nous nous sommes basés sur ce pré-filtrage pour évaluer les performances du système complet. Néanmoins, bien que l’accélération n’ait pas été pré-filtrée, nous pouvons noter que le pré-filtrage de la vitesse angulaire résulte en un pic de divergence moins important ainsi qu’un temps

de convergence plus court.

Les tests sur données simulées nous ont permis de sélectionner le filtrage le plus adapté (AD+EKF) au système dynamique du capteur en termes de gain de performances. Des applications sur le système physique dans des conditions expérimentales réelles ont été réalisées et seront présentées lors de la conférence.

## Références

- [1] G. Bourmaud, R. Mégret, A. Giremus, and Y. Berthoumieu. Discrete extended kalman filter on lie groups. In *21st European Signal Processing Conf. (EUSIPCO)*, pages 1–5, 2013.
- [2] C.I. Chesneau. *Navigation à l’estime magnéto-inertielle en champ inhomogène et applications en intérieur*. PhD thesis, Université Grenoble Alpes, 2018.
- [3] D. Feng, C. Wang, C. He, Y. Zhuang, and *al.* Kalman-filter-based integration of IMU and UWB for high-accuracy indoor positioning and navigation. *IEEE Internet of Things Journal*, 7(4) :3133–3146, 2020.
- [4] V. Filonenko, C. Cullen, and J. Carswell. Investigating ultrasonic positioning on mobile phones. In *2010 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation*, pages 1–8, 2010.
- [5] S. Hansun. A new approach of moving average method in time series analysis. In *Conf. on New Media Studies*, pages 1–4, 2013.
- [6] H. Hellmers, A. Norrdine, J. Blankenbach, and A. Eichhorn. An imu/magnetometer-based indoor positioning system using kalman filtering. In *Int. Conf. on Indoor Positioning and Indoor Navigation*, pages 1–9. IEEE, 2013.
- [7] S. Ko, S. Choi, and B. Kim. Indoor mobile localization system and stabilization of localization performance using pre-filtering. *Int. Journal of Control, Automation, and Systems*, 6(2) :204–213, 2008.
- [8] L. Koski, T. Perälä, and R. Piché. Indoor positioning using wlan coverage area estimates. In *Int. Conf. on Indoor Positioning and Indoor Navigation*, pages 1–7, 2010.
- [9] F.L. Markley, Y. Cheng, J.L. Crassidis, and Y. Oshman. Averaging quaternions. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 30(4) :1193–1197, 2007.
- [10] L. Reichel and Q. Ye. Simple square smoothing regularization operators. *Electronic Transactions on Numerical Analysis*, 33 :63, 2009.
- [11] S. Said. *Estimation et filtrage des processus dans les groupes de Lie matriciels*. PhD thesis, Grenoble INPG, 2009.
- [12] M. Zmitri. *Magnetometer Array-Based Indoor Navigation Under Kalman Filtering*. PhD thesis, Université Grenoble Alpes, 2021.