OLS-R1: estimation parcimonieuse de sources cérébrales par régression itérative sous contrainte de rang

Radu RANTA, Steven LE CAM

Université de Lorraine, CNRS, CRAN, F-54000 Nancy, France
radu.ranta@univ-lorraine.fr, steven.le-cam@univ-lorraine.fr

Résumé – Cet article propose un nouvel algorithme parcimonieux par régression itératives sur dictionnaire. A la différence d'un OLS classique, les éléments du dictionnaire ne sont pas des vecteurs mais des matrices. Pour chaque élément, les coefficients (vectoriels) de la régression, qui représentent des amplitudes variables dans le temps, sont en plus contraints à être de rang unitaire. L'application visée est le problème inverse en électrophysiologie cérébrale (estimation de sources dipolaires). L'algorithme proposé, pour lequel on montre la convergence et la monotonie, se compare favorablement aux méthodes classiquement utilisées dans cette application.

Abstract – This paper introduces a new sparse algorithm from the iterative regression family. Unlike the classical OLS, the elements of the dictionary are not vectors but matrices. Moreover, the (vectorial) regression coefficients representing time varying amplitudes are constrained to unit rank. The target application is the inverse problem in brain source estimation. On simulated data, the proposed algorithm shows better performances than classical solutions used for solving the mentioned inverse problem.

1 Introduction

Ce travail trouve sa motivation initiale dans le problème inverse en traitement des signaux électriques cérébraux. Ces signaux, enregistrés par des capteurs placés sur la surface de la tête (électroencéphalographie – EEG), sur la surface corticale (ECoG) ou implantés dans le cerveau (SEEG), sont issus de l'activité électrique des populations de neurones. A cette échelle, les populations de neurones regroupées en colonnes corticales peuvent être modélisées comme des dipôles électriques. Ces dipôles sont caractérisés par leur position en 3D, leur orientation et leur amplitude (6 paramètres). L'amplitude varie dans le temps en fonction de l'activité de la colonne corticale considérée, ce qui engendre un champ électrique variant dans le temps et se propageant dans l'espace. Les capteurs (EEG, ECoG ou SEEG) enregistrent les signaux propagés à distance des sources corticales qui les ont générées.

Les modèles courants considèrent que la propagation est instantanée aux fréquences d'intérêt ($<$ à 1 kHz) et aux distances entre sources et capteurs ($\sim$ cm). Cette hypothèse (confirmée par mesures in vivo chez l'animal [1] ou chez l'homme [2]) implique un milieu de propagation résistif et permet d'écrire les équations de Maxwell sous leur forme quasi-statique. On peut donc formuler le problème direct qui permet de calculer les potentiels enregistrés par les capteurs à partir des connaissances sur les sources de courant cérébrales (dipolaires) et sur les caractéristiques électriques du milieu de propagation. Comme la tête est un milieu non-homogène, non-isotrope et à géométrie complexe, la résolution du problème direct se fait de manière numérique, souvent à l'aide de modèles à éléments finis [3, 4] (bien que des modèles analytiques simplifiés existent aussi). Enfin, comme en général plusieurs régions cérébrales (sources) sont actives en même temps, il est nécessaire de résoudre plusieurs problèmes directs (pour chaque position et orientation des sources dipolaires actives), les signaux enregistrés étant une superposition des signaux générés par chaque source.

Une particularité importante de ce problème est due à ses dimensions : en général, on dispose de quelques dizaines à quelques centaines de mesures, alors que le nombre de sources possibles est largement supérieur (dépendant des modèles numériques utilisés). L'estimation des sources à partir des mesures et donc un problème inverse mal-posé (sans parler des imprécisions de modélisation, de conditionnement spatial des mesures, du bruit ou des artefacts). Plusieurs méthodes de résolution de ce problème inverse, avec diverses téchniques de régularisation, ont été proposées depuis les années 1990 (voir *e.g.*, les reviews [5, 6, 7]). Nous nous intéressons particulièrement aux méthodes "parcimonieuses", qui cherchent à estimer un nombre réduit de régions cérébrales actives dominantes, responsables d'une majeure partie de l'activité enregistrée.

Cet article propose un algorithme glouton qui enrichit la famille des régressions multiples [1] en introduisant une régression sur dictionnaire matriciel (les régresseurs ne sont plus des vecteurs, mais de matrices), tout en imposant des contraintes de rang sur les coefficients de la régression, élément par élément. Les sections suivantes formalisent le modèle et expliquent son adéquation pour le problème inverse en électrophysiologie (sec. 2), décrivent l'algorithme proposé et analysent sa convergence (sec. 3) et enfin illustrent ses performances (sec. 4).

1. *e.g.*, le Matching Pursuit-MP, sa version orthogonale-OMP, le Orthogonal Least Squares-OLS ou le plus recent Single Best Replacement-SBR [8].

2 Modèle

Considérons le modèle direct à un instant de temps t :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} k_{x,1,1} & k_{y,1,1} & k_{z,1,1} \\ k_{x,1,2} & k_{y,1,2} & k_{z,1,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{x,1,m} & k_{y,1,m} & k_{z,1,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_{x,1} \\ j_{y,1} \\ j_{z,1} \end{bmatrix} + \dots$$
$$\dots + \begin{bmatrix} k_{x,p,1} & k_{y,p,1} & k_{z,p,1} \\ k_{x,p,2} & k_{y,p,2} & k_{z,p,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{x,p,m} & k_{y,p,m} & k_{z,p,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_{x,p} \\ j_{y,p} \\ j_{z,p} \end{bmatrix}$$
$$= \sum_{i=1}^{p} \mathbf{k}_i \mathbf{j}_i = \mathbf{K}_I \mathbf{j}_I, \quad (1)$$

où $\mathbf{x}$ ($m \times 1$) sont les potentiels mesurés par les capteurs, $\mathbf{k}_i$ ($m \times 3$) les coefficients de propagation du dipôle situé à la position i et $\mathbf{j}_i$ (3×1) les projections 3D des moments dipolaires du dipôle de la position i (3×1) ($k_{a,b,c}$ est le coefficient de propagation dans la direction a du dipôle b vers le capteur c). En forme compacte, le modèle de mélange direct de p sources vers m capteurs s'écrit comme sur la dernière ligne de (1), avec $\mathbf{K}_I$ ($m \times 3p$, $p < m$) la colonnes "actives" de la matrice de propagation ("lead-field"), $\mathbf{j}_I$ les sources dipolaires ($3p \times 1$) et I l'ensemble des indices des dipôles actifs.

Si on inclut le temps ($t = 1 \dots n$, avec n le nombre d'échantillons temporels), (1) s'écrit :

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^{p} \left(\begin{bmatrix} k_{x,i,1} & k_{y,i,1} & k_{z,i,1} \\ k_{x,i,2} & k_{y,i,2} & k_{z,i,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{x,i,m} & k_{y,i,m} & k_{z,i,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_{x,i}(1) & \dots & j_{x,i}(n) \\ j_{y,i}(1) & \dots & j_{y,i}(n) \\ j_{z,i}(1) & \dots & j_{z,i}(n) \end{bmatrix} \right)$$
$$= \sum_{i=1}^{p} \mathbf{k}_i \mathbf{J}_i = \mathbf{K}_I \mathbf{J}_I \quad (2)$$

avec $\mathbf{X}$: $m \times n$, $\mathbf{k}_i$: $m \times 3$ et $\mathbf{J}_i$: $3 \times n$ ($\mathbf{J}$: $3p \times n$).

Selon le modèle posé dans les équations précédentes, les matrices $\mathbf{J}_i$ (l'évolution temporelle du dipôle i) ne sont pas contraintes : pour un dipôle i donné, ses projections $[j_{x,i,t} \;\; j_{y,i,t} \;\; j_{z,i,t}]^T$ peuvent varier librement avec le temps t. Autrement dit, le dipôle a une orientation libre, qui peut changer d'un instant temporel à un autre. Dans certaines situations (que nous ne justifierons pas ici), cette "liberté" n'est pas souhaitable, et la solution recherchée impose des dipôles à orientation fixe dans le temps. A noter que l'amplitude de ces dipôles reste en revanche variable dans le temps et que l'orientation, même fixe, est supposée inconnue [2]. Sous cette contrainte, (2) s'écrit :

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^{p} \left(\begin{bmatrix} k_{x,i,1} & k_{y,i,1} & k_{z,i,1} \\ k_{x,i,2} & k_{y,i,2} & k_{z,i,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{x,i,m} & k_{y,i,m} & k_{z,i,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_{x,i} \\ j_{y,i} \\ j_{z,i} \end{bmatrix} [s_i(1) \; \dots \; s_i(n)] \right)$$
$$= \sum_{i=1}^{p} \mathbf{k}_i \mathbf{j}_i \mathbf{s}_i = \sum_{i=1}^{p} \mathbf{k}_i \mathbf{J}_i^1 = \mathbf{K}_I \mathbf{J}_I^1 \quad (3)$$

avec les coefficients de propagation $\mathbf{k}_i$: $m \times 3$, les orientations $\mathbf{j}_i$: 3×1 et les amplitudes variant dans le temps $\mathbf{s}_i$: $1 \times n$. En regroupant les deux derniers facteurs, on obtient $\mathbf{J}_i^1$: $3 \times n$ de rang unitaire et $\mathbf{J}_I^1$ la matrice des source dipolaires obtenue en empilant les blocs $\mathbf{J}_i^1$. Sous forme matricielle, (3) s'écrit :

$$\mathbf{X} = \mathbf{K}_I \begin{bmatrix} \mathbf{j}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{j}_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{j}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{s}_p \end{bmatrix} = \mathbf{K}_I \mathbf{J}_{B,I} \mathbf{S}_I \quad (4)$$

avec $\mathbf{J}_{B,I}$ bloc diagonale $3p \times p$ ($\mathbf{J}_I = \mathbf{J}_{B,I}\mathbf{S}_I$).

3 Algorithme OLS-R1

Le problème inverse à résoudre est donc le suivant : en connaissant les mesures $\mathbf{X}$ et le modèle de tête $\mathbf{K}$, estimer les positions i, les orientations $\mathbf{j}_i$ et les amplitudes temporelles $s_i(t)$, sous hypothèse de parcimonie. Même si le problème n'a pas été formulé extactement de cette manière, les algorithmes de la famille MUSIC, et surtout les versions récursives RAP-MUSIC [9] et TRAP-MUSIC [10], constituent une solution possible. Ces méthodes commencent par trouver une base "spatiale" $\mathbf{V}$ des mesures $\mathbf{X}$ par SVD : $\mathbf{X} = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}\mathbf{W}^T$ (chaque colonne de $\mathbf{X}$ est une somme pondérée des colonnes de la base $\mathbf{V}$). Cette base est tronquée en gardant uniquement les r vecteurs singuliers "de l'espace signal" correspondant au plus grandes valeurs singulières, pour ensuite évaluer pour chaque sous-matrice $\mathbf{k}_i$ (coefficients de projection du dipôle i) sa corrélation canonique avec $\mathbf{V}_r$ (la base tronquée) [3]. Les positions choisies (l'ensemble d'indices des dipôles de la solution $i \in I$) sont celles qui correspondent aux maximums (en valeur absolue) des coefficients de corrélation canonique (dans les versions récursives mentionnées ci-dessus, ces corrélations sont calculées après une successions de re-projections entre les sous-espaces de $\mathbf{V}_r$ et $\mathbf{K}$ et l'ensemble des indices I s'aggrandi au fur et à mesure des itérations, voir pour les détails [9, 10]). Les orientations $\mathbf{j}_i$ ($i \in I$) des dipôles sélectionnés sont à leur tour fournies par les coefficients de la combinaison linéaire des 3 colonnes de $\mathbf{k}_i$ qui engendre un vecteur aussi proche que possible (*i.e.*, avec l'angle le plus faible) de l'espace signal de base $\mathbf{V}_r$ (après reprojection dans les versions itératives). Enfin, une fois les positions et les orientations estimées, les amplitudes des dipôles ($s_i(t)$) sont calculées par moindres carrées en pseudo-inversant $\mathbf{K}_I\mathbf{J}_{B,I}$ (notations de (4) et I les positions de la solution courante).

2. En EEG, il n'est pas inhabituel de supposer une orientation fixe *connue*, *e.g.*, orthogonale à la surface corticale ou à la surface crânienne.

3. On parle ici de corrélation entre les sous-espaces $\mathbf{k}_i$ et $\mathbf{V}_r$ (autrement dit le cosinus de l'angle principal entre les deux sous-espaces).

Nous proposons dans la suite de la section un algorithme alternatif de type régression itérative. Il se base sur une optimisation alternée, qui cherche a (ré-)estimer à chaque itération les positions, les orientations et les amplitudes des dipôles de la solution I (à noter que dans les solutions itératives de type MUSIC, seule l'orientation du dipôle courant est estimée à chaque itération, les dipôles faisant déjà partie de la solution I gardent les orientations estimées précédemment).

Le problème est formulé de manière parcimonieuse : on veut estimer un ensemble de positions $\hat{I}$, d'orientations fixes $\hat{\mathbf{J}}_{B,\hat{I}}$ et d'amplitudes $\hat{\mathbf{S}}_{\hat{I}}$, tout en minimisant l'erreur de reconstruction et le cardinal de I. Avec les notations de (4) et en utilisant la formulation dans [8] :

$$\{\hat{I}, \hat{\mathbf{J}}_{B,\hat{I}}, \hat{\mathbf{S}}_{\hat{I}}\} = \underset{I,\mathbf{J}_{B,I},\mathbf{S}_I}{\operatorname{argmin}} \left(\|\mathbf{X} - \mathbf{K}_I \mathbf{J}_{B,I} \mathbf{S}_I\|_2^2 + \lambda \|I\|_0\right) \quad (5)$$

On peut noter à ce point que, pour des positions $\hat{I}$ et des orientations $\hat{\mathbf{J}}_{B,\hat{I}}$ données, les amplitudes optimales sont obtenues immédiatement par régression/moindres carrés (comme en (T)RAP-MUSIC par exemple) :

$$\hat{\mathbf{S}}_{\hat{I}} = (\mathbf{K}_{\hat{I}} \hat{\mathbf{J}}_{B,\hat{I}})^{+} \mathbf{X} \quad (6)$$

où $^+$ est la pseudo-inverse d'une matrice dictionnaire $(\mathbf{K}_{\hat{I}} \hat{\mathbf{J}}_{B,\hat{I}})$ dont les éléments sont ses colonnes ($m \times 1$). Autrement dit, la difficulté est l'estimation des positions et des orientations.

Positions Nous pouvons écrire une procédure de type OLS sur un dictionnaire matriciel $\mathbf{K}$ où, à la différence de la régression dans (6), chaque élément du dictionnaire est un bloc $m \times 3$ (matrice “lead-field” pour chaque position). Sans imposer de contrainte sur orientation, l'algorithme OLS par blocs s'écrit :

Algorithme 1 : OLS-Bloc

Initialisation $\hat{I} = \emptyset$, $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{0}$;
tant que $\|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|_2^2 > \varepsilon \|\mathbf{X}\|_2^2$ **faire**
  pour $i \notin \hat{I}$ **faire**
    $\hat{I}_t = \hat{I} \cup i$; %(solution temporaire)
    $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{K}_{\hat{I}_t} \mathbf{K}_{\hat{I}_t}^{+} \mathbf{X}$;
    err$(i) = \|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|_2^2$;
  fin
  $i_c = \operatorname{argmin}_i(\text{err}(i))$; %(position choisie)
  $\hat{I} = \hat{I} \cup i_c$; %(positions)
  $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{I}} = \mathbf{K}_{\hat{I}}^{+} \mathbf{X}$; %(orientations)
  $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{K}_{\hat{I}} \hat{\mathbf{J}}_{\hat{I}}$;
fin

Cet algorithme est optimal au sens de l'OLS, il évidemment convergent (car la régression est faite sur de plus en plus de régresseurs/ éléments du dictionnaire au fil des itérations), mais il ne respecte pas la contrainte d'orientation fixe des dipôles.

Orientations Dans l'algorithme 1, l'orientation et l'amplitude variables dans le temps sont regroupées dans $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{I}}$ ($3p \times n$), *a priori* de rang $3p$, avec p le cardinal de $\hat{I}$. La meilleure approximation de cette matrice qui respecte la condition d'orientation fixe imposée peut être construite par SVD appliquée à chacun des p blocs de taille $3 \times n$ de $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{I}}$. En effet, chaque bloc s'écrit comme une somme de matrices de rang 1 $\mathbf{j}_{\hat{i}} = \sum_{k=1}^{3} \mathbf{u}_{k,\hat{i}} \sigma_{k,\hat{i}} \mathbf{w}_{k,\hat{i}}^T$ où $\mathbf{u}, \mathbf{w}$ et σ sont respectivement les vecteurs singuliers à gauche et à droite et les valeurs singulières. Comme la meilleure approximation (en norme Frobenius) de $\mathbf{j}_{\hat{i}}$ est donnée par le premier terme de cette somme et la meilleure approximation de $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{I}}$ est donnée par :

$$\tilde{\mathbf{J}}_{\hat{I}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{u}_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{u}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \mathbf{w}_1^T \\ \sigma_p \mathbf{w}_p^T \\ \vdots \\ \sigma_p \mathbf{w}_p^T \end{bmatrix} \quad (7)$$

où, pour alléger les notations $\mathbf{u}_i$ est le premier vecteur singulier gauche du bloc i (même chose pour les valeurs singulières et les vecteurs à droite).

Convergence Cependant, remplacer $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{I}}$ par $\tilde{\mathbf{J}}_{\hat{I}}$ dans la dernière ligne de l'algorithme 1 ne garantit plus sa monotonie de ni même sa convergence. Pour garantir la convergence, on peut en revanche ne retenir que les orientations fournies par (7) et définir

$$\hat{\mathbf{J}}_{B,\hat{I}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{u}_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{u}_p \end{bmatrix} \quad (8)$$

pour ensuite obtenir $\hat{\mathbf{S}}_{\hat{I}}$ par (6). Clairement, la convergence est assurée en au plus m itérations (quand $p = m$, l'erreur $\|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|_2$ est nulle).

En utilisant donc (6) et (8), on peut obtenir une version sous-optimale de $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{I}}$ qui assurera la convergence et respectera la condition de rang (d'orientation fixe) :

$$\hat{\mathbf{J}}_{\hat{I}}^1 = \hat{\mathbf{J}}_{B,\hat{I}} (\mathbf{K}_{\hat{I}} \hat{\mathbf{J}}_{B,\hat{I}})^{+} \mathbf{X} \quad (9)$$

Monotonie Même si la convergence est assurée par l'utilisation de (9) dans l'algorithme 1, il n'y a aucune garantie d'optimalité pour la parcimonie, ce qui apparaît en étudiant la monotonie de l'erreur de reconstruction $\|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|_2$. En effet, vu que à chaque itération toutes les orientations changent (les vecteurs singuliers dans (7) et (8)), la matrice dictionnaire $(\mathbf{K}_{\hat{I}} \hat{\mathbf{J}}_{B,\hat{I}})$ dans (6) change à chaque itération. Nous introduisons donc une dernière modification pour assurer la monotonie.

Considérons la solution après itération k. A l'itération $k+1$, à la place de recalculer l'ensemble des orientations, on préserve celles déjà définies à l'itération k et on recalcule par SVD seulement l'orientation optimale pour la dernière source trouvée. Ce qui revient à rajouter un bloc à la diagonale de la matrice $\hat{\mathbf{J}}_{B,\hat{I}}$ (8) et par conséquent une colonne à la matrice $(\mathbf{K}_{\hat{I}} \hat{\mathbf{J}}_{B,\hat{I}})$ (6) calculée à l'itération k. Par construction (ajout d'un élément dans le dictionnaire), l'erreur après régression ne peut que décroître, et donc la monotonie est assurée. A noter qu'un raisonnement similaire a été proposé pour la convergence de k-SVD [11] (cet algorithme, qui réestime le dictionnaire et les coefficients de la régression pour optimiser la parcimonie, n'est pas applicable dans l'application visée ici, car le dictionnaire (lead-field) est contraint par la physique.

TABLE 1 – Performances comparatives

RSB	RAP-M			TRAP-M			OLS-R1		
(dB)	DLE	TP	PPV	DLE	TP	PPV	DLE	TP	PPV
20	14.6	2.9	0.52	13.0	2.8	0.64	**0.6**	**2.98**	**0.95**
10	15.2	**2.9**	0.52	10.8	2.9	0.67	**1.9**	2.80	**0.87**
3	13.4	**2.8**	0.57	13.6	2.7	0.66	**4.2**	2.47	**0.82**
0	15.8	**2.7**	0.52	15.2	2.5	0.64	**5.9**	2.35	**0.82**

Cette solution alternative ne sera appliquée que si l'erreur obtenue est plus petite que celle fournie par la procédure présentée précédemment. Autrement dit, l'erreur obtenue par la procédure standard (algorithme 1 et équations (8) et (6)) est bornée supérieurement à chaque itération par une séquence monotone décroissante, elle est donc décroissante.

4 Résultats

Dans cette section, nous illustrons les performances de l'approche proposée (OLS-R1) en simulation sur un modèle de tête réaliste $\mathbf{K}$ (voir [12] pour les détails). $N = 3$ sources de positions et orientations aléatoires (I et $\mathbf{J}_{B,I}$) ont été simulées. Les amplitudes $\mathbf{S}_I$ suivent des sinusoïdes d'amplitudes et phases aléatoires (loi normale de $\mu = 5$, $\sigma = 1$, respectivement uniforme dans $[0, \pi]$). Du bruit blanc gaussien avec différents RSB a été ajouté aux signaux simulés pour obtenir $\mathbf{X}$.

Nous comparons notre approche à RAP-MUSIC [9] et TRAP-MUSIC [10]. Les critères de comparaison sont le DLE [13], ainsi que le TP (nombre de vrais positifs) et la PPV (*positive predictive value*), le rapport entre les vrai positifs et le nombre de sources trouvées (on définit un vrai positif comme une source estimée à moins de 10 mm de la vraie position). Dans toutes les simulations, le critère d'arrêt (ε dans l'algorithme 1) a été "informé", *i.e.*, calculé en fonction du RSB connu ($\varepsilon = 1/(1 + RSB)$, avec RSB le rapport entre la puissance du signal propre et celle du bruit). Les résultats sont donnés dans le Tab 1. Comme on peut l'observer, OLS-R1 a généralement des meilleures performances que ses concurrents testés (DLE plus petit et PPV plus grande). Le prix à payer est une baisse du nombre de détections (vrais positifs). Néanmoins, le nombre plus grand de vrais positifs obtenus par les versions de MUSIC quand le bruit est fort est accompagné d'un nombre très grand de fausses détections, qui font baisser la PPV.

5 Conclusion et perspectives

L'algorithme que nous introduisons dans ce papier propose une nouvelle méthode de régression itérative de type OLS, sur un dictionnaire redondant dont les éléments ne sont pas des vecteurs mais des matrices, tout en imposant des contraintes de rang sur les coefficients de la régression et en cherchant une solutions parcimonieuse. L'application visée dans un premier temps est le problème inverse en électrophysiologie cérébrale dont l'objectif est d'estimer des positions, orientations et amplitudes des sources dipolaires cérébrales. Les résultats montrent que la méthode proposée dépasse les algorithmes les plus utilisés pour résoudre ce problème.

Les inconvénients sont un temps d'exécution plus long, ainsi qu'une baisse du nombre de sources détectées quand le rapport signal sur bruit est faible. Cependant, les performances pourraient en principe être améliorées en ajustant le critère d'arrêt (plus de vraies, mais aussi de fausses, détections) ou encore en introduisant un critère d'arrêt composite pour prendre en compte de manière explicite la parcimonie (de type SBR [8]).

Références

[1] N. Logothethis, C. Kayser, and A. Oeltermann, "In vivo measurement of cortical impedance spectrum in monkeys : Implications for signal propagation," *Neuron*, 55, p. 809–823, 2007.

[2] R. Ranta, *et al.* "Assesing human brain impedance using simultaneous surface and intracerebral recordings," *Neuroscience*, 343, p. 411–422, 2017.

[3] H. Hallez, *et al.* "Review on solving the forward problem in EEG source analysis," *J. Neuroeng. Rehab.*, p. 4–46, 2007.

[4] S. Vallaghé, "EEG and MEG forward modeling : computation and calibration," Ph.D. dissertation, University of Nice - Sophia Antipolis, France, 2008.

[5] S. Baillet, J. Mosher, and R. Leahy, "Electromagnetic brain mapping," *IEEE Sig. Proc. Mag.*, 18(6), p. 14–30, 2001.

[6] C. Michel, *et al.* "EEG source imaging," *Clinical neurophysiology*, 115(10), p. 2195–2222, 2004.

[7] B. He, *et al.* "Electrophysiological imaging of brain activity and connectivity - challenges and opportunities," *IEEE Trans. on Biomed. Eng*, 58(7), p. 1918–1931, 2011.

[8] C. Soussen, *et al.* "From Bernoulli-Gaussian deconvolution to sparse signal restoration," *IEEE Trans. on Signal Processing*, 59(10), p. 4572–4584, 2011.

[9] J. C. Mosher and R. M. Leahy, "Source localization using recursively applied and projected (RAP) MUSIC," *IEEE Trans. on Signal Processing*, 47(2), p. 332-340, 1999.

[10] N. Mäkelä, *et al.* "Truncated RAP-MUSIC (TRAP-MUSIC) for MEG and EEG source localization," *NeuroImage*, 167, p. 73–83, 2018.

[11] M. Aharon, M. Elad, and A. Bruckstein, "K-SVD : An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation," *IEEE Trans. on Signal Processing*, 54(11), p. 4311–4322, 2006.

[12] V. Caune, *et al.* "Evaluating dipolar source localization feasibility from intracerebral SEEG recordings," *NeuroImage*, 98, p. 118 – 133, 2014.

[13] H. Becker, *et al.* "A performance study of various brain source imaging approaches," in *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2014