

# Estimation de la trajectoire d'un projectile ajustée dynamiquement par un réseau de neurones

Alicia ROUX<sup>1,2</sup>, Sébastien CHANGEY<sup>1</sup>, Jonathan WEBER<sup>2</sup>, Jean-Philippe LAUFFENBURGER<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institut Franco-Allemand de Recherches de Saint-Louis (ISL)  
5 Rue du Général Cassagnou, 68300 Saint-Louis, France

<sup>2</sup>Université de Haute-Alsace, IRIMAS UR 7499  
12 Rue des Frères Lumière, 68093 Mulhouse Cedex, France

alicia.roux@isl.eu, sebastien.changey@isl.eu  
jonathan.weber@uha.fr, jean-philippe.lauffenburger@uha.fr

**Résumé** – Cet article présente un filtre de Kalman Étendu Imparfait Invariant à droite (Imp.R-IEKF) pour estimer la trajectoire d'un projectile uniquement à partir de l'Unité de Mesure Inertielle (IMU) embarquée dans ce dernier. La matrice de covariance du bruit de mesure du filtre est ajustée dynamiquement par un réseau de neurones convolutifs (CNN) afin d'adapter les estimations aux différentes phases de vol du projectile. L'algorithme proposé est évalué sur des simulations de tirs de projectile et comparé à la trajectoire de référence. Le filtre ajusté dynamiquement par le CNN permet ainsi de réduire significativement les erreurs d'estimation de la trajectoire.

**Abstract** – This paper introduces an Imperfect Right-Invariant Extended Kalman Filter (Imp.R-IEKF) to estimate a projectile trajectory from the Inertial Measurement Unit (IMU) embedded in the projectile. The filter measurement noise covariance matrix is dynamically adjusted by a Convolutional Neural Network (CNN) to adapt estimates to different projectile flight phases. The proposed algorithm is evaluated on projectile fire simulations and compared to the reference trajectory. The filter dynamically adjusted by the CNN helps to significantly reduce the trajectory estimation errors.

## 1 Introduction

L'estimation en temps réel de la trajectoire d'un projectile est essentielle pour son guidage. Pour cela, différentes méthodes de navigation peuvent être envisagées suivant le type de capteur considéré [1].

Du fait des contraintes imposées aux capteurs embarqués dans les projectiles, il existe peu de solutions de navigation basées exclusivement sur des mesures inertielles pour l'estimation de la trajectoire. Néanmoins, l'article [2] présente une approche, testée en vol, pour estimer l'attitude d'un projectile à partir d'un magnétomètre et d'un accéléromètre ainsi que d'un modèle de vol à 6 degrés de liberté. Ce papier est focalisé sur l'estimation de la trajectoire d'un projectile uniquement à partir d'un gyromètre, d'un accéléromètre et d'un magnétomètre.

Les filtres de Kalman Étendus (EKF) sont couramment utilisés pour l'estimation d'état à partir de capteurs [1], mais la convergence et l'observabilité d'un EKF ne sont pas garanties. C'est pourquoi, un nouveau type de filtre peut être envisagé : le filtre de Kalman Étendu Invariant (IEKF) [3,4]. Un IEKF est un observateur non linéaire défini sur un groupe de Lie, partageant les mêmes propriétés d'observabilité et de stabilité qu'un filtre de Kalman linéaire [3,4]. De plus, différentes applications illustrent les performances de l'IEKF, largement supérieures à celles de l'EKF pour l'estimation d'états [3–6].

La précision d'un filtre de Kalman est intrinsèquement liée au réglage des matrices de covariance, en particulier celle du bruit de mesure souvent constante et adaptée empiriquement par l'utilisateur. Une méthode de réglage automatique est introduite dans [7], basée sur un réseau de neurones convolutifs afin d'estimer la trajectoire d'un véhicule terrestre à partir d'un filtre de Kalman.

Considérant la méthode d'ajustement mentionnée ci-dessus, cet article présente un algorithme d'estimation de la trajectoire d'un projectile, basée sur la théorie des IEKF [3] et des réseaux de neurones convolutifs [7]. Les objectifs de ces travaux sont :

- de présenter un filtre de Kalman Étendu Imparfait Invariant à droite (Imp.R-IEKF) pour estimer la trajectoire d'un projectile uniquement à partir de l'Unité de Mesure Inertielle (IMU) embarquée dans ce dernier,
- d'entraîner un réseau de neurones convolutifs (CNN) pour ajuster dynamiquement la matrice de covariance du bruit de mesure du filtre afin d'adapter les estimations aux différentes phases de vol du projectile,
- de valider l'algorithme sur un jeu de données de tirs de projectile généré par le logiciel BALCO [8].

Une première partie présente le jeu de données utilisé (2) et une seconde le filtre Imp.R-IEKF (3). Ensuite, le CNN entraîné pour ajuster dynamiquement le paramètre du filtre est introduit (4). Enfin, l'algorithme est évalué sur le jeu de données (5).

## 2 Simulations de tirs de projectile

Les données utilisées dans cet article sont des simulations de tirs de projectile en 3 dimensions générées par le logiciel BALCO [8] et où chaque simulation comprend :

- les mesures de l'accéléromètre  $a_b$ , du gyromètre  $\omega_b$  et du magnétomètre  $h_b$  dans le repère objet  $b$ ,
- le champ magnétique  $h_n$  dans le repère de navigation  $n$ ,
- la position, la vitesse et les angles d'Euler de référence du projectile dans le repère de navigation  $n$ .

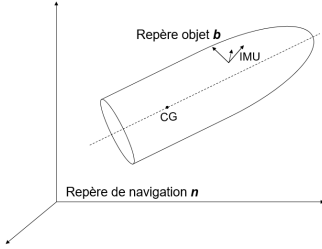


FIGURE 1 – Repère de navigation  $n$  et repère objet  $b$ .

Comme illustré sur la figure 1, l'Unité de Mesure Inertielle (IMU), composée d'un accéléromètre, d'un gyromètre et d'un magnétomètre, est désalignée avec le centre de gravité du projectile. Ce désalignement n'est pas modélisé par le filtre Imp.R-IEKF mais peut être intégré dans les états estimés comme dans [6, 7]. Par conséquent, les données inertielles  $a_b$ ,  $\omega_b$  et  $h_b$  sont des mesures bruitées et biaisées, effectuées dans le repère objet  $b$  désaligné avec le centre de gravité du projectile.

## 3 Filtre Imparfait R-IEKF

Cette section présente le filtre de Kalman Étendu Imparfait Invariant à droite (Imp.R-IEKF) implémenté pour estimer la trajectoire d'un projectile. La théorie des filtres IEKF et des exemples applicatifs sont détaillés dans [3-7, 9].

### 3.1 Présentation générale et modélisation

Le filtre Imp.R-IEKF estime, à partir des mesures inertielles  $a_b$ ,  $\omega_b$  et  $h_b$  effectuées dans le repère objet  $b$  :

- l'orientation  $R \in SO(3)$ , la vitesse  $v \in \mathbb{R}^3$  et la position  $p \in \mathbb{R}^3$  du projectile dans le repère de navigation  $n$ ,
- les biais du gyromètre  $b_\omega \in \mathbb{R}^3$ , de l'accéléromètre  $b_a \in \mathbb{R}^3$  et du magnétomètre  $b_h \in \mathbb{R}^3$  dans le repère objet  $b$ .

Les modèles de mesure du gyromètre  $\tilde{\omega}_b$ , de l'accéléromètre  $\tilde{a}_b$  et du magnétomètre  $\tilde{h}_b$  sont les suivants,

$$\tilde{\omega}_b = \omega_b + b_\omega + W_\omega \quad \tilde{a}_b = a_b + b_a + W_a \quad (1)$$

$$\tilde{h}_b = h_b + b_h + W_h \quad (2)$$

avec  $b_\omega$ ,  $b_a$  et  $b_h$  les biais des capteurs dont la dynamique est :

$$\frac{d}{dt} b_\omega = W_{b_\omega} \quad \frac{d}{dt} b_a = W_{b_a} \quad \frac{d}{dt} b_h = W_{b_h} \quad (3)$$

et où  $W_\omega$ ,  $W_a$ ,  $W_h$ ,  $W_{b_\omega}$ ,  $W_{b_a}$  et  $W_{b_h}$  sont des bruits blancs Gaussiens.

La dynamique du projectile est modélisée par :

$$\dot{R} = R[\tilde{\omega}_b - b_\omega - W_\omega]_\times \quad (4)$$

$$\dot{v} = R(\tilde{a}_b - b_a - W_a) + g \quad (5)$$

$$\dot{p} = v \quad (6)$$

avec  $[\cdot]_\times$  un opérateur du groupe de Lie  $SO(3)$  présenté dans [3] et  $g$  le vecteur gravité, constant lors du vol du projectile.

À partir de conditions initiales connues et en utilisant uniquement les mesures de l'accéléromètre  $a_b$ , du gyromètre  $\omega_b$  et du magnétomètre  $h_b$ , le filtre Imp.R-IEKF vise à estimer :

$$x_p := (R, v, p, b_\omega, b_a, b_h) \quad (7)$$

Les états du projectile  $(R, v, p)$  sont modélisés par le groupe de Lie matriciel  $SE_2(3) \subset \mathbb{R}^{5 \times 5}$  défini dans [3, 4] tel que :

$$\chi_t \triangleq \begin{bmatrix} R & v & p \\ 0_{1 \times 3} & 1 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0 & 1 \end{bmatrix} \in SE_2(3) \quad (8)$$

Les biais des trois capteurs inertiels sont représentés par des vecteurs de  $\mathbb{R}^3$  et notés  $\theta^T = [b_\omega \ b_a \ b_h]^T \in \mathbb{R}^9$ .

Conformément à la théorie des filtres Imparfait IEKF, l'erreur associée aux états  $x_p$  est composée d'une erreur invariante à droite  $\eta_t = \hat{\chi}_t \chi_t^{-1} \in SE_2(3)$  et d'une erreur linéaire  $\xi_\theta \in \mathbb{R}^9$ . L'erreur invariante à droite associée aux états  $(R, v, p)$  peut être linéarisée sur l'algèbre de Lie du groupe  $SE_2(3)$  tel que :

$$\eta_t = \begin{bmatrix} \eta_R & \eta_v & \eta_p \\ 0_{1 \times 3} & 1 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0 & 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} I_3 + [\xi_R]_\times & \xi_v & \xi_p \\ 0_{1 \times 3} & 1 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

avec  $\eta_R = \hat{R}R^T$ ,  $\eta_v = \hat{v} - \hat{R}R^T v$  et  $\eta_p = \hat{p} - \hat{R}R^T p$ .

Les erreurs des biais sont définies par les équations suivantes :

$$\xi_{b_\omega} = \hat{b}_\omega - b_\omega, \quad \xi_{b_a} = \hat{b}_a - b_a, \quad \xi_{b_h} = \hat{b}_h - b_h. \quad (10)$$

Ainsi, l'erreur linéarisée associée aux états  $x_p$  (7) est composée de l'erreur invariante linéarisée  $\xi_\chi^T = [\xi_R \ \xi_v \ \xi_p]$  et de l'erreur linéaire des biais  $\xi_\theta^T = [\xi_{b_\omega} \ \xi_{b_a} \ \xi_{b_h}]$  telle que :

$$\xi_t \triangleq [\xi_R \ \xi_v \ \xi_p \ \xi_{b_\omega} \ \xi_{b_a} \ \xi_{b_h}]^T \in \mathbb{R}^{18} \quad (11)$$

### 3.2 Étape de prédiction et de mise à jour

La prédiction des états est déterminée par la dynamique associée à  $x_p$  (3)-(6) avec des bruits nuls telle que :

$$\hat{R}_{k|k-1} = \hat{R}_{k-1|k-1} \exp_{SO(3)}([\tilde{\omega}_{b_k} - \hat{b}_{\omega_{k-1|k-1}}] \Delta t) \quad (12)$$

$$\hat{v}_{k|k-1} = \hat{v}_{k-1|k-1} + (\hat{R}_{k-1|k-1}(\tilde{a}_{b_k} - \hat{b}_{a_{k-1|k-1}}) + g) \Delta t \quad (13)$$

$$\hat{p}_{k|k-1} = \hat{p}_{k-1|k-1} + \hat{v}_{k-1|k-1} \Delta t \quad (14)$$

$$\hat{\theta}_{k|k-1} = \hat{\theta}_{k-1|k-1} \quad (15)$$

avec  $\exp_{SO(3)}(\cdot)$  l'application exponentielle de  $SO(3)$  définie dans [3, 4] et  $\Delta t$  la période d'échantillonnage des capteurs.

La prédiction de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation est donnée par :

$$P_{k|k-1} = \Phi_k P_{k-1|k-1} \Phi_k^T + \hat{Q}_k \quad (16)$$

$$\Phi_k = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(A_l \Delta t)^k}{k!} \approx I_{18} + A_t \Delta t \quad (17)$$

$$\hat{Q}_k \approx \Phi_k \hat{Q}_t \Phi_k^T \Delta t \quad \text{avec } \hat{Q}_t = A_d \text{cov}(w_t) A_d^T \quad (18)$$

avec les matrices  $A_t$  et  $A_d$  déterminées par la dynamique de l'erreur linéarisée  $\xi_t$  et  $w_t$  le bruit de processus défini dans [9].

Les prédictions (12)-(16) sont corrigées par l'estimation du champ magnétique dans le repère de navigation  $n$  tel que :

$$h_n = R(\tilde{h}_b - b_h - W_h) \quad (19)$$

avec  $h_b$  les mesures du magnétomètre définies par (2) et  $h_n$  le champ magnétique constant dans le repère de navigation  $n$ . L'étape de mise à jour du filtre est alors :

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T (H_k P_{k|k-1} H_k^T + N_k)^{-1} \quad (20)$$

$$\xi_k^T = K_k (h_n - \hat{h}_n) \quad (21)$$

$$\hat{\chi}_{k|k} = \text{exp}_{SE_2(3)}(\xi_{\chi_k}) \hat{\chi}_{k|k-1} \quad \hat{\theta}_{k|k} = \hat{\theta}_{k|k-1} + \xi_{\theta_k} \quad (22)$$

$$P_{k|k} = (I_{18} - K_k H_k) P_{k|k-1} \quad (23)$$

avec l'application  $\text{exp}_{SE_2(3)}(\cdot)$  présentée dans [3, 4] et avec  $H_k \in \mathbb{R}^{18 \times 3}$  la matrice d'observation et  $N_k \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  la matrice de covariance du bruit de mesure tel que :

$$H = \begin{bmatrix} -[\hat{R}H_b]_x & 0_{3 \times 12} & I_3 \end{bmatrix}, \quad N = \hat{R} \text{cov}(W_h) \hat{R}^T \quad (24)$$

## 4 Matrice de covariance du bruit de mesure et réseau de neurones

Le filtre Imp.R-IEKF est hautement sensible au réglage de la covariance du bruit de mesure  $\text{cov}(W_h)$  (24), généralement ajustée d'après les spécificités des capteurs et constante pendant le vol du projectile. C'est pourquoi, un réseau neuronal convolutif (CNN) est entraîné afin d'estimer  $\text{cov}(W_h)$ .

Comme illustré par la figure 2, le CNN exploite les mesures du magnétomètre  $h_{b_k}$  dans le repère objet  $b$  pour prédire :

$$\forall k \in \llbracket 0, N \rrbracket, [\alpha_k \quad \beta_k \quad \gamma_k] \quad (25)$$

Ces estimations permettent, à chaque instant  $k$ , d'adapter la covariance du bruit de mesure  $\text{cov}(W_{h_k})$  aux différentes phases de vol du projectile. A noter que les grandeurs  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\sigma_z$  sont constantes et déterminées par les spécifications des capteurs.

$$h_{b_k} \rightarrow \text{CNN} \rightarrow \begin{bmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \\ \gamma_k \end{bmatrix} \rightarrow \text{cov}(W_{h_k}) = \begin{bmatrix} \sigma_x 10^{\alpha_k} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y 10^{\beta_k} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z 10^{\gamma_k} \end{bmatrix}$$

FIGURE 2 – Estimation de la covariance du bruit de mesure avec un CNN.

L'entraînement vise à ajuster les paramètres du CNN afin de minimiser l'erreur entre la trajectoire estimée par le filtre Imp.R-IEKF où la covariance du bruit de mesure  $\text{cov}(W_h)$  est évaluée par le CNN et la trajectoire de référence. La fonction d'erreur utilisée est l'erreur quadratique moyenne (EQM) :

$$EQM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - x_i)^2 \quad (26)$$

avec  $x_i = [p \quad v \quad \Psi]^T$  et  $\Psi$  le vecteur des angles d'Euler. L'algorithme d'optimisation d'Adam [10] permet d'ajuster les poids du réseau afin de minimiser cette fonction d'erreur.

La structure du CNN est présentée par la figure 3. Le réseau est composé de couches de convolution unidimensionnelles afin d'extraire des caractéristiques des données d'entrée ainsi que de différentes fonctions d'activation non linéaires.

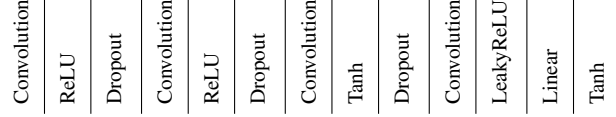


FIGURE 3 – Couches du CNN.

Le jeu de données d'entraînement comprend 1000 simulations de tirs de projectile généré par le logiciel BALCO [8] dont la structure est présentée dans la partie (2) et le jeu de données de test est composé de 100 simulations de tirs.

## 5 Résultats

Cette partie présente l'estimation de trajectoires du projectile en comparant trois méthodes :

- 1) algorithme de navigation à l'estime, équations (12)-(15),
- 2) le filtre Imp.R-IEKF (3) où la covariance du bruit de mesure est constante,
- 3) le filtre Imp.R-IEKF (3) où la covariance du bruit de mesure est ajustée dynamiquement par le CNN (4).

Les figures 4, 5 et 6 présentent les erreurs d'estimation de position, de vitesse et d'orientation avec les trois méthodes mentionnées ci-dessus, pour une simulation de tirs de projectile.

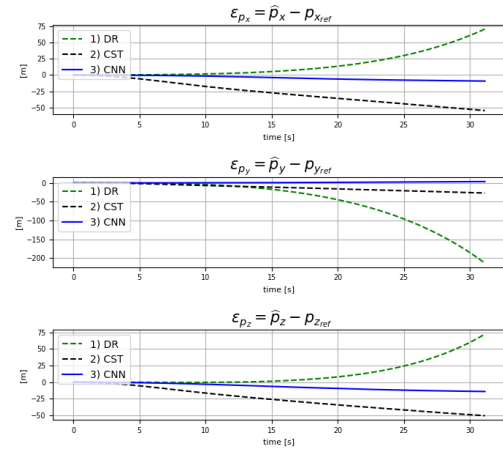


FIGURE 4 – Erreurs d'estimation de la position du projectile.

Les figures 4-5 montrent que les estimations du filtre Imp.R-IEKF surpassent celles de la méthode 1) et que le réglage dynamique de la covariance du bruit de mesure permet de diminuer les erreurs de position et de vitesse suivant les trois axes. D'après la figure 6, le CNN ne parvient pas à améliorer l'estimation des angles d'Euler du projectile. La normalisation des données d'entrée du CNN permettrait d'améliorer les estimations, mais entraînerait également une perte d'information sur les plages de variations des différentes grandeurs.

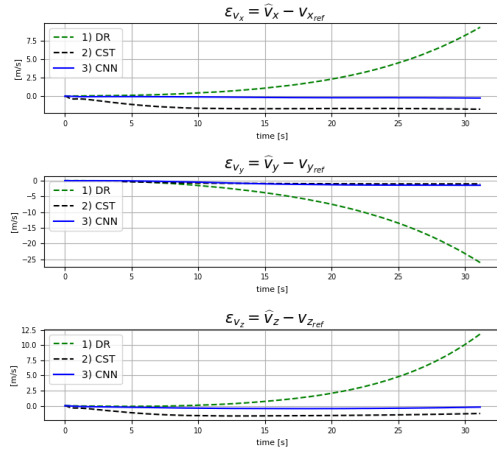


FIGURE 5 – Erreurs d’estimation de la vitesse du projectile.

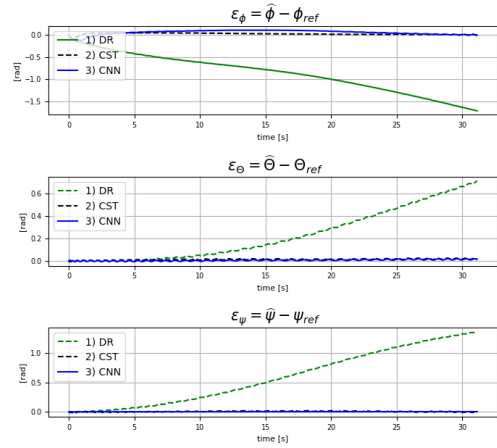


FIGURE 6 – Erreurs d’estimation des angles d’Euler du projectile.

À présent, les trois méthodes d’estimation sont évaluées sur l’ensemble du jeu de données de test comprenant 100 simulations de tirs de projectile. Pour cela, la somme des erreurs quadratiques moyennes (EQM) (26) est évaluée telle que :

$$\Sigma_p = \sum_{k=1}^{N_{sim}} EQM_k(\hat{p}, p) \quad (27)$$

avec  $N_{sim} = 100$ , le nombre de simulations de tirs de projectile du jeu de données de test.

La figure 7 confirme les observations précédentes. Le filtre Imp.R-IEKF améliore l’estimation de la position par rapport à la méthode 1) le long des trois axes. De plus, l’utilisation d’un CNN, méthode 3), permet de réduire significativement les erreurs d’estimation. Les performances globales d’estimation de la vitesse et des angles sont présentées et analysées dans [9].

## 6 Conclusion

Cet article a présenté une méthode d’estimation de la trajectoire d’un projectile en combinant les filtres de Kalman et l’in-

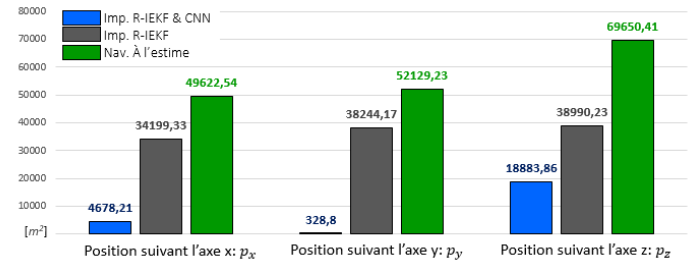


FIGURE 7 – Somme des erreurs quadratiques moyenne de position sur l’ensemble du jeu de données :  $\Sigma_p$ .

telligence artificielle. D’après les résultats d’estimation, l’algorithme présente l’avantage d’être peu coûteux en termes de capteurs tout en fournissant une solution de navigation précise à long terme. Il s’agit à présent de généraliser cette approche à d’autres types de projectiles avec des dynamiques différentes. De plus, cette méthode de réglage d’un filtre vise à être effectuée par une autre famille de réseaux neuronaux : les réseaux récurrents tels que les LSTM (Long Short-Term Memory).

## Références

- [1] P. Groves. Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 30(2) :26–27, 2015.
- [2] C. Combettes, S. Changey, R. Adam, and E. Pecheur. Attitude and velocity estimation of a projectile using low cost magnetometers and accelerometers. In *2018 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS)*, pages 650–657, 2018.
- [3] A. Barrau and S. Bonnabel. The invariant extended Kalman filter as a stable observer. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62(4) :1797–1812, 2016.
- [4] A. Barrau. *Non-linear state error based extended Kalman filters with applications to navigation*. Theses, Mines Paristech, September 2015.
- [5] H. Ross, Maani Ghaffari, Ryan M Eustice, and Jessy W Grizzle. Contact-aided invariant extended kalman filtering for robot state estimation. *The International Journal of Robotics Research*, 39(4) :402–430, 2020.
- [6] A. Roux, S. Changey, J. Weber, and J-P Lauffenburger. Projectile trajectory estimation : performance analysis of an Extended Kalman Filter and an Imperfect Invariant Extended Kalman Filter. In *2021 9th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, pages 274–281, 2021.
- [7] M. Brossard, A. Barrau, and S. Bonnabel. AI-IMU Dead-Reckoning. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, March 2020.
- [8] P. Wey, D. Corriveau, T. Saitz, W. Ruijter, and P. Strömbäck. BALCO 6/7-DoF Trajectory Model. 05 2016.
- [9] A. Roux, S. Changey, J. Weber, and J-P Lauffenburger. CNN-based Invariant Extended Kalman Filter for projectile trajectory estimation using IMU only. In *2021 International Conference on Control, Automation and Diagnosis (ICCAD)*, pages 1–6, 2021.
- [10] Diederik P Kingma and Jimmy Ba. Adam : A method for stochastic optimization. *arXiv preprint arXiv :1412.6980*, 2014.