

Optimisation de l'entrelacement des codes

dans les canaux

à évanouissements sélectifs

Interleaving codes optimization for selective fading channels



C. GOUTELARD

LETTI, Université Paris-Sud, 9, avenue de la Division-Leclerc, 94230 CACHAN

Les travaux de recherche effectués sont axés sur les télécommunications et la télédétection. Ces axes ont été principalement orientés vers l'étude et la caractérisation des canaux de transmission, principalement du canal ionosphérique, et des techniques de codage adaptées.

Ces études ont été concrétisées par la construction de codes particuliers – codes pseudo-orthogonaux – utilisés dans la transmission de données et dans la mise en œuvre d'une station de mesures sur le canal ionosphérique – station STUDIO – où sont expérimentées de nouvelles techniques de codage en vue des télécommunications, de la télédétection et de la connaissance du milieu.

RÉSUMÉ

Les techniques d'entrelacement des codes sont utilisées dans les transmissions pour lutter contre le groupement des erreurs.

Les paquets d'erreurs sont provoqués dans certains canaux de transmission par des causes dont l'occurrence d'apparition est périodique ou quasi périodique : canaux à évanouissements sélectifs, brouilleurs artificiels, trajets multiples dans les liaisons mobiles, scintillations dans les liaisons satellites...

Dans ce cas, l'entrelacement matriciel classique n'assure pas la meilleure protection et peut même provoquer de nouveaux groupements d'erreurs.

Il est proposé une méthode de calcul d'entrelacement non matriciel qui, tenant compte des propriétés statistiques du canal, permet un entrelacement non régulier qui offre une protection meilleure que celle obtenue dans le cas classique. L'efficacité est discutée en terme d'empilage des mots codes. Il est montré que la loi proposée tend asymptotiquement vers un empilage parfait.

MOTS CLÉS

Correction d'erreurs, codage, groupement d'erreurs, évanouissements sélectifs, entrelacement.

SUMMARY

Interleaving techniques are used in cases of transmission with bursts of errors.

The apparition of bursts errors is often periodic or quasi periodic in many channels: selectif fading, human scramblers, multipathes in mobil systems...

In this cases, the classical method of interleaving by matrix is not the best.

This paper presents one new method of calculation which include statistical properties of channel. A non regular interleaving gives a best protection and the efficiency of this method is proved.

KEY WORDS

Errors correcting, codage, bursts errors, selective fading, interleaving.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction

1. Hypothèses et définitions

2. Loi d'entrelacement de S_k

3. Méthode de construction de l'entrelacement

- 3.1. Conditions générales
- 3.2. Contraintes sur S_k
- 3.3. Limite de la densité
- 3.4. Méthode de construction
- 3.5. Exemple

Conclusion

Bibliographie

Introduction

La correction des erreurs dans les liaisons numériques pose des problèmes spécifiques pour chaque canal. La probabilité d'erreur n'est pas à elle seule le critère à prendre en compte pour le choix d'un code, la loi de répartition des erreurs introduisant des groupements d'erreurs qui conduisent pour certains vecteurs à des dépassements de la capacité de correction.

Les erreurs groupées résultent d'une diminution du rapport signal à bruit consécutive soit à une diminution de la puissance du signal reçu, soit à une augmentation de la puissance de bruit.

Les groupements d'erreurs apparaissent dans de nombreux canaux, et dans un grand nombre le rapport signal à bruit varie localement de façon périodique.

Niveau reçu

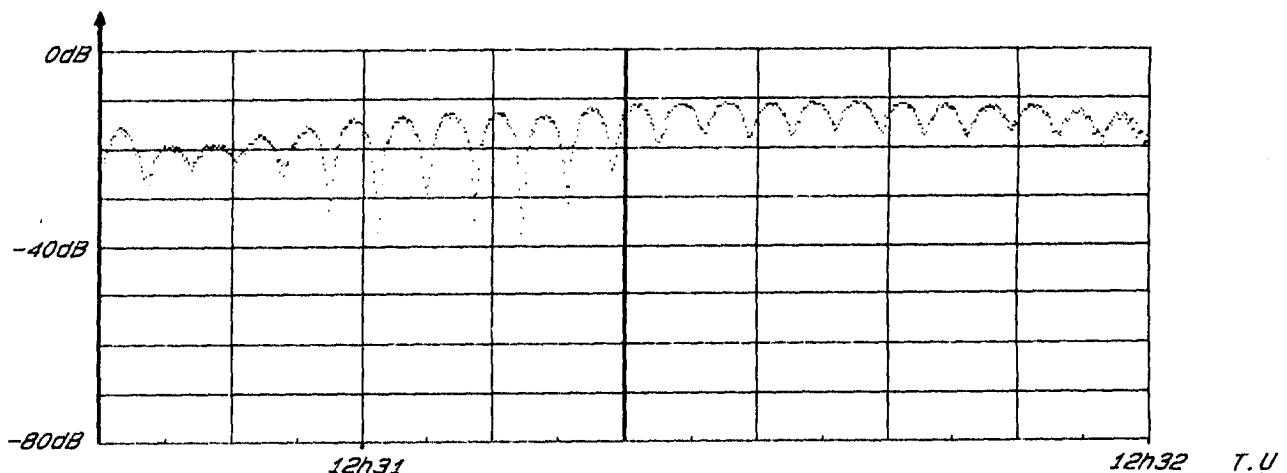


Fig. 1. — Exemple de réception de champ à travers le canal ionosphérique en ondes décimétriques. Réception de signaux horaires émis à Moscou, reçus à Paris le 2 juillet 1984. Fréquence d'émission 9,996 MHz.

C'est le cas de tous les canaux affectés d'évanouissements sélectifs, tels que les faisceaux hertziens, les liaisons ionosphériques, les systèmes de radio mobiles terre-terre ou terre-air, les systèmes à agilité de fréquence... La figure 1 montre un exemple d'évanouissement sélectif dans le cas du canal ionosphérique en ondes décimétriques [1, 2, 3].

C'est le cas également des canaux dans lesquels apparaissent des perturbations périodiques dont on doit citer en premier lieu les parasites industriels, notamment des moteurs à explosion dont l'influence est importante dans les liaisons mobiles.

La technique de l'entrelacement est utilisée de façon efficace pour combattre les groupements d'erreurs. La méthode classique consiste à construire un tableau rectangulaire dans lequel chaque ligne représente un vecteur émis. Le tableau est ensuite lu par colonne. Un paquet d'erreurs est alors réparti sur un ensemble de mots et si plusieurs paquets d'erreurs affectent le tableau ils se trouvent répartis sur l'ensemble des vecteurs. Cette technique donne de bons résultats en général, mais si les paquets d'erreurs apparaissent de façon périodique, il est simple de voir qu'un regroupement des erreurs s'effectue seulement sur certains mots dès que la période des paquets d'erreurs est un multiple ou un sous-multiple du temps de lecture d'une colonne.

On présente ici une méthode visant à réaliser un entrelacement dans lequel la répartition des erreurs soit uniforme entre tous les vecteurs dans le cas d'une répartition des paquets d'erreurs périodiques ou aléatoires.

1. Hypothèses et définitions

Soit un système émettant des symboles de durée T_e , un code (n, k) et un système d'entrelacement de N vecteurs consécutifs.

Un entrelacement régulier introduit entre deux symboles quelconques d'un même vecteur un écart de temps égal à NT_e . Cette répartition périodique est la cause de regroupements possibles d'erreurs.

La méthode développée ici conduit à une répartition non périodique des symboles d'un même vecteur.

Un vecteur V est constitué par n symboles :

$$V = \{s_1, s_2, \dots, s_k, s_{k+1}, \dots, s_n\},$$

où s_k représente le k -ième symbole.

On se propose d'entrelacer un ensemble de N vecteurs pour constituer un bloc d'entrelacement (fig. 2).

Pour le réaliser, on s'impose les conditions suivantes :

- les n symboles d'un vecteur sont répartis sur m positions, dont n seulement sont occupées par les symboles du vecteur. Si on numérote ces positions de 0 à $m-1$, on appelle S_k distance entre deux symboles, la quantité $S_k = \text{position du symbole } s_{k+1} - \text{position du symbole } s_k$;

- la loi définissant S_k doit être la même pour chaque vecteur. Cette condition est nécessaire pour éviter une synchronisation supplémentaire, difficile, pour désentrelacer les vecteurs à la réception;

- pour la même raison, le pas d'entrelacement a doit être constant. On rappelle que le pas d'entrelacement a est le nombre de positions qui séparent les symboles s_k de deux vecteurs consécutifs entrelacés;

– l'entrelacement non régulier est déterminé par la condition :

$$S_k \neq S_h, \\ \forall k, h \neq k, \quad k, h \in \{1, 2, \dots, n-1\}.$$

La longueur d'un bloc d'entrelacement, c'est-à-dire le nombre de positions occupées par le bloc est donc :

$$L = m + (N-1) a.$$

On définit la densité du bloc, ou le rendement η , par le rapport du nombre de symboles transmis au nombre de positions occupées, soit :

$$(1) \quad \eta = \frac{nN}{m + (N-1)a}.$$

Dans un entrelacement régulier, cette densité est égale à 1. On s'efforce de rendre η maximal dans le cas d'un entrelacement irrégulier.

2. Loi d'entrelacement de S_k

Si l'on considère un vecteur V , la position I_{k_1} du k_1 -ième symbole est définie par :

$$(2) \quad I_{k_1} = \sum_{k=1}^{k_1-1} S_k,$$

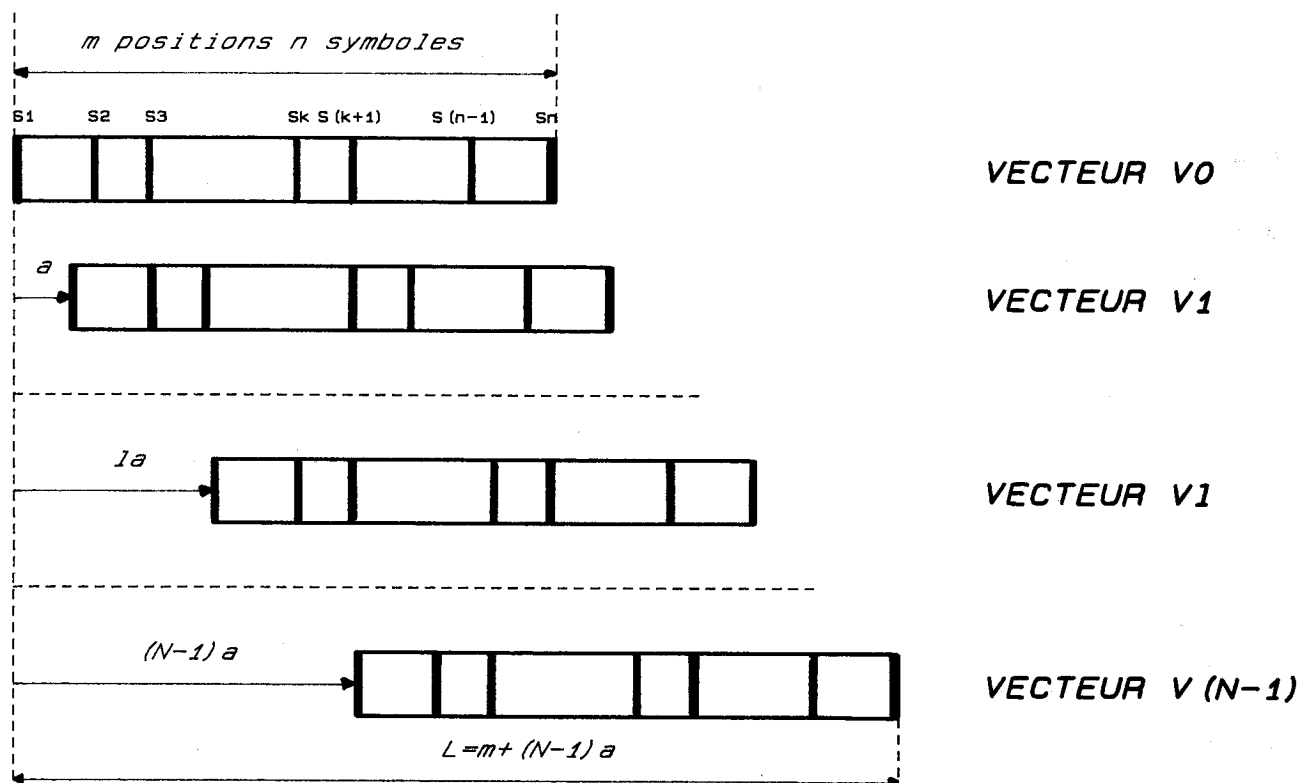


Fig. 2. – Configuration générale de l'entrelacement non régulier.

avec par définition :

$$I_0 = 0$$

et

$$(3) \quad I_n = \sum_{k=1}^{n-1} S_k = m - 1.$$

On définit alors la suite :

$$(4) \quad C_0 = \{c_0, c_1, \dots, c_k, \dots, c_{m-1}\},$$

où :

$$c_k \in \{0, 1\},$$

telle que :

$$c_k = 1 \quad \text{pour } k = k_1 \text{ défini par (2)}$$

et

$$c_k = 0 \quad \text{pour } k \neq k_1.$$

C_0 constitue donc une suite binaire dans laquelle c_k prend la valeur 1 pour les positions occupées par les symboles de V .

L'entrelacement impose évidemment que dans le bloc d'entrelacement aucun symbole de deux vecteurs différents n'occupent la même position. Nous dirons dans ce cas qu'il n'y a pas collision entre les vecteurs.

Cette condition s'exprime simplement par la relation :

$$(5) \quad R(\alpha a) = 0, \quad \forall \alpha \in \{1, 2, \dots, N-1\},$$

où $R(x)$ représente la fonction d'autocorrélation aperiodique de la suite C_0 .

En effet :

Si on appelle $V_0, V_1, \dots, V_b, \dots, V_{N-1}$ les N vecteurs du bloc d'entrelacement (fig. 2), le symbole s_k du vecteur V_l étant distant de la du symbole s_k du vecteur V_0 , il n'y a pas collision entre le vecteur V_l et le vecteur $V_{l'}$ si :

$$R[(l-l')a] = 0, \\ (l \neq l', l) \in \{1, \dots, N-1\},$$

compte tenu de l'égalité :

$$R(x) = R(-x),$$

la relation (5) se trouve démontrée.

L'expression de $R(x)$ s'exprime à partir de la suite C_0 et de la suite C_x définie par :

$$C_x = \{c_{x,0}, c_{x,1}, \dots, c_{x,k}, \dots, c_{x,m-1}\},$$

où :

$$C_k = 0 \quad \text{si } k \in \{0, \dots, x-1\}, \\ c_{x,k} = c_{k-x} \quad \text{si } k \in \{x, \dots, m-1\}.$$

Alors :

$$R(x) = \sum_{k=0}^{m-1} c_k c_{x+k}$$

La condition (5) de non-collision entre tous les vecteurs s'exprime alors par :

$$\sum_{k=0}^{m-1} c_k c_{x+k} = 0,$$

avec :

$$x = \alpha a \quad \text{et} \quad \alpha \in \{1, \dots, N-1\},$$

du fait que :

$$c_k, c_{x+k} \in \{0, 1\}.$$

Cette condition implique que :

$$(6) \quad \begin{aligned} c_k c_{x+k} &= 0, & \forall k \in \{0, \dots, m-1\}, \\ x &= \alpha a, & \forall \alpha \in \{1, \dots, N-1\}. \end{aligned}$$

Cette relation peut être exprimée directement en fonction de S_k en remarquant que dans le bloc les positions I_{x,k_1} pour lesquelles $c_{x,k}$ prend la valeur 1 sont données par :

$$(7) \quad I_{x,k_1} = I_{k_1} + x.$$

Sachant que :

$$x > 0,$$

il y aura collision, c'est-à-dire $R(x) \neq 0$ si et seulement si :

$$I_{x,k_1} = I_{h_1},$$

où I_{h_1} est la position d'un élément c_k de C_0 , défini par la relation (2) telle que :

$$I_{h_1} = \sum_{k=k_1}^{h_1-1} S_k,$$

avec $h_1 > k_1$,

soit d'après la relation (7), pour les valeurs x_1 de x telles que :

$$I_{h_1} = I_{k_1} + x_1,$$

soit :

$$(8) \quad x_1 = \sum_{k=k_1}^{h_1-1} S_k.$$

La condition de non-collision (6) se réduit donc à :

$$(9) \quad \begin{aligned} \alpha a &\neq \sum_i^j S_k = S_{ij}, \\ \forall j, i &\in \{1, \dots, n-1\}. \end{aligned}$$

3. Méthode de construction de l'entrelacement

3.1. CONDITIONS GÉNÉRALES

La relation (8) montre qu'il existe, pour k_1 donné, $(m-1-k_1)$ valeurs différentes de x_1 pour lesquelles il y a collision. Le nombre total de collisions étendu à toutes les valeurs de k_1 donne d'après (6) :

$$(10) \quad \sum_{x=1}^{n-1} R(x) = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Il s'ensuit donc que si :

$$m > \frac{n(n-1)}{2} + 1, \quad \exists R(x_0) = 0,$$

avec :

$$|\{x_0\}| \geq m - \frac{n(n-1)}{2},$$

où $|X|$ dénote le cardinal de X .

Compte tenu du fait que :

$$|\{x_1\}| + |\{x_0\}| = n,$$

il faut donc minimiser $|\{x_1\}|$ ce qui compte tenu de (10) revient à rendre $R(x_1)$ maximal.

3.2. CONTRAINTES SUR S_k

Compte tenu de ces remarques, la détermination de S_k doit se faire en prenant en compte les conditions suivantes :

– $S_k \geq S_m$ où S_m est l'écart minimal admissible entre deux symboles consécutifs afin d'éviter qu'ils se trouvent dans un même paquet d'erreurs lors de la transmission.

– $S_k \neq q_k a$ d'après (9) dans le cas où $i=j$;

– $S_k \neq S_h, \forall h, k \neq h$.

On doit donc choisir :

$$(11) \quad S_k \in \{ \dots, q_k a + r_k, \dots \},$$

avec :

$$r_k \in \{ 1, \dots, a-1 \}.$$

3.3. LIMITE DE LA DENSITÉ

Les conditions précédentes étant remplies, le nombre de vecteurs maximal entrelaçables N_{\max} est déterminé par la valeur minimale de S_{ij} multiple de a :

$$\text{Min}(S_{ij}) = K a.$$

Alors $N_{\max} = K$, car en effet, pour toute valeur de $\alpha < K-1$ la condition (9) est respectée.

Or :

$$S_{ij} = \sum_i^j a q_k + \sum_i^j r_k \neq K a,$$

implique simplement que :

$$\sum_i^j r_k \neq 0 \pmod{a}$$

et comme $i < j$ si l'on pose $i = j-l > 0$ cette condition s'écrit :

$$\sum_{j-l}^j r_k \neq 0 \pmod{a}, \quad \forall j,$$

qui ne peut être respectée que si :

$$l < l_0 = a-1.$$

En effet, si :

$$\sum_{j-l_1}^j r_k \neq \sum_{j-l_2}^j r_k \pmod{a}, \\ \forall l_1, l_2 \neq l_1 \in \{ 0, \dots, j < a-1 \}.$$

On a :

$$\sum_{j-l_1}^{j+1} r_k \neq \sum_{j-l_2}^{j+1} r_k \pmod{a},$$

puisque :

$$\sum_{j-l}^{j+1} r_k = \sum_{j-l}^j r_k + r_{j+1}$$

et

$$r_{j+1} \neq a.$$

Cette propriété étant vraie pour $j=2$, car :

$$\sum_1^2 r_k = r_1 + r_2 \pmod{a}, \\ \sum_2^2 r_k = r_2,$$

elle est vraie pour toute valeur de j .

Pour $j=a-2$, si les $(a-1)$ valeurs de r_k sont distinctes et inférieures à a , pour $j=a-1$, une valeur de r_k est égale à a .

On obtient alors par un choix convenable des r_k :

$$(12a) \quad N_{\max} = \frac{1}{a} \min \left[\sum_{j-a+1}^j (a q_k + r_k) \right], \forall j$$

et d'après (3) :

$$(12b) \quad m = \sum_{k=1}^{n-1} (S_k) + 1 = \sum_{k=1}^{n-1} (a q_k + r_k) + 1,$$

une estimation m_0 de m peut être faite en admettant une distribution uniforme de r_k sur l'ensemble $\{1, \dots, a-1\}$. Un calcul simple montre que :

$$m_0 = N_{\max}(n-1) + 1,$$

ce qui permet de déterminer la valeur de la densité à partir de (1) :

$$(13) \quad \eta = \frac{N_{\max} n}{N_{\max}(n-1+a) + (1-a)}.$$

Cette relation montre que :

- η est maximal pour a minimal.
- $a=1$ ne permet pas un entrelacement irrégulier puisque $r_k \in \{1, a-1\}$.
- $a=2$ est la plus faible valeur qu'on puisse adopter.
- On prend toujours N_{\max} et n de telle sorte que $N_{\max}(n-1+a) \gg 1-a$ et alors :

$$\eta \simeq \frac{n}{n-1+a},$$

qui tend asymptotiquement vers 1 lorsque n croît. Dans le cas où $n=2$ alors :

$$\eta \simeq \frac{n}{n+1}.$$

3.4. MÉTHODE DE CONSTRUCTION

La méthode de construction s'appuie sur les relations établies précédemment :

(a) Les valeurs de S_k doivent être choisies dans l'ensemble :

$$S_k \in \{ \dots, a q_k + r_k, \dots \}$$

et respecter la condition :

$$S_k \geq S_m,$$

où S_m est imposée par la longueur des paquets d'erreurs.

(b) Les valeurs de r_k doivent être choisies dans l'ensemble :

$$r_k \in \{1, \dots, a-1\}$$

et vérifier la relation :

$$\sum_{j=1}^j r_k \not\equiv 0 \pmod{a},$$

$$\forall j \in \{1, \dots, n-1\},$$

$$\forall l \in \{0, \dots, a-2\}.$$

Cette construction s'avère très simple, d'autant que a doit être faible.

(c) Il convient de rendre maximal [relation (12a)] :

$$N_{\max} = \frac{1}{a} \min \sum_{j=a+1}^j (a q_k + r_k), \forall j.$$

On réalise cette condition simplement en choisissant dans un premier temps toutes les valeurs de q_k - pour chaque valeur de q_k on peut former $(a-1)$ valeur de S_k - et en formant la suite S_0, S_1, \dots, S_{n-1} de façon à obtenir :

$$\sum_{j=1}^j S_k \simeq (1+1) \bar{S}_k, \quad \forall j,$$

où :

$$\bar{S}_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k$$

est la valeur moyenne de S_k .

3.5. EXEMPLE

A titre d'exemple on présente le cas d'un code formé de vecteurs de 32 symboles et on a supposé que le canal de transmission introduisait un motif d'erreurs défini par :

- des paquets d'erreurs de 6 symboles;
- une périodicité des paquets d'erreurs de 64 symboles.

On a choisi :

- un pas d'entrelacement $a=2$;
- une valeur $S_m=6$.

La probabilité d'erreur élevée (9,4 %) a été choisie pour illustrer la méthode et ne correspond pas à un canal particulier. Le nombre d'erreurs moyen par vecteur est égal à 3.

En l'absence d'entrelacement, dans la configuration la plus probable, la moitié des vecteurs comporte 6 symboles erronés et l'autre moitié ne comporte pas d'erreur.

Avec une méthode classique, il est simple de voir que si l'on entrelace 32 vecteurs, on obtient 6 vecteurs avec 16 symboles erronés, les autres n'ayant pas d'erreurs. Par la méthode proposée, le calcul indique pour la solution optimale :

- qu'on doit entrelacer 37 vecteurs;
- que la longueur du bloc est de $L=1\ 220$ symboles;
- qu'un vecteur est étalé sur $m=1\ 140$ symboles;
- que la densité obtenue est $\eta=0,97$.

La répartition des erreurs est représentée sur la figure 3.

On obtient :

- 19 vecteurs affectés de 3 erreurs;
- 6 vecteurs affectés de 4 erreurs;
- 12 vecteurs affectés de 2 erreurs.

Elle est quasi uniforme.

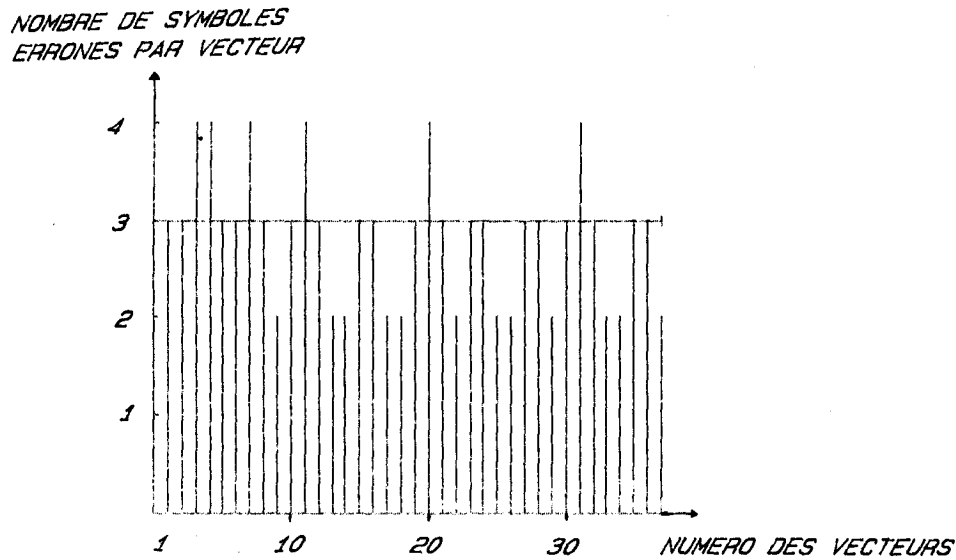


Fig. 3. — Exemple de répartition des erreurs dans un entrelacement irrégulier. Configuration des erreurs: longueur des paquets: 6 symboles, périodicité des paquets: 64 symboles. Entrelacement: pas d'entrelacement $a=2$, nombre de vecteurs entrelacés: 37, densité de l'entrelacement: 0,97.

Conclusion

On s'est attaché au problème d'entrelacement de codes dans des canaux introduisant des paquets d'erreurs périodiques pour lesquels les techniques classiques sont insuffisantes.

On a pu montrer qu'il est possible d'utiliser une méthode d'entrelacement non régulière qui évite des regroupements d'erreurs en réalisant une distribution relativement uniforme sur l'ensemble des vecteurs.

Les lois d'entrelacement ont été définies et on a pu montrer que la densité, ou le rendement de l'empilage demeure très voisin de 1.

Les contraintes qu'on s'est imposées conduisent à une mise en œuvre de complexité identique à celle des méthodes classiques.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. W. ANDERSON, S. G. BARBER et R. N. PATEL, The effect of selective fading on digital radio, *IEEE Trans. on comm.*, COM 27, n° 12, décembre 1979.
- [2] B. GLANCE et L. GREENSTEIN, Frequency selective fading effects in digital mobile radio with diversity combining, *IEEE Trans. on comm.*, COM 31, n° 3, septembre 1983.
- [3] L. J. GREENSTEIN et D. VITELLO, Digital radio receiver responses for combating Frequency selective fading, *IEEE Trans. on comm.*, COM 27, n° 4, avril 1979, p. 671-681.