

**Transmission ultrasonore en faisceau borné
d'une interface plane
à l'aide du spectre angulaire d'ondes planes**

The ultrasonic bounded beam transmission through a plane interface

with the plane waves angular spectrum



Bernard HOSTEN

Laboratoire de Mécanique Physique, UA CNRS 867, Université de Bordeaux-I, 351, cours de la Libération, 33405 TALENCE

Holographie ultrasonore numérique. Systèmes d'acquisition de champs ultrasonores : balayage mécanique; balayage électronique, rétine électrostatique. Algorithme de propagation directe-inverse, du champ, de son gradient. Interférométrie ultrasonore numérique. Caractérisation des matériaux isotropes-anisotropes (composites). Étude de l'interface liquide-solide : ondes planes; faisceaux bornés. Propagation des champs à travers les interfaces planes. Évaluation en milieu anisotrope, etc.

Marc DESCHAMPS

Laboratoire de Mécanique Physique, UA CNRS 867, Université de Bordeaux-I, 351, cours de la Libération, 33405 TALENCE

Contrôle non destructif par des méthodes ultrasonores. Détermination de matrices viscoélastiques (isotrope, anisotrope). Étude théorique et expérimentale d'une lame à faces parallèles en onde plane : mesure de phase et d'amplitude. Étude théorique d'une interface liquide-solide visqueux. Problème de faisceaux bornés.

RÉSUMÉ

La diffraction d'un faisceau ultrasonore borné par une interface plane liquide-solide est étudiée à l'aide de la décomposition du champ en ondes planes, ou spectre angulaire. En vue de la vérification expérimentale des résultats théoriques, nous construisons la fonction de transfert d'une lame à faces parallèles immergée, qui résume les opérations suivantes dans l'espace de Fourier : 1. rotation du spectre; 2. propagation des spectres des potentiels scalaire ou vecteur dans le liquide et/ou le solide; 3. multiplication par les coefficients de transmission en ondes planes du mode longitudinal ou transversal.

MOTS CLÉS

Ondes ultrasonores, faisceaux bornés, propagation, spectre angulaire, diffraction, transmission, milieux stratifiés, interface.

SUMMARY

The diffraction of a bounded beam, through a plane liquid-solid interface, is studied with the help of the plane waves angular spectrum of scalar or vectorial potential. For the experimental verifications of theoretical results, we construct the transfert function of a solid layer immersed in a liquid, which summarizes the following operations in the Fourier space: 1. spectrum rotation; 2. propagation of the spectrums in liquid and/or solid; 3. multiplication by transmission coefficients of longitudinal or shear plane waves.

KEY WORDS

Ultrasonic waves, bounded beams, propagation, angular spectrum, diffraction, transmission, stratified media, interface.

TABLE DES MATIÈRES

- 1. Introduction**
- 2. Rotation du spectre angulaire**
- 3. Fonction de transfert de la lame**
- 4. Propagation du potentiel vecteur généré par l'interface**
 - 4.1. Pour une onde plane
 - 4.2. Décomposition en ondes planes d'un champ quelconque
- 5. Résultats**
 - 5.1. Coefficients de transmission en faisceaux bornés
 - 5.2. Position du maximum
- 6. Conclusions**
- Bibliographie**

1. Introduction

Lors de la caractérisation mécanique des solides par une méthode ultrasonore à immersion [1], l'échantillon taillé en forme de lame à faces parallèles est immergé dans un liquide et interposé entre deux transducteurs, l'un émetteur (plan π_0) et l'autre récepteur (plan π_5) (fig. 1). Les mesures effectuées sont celles des temps de transit et des amplitudes des pre-

miers modes lt et tt , transmis par la lame et issus respectivement des modes longitudinal et transversal générés dans le plan π_2 , sous incidence oblique d'angle α .

Les expressions des coefficients de transmission en ondes planes de ces deux modes, ainsi que leurs vérifications expérimentales à l'aide de transducteurs à Ka suffisamment élevés ont été exposées dans une publication précédente [2]. Dans le cas réel, la diffraction en faisceau borné fausse les mesures. En vue d'apporter les corrections nécessaires, nous présentons une méthode de calcul du champ sans faire d'hypothèses de champs proches ou lointains et/ou faiblement bornés [3, 4, 5].

2. Rotation du spectre angulaire

La trace du champ des vitesses normales $U_z|_{\pi_0}$ dans le plan source est simulée par une fenêtre de Hamming de support spatial identique à la face de sortie du transducteur.

Soit $A_0|_{\pi_0}$, son spectre angulaire tel que :

$$U_z|_{\pi_0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(u_0, v) \exp(-2i\pi(u_0 x_0 + vy)) du_0 dv,$$

avec u_0, v : fréquences spatiales dans le plan π_0 et $w_0 = [1 - \lambda^2(u_0^2 + v^2)]^{1/2}/\lambda$; λ : longueur d'onde dans le liquide.

La trace du potentiel des vitesses dans le plan π' , parallèle à π_0 , tel que $z_0 \neq 0$, a pour expression [6, 7] :

$$\varphi|\pi' = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (A_0(u_0, v)/2i\pi w_0) \times \exp(-2i\pi(u_0 x_0 + vy + w_0 z_0)) du_0 dv.$$

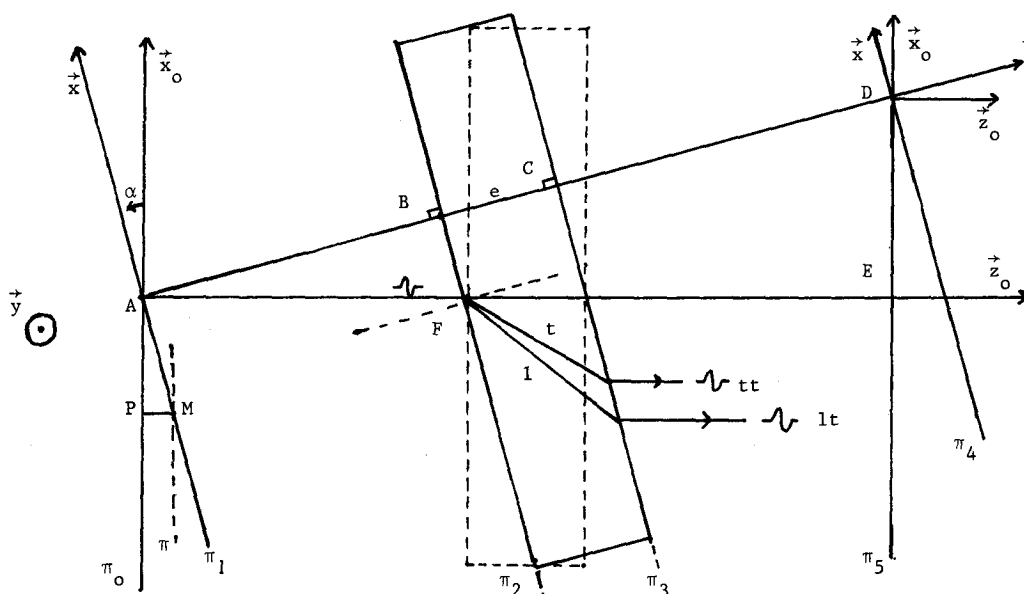


Fig. 1. - Géométrie du problème.
Fig. 1. - Problem geometry.

FAISCEAU BORNÉ, RÉFLEXION ET RÉFRACTION

Pour le point particulier $M(cx, y, -sx)$ avec $c = \cos \alpha$ et $s = \sin \alpha$ (fig. 1) :

$$\varphi(M) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (A_0(u_0, v)/2i\pi w_0) \times \exp(-2i\pi((cu_0 - sw_0)x + vy)) du_0 dv.$$

Posons $u = cu_0 - sw_0$ et :

$$w = [1 - \lambda^2(u^2 + v^2)]^{1/2}/\lambda = su_0 + cw_0$$

$$\varphi|_{\pi_1} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (A_0(cu + sw, v)/2i\pi w) \times \exp(-2i\pi(ux + vy)) du dv.$$

Après la rotation du plan π_0 vers plan π_1 , le spectre angulaire des vitesses normales devient : $A_1(u, v) = A_0(cu + sw, v)$.

3. Fonction de transfert de la lame

L'intérêt du calcul du spectre dans le plan π_1 , parallèle à l'échantillon réside dans le fait que les nombres d'onde $2\pi u$ et $2\pi v$ ne sont pas modifiés à la traversée de l'interface, ce qui traduit la loi d'équiprojectivité sur l'interface (Snell-Descartes). Le repère u, v reste ainsi identique du plan π_1 au plan π_4 . L'utilisation de la fonction de transfert : $\exp(2i\pi w d)$ du spectre entre plans parallèles, distants de d , est alors possible si les conditions de Sommerfeld sont satisfaites, ainsi que l'absence de sources à droite de chaque plan [6, 7]. Nous justifierons l'usage de la même fonction de transfert dans le cas du potentiel vecteur au paragraphe 4.

Ces conditions sont équivalentes à la séparation spatio-temporelle des divers modes produits sous incidence oblique, aux interfaces [2]. En régime impulsionnel, l'encombrement spatial d'un mode est rarement plus petit que 2 ou 3 λ . Ceci impose : $e > 1$ ou $2\lambda_m$ où $m=l$ pour le mode longitudinal, $m=t$ pour le mode transverse.

L'expression de la fonction de transfert du spectre du plan π_0 au plan π_5 , relative aux modes lt longitudinal transmis et tt transversal transmis [2], pris isolément, est :

$$A_5(u_0, v)/A_0(u_0, v) = T_m(u, v) \exp i[f_m(u, v) + 2\pi u_0 d \operatorname{tg} \alpha],$$

avec $f_m(u, v) = 2\pi[(d/\cos \alpha - e)w + w_m e]$ et $w_m = [1 - \lambda_m^2(u^2 + v^2)]^{1/2}/\lambda_m$. $f_m(u, v)$ est la somme des déphasages dus aux propagations dans le liquide sur une distance $d/\cos \alpha - e$ et dans le solide sur une distance e (fig. 1).

$T_m(u, v) = A_{mt}(\theta_m)$ avec $\theta_m = \arccos(\lambda_m w_m)$ est la fonction de transfert des deux interfaces π_2 et π_3 , et $A_{mt}(\theta_m)$ est le coefficient de transmission complexe des modes lt et tt en ondes planes, calculé dans une précédente note [2].

Le terme de déphasage supplémentaire $2\pi u_0 d \operatorname{tg} \alpha$ permet, après transformée de Fourier inverse, le calcul du champ dans le repère (E, x_0, y, z_0) .

Cette fonction de transfert est le résultat des opérations suivantes effectuées sur le spectre angulaire du potentiel :

1. Rotation du plan π_0 au plan π_1 .
2. Propagation dans le liquide jusqu'au plan π_2 .
3. Transmission de la première interface liquide-solide.
4. Propagation du potentiel scalaire (mode lt) ou vecteur (mode tt) dans le solide.
5. Transmission de la seconde interface solide-liquide.
6. Propagation dans le liquide jusqu'au plan π_4 .
7. Rotation inverse du plan π_4 au plan π_5 .
8. Changement d'origine.

4. Propagation du potentiel vecteur généré par l'interface

Soit $\Phi(u, v)$ le vecteur spectre angulaire du potentiel vecteur tel que :

$$\Phi(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(x, y, z) \exp(+2i\pi(ux + vy)) dx dy,$$

$$\text{on notera } \Phi(u, v) = \begin{bmatrix} F(\Psi_x) \\ F(\Psi_y) \\ F(\Psi_z) \end{bmatrix} = F(\Psi).$$

Les théorèmes de propagation s'appliquent évidemment à cette transformée vectorielle. Ainsi le passage du plan π_2 au plan π_3 implique :

$$\Phi_3(u, v) = \Phi_2(u, v) \exp(2\pi i w_l e).$$

Précisons les relations entre ce spectre et le champ des vitesses.

4.1. Pour une onde plane

L'interface liquide-solide (plan π_2) convertit une onde longitudinale incidente en une onde plane transverse telle que le vecteur vitesse \mathbf{U} , le vecteur d'onde \mathbf{K}_t et la normale à l'interface \mathbf{z} soient dans le même plan :

$$\langle \mathbf{U}, \mathbf{K}_t \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \mathbf{K}_t = 2\pi \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix},$$

fournissent l'expression du vecteur vitesse :

$$\mathbf{U}(x, y, z) = U_0 \exp i \langle \mathbf{K}_t, \mathbf{OM} \rangle \quad \text{avec} \quad U_0 = U_0 \mathbf{P}(u, v)$$

$$\text{et} \quad \mathbf{P}(u, v) = \frac{2\pi}{K_t} \begin{bmatrix} uw/m \\ vw/m \\ -m \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{P}(u, v)$ est le vecteur polarisation normé où $m=(u^2+v^2)^{1/2}$. La recherche du potentiel vecteur $\psi(x, y, z)$, de la forme :

$$\psi(x, y, z) = \Phi(u, v) \exp i \langle \mathbf{K}_t, \mathbf{OM} \rangle,$$

avec Φ vecteur constant satisfaisant les équations $\mathbf{U} = \text{rot } \psi$ et $\text{div } \psi = 0$, conduit à :

$$\Phi(u, v) = \frac{U_0}{iK_t} \mathbf{L}(u, v)$$

avec le vecteur normé $\mathbf{L}(u, v) = \begin{bmatrix} v/m \\ -u/m \\ 0 \end{bmatrix}$.

Avec $\Phi(0, 0) = 0$ car l'interface ne génère pas d'onde transverse se propageant suivant la normale. La rotation du vecteur ψ dans un plan donné engendre toutes les ondes transverses de l'espace \mathbf{R}^3 . L'interface π_2 , de normale \mathbf{z} , impose alors $\psi_z = 0$. Ainsi pour un champ quelconque, décomposé en somme d'ondes planes, $\psi(x, y, z)$ appartient au plan de l'interface.

4.2. Décomposition en ondes planes d'un champ quelconque

Cherchons l'expression du spectre angulaire : $\Phi(u, v)$, sachant que $\text{div } \psi = 0$. Déterminons la direction de Φ , à l'aide des théorèmes de dérivation dans l'espace de Fourier :

$$\delta\psi_x / \delta x = F^{-1}(2i\pi u \Phi_x(u, v))$$

et $\delta\psi_y / \delta y = F^{-1}(2i\pi v \Phi_y(u, v))$. Ainsi $u \Phi_x = -v \Phi_y$ d'où l'expression de $\Phi(u, v)$: $\Phi(u, v) = \Phi_x m / v \mathbf{L}(u, v)$.

Exprimons maintenant Φ_x en fonction du champ de vitesse :

$$\mathbf{U} = \text{rot } \psi \Rightarrow F(\mathbf{U}_z) = -2i\pi u \Phi_y - 2i\pi v \Phi_x = -2i\pi m^2 / v \Phi_x$$

$$\Phi(u, v) = (A_2(u, v) / -2i\pi m) \mathbf{L}(u, v),$$

avec $A_2(u, v) = F(\mathbf{U}_z)$.

Notons que les relations liant spectre du champ des vitesses et spectre du potentiel sont similaires pour les deux modes longitudinal et transversal.

L'expression du champ des vitesses \mathbf{U} , à partir de

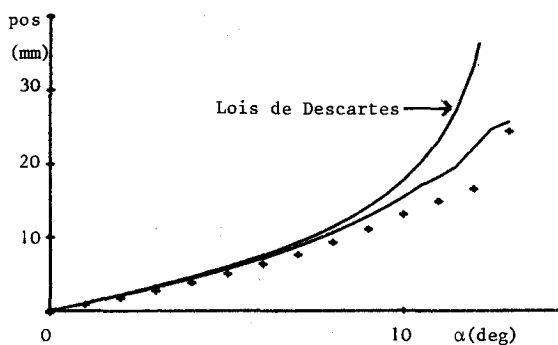


Fig. 3.1. - Mode longitudinal.
Fig. 3.1. - Longitudinal mode.

celle de $\Phi(u, v)$, est obtenue à l'aide de la relation $F(\mathbf{U}) = F(\text{rot } \psi)$:

$$F(U_x) = -2i\pi w \Phi_y = 2i\pi w u / v \Phi_x,$$

$$F(U_y) = 2i\pi w \Phi_x \text{ et } F(U_z) = -2i\pi m^2 / v \Phi_x.$$

$$F(\mathbf{U}(x, y, z)) = iK_t m / v \Phi_x \mathbf{P}(u, v).$$

Ainsi le champ des vitesses s'exprime par :

$$\mathbf{U}(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} iK_t \Phi_x m / v \mathbf{P}(u, v) \times \exp(-2i\pi(ux + vy)) du dv.$$

5. Résultats

Les courbes présentées ont pour but de comparer les résultats des calculs effectués sur un microcalculateur (traits continus des figures 2, 3) et les mesures produites par banc ultrasonore à immersion [1].

La fréquence centrale des transducteurs est de 1 MHz, leur diamètre de 22 mm. La distance émet-

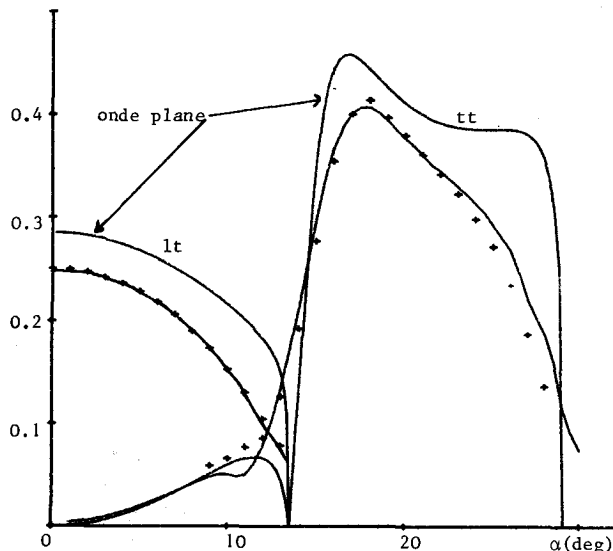


Fig. 2. - Coefficients de transmission.
Fig. 2. - Transmission coefficients.

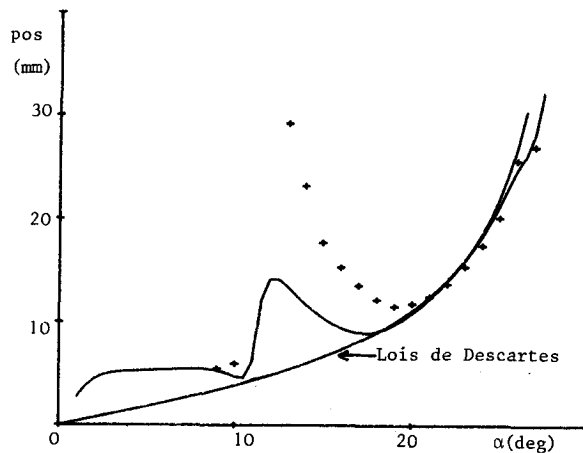


Fig. 3.2. - Mode transversal.
Fig. 3.2. - Shear mode.

Fig. 3. - Position du maximum.
Fig. 3. - Maximum position.

FAISCEAU BORNÉ, RÉFLEXION ET RÉFRACTION

teur-récepteur vaut 200 mm. La lame est en AU4G, d'épaisseur $e=20$ mm. Le liquide couplant est l'eau. Les champs sont échantillonnés par une matrice de $64*64$ points avec un pas de 2,3 mm, de façon à utiliser les algorithmes de transformée de Fourier rapide bidimensionnelle.

5.1. Coefficients de transmission en faisceaux bornés

Soit A le maximum de l'amplitude du champ dans le plan π_s . La figure 2 présente le coefficient de transmission de la lame en fonction de l'angle d'incidence, égal au rapport de A (avec lame) sur A (sans lame). Les écarts entre valeurs calculées et points expérimentaux sont inférieurs à 1 db sur une large plage angulaire.

5.2. Position du maximum

La figure 3 présente la position du maximum d'amplitude du champ dans le plan π_s en fonction de l'angle d'incidence α . Nous avons aussi reporté sur ces courbes les décalages de l'axe du faisceau calculés à l'aide des lois de Snell-Descartes (cas des grandes ouvertures).

6. Conclusions

Nous avons exprimé les opérations de rotation, de propagation, de transmission par une interface plane du spectre angulaire de potentiels scalaires et vecteurs.

Les effets de la diffraction en faisceaux bornés et les écarts aux lois de Snell-Descartes ont été vérifiés expérimentalement. Cette méthode peut se généraliser pour les milieux : stratifiés, anisotropes, absorbants (à l'aide des modes plans inhomogènes [8]).

Nous envisageons l'usage d'une méthode de déconvolution pour effectuer des mesures correctes des coefficients d'amortissement en faisceaux bornés.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] B. HOSTEN, A. BARROT et J. ROUX, *Acustica*, 53, n° 4, 1983, p. 212-217.
- [2] B. HOSTEN et M. DESCHAMPS, *C.R. Acad. Sci. Paris*, 299, série II, n° 9, 1984.
- [3] M. ROUSSEAU, *Revue du CETHEDC*, 73, 1982, p. 53-90.
- [4] A. FLORI, *Thèse de 3^e cycle*, Université Paris-VI, 1983.
- [5] P. GATIGNOL, *Revue d'Acoustique*, 63, 1982, p. 246-249.
- [6] J. W. GOODMAN, *Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie*, Masson, Paris, 1972.
- [7] B. HOSTEN, *Thèse d'État*, Bordeaux, 1981.
- [8] P. ALAIS, *C.R. Acad. Sci. Paris*, 282, série B, 1976, p. 547-548.