

## Champ proche

# d'une coque sphérique élastique

Acoustical nearfield of an elastic spherical shell



Michel TRAN-VAN-NHIEU

SINTRA, 1, avenue Aristide-Briand, 94117 ARCUEIL

L'activité professionnelle de Michel TRAN-VAN-NHIEU concerne les domaines de l'acoustique et de la propagation sous-marines. Les travaux actuels consistent à définir certains matériels utilisés en acoustique sous-marine à partir de l'étude des problèmes de couplage acousto-mécanique sur leurs performances acoustiques.

### RÉSUMÉ

L'interaction d'une onde acoustique plane incidente sur une coque sphérique élastique remplie d'air est analysée à partir des équations de coque sphérique établies par Timoshenko. Les résultats présentés montrent l'importance des résonances de structure et des ondes de propagation circonférentielle dans le champ proche.

### MOTS CLÉS

Acoustique sous-marine, coque sphérique, diffraction, résonances, champ proche-acoustique.

### SUMMARY

*The interaction of a plane acoustic wave with a thin elastic spherical shell filled of air is analyzed by means of the spherical shells equations given by Timoshenko. The results presented demonstrate the importance of the structural resonances and the circumferential waves in the near acoustic field.*

### KEY WORDS

*Underwater acoustic, spherical shell, diffraction, resonances, acoustical nearfield.*

### TABLE DES MATIÈRES

1. Introduction
  2. Analyse et résolution
  3. Application numérique
  4. Conclusion
- Bibliographie

### 1. Introduction

On se propose d'étudier le champ acoustique d'une coque sphérique métallique remplie d'air, immergée et attaquée par une onde plane incidente.

Ce problème classique a été analysé théoriquement soit à partir des équations générales de l'élasticité linéaire [1] soit à partir de la théorie des coques minces [2], [3]. Par ailleurs, des études expérimentales effectuées sur des coques sphériques [1], [4]... ont montré que les ondes circonférentielles rencontrées peuvent être identifiées à une onde de compression de vitesse de propagation égale à celle de la plaque mince et à une onde de type flexion.

Dans la mesure où les phénomènes observés sont interprétables dans le cadre de l'approximation des coques minces, on peut penser que cette théorie est mieux adaptée à l'interprétation physique des résultats que la théorie exacte, si elle peut tenir compte des effets liés à la flexion. Dans la présente étude, la solution du problème acoustique en champ proche est analysée en prenant en compte les effets combinés de la flexion, de l'extension de la surface neutre de la coque et de la pression hydrostatique.

Les hypothèses suivantes sont faites: (1) la dépendance en temps est harmonique; (2) le milieu fluide vérifie l'équation de Helmholtz; (3) le matériau est isotrope et élastique; (4) la coque est librement suspendue; (5) les effets de l'air à l'intérieur de la coque sont négligeables; (6) l'inertie de rotation et les déformations en cisaillement sont négligées.

**2. Analyse et résolution**

Le matériau est caractérisé par sa masse volumique  $\rho_s$ , son module d'Young  $E$  et son coefficient de poisson  $\nu$ . On désigne par  $\rho$  la masse volumique de l'eau,  $c$  la vitesse du son dans l'eau et  $q$  la pression hydrostatique. Les déplacements radial et tangentiel sont notés respectivement  $w$  et  $u$ . Les caractéristiques géométriques de la coque sphérique sont indiquées sur la figure 2.1.

Le problème se présente comme un couplage fluide-structure où les fluctuations de la pression au niveau de la sphère vont lui induire les vibrations qui, à leur tour, vont modifier le champ acoustique.

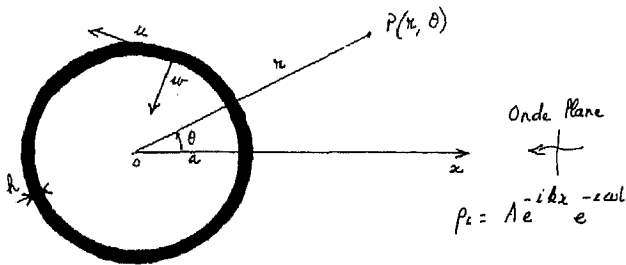


Fig. 2.1

La pression  $p$  est décomposée en une pression incidente  $p_i$  et une pression réfléchie  $p_r$ :  $p = p_i + p_r$ :

$$p_i = \sum_{n=0}^{\infty} a_n j_n(kr) P_n(\cos \theta); \quad a_n = P_i (-i)^n (2n+1).$$

Les inconnues du problème ( $p_r$ ,  $u$ ,  $w$ ) sont recherchées sous forme de développements en harmoniques sphériques:

$$(2.1) \quad \left\{ \begin{aligned} p_r &= \sum_n b_n h_n^1(kr) P_n(\cos \theta), \\ w &= \sum_n A_n P_n(\cos \theta), \\ \psi &= \sum_n B_n P_n(\cos \theta); \quad u = \frac{d\psi}{d\theta}, \end{aligned} \right.$$

$j_n$  et  $h_n^1$  sont les fonctions de Bessel sphériques,  $P_n$  les polynômes de Legendre et  $k$  le nombre d'onde dans l'eau.

Les vibrations de la coque sous l'effet de la pression acoustique sont décrites par les équations de Timoshenko [5]:

$$(2.2) \quad \left\{ \begin{aligned} &[H - (1 + \nu + \varphi) + \lambda] \psi \\ &\quad + [\alpha H - \{(1 + \nu)(1 + \alpha) + \varphi\}] w = 0; \\ &[\alpha H^2 - (1 + \nu + \varphi) H + 2(1 + \nu + \varphi)] \psi \\ &\quad + [\alpha H^2 - (3\alpha + \nu\alpha - \varphi) H \\ &\quad \quad + 2(1 + \nu + \varphi) - \lambda] w = \mu p; \\ &\alpha = \frac{h^2}{12 a^2}; \quad \lambda = \frac{\rho_s a^2 \omega^2 (1 - \nu^2)}{E}; \\ &\quad \mu = \frac{a^2 (1 - \nu^2)}{E h}; \\ &H = \frac{d^2}{d\theta^2} + \cot \theta \frac{d}{d\theta} + 2; \quad \varphi = \frac{qa(1 - \nu^2)}{2 E h}. \end{aligned} \right.$$

En portant le développement 2.1, dans 2.2 et dans la condition de continuité du déplacement radial, on se ramène à la résolution d'un système linéaire d'après la propriété d'orthogonalité des  $P_n$  et la propriété de l'opérateur  $H$  d'admettre  $P_n$  comme fonctions propres:

$$H(P_n) = -\lambda_n P_n; \quad \lambda_n = n(n+1) - 2.$$

On en déduit l'expression de  $b_n$ :

$$(2.3) \quad \left\{ \begin{aligned} b_n &= -a_n \frac{j_n(x) + \xi_n j_n'(x)}{h_n(x) + \xi_n h_n'(x)}; \\ x &= ka; \quad \xi_n = Z_n / \rho c, \\ Z_n &= \frac{1}{\mu \omega} \left[ \alpha \lambda_n^2 + (3\alpha + \nu\alpha - \varphi) \lambda_n \right. \\ &\quad \left. + 2(1 + \nu + \varphi) - \lambda - \frac{\alpha \lambda_n + (1 + \nu)(1 + \alpha) + \varphi}{\lambda_n + (1 + \nu + \varphi) - \lambda} \right. \\ &\quad \left. \times \{ \alpha \lambda_n^2 + (1 + \nu + \varphi) \lambda_n + 2(1 + \nu + \varphi) \} \right]. \end{aligned} \right.$$

D'où l'expression de la pression acoustique  $p$ :

$$(2.4) \quad p = p_i \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n (2n+1) \times \left[ j_n(kr) - \frac{j_n(x) + \xi_n j_n'(x)}{h_n^1(x) + \xi_n h_n^{1'}(x)} h_n^1(kr) \right] P_n(\cos \theta).$$

Pour tenir compte de la charge du fluide, Junger [2] et Lauchle [3] ajoutent à l'impédance mécanique modale  $iZ_n$  le terme supplémentaire  $h_n^1(x)/h_n^{1'}(x)$  pour représenter la réaction du milieu fluide; ils se ramènent ainsi à ce que Junger définit comme l'impédance modale « chargée » discutée en [2]. Compte tenu du

caractère un peu «forcé et empirique» de cette démarche, ce terme ne sera pas pris en compte dans cette étude.

### 3. Application numérique

Le champ acoustique, à proximité d'une coque sphérique en acier est déterminé à partir de la formule (2. 4); les résultats sont comparés aux valeurs expérimentales obtenues en cuve pour différents diamètres et épaisseurs de la structure. Les directivités de la coque aux fréquences de 21 kHz et 42 kHz sont représentées sur la figure 3. 1. où l'on peut noter un écart entre les calculs et les essais pour les angles  $\theta$  proches de  $180^\circ$ . Les figures 3. 2 et 3. 3 montrent la variation de la pression sur l'axe acoustique ( $\theta=0^\circ$ ) en fonction de la fréquence; on remarque en particulier l'importance des modes résonnants aux basses fréquences (3. 2) ainsi qu'une région à fortes oscillations aux plus hautes fréquences (3. 3).

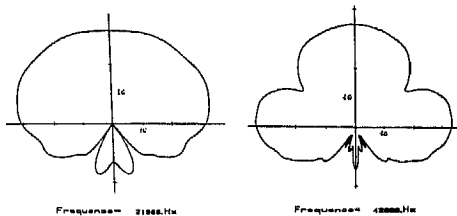
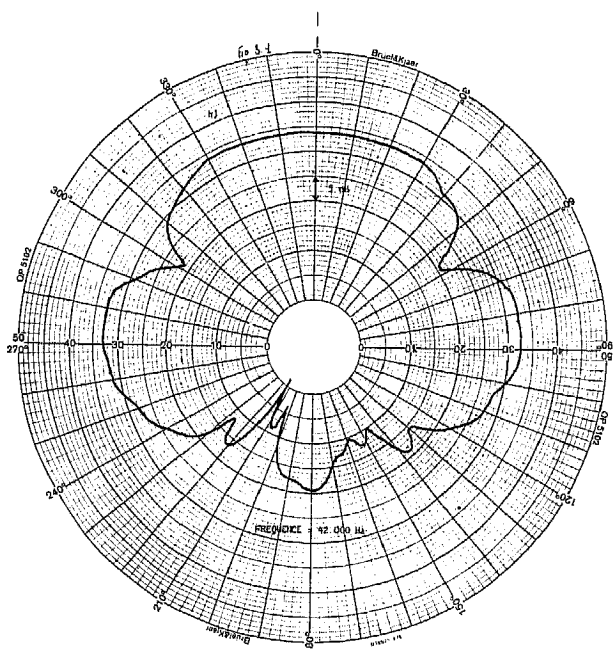
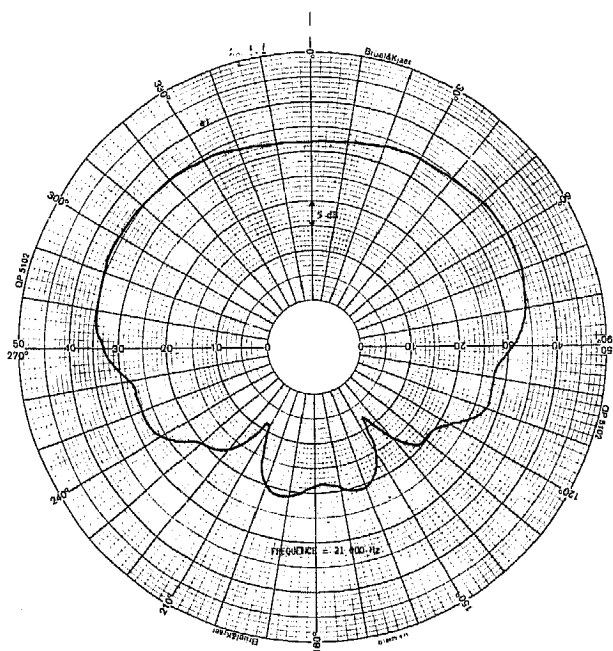


Fig. 3. 1. — Directivité d'une coque sphérique en acier ( $E=21 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ ;  $\nu=0,3$ ).  $h/a=510^{-3}$ ;  $r/a=1,17$ ;  $\varnothing=230 \text{ mm}$ . a) et b): expérimentation; c) et d): théorie.

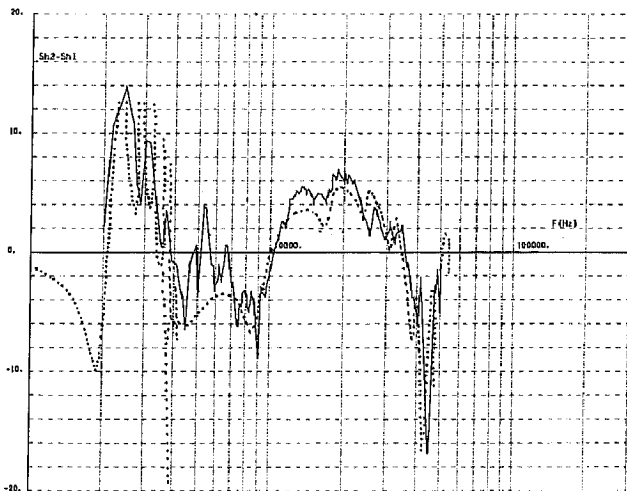


Fig. 3. 2. — Pression sur l'axe acoustique en fonction de la fréquence.  $r/a=1,087$ ;  $h/a=510^{-3}$ ;  $\varnothing=230 \text{ mm}$ . ——— expérimentation; - - - - - théorie.

L'évolution caractéristique en fréquence, de la pression recueillie sur un hydrophone placé près de la coque est illustrée par la figure 3. 4.

Les figures 3. 4 a et 3. 4 c montrent que la région oscillatoire (D) est liée à la raideur en flexion du matériau; la comparaison avec la «théorie exacte» fondée sur les équations générales de l'élasticité (fig. 3. 4 c) indique que cette région se produit plus tôt en fréquence par la présente théorie.

La comparaison des figures 3. 4 a et 3. 4 b montre le déplacement fréquentiel de (D) en fonction de l'épaisseur relative.

Sur la figure 3. 4, on peut constater que l'onde incidente a pour effet d'exciter les résonances de la structure (B) et de créer une interférence acoustique avec

CHAMP PROCHE D'UNE COQUE SPHÉRIQUE ÉLASTIQUE

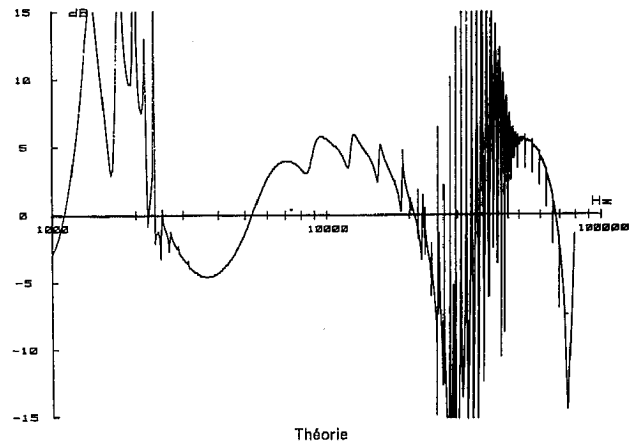
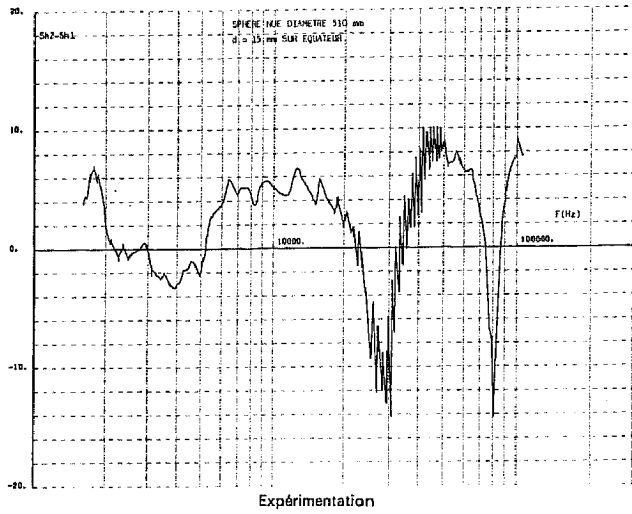
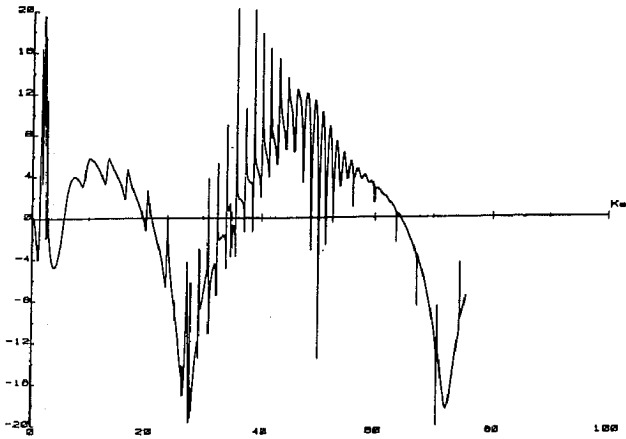
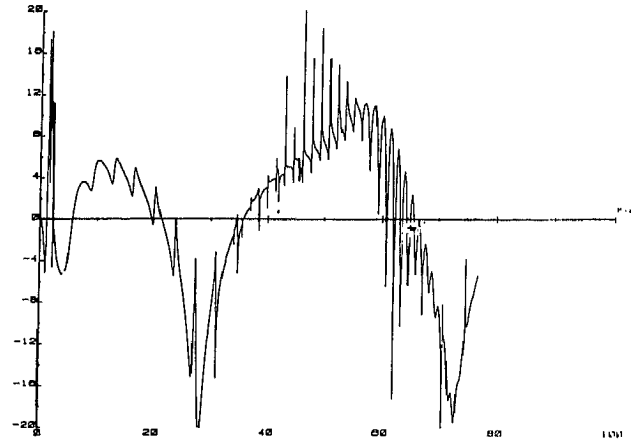


Fig. 3.3

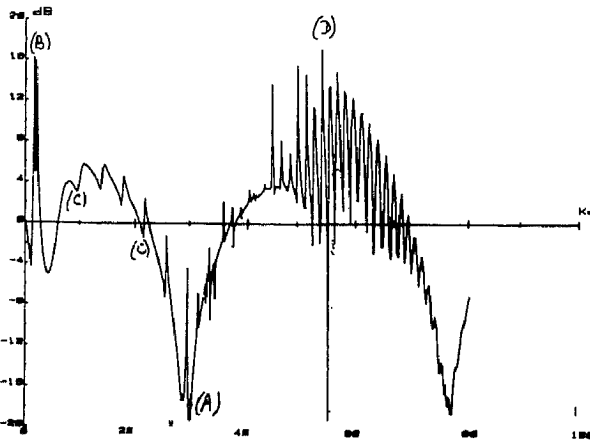
a) PRESSION SUR AXE ACOUSTIQUE (Coque mince)



b) PRESSION SUR AXE ACOUSTIQUE (Coque mince)



c) PRESSION SUR AXE ACOUSTIQUE (Théorie Exacte)



d) PRESSION SUR AXE ACOUSTIQUE (Coque mince)

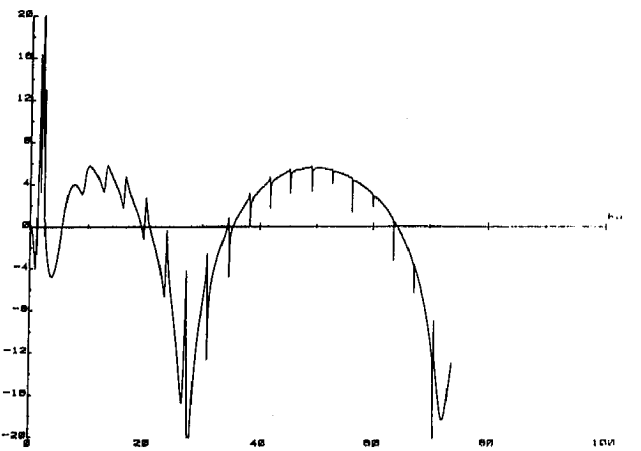


Fig. 3.4. — a) théorie coque mince flexion+membrane; b) théorie coque mince flexion+membrane; c) théorie exacte; d) théorie coque mince membrane.  $r/a=1,07$ ; a), c), d)  $h/a=2\%$ ; b)  $h/a=1,7\%$ .

l'onde réfléchie (A) ou avec le son rayonné par les ondes circonférentielles de type quasi longitudinal (C) ou de type flexion (D) qui se propagent autour de la coque.

## 4. Conclusion

Une théorie simple, fondée sur les équations de coque sphérique établies par Timoshenko, permet d'identifier et de séparer les phénomènes d'interférence acoustique liés au rayonnement des ondes de transmission circonférentielle.

Les comparaisons faites montrent un bon accord qualitatif avec l'expérimentation et avec la théorie exacte mais avec un déplacement des effets de l'onde de flexion plus tôt en fréquence.

Les résultats présentés montrent l'importance du couplage fluide lourd-structure dans le champ acoustique proche.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. HICKLING., Analysis of echoes from a hollow metallic sphere in water, JASA, 36, n° 6, 1964.
- [2] M. C. JUNGER, Sound scattering by thin elastic shells, JASA, 24, n° 4, 1952.
- [3] G. C. LAUCHLE, Interaction of a spherical acoustic wave with an elastic spherical shell, JSV, 44, n° 1, 1976.
- [4] D. J. SHIRLEY et K. J. DIERCKS, Analysis of the frequency response of simple geometric targets, JASA, 48, n° 5, 1970.
- [5] TIMOSHENKO, Théorie de la stabilité élastique, Dunod éd., 1966, p. 514.