

# Détection en environnement non gaussien :

## différentes approches et utilisation

### des modèles de mixture <sup>(1)</sup>

Detection in non Gaussian environment :

various approaches and use of mixture models



**Michel BOUVET**

GERDSM (DCAN Toulon), LE BRUSC, 83140 SIX-FOURS-LES-PLAGES.

Ancien élève de l'École Polytechnique et Docteur d'État l'auteur est Ingénieur de l'Armement au Groupe d'Études et de Recherches en Détection Sous-Marine, centre d'étude de la Direction des Constructions et Armes Navales de Toulon (DCN). Il a fait un séjour de 4 ans au Laboratoire des Signaux et Systèmes et de 1 an à l'Université de Princeton. Ses domaines d'intérêt sont la théorie de la détection, l'analyse spectrale, le traitement d'antenne et les systèmes sonar.

### RÉSUMÉ

L'hypothèse d'une loi du bruit gaussienne est sous-jacente à la plupart des travaux en traitement du signal et particulièrement en théorie de la détection/estimation. Comme les bruits réels ne suivent que rarement cette loi, de bonnes performances ne peuvent être obtenues qu'en s'affranchissant de l'hypothèse gaussienne. Cet article expose quelques méthodes de prise en compte du décalage entre la loi réelle, parfois non parfaitement connue ou évolutive, et la loi gaussienne. On insiste sur l'importance de la représentation de la loi du bruit par un modèle de mixture, la densité de probabilité étant la somme de deux ou plusieurs densités élémentaires. Cette représentation utilisée dans les approches robuste et adaptative est particulièrement bien adaptée à la modélisation de bruits impulsifs et d'incertitude sur la loi du bruit. Quelques applications en acoustique sous-marine sont présentées.

### MOTS CLÉS

Théorie de la détection, robustesse, modèle de lois, modèles de mixture, acoustique sous-marine, méthodes adaptatives.

### SUMMARY

Most of the signal processing methods, especially in detection/estimation theory, are based on a Gaussian noise probability density function (PDF). As real noises are not usually Gaussian, a good performance can not be obtained by assuming a Gaussian probability density. This paper can be viewed as a survey of some alternatives when the noise is known to be non-Gaussian, and even non-stationary or imperfectly known. The emphasis is on a noise PDF modeled as a mixture, this PDF being sum of two or more elementary density functions. This representation, used in minimax robustness and adaptive methods, is particularly suitable for impulsive noise model and for the case of uncertainties on the noise PDF. Some applications in underwater acoustics are given.

### KEY WORDS

Detection theory, minimax robustness, adaptive methods, probability density function models, mixture models, underwater acoustics.

<sup>(1)</sup> Voir pour l'emploi du terme mixture, la rubrique Terminologie dans les Informations de ce numéro.

## 1. Traitement des signaux bruités

Le but ultime du traitement des signaux est l'extraction d'une information « utile » contenue dans une observation bruitée [1]. Ce bruit est en général traité de manière probabiliste [56, 85].

La plupart des travaux anciens en traitement des signaux supposaient le bruit d'observation additif et gaussien. Ce modèle, simple à utiliser, pouvait se justifier d'une part par une bonne cohérence avec les expériences et d'autre part par sa facilité de mise en œuvre. Toutefois, deux faits nouveaux ont conduit à chercher des alternatives au modèle gaussien [43, 73] surtout en acoustique sous-marine qui est le domaine auquel s'intéresse surtout cette étude. D'abord, les méthodes d'investigation mathématique ainsi que les moyens de mesures physiques s'améliorant, des caractéristiques non-gaussiennes ont pu être mises en évidence. Il faut citer les travaux de D. Middleton et A. D. Spaulding [50-52, 75, 76] et de J. De Reffye [64-68] sur les bruits d'interférence électromagnétique, de S.C. Schwartz, J. B. Thomas *et al.* à Princeton [18, 27, 29, 49, 71, 87, 88], de C. Baker, A. Gualtierotti et H. Cherifi à Chapel Hill et au CEPHAG [2, 15], de D. Powell, G. Wilson et M. Hinich à Austin [44, 62, 97-99] et de R.F. Dwyer au NUSC [21, 22], ces quatre dernières équipes travaillant sur des bruits en acoustique sous-marine (a. s. m). Les caractères non gaussiens des bruits réels ont ainsi été observés sur les moments des troisième (skewness) et quatrième (kurtosis) ordres [22, 71], sur les queues des distributions et sur le bispectre [97-99], transformée de Fourier bidimensionnelle du moment stationnaire du troisième ordre. Trois synthèses sur la génération des bruits en a. s. m. se trouvent dans deux articles de Wenz [95, 96] et dans un rapport de R. J. Urych [84], ce dernier présentant une liste de 219 références.

Ce caractère non gaussien des bruits réels pourrait ne pas être gênant si les performances des récepteurs fondés sur l'hypothèse gaussienne étaient suffisantes pour les objectifs recherchés. Malheureusement, tel n'est pas le cas : la tendance actuelle en traitement du signal et particulièrement en détection est de reculer les frontières du possible. Les rapports signal sur bruit qu'il est nécessaire de détecter sont de plus en plus faibles : les portées qu'il faut atteindre sont de plus en plus grandes et les cibles sont de plus en plus « silencieuses ». Les modèles utilisés doivent donc être très proches de la réalité physique. C'est pourquoi le « traiteur de signal » ne peut plus se satisfaire de l'hypothèse gaussienne.

Il est bon de noter que ce caractère non gaussien s'applique au bruit ambiant. Ceci signifie que, en détection passive, hors tout phénomène de réverbération, de meilleures performances ne seront obtenues que lorsqu'on s'affranchira de l'hypothèse gaussienne. Ainsi, sans tenir compte de l'influence éventuelle (en actif) du signal sur le bruit (réverbération, clutter), cette étude propose quelques approches permettant de se placer en environnement non-gaussien.

Il est bon de signaler qu'un problème de terminologie se pose : qu'est-ce que le « non-gaussien » ? Il est difficile d'échapper à une définition négative : le non-

gaussien est tout ce qui n'est pas gaussien ! Czarnecki a caractérisé une loi du bruit non-gaussienne comme une densité univariée, symétrique par rapport à sa moyenne supposée nulle, ayant un aspect quasi gaussien (Gaussian-like shape) dans la région centrale, et possédant des queues de distribution plus fortes que la gaussienne [18]. Il est évident que cette caractérisation est trop restrictive, même si la notion d'importance des queues de distribution est évoquée. D'une manière plus générale, on peut considérer qu'une approche non-gaussienne est une approche où l'hypothèse de « gaussiannité » de la loi du bruit n'est pas faite *a priori*, même si, en fin de compte, on retrouve la loi normale comme dans le cas d'une approche minimax robuste (voir 3).

Après une brève présentation de quelques méthodes non paramétriques en 2, où on se contente de mettre en évidence les approches possibles en renvoyant aux références adéquates, cet article insistera sur l'utilisation du modèle de mixture pour la représentation de la densité de probabilité (ddp) du bruit : celle-ci se représente comme la somme de deux ou plusieurs densités élémentaires. Cette représentation est particulièrement bien adaptée à la modélisation d'incertitudes sur la loi du bruit pour une approche minimax robuste, en 3, et de bruits impulsifs ou à puissance variable. Ces derniers modèles sont paramétriques, les paramètres correspondant pouvant être considérés comme aléatoires en 4, ou déterministes mais inconnus en 5, ce qui conduit à l'utilisation de méthodes adaptatives d'estimation. Avant de conclure en 7, l'adéquation entre modèle de mixture et bruits réels est discutée en 6.

## 2. Approche non paramétrique

Une situation non paramétrique peut être définie, selon Fraser, comme « la classe des problèmes statistiques où l'espace des paramètres ne peut être représenté comme sous-espace d'un espace réel à nombre fini de dimensions » [14].

Toutefois, cette définition présente un inconvénient : la troncature, même à un ordre élevé, d'un développement de la loi du bruit sur une base de fonctions de dimension infinie devient paramétrique, alors que le développement complet était non paramétrique. D'autre part, il serait absurde d'utiliser plus de paramètres descriptifs que d'échantillons disponibles du bruit à modéliser sur un intervalle de l'ordre de sa durée de quasi stationnarité. Enfin, si le nombre de paramètres est trop grand, il sera souvent impossible de les calculer tous explicitement de manière précise à l'aide de calculateurs, et ce, à cause des erreurs de calculs (arrondi, approximations...) et des couplages entre les différents paramètres : l'estimation de l'un est alors fortement conditionnée par la qualité de l'estimation des autres. En résumé, un problème non paramétrique peut être caractérisé soit par un nombre infini de paramètres, soit par un nombre fini mais supérieur au nombre d'échantillons de l'observation sur sa durée de stationnarité ou tellement grand que toute tentative d'estimation précise est illusoire.

Ainsi, pour s'affranchir du caractère gaussien, deux « philosophies » non paramétriques peuvent être invoquées. La première, nombre infini de paramètres nécessaires à la description de la loi du bruit, ne fait que des hypothèses très (trop ?) générales : ddp centrée, symétrique... [57, 80]. Cette approche utilise trop peu d'informations *a priori* sur les données, sauf peut-être les tests fondés sur la comparaison entre un échantillon pouvant contenir du signal et une référence bruit seul (RBS). Ceux-ci supposent toutefois disponible une RBS [14, 80] pour les tests à deux entrées. Les tests non paramétriques « infinis » paraissent avoir plus d'avantages en détection radar où leur simplicité permet de les mettre en œuvre de manière rapide, caractéristique particulièrement intéressante en radar où le temps de traitement est fortement limité [14]. Dans cette catégorie, rentrent les tests de rang [24] et les tests fondés sur les moments empiriques des échantillons disponibles [16, 21, 22, 48].

La seconde catégorie d'approche non paramétrique qui peut être qualifiée de « sans-modèle », est constituée des développements de la loi du bruit sur une base de fonctions : série de Gram-Charlier [27 chap. 2, 28, 29], d'Edgeworth [27], développements de Cornish-Fisher [27, 38] ou de Volterra [39], utilisation de noyaux [37, 44, 98].

En résumé, il semble que l'approche non paramétrique soit trop primaire dans ses hypothèses *a priori* sur la loi du bruit, ou trop précise dans sa description. Le premier cas conduit à des structures simples et « robustes » de récepteurs, ce qui peut être utile en radar. Le second cas permet une bonne modélisation mais correspond soit à une approche nécessitant un nombre de paramètres du même ordre de grandeur que celui des échantillons disponibles (utilisation de noyaux ou développement en série non tronqué), soit à un modèle paramétrique et souvent gaussien (développement en série limité aux premiers ordres).

Une approche récente, se situant entre le non paramétrique et le paramétrique et qu'il est bon de signaler ici, consiste à modéliser non pas la ddp  $p(x)$  mais sa dérivée logarithmique,  $\dot{p}(x)/p(x)$ , correspondant à la non-linéarité du détecteur localement optimal, selon une fraction rationnelle. Conservant un numérateur de degré 1 et un dénominateur de degré 2, on obtient la famille de Pearson

$$(2.2) \quad \frac{\dot{p}(x)}{p(x)} = \frac{a+x}{b_0+b_1x+b_2x^2}$$

qui comprend les lois gaussiennes, gamma et béta comme cas particuliers [72].

### 3. Approche robuste

Lorsque la loi du bruit est peu ou mal connue, ou même fluctuante, il est souhaitable que le récepteur utilisé soit robuste vis-à-vis de variations des caractéristiques du bruit. Cette approche d'insensibilité [46] a évolué ces dernières années [25, 69, 82, 83] pour se stabiliser, au moins en traitement du signal, à la notion de « robustesse minimax » introduite par P.

J. Huber [30]. La philosophie minimax robuste consiste à trouver un récepteur, appartenant à une « certaine » classe de récepteurs, permettant d'assurer des performances minimales, selon un « certain » critère, lorsque la loi du bruit décrit un « certain » ensemble de lois. L'art du « traiteur de signaux » consiste à lever l'ambiguïté sur tous ces « certains » et à définir correctement en fonction de ses contraintes le critère de performance et les deux ensembles.

Le critère,  $C$ , pourra être le critère de Neyman-Pearson, i. e., la probabilité de détection et la probabilité de fausse alarme (courbes caractéristiques opérationnelles de réception, COR) [47, 57, 61, 74, 93], le critère de déflexion [57] ou l'efficacité relative asymptotique [20, 34]. L'ensemble  $\Gamma$  des structures admissibles de récepteurs,  $R$ , est fixé par la technologie du moment, les contraintes de temps de calcul ou de place en mémoire, et le coût. Le récepteur pourra être contraint à être linéaire [9, 60, 90]. Le domaine,  $\Pi$ , de variations des lois du bruit,  $p$ , est plus intéressant dans l'optique de ce papier. Il modélise l'ensemble des lois possibles décrivant le bruit. On peut employer la distance de Prokhorov qui conduit au voisinage de Prokhorov [32] ou, de manière plus simple, l'ensemble suivant :

$$(3.1) \quad \Pi = \{p \in M / \forall x, f_0(x-\varepsilon) - \varepsilon \leq p(x) \leq f_0(x+\varepsilon) + \varepsilon\}$$

appelé voisinage de Levy dans [32 exp. (4.3)] et utilisé dans [34].

L'ensemble  $M$  est l'ensemble des densités de probabilité. D'autres domaines de variations de  $p$  sont donnés dans [61]. Toutefois la structure de l'ensemble  $\Pi$  la plus utilisée est de la forme :

$$(3.2) \quad \Pi_j = \{p \in M / p_j = (1-\varepsilon_j)f_j + \varepsilon_j h_j, h_j \in M, j=0,1\}$$

Dans cette expression,  $p_j$  est la ddp de l'observation sous l'hypothèse  $H_j, j=0,1$ ;  $\varepsilon_0$  et  $\varepsilon_1$  sont des paramètres fixés, compris entre 0 et 1;  $f_0$  et  $f_1$  sont des lois nominales connues;  $h_0$  et  $h_1$  sont des distributions inconnues de contamination, variant dans  $M$ . Il est capital que l'intersection entre  $\Pi_0$  et  $\Pi_1$  soit vide [31]. Sinon, ce recouvrement conduira à un récepteur robuste à performance nulle.

Un ensemble de fonctions tel que (3.2) est appelé voisinage de contamination par Huber [32]. Le cas général d'une ddp selon :

$$(3.3) \quad \begin{cases} p_j = (1-\varepsilon_j)f_j + \varepsilon_j h_j \\ h_j \in M, j=0,1 \end{cases}$$

se retrouve dans [26, équation (2), 31, 40 équation (5), 94 équation (1.1)],... Le cas où le paramètre de contamination  $\varepsilon$  est le même sous les deux hypothèses,

$$(3.4) \quad p_j = (1-\varepsilon)f_j + \varepsilon h_j, h_j \in M, j=0,1$$

est traité dans [47 équation (3), 57 équation (4.1)]. Enfin, lorsqu'on ne s'intéresse qu'à la loi du bruit, dans le cas de la détection d'un signal déterministe dans un bruit additif, on utilise :

$$(3.5) \quad p = (1-\varepsilon)f + \varepsilon h, h \in M$$

voir par exemple [9, 35].

Il est utile de noter que, bien souvent, la loi nominale  $f$  est supposée être une loi gaussienne qui sera notée  $g(\cdot, \sigma^2)$  pour mettre en évidence sa variance  $\sigma^2$ ,

$$(3.6) \quad p = (1 - \varepsilon) g(\cdot, \sigma^2) + \varepsilon h, \quad h \in \mathbf{M}.$$

Cette expression, « quasi gaussienne », peut être appelée mixture gaussienne, et se trouve dans [20 équation (1), 30, 32 équation (2.1), 40, 74, 94 équation (2.3)].

Pour des lois vectorielles et en supposant la blancheur des deux bruits générateurs, on trouve la ddp :

$$(3.7) \quad P_2(\mathbf{x}) = (1 - \varepsilon) \prod_{i=1}^n g(x_i, \sigma^2) + \varepsilon \prod_{i=1}^n h(x_i),$$

dans [35 équation (21)],  $\mathbf{x}$  étant le vecteur observation de dimension  $n$  : on a une mixture de deux bruits blancs. D'une manière plus générale, la ddp :

$$(3.8) \quad P_3(\mathbf{x}) = (1 - \varepsilon) \prod_{i=1}^n f(x_i) + \varepsilon H(\mathbf{x})$$

est utilisée dans [35 équation (25)]. Ces ddp vectorielles seront interprétées physiquement plus loin.

Le lecteur intéressé par des développements sur la robustesse en traitement du signal pourra consulter [4, 9, 36, 40, 41, 89, 90].

#### 4. Modèles à paramètres aléatoires

Après avoir été très mal connue, approche non paramétrique, ou peu connue, approche robuste, la densité de probabilité du bruit aura dorénavant une structure connue. Cette structure dépend de paramètres, disons quelques uns, entre deux et cinq pour fixer les idées. Ne seront considérés que des bruits blancs et centrés sauf mention contraire. Ce paragraphe est consacré au cas où les paramètres sont aléatoires. Le paragraphe suivant traitera le cas des paramètres supposés déterministes mais inconnus.

La loi du bruit s'exprime selon  $p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$  où le vecteur  $\boldsymbol{\theta}$ , qui devrait s'écrire  $\boldsymbol{\theta}(t, \omega)$ , est un processus aléatoire. Le vecteur  $\mathbf{x}$  est un processus aléatoire doublement stochastique [5]. Nous utiliserons sa loi conditionnelle.

##### 4.1. FACTEUR D'ÉCHELLE

Un cas particulièrement intéressant pour les applications pratiques est celui lié à un facteur d'échelle. Un exemple simple de non-stationnarité dans une loi classique du bruit est celui de fluctuations de la puissance du bruit. Ces fluctuations sont de nature temporelle [6, 7, 10, 42, 58, 70, 91] ou spectrale [59, 77, 92] selon le domaine de traitement. Le cas spectral correspond à une modélisation de la méconnaissance de la coloration du bruit.

Supposons que le bruit soit de structure gaussienne mais que sa puissance fluctue au cours du temps. Soit

$a(t)$  le facteur d'échelle correspondant à l'amplitude du bruit. Suivant les variations possibles de  $a(t)$ , deux cas particuliers sont à étudier.

Supposons d'abord que  $a(t)$  puisse varier de manière continue mais lente par rapport à la durée du signal comme indiquée sur la figure 1 où l'évolution de la puissance de  $a(t)$  au cours du temps est représentée. Si on fait l'hypothèse que  $a(t)$  est constante sur la durée du signal, on peut considérer qu'on a différentes réalisations successives d'une variable aléatoire  $a(t, \omega)$ .

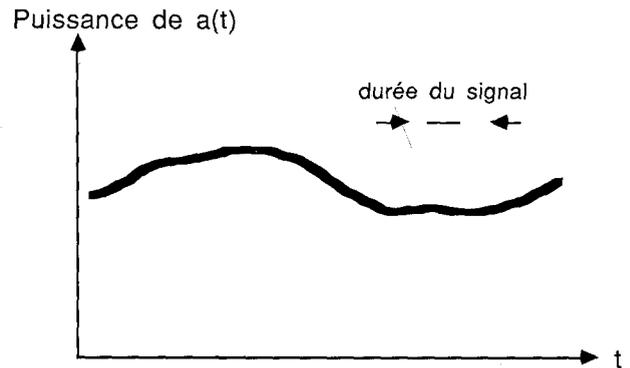


Fig. 1. - Bruit sphériquement invariant.

La loi nominale du bruit (celle correspondant à sa « structure ») étant supposée gaussienne, de variance 1, la loi d'un échantillon du bruit réel est en fait :

$$(4.1) \quad p\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{1}{a} g\left(\frac{x}{a}; 1\right).$$

Le bruit  $x$  étant relié au bruit normé  $y$ , gaussien, stationnaire, de variance 1, par [10] :

$$(4.2) \quad x = ay.$$

Le cas où on cherche à estimer le paramètre  $a$  est étudié dans [6, 7, 10] pour le domaine temporel, et dans [59, 77] pour le domaine spectral. L'extension du modèle sphériquement invariant à des lois non-gaussiennes pour  $y$  se trouve dans [10].

##### 4.2. DU BRUIT SPHÉRIQUEMENT INVARIANT AU MODÈLE DE MIXTURES GAUSSIENNES

Si maintenant on considère que le facteur d'échelle  $a(t, \omega)$  ne peut prendre qu'un nombre fini, disons  $M$  pour fixer les idées, de valeurs, il est possible de montrer qu'un modèle de mixtures gaussiennes est obtenu. La figure 2 représente une variation typique de la puissance de  $a$  au cours du temps.

L'hypothèse physique sous-jacente est que le bruit,  $x$ , est constitué d'un bruit de fond,  $b$ , de variance  $\sigma^2$ , et parfois, d'un bruit annexe  $C$ . Ce bruit de contamination peut être généré par différentes sources physiques (bruit de poissons, de crevettes claqueuses, de bâtiments, de craquements sous la banquise, ...). Il est alors naturel de considérer plusieurs cas, disons  $M-1$ ,

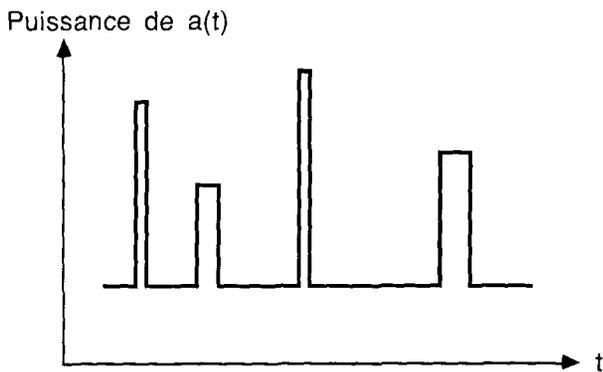


Fig. 2. — Modèle de mixture commutante.

de bruits annexes. En supposant qu'un seul bruit annexe se manifeste à la fois, et que ceci arrive rarement, on peut utiliser le modèle (4.2) avec une contrainte sur  $a$  : ce processus aléatoire ne peut prendre que des valeurs discrètes et positives,  $c_i$ , chacune avec une probabilité  $\varepsilon_i$ ,

$$(4.3) \quad \Pr \{a(t, \omega) = c_i\} = \varepsilon_i, \quad 1 \leq i \leq M.$$

On suppose en plus que  $\sum_{i=2}^M \varepsilon_i \ll 1$ . La loi conditionnelle de  $x$  est donc une loi de Gauss centrée de variance  $c_i^2$ . La valeur  $c_1^2$  correspond au bruit de fond  $c_1^2 = \sigma^2$ , et les autres valeurs,  $c_i^2$  pour  $2 \leq i \leq M$ , au bruit de fond plus une autre source perturbatrice,  $c_i \geq c_1$ .

A chaque instant  $t$ , l'état de  $x(t)$  est représenté par un vecteur aléatoire  $\mathbf{e}(t)$ , d'éléments  $e_i(t)$ ;  $e_i(t)$  étant égal à 0 si  $x(t)$  est généré par  $C_j$ ,  $j \neq i$ , et à 1 si  $x(t)$  est généré par  $C_i$ . Le vecteur  $\mathbf{e}(t)$  est donc constitué de  $(M-1)0$  et de un 1 à chaque instant. Il est possible d'écrire  $x(t)$  selon :

$$(4.4) \quad x(t) = \mathbf{e}(t)' \mathbf{c}(t) = \sum_{i=1}^M e_i(t) c_i(t),$$

avec une notation évidente pour le vecteur  $\mathbf{e}(t)$ . On a donc :

$$(4.5) \quad \Pr \{e_i(t) = 1\} = \varepsilon_i.$$

Comment manipuler un tel objet ?

Si on suppose, comme Czarnecki [18] qui a étudié le cas  $M \geq 2$ , que  $\mathbf{e}(t)$  ne varie pas trop rapidement, il est possible d'estimer l'état de  $\mathbf{e}(t)$  à chaque instant. Ce cas, étudié par Swaszek *et al.* [78, 79] pour  $M=2$ , sera développé dans la suite. Évidemment nous supposons ne pas connaître  $\mathbf{e}(t)$  !

Si les changements d'état de  $\mathbf{e}(t)$  sont trop rapides, il paraît illusoire de vouloir les suivre par une estimation. On « oublie » donc l'aspect temporel et on obtient pour  $x$  un modèle de variable aléatoire de loi

$$(4.6) \quad p(x) = \sum_{i=1}^M \varepsilon_i p(x/i)$$

calculée à partir des ddp des  $C_i$  et des probabilités *a priori*  $\varepsilon_i$ . Quelques remarques s'imposent.

En premier lieu, ayant supposé que la plupart du temps,  $x$  n'était que du bruit de fond,  $x$  est « souvent » généré par  $C_1 = b$  et il est licite de poser :

$$(4.7) \quad \varepsilon_1 = 1 - \mu$$

ou, de manière évidente :

$$(4.8) \quad \mu = \sum_{i=2}^M \varepsilon_i \ll 1.$$

Ensuite en posant :

$$(4.9) \quad h(x) = \frac{1}{\mu} \sum_{i=2}^M \varepsilon_i p(x/i),$$

$$(4.10) \quad f_0(x) = p(x/1),$$

$h(\ )$  est une ddp, d'après (4.8), et  $f_0(\ )$  est la loi du bruit de fond. On a :

$$(4.11) \quad p(x) = (1 - \mu) f_0(x) + \mu h(x),$$

de forme identique à (3.5). Le processus  $x$ , défini ainsi peut maintenant être considéré comme une variable aléatoire. Évidemment, l'ordre de la mixture (4.6) est égal à  $M$ .

Le développement précédent est fondé sur l'hypothèse que seuls les instants de commutation sont inconnus, pour le cas d'un processus aléatoire, ou que seules les probabilités *a priori*  $\varepsilon_i$  sont inconnues, dans le cas d'une variable aléatoire. Il est alors pensable d'estimer ces paramètres soit par des méthodes théoriques, maximum *a posteriori*, maximum de vraisemblance, soit par des méthodes adaptatives du type moindres carrés dans un cas réel. Le problème se complique singulièrement lorsque les autres paramètres du problème sont inconnus. Ces autres paramètres étant l'ordre,  $M$ , de la mixture et les lois  $p(x/i)$  des bruits impulsifs  $C_i$ . L'hypothèse courante est de considérer ces bruits annexes comme gaussiens centrés. L'ensemble global des paramètres à estimer est donc constitué de  $M$ , l'ordre de la mixture, des  $(M-1)\varepsilon_i$  et de  $(M-1)$  variances, le problème étant invariant à un facteur multiplicatif près. Ainsi, même si  $M$  est connu, il reste  $2(M-1)$  paramètres à estimer, ces paramètres intervenant de façon non linéaire, en tout cas pour les variances. Avant de se consacrer à ce problème dans le paragraphe suivant il peut être utile d'évoquer le cas  $M=2$  où on cherche à estimer les instants de commutation.

#### 4.3. MIXTURE BINAIRE COMMUTANTE

L'idée physique sous-jacente au modèle de mixture binaire commutante est la suivante : le bruit est supposé être constitué la majeure partie du temps d'un bruit de fond ou, rarement, d'un bruit plus impulsif, masquant le bruit de fond et indépendant de celui-ci [18, 78, 79]. Soient  $f_0$  la ddp du bruit de fond et  $h$  la ddp du bruit impulsif. La ddp de l'observation est alors susceptible d'être représentée par la loi suivante :

$$(4.12) \quad f = (1 - e(t, \omega)) f_0 + e(t, \omega) h.$$

Cette loi conditionnelle, similaire à (3.4), comporte le processus aléatoire  $e(t, \omega)$  qui est un processus de Bernoulli :

$$(4.13) \quad \begin{cases} \Pr(e(t, \omega) = 0) = 1 - \varepsilon \\ \Pr(e(t, \omega) = 1) = \varepsilon. \end{cases}$$

Le modèle de génération du bruit est représenté sur la figure 3. La probabilité  $\varepsilon$  est supposée petite. La philosophie de ce modèle est la suivante.

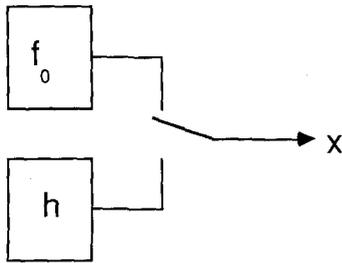


Fig. 3. - Génération d'une mixture binaire commutante.

La loi du bruit  $f$  est « le plus souvent »  $f_0$ , dans une proportion  $1 - \varepsilon$ , et « parfois »  $h$ , dans une proportion  $\varepsilon$ . La ddp nominale  $f_0$  est perturbée par le terme de contamination  $h$ .

S.V. Czarnecki et J. B. Thomas ont étudié la détection d'un signal déterministe dans un bruit additif ainsi modélisé [18]. Toutefois, ils supposaient connaître les instants de commutation de la variable aléatoire  $e(t, \omega)$ . Ceci permet d'obtenir le récepteur dit clairvoyant, avec la parfaite connaissance des temps d'apparition et de disparition des interférences impulsives. Évidemment, ce récepteur n'est pas physiquement réalisable. C'est pourquoi P. Swaszek, D. Tufts et A. Efron [78, 79] ont cherché à estimer ces instants de commutation, donc à estimer la valeur de  $e(t, \omega)$ . L'application de la règle du maximum *a posteriori* les a conduits à inclure un test de prédétection dans la structure du récepteur, afin d'estimer  $e$  sous  $H_0$  et sous  $H_1$ , les deux valeurs étant nécessaires pour construire le rapport de vraisemblance pour le problème de détection sous-jacent.

### 5. Modèles à paramètres déterministes

Dans ce paragraphe, les paramètres du modèle seront en petit nombre, deux ou trois, et considérés comme déterministes, inconnus et éventuellement lentement variables. Deux modèles particuliers seront détaillés, le modèle de bruit de Middleton classe A et la mixture de deux ddp dont la nominale est gaussienne.

#### 5.1. MODÈLE DE MIDDLETON CLASSE A

De même que le bruit de mixture commutante précédemment décrit, les modèles de bruits présentés par D. Middleton en 1972 [50, 51, 52] sont fondés sur un support physique. Deux modèles sont définis : le modèle classe A, fondé sur l'hypothèse que la largeur de bande du bruit est comparable à celle du récepteur; le modèle classe B suppose que la largeur de bande

du bruit lui est supérieure. Ce second modèle est plus complexe que le premier car les impulsions de bruit produisent alors des réponses transitoires dans le récepteur [2, 3, 33, 50, 51]. Un troisième modèle, classe C, peut être défini comme la somme des deux précédents [51, 52]. Seul le bruit classe A sera décrit ici, à cause de ses relations avec les modèles de mixtures gaussiennes d'une part [11-13, 86], et de ses qualités de modélisation pour les bruits réels, principalement en acoustique sous-marine [11, 13, 62], d'autre part.

Le développement conduisant d'un modèle physique d'interférences impulsives à l'expression de la loi du bruit classe A se trouve dans [50, 76] et dans [64-67] de manière plus simple. Cette loi, notée  $P_A$  dans la suite, peut s'exprimer pour l'enveloppe de l'échantillon d'un bruit normalisé (de variance 1) selon

$$(5.1) \quad P_A(x) = \sum_{m=0}^{\infty} K_m e^{-x^2/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m}$$

avec

$$(5.2) \quad K_m = e^{-A} \frac{A^m}{m!}$$

$$(5.3) \quad \sigma_m^2 = \frac{m/A + \Gamma}{1 + \Gamma}.$$

La ddp est une combinaison linéaire infinie de lois gaussiennes centrées, de variance  $\sigma_m^2$  et de coefficients

$K_m, m \geq 0$ . Cette double infinité de valeurs ne dépend en fait que deux paramètres,  $A$  et  $\Gamma$ . Ces deux paramètres se calculent directement à partir de l'observation [23, 52, 55].

Ce modèle est canonique de nature au sens où la forme analytique des résultats ne change pas en fonction des conditions physiques. Ceci est évidemment la conséquence de l'utilisation d'un modèle paramétrique, à structure fixée et à paramètres variables. L'avantage de ce modèle est la grande variété des bruits réels modélisables, la ddp définie par (5.1) étant toutefois soumise à certaines contraintes dues à l'expression en fonction de lois gaussiennes (centrage, symétrie...). La relative universalité de ce modèle peut sembler paradoxale si on songe au fait qu'il ne dépend que de deux paramètres. Outre les références, déjà citées, ce modèle classe A a été étudié dans un cadre de détection dans [17, 45, 72, 86, 87, 100].

Un inconvénient de ce modèle de bruit est la nécessité de prendre en compte une infinité de termes dans le développement (5.1). Cet inconvénient peut être contourné de plusieurs façons.

Par exemple, en posant :

$$(5.4) \quad h(x) \triangleq \frac{1}{1 - K_0} \sum_{m=1}^{\infty} K_m g(x; \sigma_m^2),$$

la ddp (5.1) s'exprime selon :

$$(5.5) \quad P_A(x) = K_0 g_0(x; \sigma_0^2) + (1 - K_0) h(x),$$

identique à un modèle de mixture du type (3.5). On peut alors penser approximer  $h(\ )$  par une loi connue et simple.

TABLEAU I  
Paramètres du modèle de Middleton pour quelques bruits réels.

	Bruits ASM biologique (crevettes claqueuses) [11]	Bruit ASM «ORE crushing» [51]	Bruit ASM réverbération de surface [99]	Bruit ASM réverbération de fond [99]	Bruit ASM ambiant (source biologique) [99]	Bruit sismique [62]	Interférence électro magnétique [76]
A	0,01	0,0001	0,017	0,086	0,005	0,9	0,35
Γ	7,5	50	7,0	4,0	2,8	0,25	0,0005
K <sub>0</sub> σ <sub>0</sub>	9,9. 10 <sup>-1</sup> 0,88	1,0 0,98	9,8. 10 <sup>-1</sup> 0,87	9,2. 10 <sup>-1</sup> 0,80	1,0 0,74	4,1. 10 <sup>-1</sup> 0,20	7,0. 10 <sup>-1</sup> 5,0. 10 <sup>-4</sup>
K <sub>1</sub> σ <sub>1</sub>	9,9. 10 <sup>-3</sup> 12,6	1,0. 10 <sup>-4</sup> 197	1,7. 10 <sup>-2</sup> 8,2	7,9. 10 <sup>-2</sup> 3,1	5,0. 10 <sup>-3</sup> 53,4	3,7. 10 <sup>-1</sup> 1,9	2,5. 10 <sup>-1</sup> 2,9
K <sub>2</sub> σ <sub>2</sub>	5,0. 10 <sup>-5</sup> 24,4	5,0. 10 <sup>-9</sup> 393	1,4. 10 <sup>-4</sup> 15,6	3,4. 10 <sup>-2</sup> 4,7	1,2. 10 <sup>-5</sup> 106	1,6. 10 <sup>-1</sup> 2,0	4,3. 10 <sup>-2</sup> 5,7
K <sub>3</sub> σ <sub>3</sub>	1,7. 10 <sup>-9</sup> 36,2	1,6. 10 <sup>-13</sup> 589	8,1. 10 <sup>-7</sup> 22,9	9,7. 10 <sup>-4</sup> 7,8	2,1. 10 <sup>-8</sup> 158,6	4,9. 10 <sup>-2</sup> 2,9	5,0. 10 <sup>-3</sup> 8,6

Il est, en fait, possible de vérifier que pour la plupart des applications pratiques,  $h(\cdot)$  peut très bien s'approximer par une gaussienne. La démarche est la suivante : recevant un échantillon caractéristique de bruit, on estime les coefficients A et Γ, puis on vérifie que les termes d'ordre supérieur à  $m$  sont négligeables devant ceux d'ordre inférieur à  $m$ ; on tronque alors le développement (5.1), soit à l'ordre  $M-1$ , comme dans [19, 100], soit à un ordre d'environ quelques unités, entre 1 et 5, comme dans [86], soit enfin à un ordre 2 comme dans [11, 13, 17]. Des exemples typiques de valeurs réelles sont donnés dans le tableau I. Ainsi, suivant une approche similaire à celle utilisée dans [11, 12, 17], le bruit va être supposé suivre une loi de mixture gaussienne-gaussienne.

**5.2. MIXTURE STATIONNAIRE GAUSSIENNE-GAUSSIENNE**

Le modèle de mixture stationnaire de deux lois de Gauss est défini comme :

$$(5.6) \quad p(x) = (1 - \varepsilon)g(x; \sigma_1^2) + \varepsilon g(x; \sigma_2^2).$$

Il est obtenu soit à partir du modèle de mixture commutante de la manière décrite précédemment, soit par troncature du modèle de Middleton classe A. Le premier cas correspond par exemple à des passages trop rapides entre les deux lois génératrices du bruit pour espérer estimer correctement les instants de commutation. Le second cas découle directement des valeurs des paramètres A et Γ du bruit classe A, calculées de manière adaptative à partir des données, permettant de négliger les termes d'ordre supérieur ou égal à 2 dans le développement (5.1). Il est facile de vérifier que l'on a alors la relation suivante entre les paramètres du modèle de Middleton et ceux du modèle de mixture gaussienne-gaussienne,

$$(5.7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = \frac{A}{1+A}, \quad \sigma_1^2 = \frac{\Gamma}{1+\Gamma}, \\ \sigma_2^2 = \frac{1+A+\Gamma}{1+\Gamma}. \end{array} \right.$$

Quelques valeurs estimées de ces paramètres pour des bruits réels sont présentées dans le tableau II, et sont

TABLEAU II  
Paramètre du modèle de mixture gaussienne-gaussienne pour quelques bruits réels

	Bruit ASM de trafic	Bruit ASM biologique	Bruit ASM de fond
ε . . . . .	0,0371	0,0325	0,00246
σ <sub>1</sub> . . . . .	0,888	0,836	0,988
σ <sub>2</sub> . . . . .	1,93	3,17	2,05

tirées de [11, 13]. D'une manière générale, le taux de mixture ε est faible, la variance σ<sub>1</sub><sup>2</sup> de la loi nominale est légèrement inférieure à 1.0 et la variance σ<sub>2</sub><sup>2</sup> de la contamination est supérieure à 1.0. Dans ces exemples, le bruit a été normalisé. Ces paramètres ont été estimés en utilisant une méthode adaptative des moindres carrés sur la fonction caractéristique,  $E\{e^{iux}\}$ , et non pas sur la fonction de répartition. Cette méthode d'estimation présente certains avantages présentés et discutés en [63]. Une autre possibilité d'estimation est présentée dans [19], utilisant la méthode de Prony et l'estimation des moments. Pour terminer, il est bon de signaler que d'autres modèles de mixture ont été utilisés en détection, mixture d'une loi de Gauss et d'une double exponentielle dans [28, 53], d'une gaussienne et d'une loi log-normale ou d'une loi de Rayleigh généralisée dans [54]. Ces deux dernières lois de contamination ont été utilisées à cause du bon accord des mixtures correspondantes avec des bruits électromagnétiques en extra-basse fréquence.

Une extension aux modèles précédents est la suivante [81],

$$(5.8) \quad p(x) = \alpha \gamma I_A(x) g(x) + \alpha I_{\bar{A}}(x) h(x)$$

$$(5.9) \quad A = \{x \in \mathbb{R} / |x| \leq a\}$$

$$(5.10) \quad \gamma g(a) = h(a)$$

Dans l'expression (5.8),  $I_A(\cdot)$  représente la fonction indicatrice de l'ensemble A,  $\bar{A}$  est l'ensemble complémentaire de A, γ correspond au rapport entre la loi nominale gaussienne g et la contamination h, supposée symétrique, et α est un terme assurant que  $p(\cdot)$

est bien une ddp,

$$(5.11) \quad \alpha \left\{ \int_{-a}^a g(x) dx + \int_{|x| \geq a} h(x) dx \right\} = 1.$$

Les relations (5.8) et (5.9) signifient que si  $x$  est faible,  $|x| \leq a$ , on suppose que  $x$  est généré par la loi nominale alors que si  $|x|$  est plus grand que  $a$ , le phénomène de génération de  $x$  est la contamination impulsive. L'égalité (5.10) correspond à une contrainte de continuité pour la ddp. L'inconvénient de ce modèle est qu'il nécessite l'estimation d'un paramètre supplémentaire,  $a$ , et surtout que la ddp définie par (5.8) n'est pas continûment différentiable en général. Ceci peut poser des problèmes si on envisage l'utilisation du récepteur localement optimal [8, 18].

### 5.3. BRUIT VECTORIEL

Pour traiter le vecteur observation  $\mathbf{x}$  en tant que tel, plusieurs lois de mixture à composante principale gaussienne peuvent être envisagées. Le bruit étant supposé blanc, et les diverses composantes de  $\mathbf{x}$  étant indépendantes conditionnellement à  $\mathbf{e}$ , on peut utiliser la loi conditionnelle du processus aléatoire :

$$(5.12) \quad P(\mathbf{x}/\mathbf{e}) :$$

$$\prod_{i=1}^n \{ (1 - e_i(t, \omega)) g(x_i) + e_i(t, \omega) h(x_i) \}.$$

Les coefficients de commutation sont considérés comme aléatoires et varient selon les échantillons. S'ils sont tous égaux,  $e_i(t, \omega) = e(t, \omega)$ , on obtient :

$$(5.13) \quad P(\mathbf{x}/e) = \prod_{i=1}^n \{ (1 - e(t, \omega)) g(x_i) + e(t, \omega) h(x_i) \},$$

associée à la ddp univariée (4.13). Ce modèle interdit les changements de génération du bruit dans la même observation, soit sur  $n$  échantillons, ce qui semble peu intéressant.

Si on utilise une variable aléatoire, on obtient

$$(5.14) \quad P(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n \{ (1 - \varepsilon_i) g(x_i) + \varepsilon_i h(x_i) \},$$

alors que (5.13) conduit à :

$$(5.15) \quad P(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n \{ (1 - \varepsilon) g(x_i) + \varepsilon h(x_i) \}.$$

Pour obtenir ces ddp, on peut supposer une double génération du bruit mais avec indiscernabilité des processus générateurs. Dans ce cas, il semble aussi logique d'utiliser (5.14) que (5.15), et en tout cas plus simple. Toutefois, ceci n'est vrai que si la dimension  $n$  de la fenêtre d'observation est inférieure ou égale au temps de quasi stationnarité du processus générateur. Enfin, si le bruit n'est pas supposé blanc, on obtient deux modèles vectoriels de mixture, un processus

aléatoire,

$$(5.16) \quad P(\mathbf{x}/e) = (1 - e(t, \omega)) G(\mathbf{x}) + e(t, \omega) H(\mathbf{x}),$$

et une variable aléatoire,

$$(5.17) \quad P(\mathbf{x}) = (1 - \varepsilon) G(\mathbf{x}) + \varepsilon H(\mathbf{x}).$$

Dans ces expressions,  $G(\mathbf{x})$  est une ddp vectorielle gaussienne. La même remarque que précédemment est valable : c'est le même processus qui génère l'observation sur toute la fenêtre.

En ce qui concerne l'exemple réel présenté dans la suite, le modèle blanc (5.15) est utilisé. Ce choix, un peu arbitraire, a été fait d'une part à cause des justifications de ce modèle de variable aléatoire de mixture (bruit de Middleton tronqué) et de la blancheur du bruit, et d'autre part à cause, ou grâce, à sa relative simplicité

## 6. Discussion d'un cas réel

En guise de synthèse aux discussions précédentes sur les modèles de mixture, l'étude d'un bruit réel particulier avec deux approches différentes est maintenant présentée. Le lecteur intéressé par une discussion plus complète sur la modélisation de quelques bruits sous-marins par une mixture de deux gaussiennes peut se reporter à [11, 12, 13]. L'échantillon de bruit considéré peut être considéré comme étant généré principalement par des bâtiments sur une route maritime (bruit de trafic). Enregistré avec un hydrophone omnidirectionnel, dans l'Océan Indien, il a été échantillonné à 1250 Hz. Une fois normalisé à une moyenne nulle et une variance unité, son moment du troisième ordre est quasiment nul, 0,004, alors que son moment du quatrième ordre est 2,2. Cette valeur est inférieure à la valeur de la loi de Gauss, 3,0, ce qui peut s'expliquer par la génération d'une partie du bruit par des machines rotatives, c'est-à-dire des raies spectrales dont le moment du quatrième ordre vaut 1,5 [11, 21]. Il a été montré que ce bruit paraissait bien décrit par une mixture de deux gaussiennes [13], dont les paramètres estimés selon la méthode de la fonction génératrice en utilisant 4000 échantillons, sont :

$$(6.1) \quad \varepsilon = 0,037, \quad \sigma_1 = 0,89, \quad \sigma_2 = 1,9.$$

Pour la détection d'un signal déterministe, constant et de longueur  $n$  dans les résultats de simulation qui vont être présentés, on peut construire le rapport de vraisemblance selon :

$$(6.2) \quad t(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n \frac{(1 - \varepsilon) g(x_i - s_i; \sigma_1^2) + \varepsilon g(x_i - s_i; \sigma_2^2)}{(1 - \varepsilon) g(x_i; \sigma_1^2) + \varepsilon g(x_i; \sigma_2^2)}.$$

Outre ce récepteur, paramétrique adaptatif, fondé sur un modèle de mixture gaussienne-gaussienne, on peut penser utiliser deux autres récepteurs : le filtre adapté et le corrélateur-écréteur. Ces deux récepteurs sont minimax robustes, le premier pour le critère de déflexion, le second pour le critère de Neyman-Pearson, et tous les deux en ayant utilisé un ensemble de variations de la loi du bruit du type voisinage

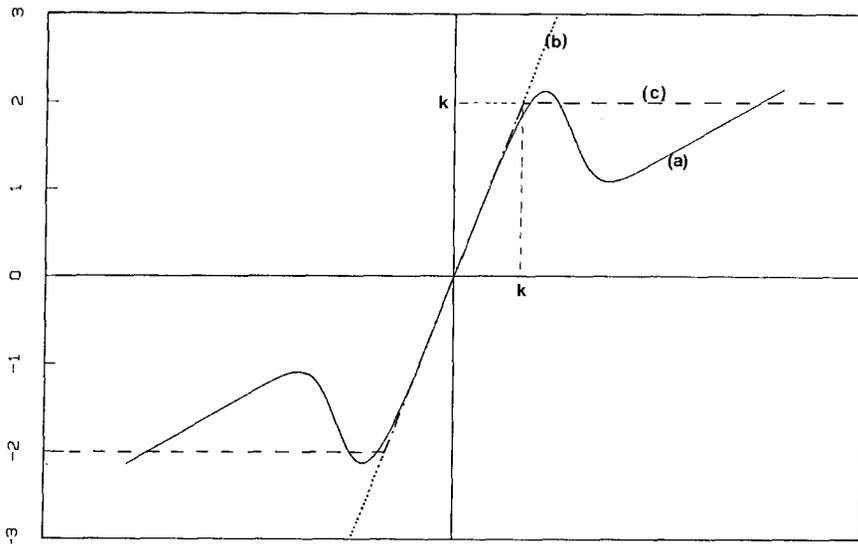


Fig. 4. — Non-linéarités des trois récepteurs. (a) rapport de vraisemblance associé au modèle de mixture; (b) filtre adapté; (c) corrélateur-écréteur.

**TRAFIC, SIGNAL CONSTANT, RSB= 0 dB**

..... F.A.      --- C.E. (k = 1,5)      — R.V.

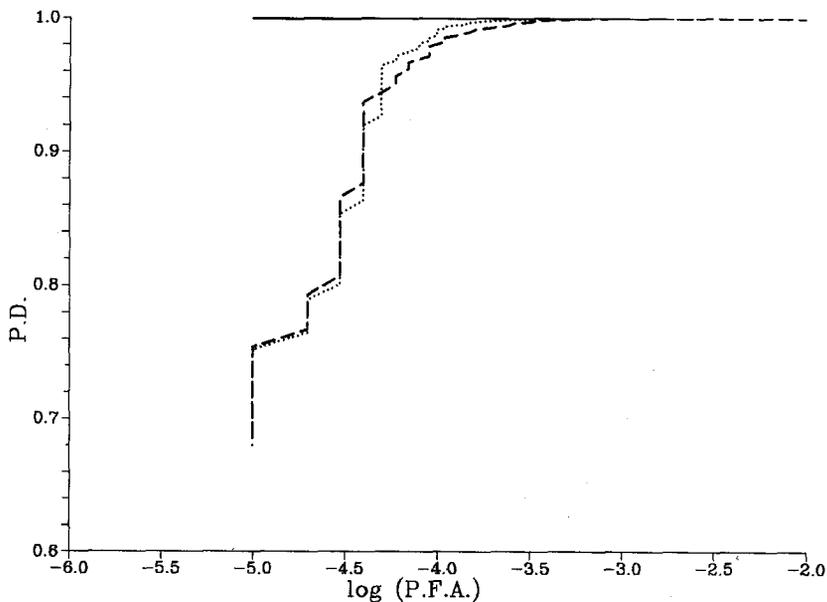


Fig. 5. — Courbes COR pour 0 dB. F. A. : filtre adapté. C. E. : corrélateur-écréteur. R. V. : rapport de vraisemblance.

de contamination avec des lois de mixture données selon (3.6), la loi nominale étant gaussienne [9]. Sont ainsi comparées les approches adaptatives et robustes. La figure 4 représente les non-linéarités de ces trois récepteurs, c'est-à-dire la dérivée logarithmique de la ddp du bruit. C'est la non-linéarité qui précède l'opération de corrélation avec le signal dans la structure du récepteur localement optimal [8, 10]. Cette comparaison est faite selon le critère des courbes COR, c'est-à-dire probabilité de détection (PD) par rapport à la probabilité de fausse alarme (PFA). Ces courbes COR ont été obtenues par méthode de Monte-Carlo, en utilisant  $10^5$  tirages différents, ce qui

permet d'aller jusqu'à des PFA de  $10^{-5}$ . Les figures 5 et 6, tirées de [13], représentent les courbes COR pour un rapport signal sur bruit par échantillon de 0 dB pour la figure 5 et -5 dB pour la figure 6, en utilisant  $n=100$  et une coupure à  $k=1,5$  pour l'écréteur.

Les conclusions les plus simples pouvant être tirées de ces courbes sont les suivantes :

- lorsqu'un modèle de mixture est utilisé, l'approche adaptative a de meilleures performances en terme de courbes COR que les approches robustes;
- à faibles RSB, les trois récepteurs tendent à avoir les mêmes performances (ce qui s'explique en

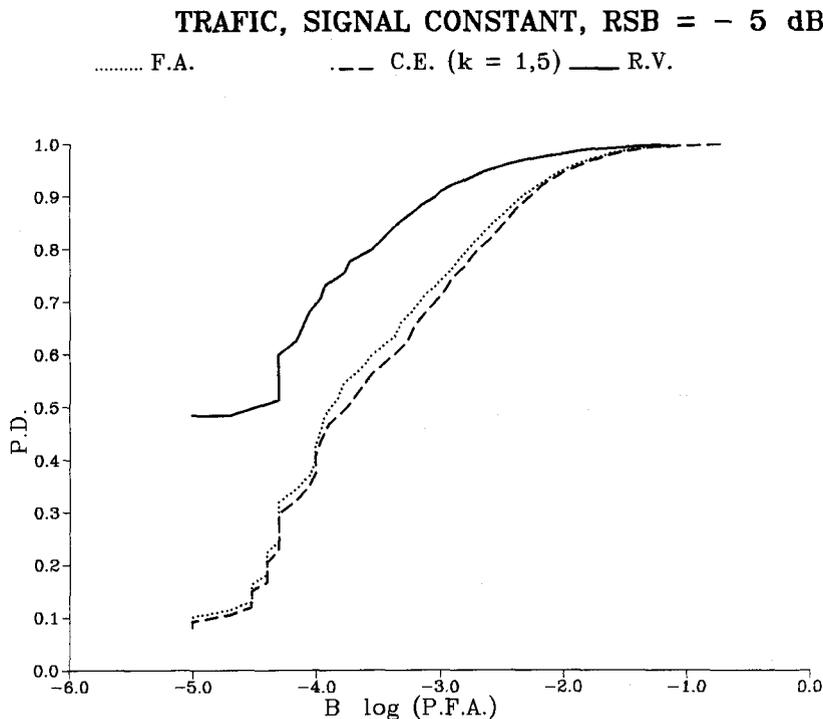


Fig. 6. — Courbes COR pour -5 dB. F. A. : filtre adapté. C. E. : corrélateur-écréteur. R. V. : rapport de vraisemblance.

remarquant que pour  $x$  faible, les trois non-linéarités de la figure sont quasiment identiques);

— le filtre adapté a de plus mauvaises performances que le rapport de vraisemblance associé à la mixture, mais des performances équivalentes au corrélateur-écréteur.

### 7. Conclusion

Lorsqu'en détection, un problème de bruit non-gaussien se pose, il n'existe pas de réponse universelle. Plusieurs approches peuvent être utilisées. Il semble pourtant admis qu'une approche adaptative aura de meilleures performances qu'une approche robuste, elle-même surpassant une approche non-paramétrique. L'étude d'un exemple particulier a confirmé ce classement. Il faut toutefois tenir compte du fait que la complexité des méthodes suit la même hiérarchie, à meilleures performances correspond en général une plus grande complexité.

Cette différence de performance entre les trois approches présentées peut s'expliquer en terme de connaissance *a priori* sur la génération de l'observation. Plus cette connaissance est grande, plus l'ensemble de fonctions auquel la ddp du bruit est sensée appartenir est petit et plus la distance entre la ddp réelle et le modèle utilisé est réduite.

L'approche non paramétrique nécessite très peu d'hypothèses *a priori*. Bien qu'applicable à un grand nombre de cas différents, et par là même résistante aux erreurs, elle apparaît comme la moins performante.

L'approche robuste utilise un ensemble de ddp plus réduit. Ses performances sont meilleures, parfois bonnes et en tout cas plus cet ensemble est vaste, moins bonnes seront ses caractéristiques.

L'approche adaptative est fondée sur une modélisation paramétrique qui possède relativement peu de degrés de liberté. Elle est donc peu robuste à des changements de modèles. Par contre, si le modèle est bien choisi, elle conduit à des méthodes très performantes.

Les analyses présentées ont insisté sur l'importance des modèles de mixture; en particulier sur ceux ne comportant que deux termes simples tels deux ddp gaussiennes. Ces modèles permettent de mieux représenter les bruits réels, en particulier les queues de distribution, au prix d'un léger surcoût de complexité. Ces queues de distribution sont fondamentales en détection car ce sont elles qui dégradent sérieusement les performances en termes de PFA des récepteurs fondés sur l'hypothèse gaussienne. Sans aller jusqu'à utiliser une mixture d'ordre infini comme D. Middleton, une mixture d'ordre 2 prend en compte un terme, impulsif, de contamination. Selon les caractères physiques du phénomène considéré, cette prise en compte peut s'effectuer à l'aide d'un coefficient de commutation, coefficient qu'il faudra estimer, si les caractéristiques statistiques du bruit ne varient pas trop rapidement. Si tel n'est pas le cas, une loi « stationnarisée » pourra être utilisée.

Toutefois il reste à étudier le cas de termes de contamination autres qu'une loi gaussienne de grande variance, de façon à mieux modéliser certains bruits, de loi non parfaitement symétrique par exemple. Ceci ne pourra se faire que par un retour à l'expérimenta-

tion, ou, au moins, par de nouvelles études de bruits réels.

## Remerciements

Ce travail a été principalement effectué au Laboratoire des Signaux et Systèmes, supporté en partie par la Direction des Constructions Navales sous le contrat n° 86.48.826.220.000.

L'auteur tient à remercier le professeur Bernard Picinbono pour son accueil dans son laboratoire et d'intéressantes discussions, ainsi que le professeur Stuart Schwartz qui a initialisé son intérêt pour les modèles de mixture. Grâce aux rapporteurs, la clarté et la lisibilité de cet article ont été grandement améliorées.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] P.-Y. ARQUES, Traitement du signal et systèmes bruités, *Traitement du Signal*, 2, n° 2, 1985, p. 153-169.
- [2] C. R. BAKER et A. F. GUALTIEROTTI, Likelihood ratios and signal detection for non Gaussian processes, dans *Stochastic processes in underwater acoustics*, C. R. BAKER éd., Springer Verlag, 1986, p. 154-180.
- [3] L. A. BERRY, Understanding Middleton's canonical formula for class A noise, *IEEE Transactions on EMC*, 34, n° 4, 1981, p. 337-344.
- [4] L. BIRGE, Tests minimax robustes, dans *Théorie de la robustesse et estimation d'un paramètre*, Société Mathématique de France, 1977, p. 87-133.
- [5] A. BLANC-LAPIERRE et B. PICINBONO, *Fonctions aléatoires*, Masson, 1981.
- [6] M. A. BLANCO, CFAR detection of signals in the presence of noise and interference of unknown power, Report n° UVA/192444/EE82/101, juin 1982, Communications Systems Laboratory, University of Virginia.
- [7] M. A. BLANCO et R. M. BARNES, On the detection of signals of unknown energy in clutter of unknown power, *Proceedings of the 1980 IEEE Canadian Communications and Power Conference*, 15-17/10/80, Montreal.
- [8] M. BOUVET, Expansions of the likelihood ratio and applications, *IEEE Transactions on ASSP*, 34, n° 4, 1986, p. 653-660.
- [9] M. BOUVET, Robustesse minimax et détection, *Traitement du Signal*, vol 4, n° 1, 1987, p. 3-14.
- [10] M. BOUVET et B. PICINBONO, Adaptive normalization and detection, *Proceedings of IEEE ICC 85*, Chicago, juin 1985, p. 479-483.
- [11] M. BOUVET et S. C. SCHWARTZ, Underwater noises : statistical modeling, detection and normalization, soumis au *JASA*, juin 1985.
- [12] M. BOUVET et S. C. SCHWARTZ, Comparaison of adaptive and robust receivers for signal detection in ambient underwater noise, soumis aux *IEEE Transactions on ASSP*, août 1985.
- [13] M. BOUVET et S. C. SCHWARTZ, Signal detection and normalization in underwater noises modeled as a Gaussian-Gaussian mixture, Information Sciences and Systems Laboratory Report n° 18, Princeton University, janvier 1986.
- [14] CETHEDec, Numéro Spécial : Tests non paramétriques, *Revue du Cethedec*, 5<sup>e</sup> année, 2<sup>e</sup> trimestre, 1968.
- [15] H. CHERIFI, Modélisation, identification et systèmes de détection de bruits non gaussiens, Rapport CEPHAG n° 30/86, 1986.
- [16] D. R. CUNNINGHAM et D. R. GIMLIN, The performance of rank test estimators in contaminated noise, *Conference on Information Sciences and Systems*, 1980, Princeton University, p. 24-28.
- [17] S. V. CZARNECKI, On the relative efficiency of detectors in epsilon-mixture noise, *Conference on Information Sciences and Systems*, 1984, and Princeton University, p. 468-472.
- [18] S. V. CZARNECKI et J. B. THOMAS, Nearly optimal detection of signals in non-Gaussian noise, Information Sciences and Systems Laboratory Report n° 14, février 1984, Princeton University.
- [19] H. DERIN, Estimating components of univariate Gaussian mixtures using Prony's method, *Conference on Information Sciences and Systems*, 1985, John Hopkins University, p. 208-214.
- [20] R. F. DWYER, Robust sequential detection of narrow-band acoustic signals in noise, *Proceedings of ICASSP 79*, Washington D. C., avril 1979.
- [21] R. F. DWYER, The use of the kurtosis statistic in the frequency domain as an aid in detecting random signal, *IEEE Transactions on OE*, 9, n° 2, 1984, p. 85-92.
- [22] R. F. DWYER, A technique for improving detection and estimation of signals contaminated by under-ice noise, dans *Statistical Signal Processing*, E. J. WEGMAN et J. G. SMITH éd., Marcel Dekker, 1984, p. 153-165.
- [23] S. HAE MUR, A comparison of three parameter estimation methods for the Middleton class A model, Report ARL Austin, DoD science and engineering apprenticeship program, août 1984.
- [24] J. HAJEK et Z. SIDAK, *Theory of rank tests*, Academic Press, New York, 1967.
- [25] F. R. HAMPELL, A general qualitative definition of robustness, *Annal. Math. Statist.*, 42, 1971, p. 1887-1895.
- [26] L. HU, Y. F. HUANG et R. LIU, Bhattacharyya distance and robust signal detection, *Conference on Information Sciences and Systems 84*, Princeton University, 1984, p. 443-447.
- [27] Y. F. HUANG, Alternative to optimal detection, *Ph. D. dissertation*, EECS Dept, Princeton University, octobre 1982.
- [28] Y. F. HUANG, Approximations to optimal detection of stochastic signals in non-Gaussian noise, *Conference on Information Sciences and Systems 84*, 1984, Princeton University, p. 459-462.
- [29] Y. F. HUANG et J. B. THOMAS, Signal detection in nearly Gaussian skewed noise, *JASA*, 74, n° 5, 1983, p. 1399-1405.
- [30] P. J. HUBER, Robust estimation of a location parameter, *Annal. Math. Statist.*, 35, 1964, p. 73-101.
- [31] P. J. HUBER, A robust version of the probability ratio test, *Annal. Math. Statist.*, 36, 1965, p. 1753-1758.
- [32] P. J. HUBER, *Robust statistics*, Wiley, 1981.
- [33] R. F. INGRAM et R. HOULE, Performance of the optimum and several suboptimum receivers for threshold detection of known signals in additive white, non-Gaussian noise, NUSC Technical Report 6339, 24 novembre 1980.
- [34] M. KABATEPE et K. S. VASTOLA, Asymptotic robust detection and estimation in nearly-Gaussian noise, *Conference on Information Sciences and Systems*, 1985, John Hopkins University, p. 138-142.

- [35] S. A. KASSAM, Locally robust array detectors for random signals, *IEEE Transactions on IT*, 24, n° 3, 1978, p. 309-316.
- [36] S. A. KASSAM et H. V. POOR, Robust techniques for signal processing : a survey, *Proceedings of the IEEE*, 73, n° 3, 1985, p. 433-481.
- [37] D. KAZAKOS, On non parametric estimation of probability density functions, dans *Non parametric detection : theory and applications*, S. A. KASSAM et J. B. THOMAS éd., Hutchinson et Ross, 1980, p. 265-291.
- [38] M. G. KENDALL et A. STUART, *The advanced theory of statistics*, 2, Charles Griffin, London, 1967, chap. 31.
- [39] R. KENEFIC et D. D. WEINER, Application of the Volterra functional expansion in the detection of nonlinear functions of Gaussian processes, *IEEE Transactions on Com.*, 33, n° 3, 1985, p. 276-279.
- [40] V. M. KRASNENKER, Stable (Robust) detection methods for signal against a noise background (survey), *Automatika i Telemekhanika*, n° 5, 1980, p. 65-88.
- [41] R. L. LAUNER et G. N. WILKINSON éd., *Robustness in statistics*, Academic Press, 1979.
- [42] F. LEFAUDEUX, Algorithme pragmatique de normalisation, *VIII<sup>e</sup> Colloque GRETSI*, Nice, juin 1981, p. 651-655.
- [43] H. H. LU et B. A. EISENSTEIN, Weak signal detection in non-Gaussian noise of unknown level, *IEEE Transactions on AES*, 20, n° 6, 1984, p. 830-834.
- [44] F. W. MACHELL et C. S. PENROD, Probability density functions of ocean acoustic noise processes, dans *Statistical Signal Processing*, E. J. WEGMAN et J. G. SMITH éd., Marcel Dekker, 1984, p. 211-221.
- [45] A. M. MARAS, H. D. DAVINSON et A. G. HOLT, Resolution of binary signals for threshold detection in narrowband non-Gaussian noise, *IEE Proceedings*, 132, Pt F, n° 3, 1985, p. 187-192.
- [46] R. D. MARTIN, A review of some aspects of robust inference for time-series, in *Statistical Signal Processing*, E. J. WEGMAN et J. G. SMITH éd., Marcel Dekker, 1984, p. 93-105.
- [47] R. D. MARTIN et S. C. SCHWARTZ, Robust detection of a known signal in nearly-Gaussian noise, *IEEE Transactions on IT*, 17, n° 1, 1971, p. 50-56.
- [48] A. B. MARTINEZ, The use of moment estimators in signal detectors, *Conference on Information Sciences and Systems* 84, Princeton University, 1984, p. 463-467.
- [49] A. B. MARTINEZ et J. B. THOMAS, The detection of signals in impulsive noise modeled as a mixture process, *IEEE Transactions on Com.*, 24, n° 5, 1976, p. 559-563.
- [50] D. MIDDLETON, Statistical-physical models of urban radio-noise environments. Part I : foundations, *IEEE Transactions on EMC*, 14, n° 1, 1972, p. 38-56.
- [51] D. MIDDLETON, Statistical-physical models of electromagnetic interference, *IEEE Transactions on EMC*, 19, n° 3, 1977, p. 106-127.
- [52] D. MIDDLETON, Procedures for determining the parameters of the first-order canonical model of class A and class B of electromagnetic, *IEEE Transactions on EMC*, 21, n° 3, 1979, p. 190-208.
- [53] J. H. MILLER et J. B. THOMAS, Detectors for discrete-time signals in non-Gaussian noise, *IEEE Transactions on IT*, 18, n° 2, 1972, p. 241-250.
- [54] J. W. MODESTINO et B. SANKUR, Analysis and modeling of impulsive noise, *AEU*, 35, n° 12, 1981, p. 481-488.
- [55] M. B. PALACHEK, A comparaison of two parameter estimation methods for the Middleton class A model, *ARL Austin Report*, 1983, DoD Science and Engineering Apprenticeship Program.
- [56] B. PICINBONO, Éléments sur les théories du signal, de la détection et de l'information, *Revue du Cethedec*, n° 11, 1967.
- [57] B. PICINBONO, Detection with uncertainties : non-parametric, robust or adaptive approaches, dans *NATO ASI on adaptive methods in underwater acoustics*, H. URBAN éd., Reidel, p. 497-514.
- [58] B. PICINBONO et G. VEZZOSI, Détection d'un signal certain dans un bruit non-stationnaire et non-Gaussien, *Annales des Télécommunications*, 25, n° 11-12, 1970, p. 433-439.
- [59] C. PLUMEJEAUD, B. RAFFINE et B. LUCAS, Un algorithme de normalisation, *IX<sup>e</sup> Colloque GRETSI*, 1983, p. 111-114.
- [60] H. V. POOR, Robust matched filters, *IEEE Transactions on IT*, 29, n° 5, 1983, p. 677-687.
- [61] H. V. POOR, Some result on robust signal detection, *International Conference on Communications* 83, Boston, 1983, p. 1098-1105.
- [62] D. R. POWELL et G. R. WILSON, Class A modeling of ocean acoustic noise processes, sera soumis à une monographie sur *Non-Gaussian Signal Processing*.
- [63] R. E. QUANDT et J. B. RAMSEY, Estimating mixtures of normal distributions and switching regressions, *Jour. of American Statistical Assn.*, 78, n° 364, 1978, p. 730-752.
- [64] J. DE REFFYE, Modeling and measurements of man-made noise, *3<sup>rd</sup> Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Rotterdam, 1-3 mai 1979, p. 581-583.
- [65] J. DE REFFYE, Modélisation du bruit artificiel, *VII<sup>e</sup> Colloque GRETSI*, 28 mai-2 juin 1979, p. 4/1-4/6.
- [66] J. DE REFFYE, Modeling of impulse noise bursts, *4th Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Zurich, 10-12 mars 1981, p. 559-563.
- [67] J. DE REFFYE, Modélisation générale du bruit impulsif, *VIII<sup>e</sup> Colloque GRETSI*, Nice, 1-5 juin 1981, p. 43-51.
- [68] J. DE REFFYE, Modélisation de certains phénomènes aléatoires physiques discontinus et applications aux télécommunications. *Thèse d'État*, Université de Paris VI, 13 mai 1982.
- [69] W. L. ROOT, Stability in signal detection problems, *Proc. Symp. in Applied Mathematics*, 16, 1964, p. 247-263.
- [70] L. L. SCHARF et D. W. LYTLE, Signal detection in Gaussian noise of unknown level : an invariance application, *IEEE Transactions on IT*, 17, n° 4, 1971, p. 404-411.
- [71] S. C. SCHWARTZ et S. V. VASTOLA, Detection of stochastic signals in narrowband non-Gaussian noise, *International Conference on Communications* 83, Boston, 1983, p. 1106-1109.
- [72] S. C. SCHWARTZ et J. B. THOMAS, Detection in a non-Gaussian environment, dans *Statistical Signal Processing*, E. J. WEGMAN et J. G. SMITH éd., Marcel Dekker, 1984, p. 93-105.
- [73] J. J. SHEEHY, Optimum detection of signals in non-Gaussian noise, *JASA*, 63, n° 1, 1978, p. 81-90.
- [74] J. G. SHIN et S. A. KASSAM, Robust detector for narrowband signals in non-Gaussian noise, *JASA*, 74, n° 2, 1983, p. 527-233.
- [75] A. D. SPAULDING, Locally-optimum and suboptimum detector performance in a non-Gaussian interference environment, *IEEE Transactions on Com.*, 33, n° 6, 1985, p. 509-517.

- [76] A. D. SPAULDING et D. MIDDLETON, Optimum reception in an impulsive interference environment. Part I: coherent detection, *IEEE Transactions on Com.*, 25, n° 9, 1977, p. 910-923.
- [77] W. A. STRUZINSKI et E. D. LOWE, Performance comparison of four noise background normalization schemes proposed for signal detection systems, *JASA*, 76, n° 6, 1984, p. 1738-1742.
- [78] P. F. SWASZEK, A. J. EFRON et D. W. TUFTS, Detection based on the mixture model, *Conference on Information Sciences and Systems* 85, John Hopkins University, 1985.
- [79] P. F. SWASZEK, D. W. TUFTS et A. J. EFRON, Detection in an impulsive environment, *Proceedings of the IEEE*, 73, n° 12, 1985, p. 1861-1862.
- [80] J. B. THOMAS, Non-parametric detection, *Proceedings of the IEEE*, 58, n° 5, 1970, p. 623-631.
- [81] C. TSAI et L. KURZ, An adaptive robustizing approach to Kalman filtering, *Automatica*, 19, n° 3, p. 279-288.
- [82] J. W. TUKEY, A survey of sampling from contaminated distributions, dans *Contributions to probability and statistics*, I. OLKIN éd., Stanford University Press, 1960.
- [83] J. W. TUKEY, Useable resistant/robust techniques of analysis, *Proceedings of the 1st ERDA Statistical Symposium*, Los Alamos, novembre 1976.
- [84] R. J. URYCH, Ambient noise in the sea, Naval Sea Systems Command Report, 1984.
- [85] H. VAN TREES, *Detection, estimation and modulation theory*, John Wiley, 1968.
- [86] K. S. VASTOLA, Threshold detection in narrowband non-Gaussian noise, *IEEE Transactions on Com.*, 32, n° 2, 1984, p. 134-139.
- [87] K. S. VASTOLA et S. C. SCHWARTZ, Suboptimal threshold detection in narrowband non-Gaussian noise, *IEEE International Conference on Communications*, 1983, Boston.
- [88] J. G. VEITGH et A. R. WILKS, A characterization of Arctic undersea noise, Department of Statistics report n° 12, Princeton University, juin 1983.
- [89] S. VERDU, A general approach to minimax robust filtering, University of Illinois at Urbana-Champaign Technical report R-933, décembre 1981.
- [90] S. VERDU et H. V. POOR, On minimax robustness : a general approach and applications, *IEEE Transactions on IT*, 30, n° 2, 1984, p. 328-340.
- [91] G. VEZZOSI et B. PICINBONO, Détection d'un signal certain dans un bruit sphériquement invariant, structures et caractéristiques des récepteurs, *Annales des Télécommunications*, 27, n° 3-4, 1972, p. 95-110.
- [92] M. WEISS, Analysis of some modified cell-overaging CFAR processes in multiple-target situations, *IEEE Transactions on AES*, 18, n° 1, 1982, p. 102-114.
- [93] M. WEISS et S. C. SCHWARTZ, On optimal minimax jamming and detection of radar signals, *IEEE Transactions on AES*, 21, n° 3, 1985, p. 385-393.
- [94] M. WEISS et S. C. SCHWARTZ, Robust detection of fading narrowband signals in non-Gaussian noise, Information Sciences and Systems Laboratory report n° 17, Princeton University, 1985 (aussi : M. Weiss, *Ph. D. dissertation*).
- [95] G. M. WENZ, Acoustic ambient noise in the ocean : spectra and sources, *JASA*, 34, n° 12, 1962, p. 1936-1956.
- [96] G. M. WENZ, Review of underwater acoustics research : noise, *JASA*, 51, n° 3, 1972, p. 1010-1024.
- [97] G. R. WILSON, A statistical analysis of surface reverberation, *JASA*, 74, n° 1, 1983, p. 249-255.
- [98] G. R. WILSON et D. R. POWELL, Experimental and modeled density estimates of underwater acoustic returns, dans *Statistical Signal Processing*, E. J. WEGMAN et J. G. SMITH éd., Marcel Dekker, 1984, p. 223-239.
- [99] G. R. WILSON, D. R. POWELL et M. E. FRAZER, Statistical characterization of underwater acoustic signal, *15th Annual Electronics and Aerospace Systems Conference*, 1982, p. 241-250.
- [100] K. ZEFERJAHN et L. W. NOLTE, Signal detection in non-Gaussian environments, *Conference on Information Sciences and Systems* 84, Princeton University, 1984, p. 315-317.