

Sur une méthode d'inversion en tomographie acoustique de l'océan (1)

On an inverse method in ocean acoustic tomography



Thierry TERRE

IFREMER, Centre de Brest, BP n° 337, 29273 BREST CEDEX.

Ingénieur ENST de Bretagne. Participe au projet de Tomographie Acoustique de l'Océan développé à l'IFREMER.

RÉSUMÉ

L'inversion numérique des données tomographiques s'avère grosse consommatrice de temps de calcul. Dans le but de réduire ce temps de calcul, on propose un algorithme basé sur la décomposition de Karhunen-Loeve du champ des anomalies de la vitesse du son.

MOTS CLÉS

Acoustique sous-marine, tomographie, estimation linéaire.

SUMMARY

Numerical inversion of tomographic data requires intensive computations. In order to reduce this computational time, we describe an algorithm based on the Karhunen-Loeve expansion of the sound speed anomalies field.

KEY WORDS

Underwater acoustics, tomography, linear estimation.

I. Introduction

La dynamique de l'océan produit des variations continues de température, salinité, densité et courant. La forte dépendance entre ces paramètres et la vitesse du son ainsi que le développement de l'acoustique sous-marine — notamment par des méthodes de traitement numérique du signal — conduisirent à envisager l'observation de l'océan interne à travers le champ de la vitesse du son.

Dans ce sens, Munk et Wunsch [1] proposèrent une nouvelle technique : la Tomographie Acoustique de l'océan. Cette dernière fournit une mesure indirecte du champ tridimensionnel de la célérité du son et de son évolution temporelle au moyen de la transmission d'impulsions sonores entre des instruments positionnés dans le volume d'océan considéré (fig. 1).

(1) Texte présenté aux 7^{es} Journées d'Études Sur la Propagation Acoustique, École Centrale de Lyon, 3-6 juin 1986.

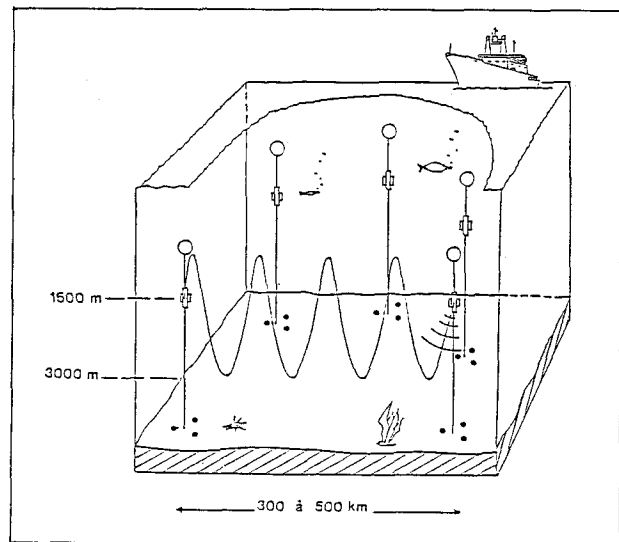


Fig. 1. — Un réseau tomographique.

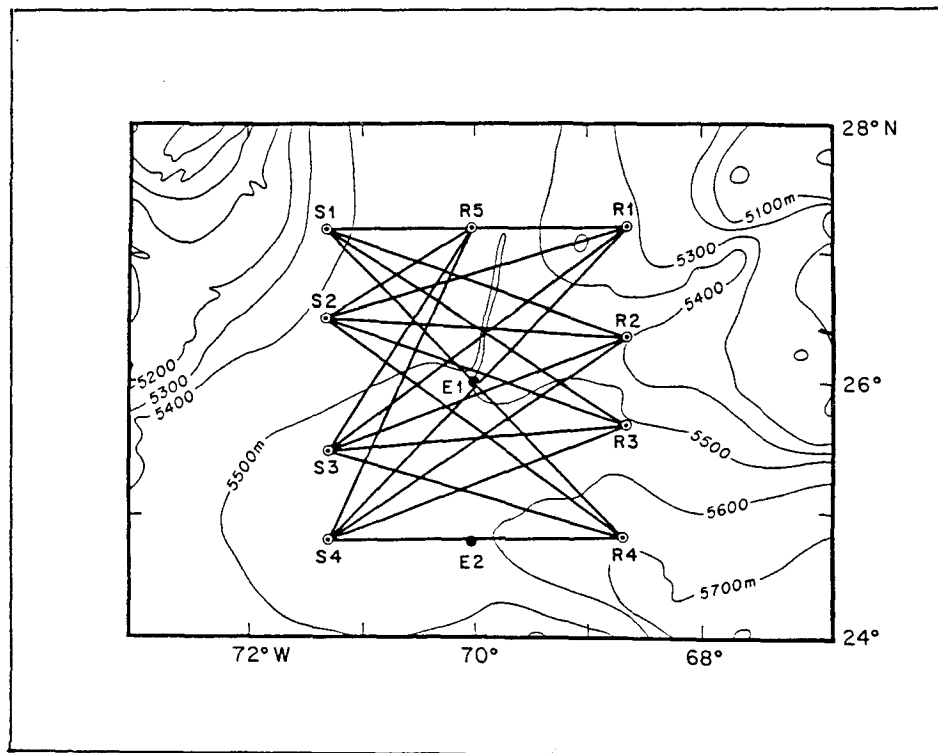


Fig. 2. — Géométrie de l'expérience de 1981 (de [3]).

Une expérience pilote effectuée en 1981 [2], dont les données furent traitées par Cornuelle [3], établit d'une part la faisabilité de la méthode et d'autre part les possibilités et limites de cette technique comme moyen d'observation de la variabilité spatio-temporelle à moyenne échelle (de l'ordre de 10 jours et 100 km) de l'océan interne sur de grandes zones (de l'ordre de 100 000 km²).

La multiplicité des trajets acoustiques entre une paire émetteur-récepteur et la multiplicité de ces paires d'instruments assurent respectivement un échantillonnage vertical et horizontal du volume qui bien qu'imparfait et inhomogène permet d'envisager une reconstruction par tranche de la vitesse du son comme en tomographie médicale. La géométrie plus complexe des rayons acoustiques, l'échantillonnage inhomogène et imparfait ne permettent pas d'utiliser les algorithmes de reconstruction de tomographie médicale, basés sur la transformée de Radon. Nous disposons toutefois d'un outil adapté au problème avec la Théorie de l'Inversion Géophysique dont l'une des formes fut développée par Backus et Gilbert [4].

Après une présentation de la modélisation envisagée, nous présentons une solution au problème direct et proposons un algorithme de reconstruction du champ tridimensionnel de la vitesse du son. Les performances de l'inversion sont envisagées sur une simulation construite sur la géométrie de l'expérience de 1981 (fig. 2).

II. La modélisation

A chaque instant t et en tout point (x, y, z) — noté \underline{x} — d'un volume d'océan, la vitesse du son

$C(\underline{x}, t)$ est envisagée comme résultante de la superposition d'un état de référence déterministe $C_0(z)$ et d'une perturbation aléatoire $\delta C(\underline{x}, t)$ petite devant $C_0(x)$

$$(1 a) \quad C(\underline{x}, t) = C_0(z) + \delta C(\underline{x}, t)$$

$$(1 b) \quad |\delta C(\underline{x}, t)| \ll |C_0(z)|$$

Par ailleurs, en effectuant les approximations tenant compte de l'échelle des phénomènes qui nous intéressent, la Théorie de la Dynamique des Fluides conduit à décrire le champ des perturbations par une structure verticale déterministe indépendante du temps $F(z)$ et une structure horizontale stochastique $G(x, y, t)$ caractérisée par ses moments d'ordre 1 et 2.

$$(2 a) \quad \delta C(\underline{x}, t) = F(z) \cdot G(x, y, t)$$

$$(2 b) \quad E[G(x, y, t)] = 0$$

$$(2 c) \quad E[G(x, y, t) G(x', y', t')] = K(x, x', y, y') \delta(t - t') \\ = \gamma \exp \left\{ - \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{R_0^2} \right\} \delta(t - t')$$

où la forme gaussienne de la fonction de covariance et ses caractéristiques, R_0 distance de corrélation et γ variance *a priori* du champ horizontal sont déduites de l'expérience et de données historiques concernant la zone de l'expérience de 1981 [3].

Le but du problème inverse est de déterminer le paramètre $\delta C(\underline{x}, t)$ du modèle envisagé à partir des mesures ou, tout au moins en face des limitations inhérentes aux mesures, d'accroître la connaissance que l'on peut en avoir.

III. Le problème direct

Le problème direct se pose en termes de modélisation de la propagation du son entre une source et un récepteur dans un volume d'océan où règne un certain champ de vitesse du son. La lente variation des structures de la vitesse du son comparée à la longueur d'onde du son aux fréquences utilisées (de 200 Hz à 400 Hz) permet de simplifier l'équation d'onde par l'approximation de l'optique géométrique. Dans le cadre de l'optique géométrique, la propagation du son se décrit alors en terme de rayon dont le trajet est conditionné par l'angle de départ à la source. Parmi la gamme d'angles, seuls quelques-uns permettent aux rayons d'atteindre le récepteur : ce sont les rayons propres.

La résolution du problème direct consiste d'une part, à calculer le chemin de chaque rayon propre ainsi que le temps de trajet le long de ce chemin connaissant le profil de référence et d'autre part à établir une relation entre les anomalies de la vitesse du son et les perturbations qui en résultent sur les temps de trajet.

Selon la bathycélérimétrie de référence le temps de trajet T_0 le long d'un rayon de chemin Γ_0 de longueur d'arc élémentaire ds s'exprime par

$$(3) \quad T_0 = \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{C_0(z(s))}$$

Si l'on considère le modèle envisagé [équation (1 a)] le temps de trajet T le long du rayon de chemin Γ sera

$$(4) \quad T = \int_{\Gamma} \frac{ds}{C_0(z(s)) + \delta C(\underline{x}(s), t)}$$

Par ailleurs, la stabilité relative des rayons, prédite par [1] et vérifiée par [5], permet de négliger, en première approximation, la contribution des variations du chemin au temps de trajet.

$$(5) \quad T = \int_{\Gamma} \frac{ds}{C_0(z(s)) + \delta C(\underline{x}(s), t)} = \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{C_0(z(s)) + \delta C(\underline{x}(s), t)}$$

De plus compte tenu de [équation (1 b)], un développement limité au premier ordre permet d'écrire :

$$(6) \quad T = \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{C_0(z(s))} - \int_{\Gamma_0} \frac{\delta C(\underline{x}(s), t)}{C_0^2(z(s))} ds$$

Nous obtenons ainsi une relation linéaire quantifiant la contribution des anomalies de la vitesse du son au temps de trajet

$$(7) \quad \delta T = T - T_0 = - \int_{\Gamma_0} \frac{\delta C(\underline{x}(s), t)}{C_0^2(z(s))} ds$$

Cette dernière équation complète la solution du problème direct. Elle met en relation T_0 , temps de parcours moyen d'un rayon acoustique de trajet

moyen Γ_0 dans un océan où règne un champ de vitesse du son moyen C_0 , et T , temps de parcours du même rai soumis en plus à un champ de perturbation inconnu δC et pour lequel on a supposé, non pas un trajet identique, mais que les contributions des variations de chemin au temps de trajet sont nulles.

La procédure d'inversion s'attache sur la base de cette relation à calculer δC à partir d'un ensemble de mesures de temps d'arrivée.

IV. Le problème inverse

Lors d'une expérience de tomographie un certain nombre d'étapes sont nécessaires avant d'obtenir un jeu de données utilisables par la procédure d'inversion.

Pour toutes les émissions du signal acoustique, le signal reçu par chaque récepteur est corrélé avec une réplique du signal émis. Dans cette corrélation apparaissent des pics correspondant soit à du bruit, soit à l'arrivée d'un ensemble de rai que la résolution du système ne permet pas de discriminer, soit à l'arrivée des rayons acoustiques séparés. Ces corrélations sont mémorisées dans chaque récepteur et constituent les données brutes associées à chaque paire émetteur-récepteur couvrant la durée de l'expérience. Une procédure d'estimation fournit l'instant d'arrivée des pics supérieurs à un niveau prédéterminé de bruit. Chaque pic d'arrivée ainsi déterminé est ensuite suivi sur la durée totale de l'expérience afin de produire une série temporelle des instants d'arrivée associés à chaque pic. Une confrontation avec les temps d'arrivée des rayons propres calculés préalablement sur le profil moyen envisagé permet de sélectionner les pics correspondant à des rayons résolus et de leur associer le temps moyen correspondant ainsi que le trajet suivi.

IV. 1. FORMULATION DU PROBLÈME

Par suite, nous disposons, à un instant donné t , de N mesures de temps de trajet identifiés à N rayons propres séparables et prédits par le problème direct permettant de construire le vecteur de donnée \underline{D} .

$$(8) \quad \underline{D} = [\delta T_1 \ \delta T_2 \ \dots \ \delta T_N]^T$$

En imposant une structure linéaire, l'estimateur du champ des anomalies s'écrira

$$(9) \quad \widehat{\delta C}(\underline{x}, t) = \underline{A}^T(\underline{x}, t) \underline{D}$$

où $\underline{A}(\underline{x}, t)$ est un vecteur de constantes à \underline{x} et t fixé. Selon un critère d'écart quadratique moyen minimal, la solution d'un tel problème est fournie par l'équation de Wiener-Hopf et conduit à :

$$(10) \quad \widehat{\delta C}(\underline{x}, t) = \underline{\pi}_{MD} \underline{\pi}_D^{-1} \underline{D}$$

où $\underline{\pi}_{MD}$ est le vecteur $1 \times N$ de covariance modèle-données, d'élément :

$$(11) \quad (\underline{\pi}_{MD})_i = E[\delta C(\underline{x}, t) \delta T_i] = \int_{\Gamma_i} \frac{E[\delta C(\underline{x}, t) \delta C(\underline{x}' t)]}{C_0^2(z')} ds'$$

et $\underline{\pi}_D$ est la matrice $N \times N$ de covariance données-données d'élément

$$(12) \quad (\underline{\pi}_D)_{ij} = E[\delta T_i \delta T_j] \\ = \int_{\Gamma_i} \int_{\Gamma_j} \frac{E[\delta C(x, t) \delta C(x', t)]}{C_0^2(z) C_0^2(z')} ds ds'$$

Sous cette forme on peut alors estimer le champ inconnu pour un nombre arbitraire de points dans l'espace, en construisant le vecteur $1 \times M$

$$(13) \quad \underline{\Delta C} = [\delta C(x_1, t), \delta C(x_2, t), \dots, \delta C(x_M, t)]^T$$

et la matrice $M \times N$, $\underline{\pi}_{MD}$.

Toutefois il convient de surmonter une difficulté concernant la résolution numérique de (12) qui se montre consommatrice de temps de calcul. A titre d'exemple, avec 60 données (ordre de grandeur minimal du nombre de données), le calcul de la matrice $\underline{\pi}_D$ nécessiterait 25 jours d'unité centrale de VAX 11-780! Afin de pallier ceci, nous proposons un algorithme basé sur la décomposition de Karhunen-Loeve (K-L) des anomalies de la vitesse du son.

IV. 2. DÉCOMPOSITION K-L

Selon la modélisation envisagée [équation (2)], la composante horizontale du champ des anomalies $\delta C(\underline{x}, t)$ est un processus stochastique réel du second ordre de moyenne nulle et de fonction de covariance continue bornée indépendante du temps. La décomposition K-L d'un tel processus consiste à rechercher une base réelle orthonormale $\{\Phi_{ij}(x, y)\}$ telle que les coefficients $a_{ij}(t)$ de la décomposition du processus sur cette base sont non corrélés [6]. Pour le processus défini sur un domaine carré \mathcal{D} , l'écriture sur la base sera

$$(14) \quad G(x, y, t) = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K a_{ij}(t) \Phi_{ij}(x, y)$$

où l'égalité doit être comprise comme la convergence en moyenne quadratique de la série au processus c'est-à-dire

$$(15) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} E \left[\left[G(x, y, t) - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k a_{ij}(t) \Phi_{ij}(x, y) \right]^2 \right] = 0$$

A un instant donné t , $a_{ij}(t)$ est une variable aléatoire de moyenne nulle telle que

$$(16) \quad a_{ij}(t) = \iint_{\mathcal{D}} G(x, y, t) \Phi_{ij}(x, y) dx dy$$

et $\Phi_{ij}(x, y)$ est une fonction déterministe vérifiant la condition d'orthonormalité

$$(17) \quad \iint_{\mathcal{D}} \Phi_{ij}(x, y) \Phi_{kl}(x, y) dx dy = \delta_{ik} \delta_{jl}$$

La condition de non-corrélation des coefficients et la condition d'orthonormalité des fonctions de base conduisent à l'équation intégrale

$$(18) \quad \iint_{\mathcal{D}} K(x, y, x', y') \Phi_{ij}(x', y') dx' dy' \\ = E[a^2]_{ij} \Phi_{ij}(x, y) = \lambda_{ij} \Phi_{ij}(x, y)$$

Cette équation est simplifiée en utilisant la séparabilité spatiale et la symétrie du noyau, c'est-à-dire respectivement :

$$(19) \quad K(x, y, x', y') = K_1(x, x') \cdot K_2(y, y')$$

$$(20) \quad K_1(\cdot, \cdot) = K_2(\cdot, \cdot)$$

qui permettent d'envisager des fonctions de base séparables [7]

$$(21) \quad \Phi_{ij}(x, y) = \phi_i(x) \cdot \phi_j(y)$$

Alors (18) se résume à une intégrale simple

$$(22) \quad \int_{\mathcal{D}} K_1(u, u') \phi_i(u') \phi_i(u) du \\ = E[a_i^2] \phi_i(u) = \lambda'_i \phi_i(u)$$

L'intérêt de cette décomposition — hormis la réduction à un problème unidimensionnel de valeurs et fonctions propres — réside dans son caractère optimal selon le critère d'écart quadratique moyen minimal entre le champ aléatoire original et une approximation calculée à partir des k^2 coefficients les plus significatifs : ceux correspondant aux plus fortes variances λ_{ij} [7].

IV. 3. ALGORITHMES D'INVERSION

D'après ce qui précède nous pouvons écrire le modèle [équation (2a)] — en ordonnant par ordre décroissant et sur un seul indice les λ_{ij} et $\Phi_{ij}(x, y)$ correspondantes — sous la forme

$$(23) \quad \delta C(\underline{x}, t) = F(z) \sum_{i=1}^I b_i(t) \psi_i(x, y)$$

soit sous forme vectorielle

$$(24) \quad \delta C(\underline{x}, t) = F(z) \underline{\Psi}^T(x, y) \underline{B}$$

avec

$$\underline{B} = [b_1(t) \dots b_I(t)]^T \\ \underline{\Psi}^T(x, y) = [\psi_1(x, y) \dots \psi_I(x, y)]$$

Par suite le vecteur $\underline{\Delta C}$ devient

$$(25) \quad \underline{\Delta C} = \underline{F} z \underline{\Psi} \underline{B}$$

avec $\underline{F} z$ matrice diagonale $M \times M$ d'élément $(\underline{F} z)_{mm} = F(z_m)$ et $\underline{\Psi}$ matrice $M \times I$ d'élément $(\underline{\Psi})_{mi} = \psi_i(x_m, y_m)$.

Par ailleurs, l'équation (7) devient

$$(26) \quad \delta T_j = - \sum_{i=1}^I b_i(t) \int_{\Gamma_{0j}} \frac{F(z) \psi_i(x, y)}{C_0^3(z)} ds + \varepsilon_j(t)$$

soit sous forme vectorielle

$$(27) \quad \delta T_j = \underline{H}_j \underline{B} + \varepsilon_j$$

avec

$$\underline{H}_j = [H_{j1} \dots H_{jI}]$$

où

$$H_{ij} = - \int_{\Gamma_{0j}} \frac{F(z) \psi_i(x, y)}{C_0^2(z)} ds$$

et ε_j erreur de mesure aléatoire de moyenne nulle.

Si l'on considère un ensemble de N données, nous obtenons la relation matricielle

$$(28) \quad \underline{D} = \underline{H} \underline{B} + \underline{\varepsilon}$$

avec \underline{D} matrice $N \times 1$ des données, $\underline{D} = [\delta T_1, \delta T_N]^T$ et \underline{H} matrice $N \times I$ définie par $\underline{H} = [\underline{H}_1^T \dots \underline{H}_N^T]$ (28) constitue l'équation de mesure reliant les données \underline{D} et le champ des perturbations $\delta C(x, t)$ à travers le vecteur des coefficients \underline{B} .

Par ailleurs, selon [10] l'estimateur linéaire à variance minimale est donné par

$$(29) \quad \hat{\underline{C}} = \underline{\pi}_{MD} \underline{\pi}_D^{-1} \underline{D}$$

Selon (28) et (25), nous aurons

$$(30) \quad \underline{\pi}_{MD} = \underline{F} z \underline{\Psi} (\underline{\pi}_B \underline{H}^T + \underline{\pi}_{B\varepsilon})$$

$$(31) \quad \underline{\pi}_D = \underline{H} \underline{\pi}_B \underline{H}^T + \underline{H} \underline{\pi}_{B\varepsilon} + \underline{\pi}_{\varepsilon B} \underline{H}^T + \underline{\pi}_{\varepsilon}$$

où $\underline{\pi}_B$ matrice diagonale $I \times I$ de la variance des coefficients $bi(t)$; $\underline{\pi}_{\varepsilon}$ matrice $N \times N$ de la variance du bruit; $\underline{\pi}_{B\varepsilon}$ matrice $I \times N$ de la covariance croisée de \underline{B} et $\underline{\varepsilon}$.

Dans l'hypothèse où \underline{B} et $\underline{\varepsilon}$ sont non corrélés l'estimateur devient

$$(32) \quad \hat{\underline{C}} = \underline{F} z \underline{\Psi} (\underline{\pi}_B \underline{H}^T) (\underline{H} \underline{\pi}_B \underline{H}^T + \underline{\pi}_{\varepsilon})^{-1} \underline{D}$$

et la matrice de covariance de l'erreur d'estimation

$$(33) \quad \underline{\pi}_{(\hat{\underline{C}} - \underline{\Delta C})} = \underline{\pi}_M - \underline{\pi}_{MD} \underline{\pi}_D^{-1} \underline{\pi}_{DM} = \underline{\pi}_{\hat{\underline{C}}} - \underline{\pi}_{\Delta C} \\ = \underline{F} z \underline{\Psi} (\underline{\pi}_B - \underline{\pi}_B \underline{H}^T (\underline{H} \underline{\pi}_B \underline{H}^T + \underline{\pi}_{\varepsilon})^{-1} \underline{H} \underline{\pi}_B) \underline{\Psi}^T \underline{F} z$$

Ces résultats se mettent sous une autre forme en utilisant le lemme d'inversion de la matrice de Sherman-Morrison [8]

$$(34) \quad \hat{\underline{C}} = \underline{F} z \underline{\Psi}^T (\underline{\pi}_B^{-1} + \underline{H}^T \underline{\pi}_{\varepsilon}^{-1} \underline{H})^{-1} \underline{H}^T \underline{\pi}_{\varepsilon}^{-1} \underline{D}$$

$$(35) \quad \underline{\pi}_{(\hat{\underline{C}} - \underline{\Delta C})} = \underline{F} z \underline{\Psi} (\underline{\pi}_B^{-1} + \underline{H}^T \underline{\pi}_{\varepsilon}^{-1} \underline{H})^{-1} \underline{\Psi}^T \underline{F} z$$

Les deux formes présentent chacune leur intérêt. La première [équations (32)-(33)] met clairement en évidence la covariance du champ estimé qui peut alors être comparée à celle envisagée *a priori*. La seconde [équations (34)-(35)] s'avère intéressante dans la mesure où la matrice de covariance du bruit est diagonale. En effet dans ce cas, si l'on examine les expressions

$$(36) \quad \underline{P} = (\underline{H} \underline{\pi}_B \underline{H}^T + \underline{\pi}_{\varepsilon})^{-1}$$

$$(37) \quad \underline{Q} = (\underline{\pi}_B^{-1} + \underline{H}^T \underline{\pi}_{\varepsilon}^{-1} \underline{H})^{-1}$$

où \underline{P} est une matrice $N \times N$ et \underline{Q} une matrice $I \times I$ et I inférieur à N , l'inversion concerne alors une matrice de dimension plus faible. Bien que ce point ne soit pas crucial, il peut s'avérer intéressant dans le cas où N devient supérieur à I de manière significative.

L'algorithme proposé se résume à quatre étapes :

- résoudre le problème de valeurs et fonctions propres de l'équation (22);
- calculer la matrice \underline{H} [équation (27)];
- calculer l'estimée de $\hat{\underline{C}}$ [équations (32) ou (34)];
- calculer la covariance de l'erreur [équations (33) ou (35)].

En procédant ainsi, nous remplaçons le calcul de $N(N+1)/2$ intégrales doubles [équation (12)] par NI intégrales simples [équation (27)]. Le gain essentiel porte sur la diminution de dimension pour le calcul des intégrales, I étant de l'ordre de $(N+1)/2$. En effet pour des rayons définis sur 1000 pts, la double intégration nécessite au moins 10^6 évaluations par élément de la matrice de covariance des données alors que l'intégrale simple n'en demande que 10^3 . On réduit d'un facteur important le temps de calcul entre les deux méthodes.

IV. 4. QUALITÉ DU SYSTÈME D'OBSERVATION

La qualité du système d'observation - c'est-à-dire les données dépendant de la géométrie, de l'instrumentation, etc., et la procédure d'inversion - est examinée à travers les résidus et la carte des erreurs.

Les résidus, définis comme étant l'erreur entre les données mesurées et celles estimées, sont intéressantes pour tester la validité des hypothèses envisagées pour l'inversion. Cette erreur apparaît soit lorsque l'on introduit dans le problème direct le champ estimé, soit directement dans la procédure d'estimation. En effet, nous avons [équations (25)-(28)]

$$(38) \quad \hat{\underline{C}} = \underline{F} \underline{\varphi} \hat{\underline{B}}$$

$$(39) \quad \underline{D} = \underline{H} \underline{B} + \underline{\varepsilon}$$

d'où

$$(40) \quad r = \underline{D} - \underline{H} \hat{\underline{B}}$$

avec par identification entre (38) et (32)

$$(41) \quad \hat{\underline{B}} = \underline{\pi}_B \underline{H}^T (\underline{H} \underline{\pi}_B \underline{H}^T + \underline{\pi}_{\varepsilon})^{-1} \underline{D}$$

Par suite en substituant dans (40)

$$(42) \quad r = (\underline{I} - \underline{H} \underline{\pi}_B \underline{H}^T (\underline{H} \underline{\pi}_B \underline{H}^T + \underline{\pi}_{\varepsilon})^{-1}) \underline{D}$$

De même nous avons :

$$(43) \quad E[r r^T] = E[(\underline{D} - \underline{H} \hat{\underline{B}}) (\underline{D} - \underline{H} \hat{\underline{B}})^T] \\ = \underline{\pi}_{\varepsilon} - \underline{H} (\underline{\pi}_B^{-1} + \underline{H}^T \underline{\pi}_{\varepsilon}^{-1} \underline{H})^{-1} \underline{H}^T$$

Ces deux quantités permettent de tester la consistance des hypothèses faites dans la procédure d'inversion ainsi que la validité de la modélisation envisagée.

La carte des erreurs est la représentation en chaque point de la variance du champ $\delta C(\underline{x}, t)$ autour de l'estimée $\hat{\delta C}(\underline{x}, t)$. Cette variance est fournie par les

éléments diagonaux de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation [équations (33) ou (35)]. L'estimée des erreurs obtenues ainsi contient à la fois l'erreur due aux données, celle résultant d'un échantillonnage inhomogène ainsi que celle due au système d'observation qui agit comme un filtre, en éliminant, ou distordant les structures du champ vrai. Cette carte fournit une mesure de la capacité du système à reproduire un état réel.

V. Simulations

La géométrie du réseau tomographique utilisé pour la simulation est celle de l'expérience pilote de 1981 (fig. 2). Le profil de référence pour cette zone correspond à celui de la figure 3. Sur ce profil 60 rayons propres sont retenus, 3 par paire source-récepteur. La covariance du champ $G(x, y, t)$ prend la forme de l'équation (2c) avec $R_0=100$ km. Les données δT sont simulées avec un modèle de perturbation correspondant au champ de la figure 4. On impose également la présence d'un bruit gaussien additif de moyenne nulle de variance σ^2 . Ce terme traduit un bruit sous-marin ambiant qui affecte de manière indépendante chaque temps de trajet.

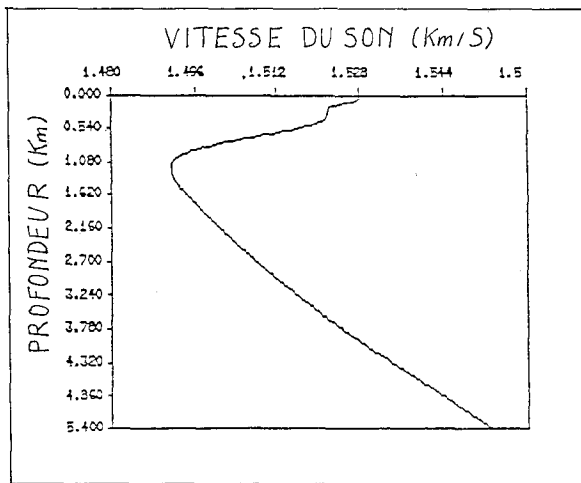


Fig. 3. — Bathycélérimétrie de référence.

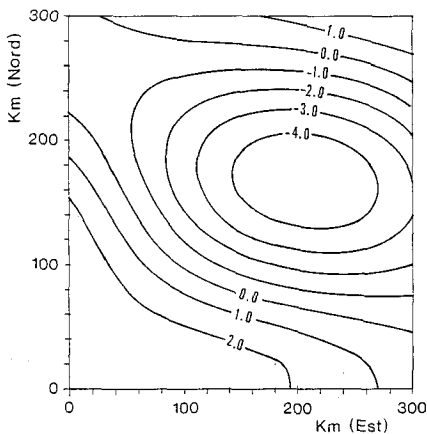
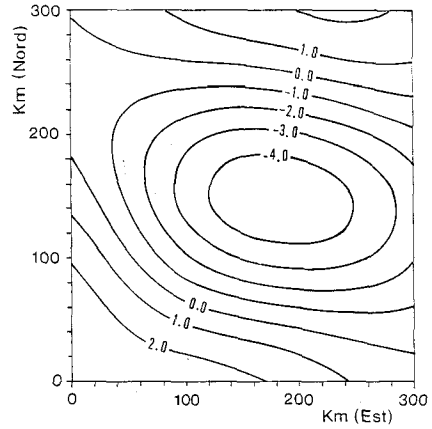
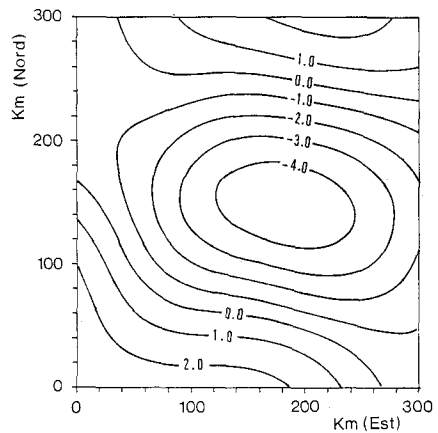


Fig. 4. — Champ de la simulation.

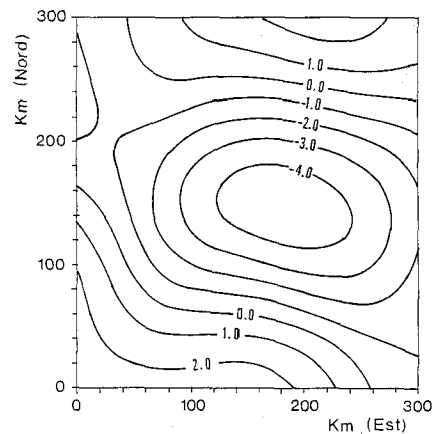
Les résultats de l'inversion (fig. 5a, b, c, d), à comparer avec la figure 4, montrent une bonne résolution en particulier au centre de la figure et autour des instruments due à une concentration plus importante des rayons. Cette description est quantifiée par les figures 6a, b, c, d. Ces cartes montrent la répartition de la variance du champ autour de l'estimée exprimée



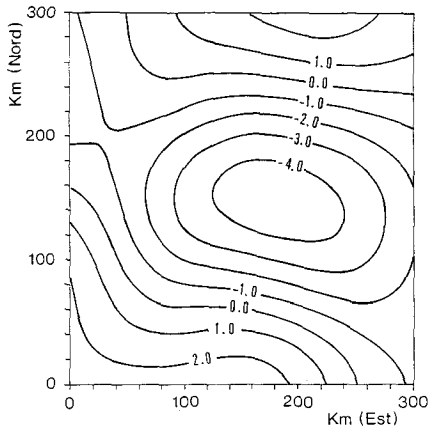
(a) Champ estimé avec un bruit additif, sur les données, gaussien de moyenne nulle, de variance $V=0,0$ ms².



(b) Champ estimé avec un bruit additif, sur les données, gaussien de moyenne nulle, de variance $V=4,0$ ms².

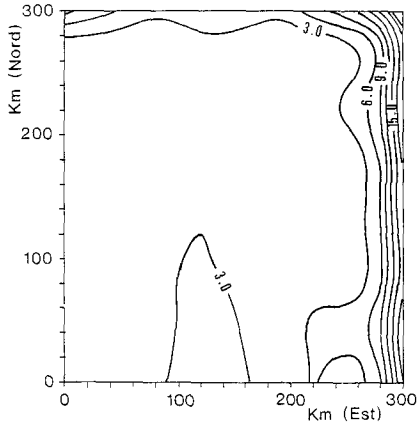


(c) Champ estimé avec un bruit additif, sur les données, gaussien de moyenne nulle, de variance $V=9,0$ ms².

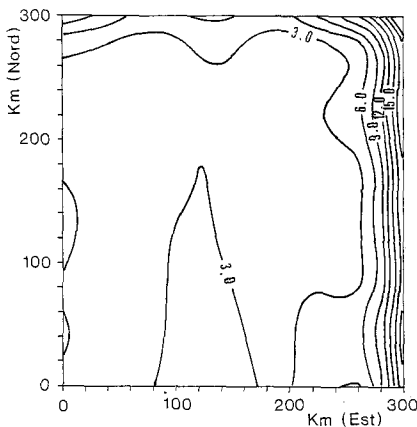


(d) Champ estimé avec un bruit additif, sur les données, gaussien de moyenne nulle, de variance $V = 16,0 \text{ ms}^2$.

Fig. 5

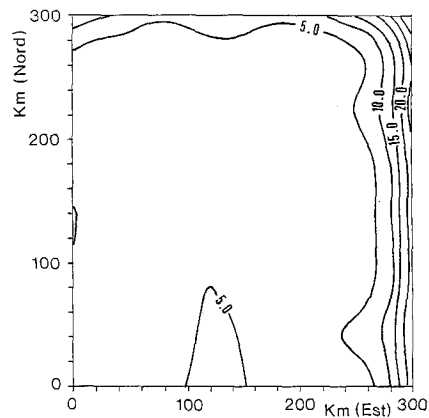


(a) Variance de l'erreur d'estimation en pourcentage de la variance a priori du champ associée au champ de la figure 5 a.

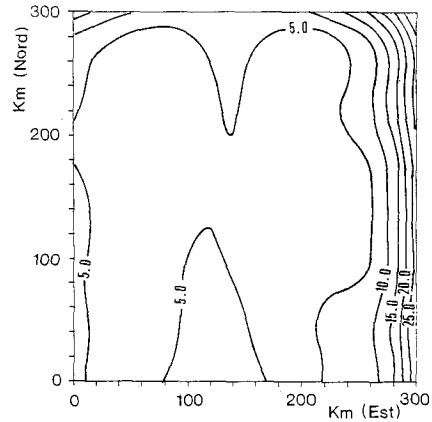


(b) Variance de l'erreur d'estimation en pourcentage de la variance a priori du champ associée au champ de la figure 5 b.

en pourcentage de la variance a priori du champ. Il apparaît que la présence du récepteur 5 améliore la résolution dans la partie supérieure de la carte par l'accroissement de la concentration des rayons.



(c) Variance de l'erreur d'estimation en pourcentage de la variance a priori du champ associée au champ de la figure 5 c.



(d) Variance de l'erreur d'estimation en pourcentage de la variance a priori du champ associée au champ de la figure 5 d.

Fig. 6

VI. Conclusions

Nous disposons maintenant d'un schéma de procédure d'inversion qu'il convient de développer pour traiter des données réelles. Ceci demande entre autre de tenir compte de certains paramètres comme le déplacement des instruments qui induit un bruit corrélé sur les données. Par ailleurs, le choix de la base de la décomposition peut être revu dans le but de disposer d'algorithmes plus rapides (transformation de Fourier par exemple). Dans ce cas il s'agit alors de décider du meilleur compromis complexité de calcul/qualité de l'estimation.

Manuscrit reçu le 21 novembre 1986.

BIBLIOGRAPHIE

[1] W. MUNK et C. WUNSCH, Ocean Acoustic Tomography: a scheme for large-scale monitoring, *Deep-Sea Res.*, 26 A, 1979, p. 123-161.

- [2] B. CORNUELLE *et al.* Tomographic maps of the ocean mesoscale : I. pure acoustics, *J.P.O.*, 15, 1985, p. 133-152.
- [3] B. CORNUELLE, Inverse methods and results from the 1987 Ocean Acoustic Tomography Experiment, *Ph. D Thesis*, MIT/WHOI, 1983, 359 p.
- [4] G. E. BACKUS et J. F. GILBERT, Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems, *J. Roy. astr. Soc.*, 13, 1967, p. 247-276.
- [5] J. L. SPIESBERGER, R. C. SPINDEL et K. METZGER, Stability and identification of ocean acoustic multipaths, *J. Acoust. Soc. Am.*, 67, (6), 1980, p. 2011-2017.
- [6] D. MIDDLETON, *Introduction to statistical communication theory*, McGraw-Hill, 1960.
- [7] A. ROSENFELD et A. C. KAK, *Digital Picture Processing*, Acad. Press, 1976.
- [8] H. W. SORENSON, *Parameter estimation*, MDI, 1980.