

## Modélisations des bruits d'acoustique sous-marine et quelques conséquences en traitement d'antenne (1)

---

### *Underwater acoustic noise modelings and some consequences for array processing*

---



**P. Y. ARQUÈS,**

GERDSM, Le Brusac, 83140 SIX-FOURS-  
LES-PLAGES

Pierre-Yves ARQUÈS, Professeur à l'Université de Rennes, est actuellement Directeur Scientifique du Groupe d'Etudes et de Recherches de Détection Sous-Marine (GERDSM) à l'établissement des Constructions Navales de Toulon (Direction des Constructions Navales). Il devient Professeur à l'Université de Toulon et du Var à la rentrée d'octobre 1990.

---



**J. P. LE CADRE**

IRISA, Campus de Beaulieu, Avenue  
Général Leclerc, 35042 RENNES CEDEX

Jean-Pierre Le Cadre a soutenu une thèse de 3<sup>e</sup> cycle en juin 1982, puis une thèse de Doctorat d'Etat en octobre 1987, toutes deux en traitement du signal et à l'INPG. De 1980 à 1988, ses travaux portent essentiellement sur le traitement d'antenne appliqué à l'acoustique sous-marine et sont effectués au GERDSM. Depuis le 1<sup>er</sup> octobre 1988, J.-P. Le Cadre est affecté à l'IRISA (Rennes) en qualité de Chargé de recherche au CNRS.

---

### RÉSUMÉ

---

La modélisation des bruits d'acoustique sous-marine apparaît comme une composante fondamentale de la conception des systèmes sonar et systèmes analogues ou associés. On présente, dans l'esprit « traitement du signal », une revue de divers bruits rencontrés dans ce domaine et de diverses modélisations associées. Celles-ci se doivent d'être, dans les faits, adaptées au traitement effectué sur les signaux reçus. On présente donc des exemples d'interaction entre traitement et modélisation des

bruits, tentant de mettre en évidence l'importance de cette dernière dans les résultats obtenus. La complexité et la diversité des approches font que cette synthèse ne peut être que partielle : en particulier, elle se limite aux modèles du second ordre et aux systèmes de traitement passifs.

#### MOTS-CLÉS

Acoustique sous-marine, bruit, modélisation, traitement d'antenne.

---

### SUMMARY

---

*The modeling of the underwater acoustics noises appears as an essential component of the design of sonar or related systems. In a signal processing framework, we present a review of different noises in this domain and of associated models. Those must be, in fact, matched to the processing of the received signals. Then, are presented examples of interactions between processing and noise modeling, trying to show the importance of this last in*

*the obtained results. Complexity and diversity of the approaches imply that this synthesis can only be incomplete : it is limited to the second order modeling and to the passive systems.*

#### KEY WORDS

*Underwater acoustic, noise, modeling, array processing*

---

(1) Cette synthèse reprend, développe, complète et restructure divers éléments développés dans les conférences invitées [1] et [2] (d'autres éléments de [1] ont été récemment repris dans [3]). Elle comporte trois grandes parties, la première « philosophique », la seconde « descriptive », la troisième « applicative », pouvant, de fait, être abordées de manière

indépendante. Les auteurs remercient les spécialistes du domaine au GERDSM, M. Boisrayon, F. Brajoui, J. De Reffye, G. Gouillet, P. Grignan, Y. Le Muet, B. Lucas, B. Rafine, J. A. Roy, qui les ont fait bénéficier de leur expérience.

### 1. La modélisation des bruits d'acoustique sous-marine

#### 1.1. INTRODUCTION

Les études relatives aux bruits d'acoustique sous-marine peuvent relever de plusieurs secteurs, chacun privilégiant un mode de représentation correspondant à ses besoins et à sa « sensibilité ». Ainsi, en « traitement du signal », l'étude des bruits, dans le domaine de l'acoustique sous-marine, a pour finalité, non leur connaissance en tant que telle, réservée par exemple à l'océanographie, mais leur connaissance en tant que véhicule d'information ou perturbation d'un tel véhicule : le but ultime est la conception, la réalisation et l'utilisation de systèmes de communication dans le cadre sous-marin. Et de fait, une certaine information sur les bruits rencontrés est nécessaire pour définir la structure des traitements, évaluer les performances du système, choisir les matériaux constitutifs de l'antenne ou de ses interfaces, évaluer la menace portant sur un bâtiment ; il en est évidemment de même plus « en amont » pour augmenter la discrétion acoustique d'un porteur, vérifier l'état acoustique d'un navire...

On peut ainsi distinguer trois secteurs : l'« océanographie » intervenant plutôt dans la description qualitative (et quantitative) des bruits engendrés par le milieu, la « discrétion acoustique des navires » se préoccupant de préférence d'une « modélisation de connaissance » de la génération des bruits engendrés par un bâtiment, la « conception de systèmes de communication sous-marins » s'intéressant essentiellement à une « modélisation de représentation » des divers bruits susceptibles d'être reçus par les systèmes. Les développements ci-dessous sont présentés dans l'optique du dernier secteur, les deux autres n'intervenant que dans la mesure d'un apport d'information s'intégrant à cette optique. La question principale posée est ainsi relative au choix des caractéristiques des modèles à développer, pour favoriser la conception des structures de traitement et améliorer leurs performances.

En fait, diverses étapes apparaissent dans l'étude des bruits d'acoustique sous-marine, pour la conception de systèmes :

- mesure de quantités liées à ces bruits (méthodologie, expérimentation, exploitation),
- compréhension du phénomène physique de génération,
- modélisations diverses,
- mesures palliatives (traitements ou réduction).

Dans la suite, on s'intéresse essentiellement à l'étape de modélisation — au sens traitement du signal — des bruits d'acoustique sous-marine et ce en privilégiant, dans la partie description, l'optique « sonar de veille » et donc les gammes de fréquence afférentes (aux autres systèmes d'acoustique sous-marine correspondent d'autres contraintes, caractéristiques et domaines fréquentiels). Puis, le traitement d'antenne étant l'une des opérations fondamentales rencontrées dans les systèmes de communication sous-marins, on considère quelques conséquences des modélisations retenues sur ce traitement et réciproquement.

Un bon exemple des systèmes de communication en cause est constitué par le sonar de veille, passif ou actif. Il est soumis à un bruit perturbant la réception du « signal utile » ; ce dernier est, en passif, un bruit rayonné par un but, ou, en actif, un signal certain (plus ou moins transformé) ayant subi une réflexion sur un but. Le bruit perturbateur résulte de la superposition du bruit propre « porteur », du bruit interne du récepteur, du bruit ambiant, et, en actif, du bruit de réverbération et du bruit rayonné par le but (fig. 1.1). Un bruit sous-marin, représenté par une variation de pression sur un capteur acoustique, peut donc être d'origines, de propriétés et de conséquences diverses.

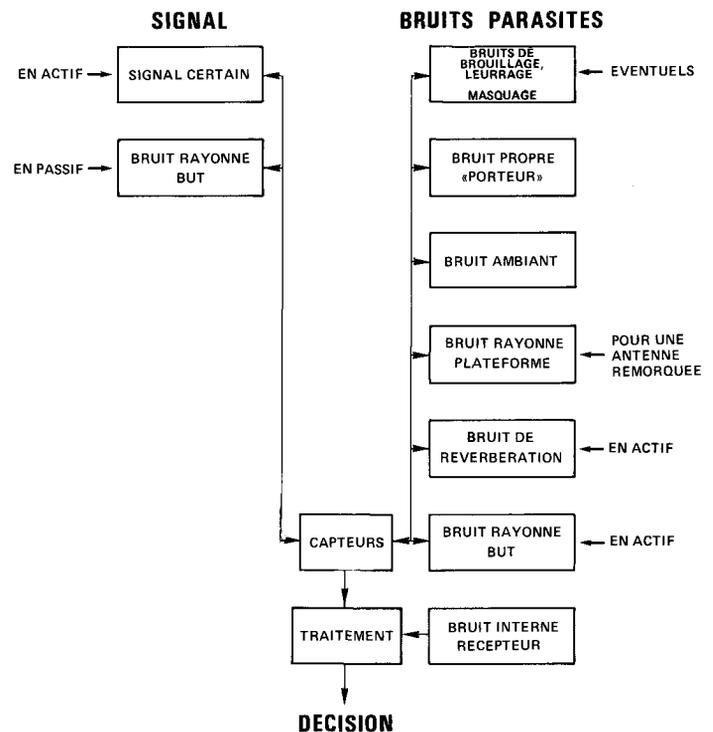


Fig. 1.1. — Bruits divers dans un sonar de veille.

En se référant au schéma de principe d'un système de communication, on peut ainsi classer les bruits rencontrés dans le domaine de l'acoustique sous-marine en générés par :

— l'émetteur : c'est le bruit rayonné (émis par un bâtiment) ; il peut avoir le statut de signal utile (transportant l'information permettant la prise de décisions concernant cet émetteur, pour un système passif) ou de bruit parasite (pour un système actif) ; il dépend non seulement de la classe de l'émetteur (bâtiment de surface, sous-marin, torpille, aéronef...) mais aussi du représentant considéré et de son état (usure, vitesse...) ; il est généralement à faible information a priori. On peut associer, à ce bruit rayonné, les bruits de leurrage et de masquage ; ils sont liés au signal utile constitué par le bruit rayonné, engendrés

ou non par le même émetteur ; ils cherchent à induire, dans une procédure d'écoute établie contre l'émetteur, le premier, des valeurs paramétriques (cinématiques) erronées, le second, une signature acoustique erronée.

— le canal : ce sont les bruits

- ambiant d'origines naturelle (dû aux vagues, au vent...) et artificielle (dû au trafic maritime, aux aéronefs...);
- de brouillage (indépendant du signal utile dont il cherche à gêner la détection);
- de réverbération (lié au signal émis dans un système actif).

— le récepteur ou son support : ce sont les bruits

- propre « porteur » résultant de la superposition des bruits engendrés sur les capteurs par l'ensemble des vibrations acoustiques ou mécaniques dont l'origine est liée à la présence du porteur (vibrations du bord transmises par la structure mécanique ou/et par les fluides, bruit d'écoulement dû au porteur ou au dôme généralisé, bruit engendré par l'aéronef éventuel de sustentation du récepteur, bruit rayonné par le bâtiment tracteur d'une antenne remorquée);
- interne du système de réception (bruit de circuit, de quantification...).

D'une manière générale, le bruit parasite présent à l'entrée d'un hydrophone dépend du type de système et du mode d'utilisation. En mode passif, pour un capteur :

- dérivant avec la masse d'eau l'environnant : il se réduit au bruit ambiant (bruit préexistant au moyen de mesure);
- de coque : il est constitué de la superposition du bruit ambiant et du bruit propre (écoulement hydrodynamique, vibrations mécaniques...);
- tracté : il résulte de la superposition du bruit ambiant, du bruit propre de l'antenne et du bruit rayonné du bâtiment tracteur (qui est localisé).

En mode actif, se rajoutent, dans chaque cas, du bruit rayonné par le but et du bruit de réverbération.

Un constat d'évidence, expliquant partiellement la difficulté d'étude de ces quantités, est la difficulté d'accès à chacun de ces bruits, d'une part pris isolément, d'autre part indépendamment du phénomène de propagation et du système de réception : le triplet bruits — propagation — système est difficilement dissociable.

Par ailleurs, les bruits d'acoustique sous-marine sont généralement étudiés dans des gammes de fréquence, considérées comme domaines utiles de traitement pour les systèmes à concevoir ou utiliser (tableau 1.1). On constate une grande diversité des fréquences d'utilisation des systèmes d'acoustique sous-marine ; il en résulte que la plage globale des fréquences utilisées est suffisamment vaste (quelques hertz à quelques centaines de milliers de hertz) pour que les propriétés y soient variables, pouvant obliger à cantonner l'étude à des gammes données. Ces domaines utiles de fréquence dépendent de divers paramètres, et tout particulièrement des possibilités techniques, des contraintes d'utilisation, des propriétés des signaux, des propriétés des bruits, mais aussi des propriétés de la propagation des ondes acoustiques dans le milieu en liaison avec les distances considérées.

TABLEAU 1.1

Quelques systèmes classiques d'acoustique sous-marine (qq = quelques)

Systèmes	Gammes de fréquences	Gammes de longueurs d'onde
Sonar veille passif	qq 10 Hz → qq 10 <sup>3</sup> Hz	qq dam → qq dm
Sonar veille actif	qq 10 <sup>3</sup> Hz	qq dm
Sonar cartographique actif	qq 10 <sup>5</sup> Hz	qq mm
Sonar chasse mine	qq 10 <sup>5</sup> Hz	qq mm
Auto-directeur d'engin	qq 10 <sup>4</sup> Hz	qq cm
Téléphone sous-marin	qq 10 <sup>3</sup> Hz	qq dm
Sondeurs	qq 10 <sup>3</sup> Hz → qq 10 <sup>4</sup> Hz	qq dm → qq cm

Par exemple, l'effet d'absorption en fonction de la fréquence (superposé à l'effet d'affaiblissement dû à la divergence géométrique) rend illusoire la détection à grande distance de phénomènes haute fréquence. En ce qui concerne les puissances moyennes, cet effet apparaît sur les courbes suivantes (fig. 1.2 et 1.3) :

— absorption  $a(f)$ , en dB/km, en fonction de la fréquence  $f$ ,

— exemple, en situation isotherme, de perte PT de propagation, en dB, en fonction de la distance  $r$ , à diverses fréquences (0,02 ; 0,2 ; 2 ; 10 ; 20 ; 100 KHz). Ce cas ne se différencie que par les effets aux limites (réflexions sur une surface et un fond donnés, pour des immersions d'émetteur et récepteur données), du cas idéal :

$$PT = 20 \log r + a(f) r.$$

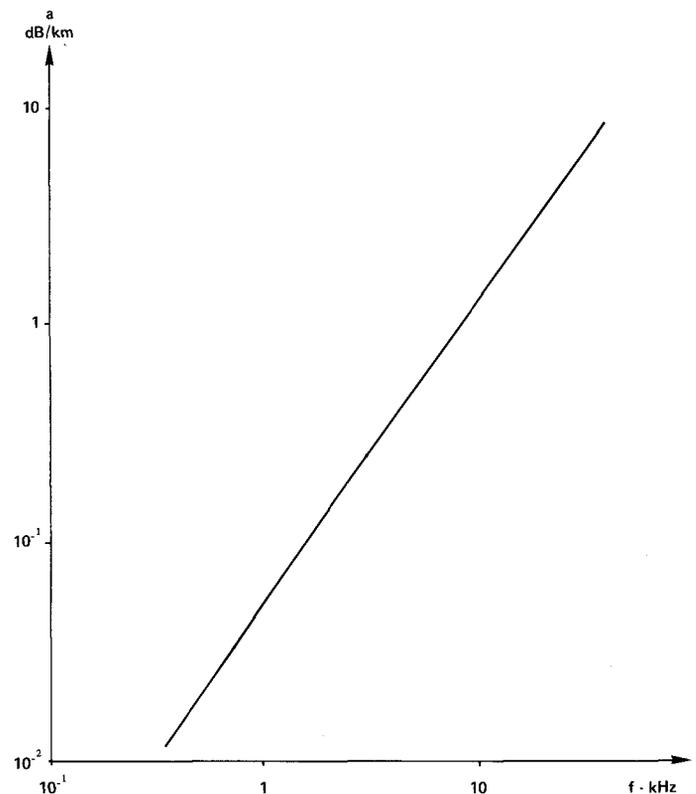


Fig. 1.2. — Courbe approximative d'absorption du son dans l'eau.

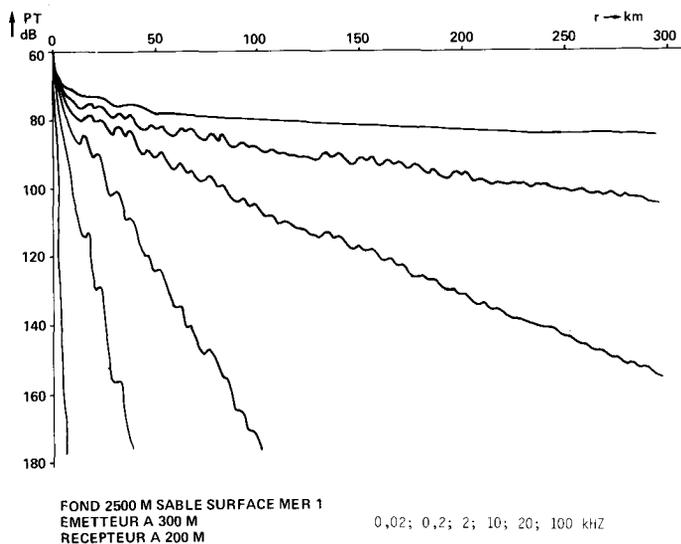


Fig. 1.3. — Exemple de perte de propagation dans l'eau.

## 1.2. PRINCIPES DE MODÉLISATION

### a) Généralités

Les systèmes de décision rencontrés dans le contexte sous-marin sont en général multientrée, ne serait-ce que dans le but d'obtenir une information de direction. Un modèle « idéal » (pour le traitement du signal) de bruit au niveau des capteurs est donc constitué par une fonction aléatoire dépendant du temps, de trois variables spatiales et, éventuellement, de paramètres (par exemple de localisation) ; on se limite, dans la suite, au cas d'une fonction à valeurs réelles. Les phénomènes en cause n'étant généralement pas stationnaires, il en est de même de ce modèle « idéal ». Le seul cas de loi temporelle complète utilisable résulte d'une hypothèse gaussienne, posée lorsqu'elle n'est pas jugée trop contradictoire avec l'expérience ou avec la connaissance du mécanisme de génération du bruit. La mise en œuvre de cette loi nécessite une connaissance du second ordre : conjuguée avec un second ordre connu, l'hypothèse gaussienne revient à la donnée de la loi temporelle ; conjuguée avec une puissance moyenne connue, elle revient simplement à celle de la fonction de répartition d'ordre 1. Néanmoins, généralement, cette hypothèse traduit en réalité plutôt une méconnaissance qu'une connaissance de la loi effective du processus.

En fait, expérimentalement, l'obtention d'une loi temporelle réaliste paraît hors de portée, et même la détermination du second ordre complet est déjà bien difficile. Par rapport à une hypothèse simple de bruit gaussien stationnaire, blanc sur l'ensemble des variables, on constate, dans les différentes tentatives de modélisation, l'existence de trois grandes questions sous-jacentes à résoudre :

- obtention d'un second-ordre (complet ou non, dégagé d'hypothèses par trop simplificatrices),
- prise en compte de la non-stationnarité,
- sortie de l'hypothèse gaussienne.

On se limite ainsi, dans la pratique, au moins actuellement, à des modèles partiels stationnaires, correspondant à des descriptions externes explicites ou implicites, dans le cadre du second ordre ou dans le cadre d'une loi gaussienne ou d'une loi gaussienne modifiée. On se contente alors, assez souvent, sinon de la puissance moyenne, tout au moins de la « densité spectrale temporelle ponctuelle » (en un point de l'espace, supposant implicitement à tout le moins des hypothèses de stationnarité temporelle et d'isotropie) ou de la « densité spectrale spatiale instantanée » (supposant à tout le moins la stationnarité spatiale), en perdant ainsi l'information transportée par l'interaction espace-temps (elle ne peut qu'être approximée par une hypothèse de séparabilité). La stationnarité est recherchée sur des durées compatibles avec les temps de traitement élémentaire et avec la non-stationnarité réelle. Un perfectionnement de ces modèles effectifs passe par l'obtention de quantités (fonctions de corrélation ou densités spectrales) fonctions simultanément de variables de types spatial et temporel, telle la « densité spectrale spatio-temporelle à fréquence donnée » ou la « directivité (à fréquence donnée) » (ces notions sont développées dans la section c de ce § 1.2). Les descriptions externes implicites (correspondant à la donnée de certaines des quantités précédentes) se résument généralement à des modèles MA ou AR, scalaires monovariés, dans le domaine temporel ou dans le domaine spatial. Leur perfectionnement passe par l'utilisation de modèles ARMA, ou/et de modèles vectoriels ou/et multivariés, ou de modèles d'état plus généraux.

L'adéquation, à la réalité, des modèles partiels développés, résulte pour une bonne part d'une paramétrisation pouvant prendre deux aspects différents, et ce conjointement avec l'utilisation et la vérification d'hypothèses simplificatrices (séparabilité, stationnarité, isotropie, ergodicité, blancheur...). On constatera que les deux aspects de la paramétrisation engendrent, de fait, des catégories de modèles différant tant en esprit qu'en utilisation.

### b) Caractéristiques des modèles partiels

Une adaptation du modèle aux conditions du moment d'utilisation, permettant en particulier une prise en compte de la non-stationnarité et éventuellement du caractère non-gaussien, est effectuée par l'intermédiaire d'un ensemble de paramètres  $\Theta$ . Cette paramétrisation peut être, en tout ou partie, « physique » constituée de paramètres physiques mesurables ; la valeur de ceux-ci est alors, classiquement, déduite de manière directe des conditions momentanées considérées (état de la mer, saison, zone géographique, vitesse du porteur...). Tout ou partie des paramètres peut aussi être, d'autre part, sans signification physique a priori ; leur valeur est alors, d'une manière analogue en esprit à la méthodologie de la théorie de la décision, estimée à partir d'une réalisation engendrée par les conditions en cause [4].

Il en résulte que l'on développe essentiellement les deux catégories de modélisation, « descriptive » et « globale », suivantes et qu'une position mixte, « descriptive-globale », est concevable.

Les modélisations « descriptives » considèrent le bruit à

traiter comme somme de bruits « individuels », modélisés chacun avec une paramétrisation physique. Très utilisés dans la pratique du sonar, ces modèles sont souvent qualifiés de « modèles de prédiction », terme qui nous semble un peu ambitieux lorsque le modèle ne fait pas intervenir de loi d'évolution dans le futur, mais se contente d'utiliser des mesures passées ou présentes de valeurs moyennes avec une hypothèse de stationnarité. Les modèles individuels peuvent être expérimentaux, souvent limités à un aspect du second ordre, généralement obtenus par moyennage temporel ou spatial ; des exemples en sont, pour le bruit ambiant, la densité spectrale (temporelle ponctuelle) et la directivité horizontale (ou verticale) à fréquence donnée. Les modèles individuels peuvent encore être du type « modèle théorique de connaissance », déduits de l'analyse physique, éventuellement à paramètres évalués expérimentalement ; ils résultent de la construction de la fonction aléatoire associée au mécanisme de génération physique du bruit ; la description obtenue doit être suffisamment élaborée pour conduire à une description pertinente, et suffisamment simple pour être exploitable ; cette méthode semble, actuellement, généralement limitée à l'obtention de quantités du second ordre (c'est, par exemple, le cas des « modèles isotropes élémentaires » ou des modèles de bruit de trafic). Les modèles individuels peuvent enfin être du type « modèle opérationnel », synthèse et compromis entre modèles théoriques et expérimentaux.

Les modélisations « globales » considèrent le bruit à traiter comme un tout, avec une paramétrisation non-significative, laquelle est identifiée au moment du traitement sur une ou plusieurs réalisations reçues. Ces modèles sont généralement du type « modèle théorique de représentation » et utilisent, en général, des représentations externes explicites ou implicites se prêtant bien à l'identification des paramètres à partir d'une observation ; des exemples en sont les modèles ARMA de description du bruit global sous-marin ou le modèle de mixture pour la représentation de la loi de probabilité du bruit ambiant. Cette méthode permet l'adaptation à des situations non-stationnaires où la stationnarité locale ne peut être supposée que sur des durées et distances faibles.

Une modélisation « descriptive-globale » peut être envisagée par identification globale d'une combinaison linéaire de bruits modélisés de manière descriptive, chacun étant pourvu d'une éventuelle paramétrisation physique mesurable ; un exemple en est le modèle par somme de bruits isotropes élémentaires pour le bruit ambiant. Par contre, une modélisation s'appuyant sur l'identification de paramétrisations non-significatives des divers bruits constitutifs possibles se heurte à la difficulté d'accès à chacun des bruits concourant au bruit global.

L'hypothèse gaussienne n'est, pour les différents bruits d'acoustique sous-marine, qu'une approximation souvent insuffisante : un cas flagrant est trouvé dans l'étude des propriétés liées à des événements rares, telles que la probabilité de fausse alarme dans certains systèmes de détection. On peut le vérifier expérimentalement (par exemple au moyen d'un sélecteur multicanal) par tracé de la fonction de répartition d'ordre un en coordonnées

galtoniennes ; les courbes obtenues ne sont d'ailleurs pas forcément très différentes d'une droite [5]. Des descriptions non-gaussiennes peuvent être conçues à différents niveaux : une méthode, ayant pour point de départ une description séparable de la fonction aléatoire en cause, correspond aux modèles de mixture [1] ; elle consiste, dans l'un des cas les plus simples, en une estimation paramétrique de la fonction de répartition d'ordre un, sous forme d'une somme pondérée de deux lois gaussiennes. Ce modèle élémentaire de mixture (« binaire-gaussien ») peut être efficace pour des lois proches de la loi gaussienne, mais semble n'être applicable, de manière simple, qu'à des fonctions de répartition d'ordre un. Cet aspect non-gaussien, et certaines de ses conséquences, ont été récemment développés dans [3] ; une extension des modèles de mixture à des fonctions de répartition d'ordre deux, apparaît dans [6].

Dans la suite, on considère donc essentiellement des modèles pour la connaissance, complète ou partielle, du second ordre (qu'il soit utilisé seul ou avec une hypothèse gaussienne ou autre). Les besoins en modélisation, pour la conception de systèmes d'acoustique sous-marine, se situent, schématiquement, à deux niveaux :

— niveau « utilisation du système », correspondant à la conception externe, au choix d'une structure imposée, à l'évaluation générale, au réglage des paramètres externes de ce système ; ce besoin élémentaire se réduit souvent à la puissance moyenne paramétrée de manière plus ou moins fine ; le contexte en est l'« équation du sonar ». On se place à ce niveau, par exemple, pour choisir les caractéristiques d'une antenne de réception ou pour choisir le réglage approximatif d'un seuil de décision. Les modèles utilisés sont plutôt de la catégorie « descriptive » présentée précédemment ;

— niveau « conception du système », correspondant à la conception interne du traitement, à l'optimisation au sein d'une structure imposée, à l'évaluation précise de ses possibilités ; ce besoin ambitieux réclame un second ordre spatio-temporel ou une représentation interne ou une loi temporelle, paramétrés de manière fine ; le contexte en est la « théorie de la décision ». On se place à ce niveau, par exemple, pour tracer des courbes C.O.R., pour déterminer une structure de détection par rapport de vraisemblance ou un traitement d'antenne par matrice interspectrale. La tendance actuelle tendrait plutôt vers l'utilisation de modèles de la catégorie « globale » présentée précédemment.

### c) Hypothèses et second ordre des modèles

Un modèle général pour un problème spatial (respectivement plan horizontal) est constitué par une fonction aléatoire quadrivariable (resp. trivariable) réelle  $X(t, x, y, z ; \Theta)$  (resp.  $X(t, x, y ; \Theta)$ ) dépendant du temps  $t$ , de trois (resp. deux) variables spatiales et d'un ensemble de paramètres  $\Theta$ . On appelle  $\mathbf{M}$  le point de coordonnées  $x, y, z$ , (resp.  $x, y$ ), ou le vecteur  $\mathbf{OM}$  ; on appelle  $\mathbf{M}_p$  la projection de  $\mathbf{M}$  sur le plan  $xOy$  ou le vecteur  $\mathbf{OM}_p$  ; on appelle  $\tau$  la différence de deux instants,  $f$  la fréquence,  $\mathbf{r}$  le vecteur des distances spatiales  $r$ ,

$r', r''$ , (resp.  $r, r'$ ), et  $\mathbf{k}$  le vecteur des fréquences spatiales  $k, k', k''$ , (resp.  $k, k'$ ), c'est-à-dire le vecteur des nombres d'onde.

Différentes expressions sont possibles, pour les quantités du second ordre, selon les hypothèses simplificatrices possédées par le processus  $X$  représentant le bruit.

### c1) Hypothèses simplificatrices possibles

Les hypothèses simplificatrices souvent utilisées dans la construction de modèles sont les suivantes :

— stationnarité (stricte ou au second ordre) : traduisant une invariance des propriétés par translation ; elle peut être temporelle, spatiale ou spatio-temporelle (globale) ; il en résulte que :

- les quantités du 1<sup>er</sup> ordre (fonction de répartition d'ordre 1, valeur moyenne), dépendant de  $(t, \mathbf{M})$ , se réduisent à des quantités respectivement dépendant de  $\mathbf{M}$ , dépendant de  $t$ , ou constantes ;
- les quantités du 2<sup>e</sup> ordre (fonction de répartition d'ordre 2, covariance), dépendant de  $(t, t', \mathbf{M}, \mathbf{M}')$ , se réduisent à des quantités dépendant respectivement de  $(t - t', \mathbf{M}, \mathbf{M}')$ , de  $(t, t', \mathbf{M} - \mathbf{M}')$ , ou de  $(t - t', \mathbf{M} - \mathbf{M}')$  ;

— isotropie (spatiale) : traduisant une invariance des propriétés par rotation ; elle peut être sphérique (rotation autour d'un point supposé être l'origine  $\mathbf{O}$ ) ou cylindrique (rotation autour d'un axe géométrique supposé passant par l'origine  $\mathbf{O}$  et généralement confondu avec l'axe vertical  $\mathbf{Oz}$ ) ; il en résulte que :

- les quantités du 1<sup>er</sup> ordre se réduisent à des quantités dépendant respectivement de  $(t, |\mathbf{M}|)$  ou de  $(t, |\mathbf{M}_p|, z)$  ;
- les quantités du 2<sup>e</sup> ordre se réduisent à des quantités dépendant respectivement de  $(t, t', |\mathbf{M}|, |\mathbf{M}'|, |\mathbf{M} - \mathbf{M}'|)$  ou de  $(t, t', |\mathbf{M}_p|, |\mathbf{M}'_p|, |\mathbf{M}_p - \mathbf{M}'_p|, z, z')$  ;

— stationnarité spatiale et isotropie : traduisant une invariance des propriétés par rotation et par translation ; l'isotropie peut être sphérique ou cylindrique ; il en résulte que :

- les quantités du 1<sup>er</sup> ordre se réduisent à des quantités ne dépendant au plus que de  $t$  ;
- les quantités du 2<sup>e</sup> ordre se réduisent à des quantités dépendant respectivement de  $(t, t', |\mathbf{M} - \mathbf{M}'|)$  ou de  $(t, t', |\mathbf{M}_p - \mathbf{M}'_p|)$  ;

— ergodisme, sous-entendant la stationnarité correspondante : traduisant l'égalité (limite statistique) des moyennes statistiques et temporelles correspondantes ; elle peut être temporelle ou spatiale ou spatio-temporelle ;

— blancheur : consistant, en discret, à considérer le processus aléatoire comme constitué de variables aléatoires non corrélées entre elles ; elle peut être temporelle, spatiale ou spatio-temporelle (globale) ;

— séparabilité (en temps et espace) (stricte ou au second ordre) : traduisant une factorisation en temps et en espace ; elle implique ou consiste à considérer la valeur moyenne comme produit de valeurs moyennes, et la covariance ou corrélation spatio-temporelle comme produit d'une covariance ou corrélation temporelle et d'une

covariance ou corrélation spatiale ; la propriété se transmet, par transformation de Fourier, aux densités spectrales (cf. Annexe 1 sur « la séparabilité »).

### c2) Second ordre dans le cas non stationnaire

Dans le cas non stationnaire, le second ordre est représenté par une covariance, notée

$$C(t, t', \mathbf{M}, \mathbf{M}' ; \Theta) = E \{ X(t, \mathbf{M} ; \Theta) X(t', \mathbf{M}' ; \Theta) \} .$$

### c3) Second ordre dans le cas partiellement stationnaire

Dans le cas de stationnarité ou temporelle ou spatiale, le second ordre est représenté par :

- ou une fonction de corrélation temporelle

$$\Gamma(\tau, \mathbf{M}, \mathbf{M}' ; \Theta) = E \{ X(t, \mathbf{M} ; \Theta) X(t - \tau, \mathbf{M}' ; \Theta) \} ,$$

et une densité spectrale temporelle (transformée de Fourier ( $\tau \leftrightarrow f$ ) de la précédente) notée  $\gamma'(f, \mathbf{M}, \mathbf{M}' ; \Theta)$  ;

- ou une fonction de corrélation spatiale

$$\Gamma''(t, t', \mathbf{r} ; \Theta) = E \{ X(t, \mathbf{M} ; \Theta) X(t', \mathbf{M} - \mathbf{r} ; \Theta) \} ,$$

et une densité spectrale spatiale (transformée de Fourier ( $\mathbf{r} \leftrightarrow \mathbf{k}$ ) de la précédente) notée  $\gamma''(t, t', \mathbf{k} ; \Theta)$ .

A ce dernier cas est rattachée la notion de cohérence ; celle-ci peut être spatiale ou temporelle, de la forme si spatiale :

$$\frac{|\gamma'(f, \mathbf{M}, \mathbf{M}' ; \Theta)|}{[\gamma'(f, \mathbf{M}, \mathbf{M} ; \Theta) \gamma'(f, \mathbf{M}', \mathbf{M}' ; \Theta)]^{1/2}} ,$$

si temporelle :

$$\frac{|\gamma''(t, t', \mathbf{k} ; \Theta)|}{[\gamma''(t, t, \mathbf{k} ; \Theta) \gamma''(t', t', \mathbf{k} ; \Theta)]^{1/2}} .$$

### c4) Second ordre dans le cas stationnaire

Dans le cas stationnaire spatio-temporel, le second ordre est représenté par une fonction de corrélation spatio-temporelle, notée :

$$\Gamma(\tau, \mathbf{r} ; \Theta) = E \{ X(t, \mathbf{M} ; \Theta) X(t - \tau, \mathbf{M} - \mathbf{r} ; \Theta) \} ;$$

c'est  $\Gamma(\tau, r, r', r'' ; \Theta) = E \{ X(t, x, y, z ; \Theta) X(t - \tau, x - r, y - r', z - r'' ; \Theta) \}$  dans le cas spatial,  $\Gamma(\tau, r, r' ; \Theta)$  dans le cas plan.

Il est encore représenté par une densité spectrale énergétique, obtenue par transformation de Fourier de la fonction de corrélation précédente, agissant :

— sur la variable temporelle : c'est une densité spectrale « temporelle » (liée à la variable temporelle) ou une fonction de corrélation spatiale à la fréquence  $f$ , encore appelée interspectre, notée  $\gamma'(f, \mathbf{r} ; \Theta)$ , correspondant à (et à ne pas confondre avec)  $\gamma'(f, \mathbf{M}, \mathbf{M}' ; \Theta)$  du § c3 ;

— sur les variables spatiales : c'est une densité spectrale « spatiale » (liée aux variables spatiales) ou une fonction de corrélation temporelle aux fréquences spatiales  $(k, k', k'')$  ou  $(k, k')$ , notée  $\gamma''(\tau, \mathbf{k} ; \Theta)$ , correspondant à (et à ne pas confondre avec)  $\gamma''(t, t', \mathbf{k} ; \Theta)$  du § c3 ;

— sur l'ensemble des variables : c'est une densité spectrale spatio-temporelle, notée  $P(f, \mathbf{k}; \Theta)$  (ou  $\gamma(f, \mathbf{k}; \Theta)$ ).

Certains cas particuliers sont également fort utilisés ( $\Theta$  représente l'ensemble  $(0, 0, 0)$  dans le cas spatial, et  $(0, 0)$  dans le cas plan) :

- Fonction de corrélation temporelle ponctuelle :

$$\Gamma(\tau, \mathbf{0}; \Theta),$$

- Densité spectrale temporelle ponctuelle :  $\gamma'(f, \mathbf{0}; \Theta)$ ,
- Fonction de corrélation spatiale instantanée :

$$\Gamma(0, \mathbf{r}; \Theta),$$

- Densité spectrale spatiale instantanée :  $\gamma''(0, \mathbf{k}; \Theta)$ ,
- Puissance moyenne :  $\Gamma(0, \mathbf{0}; \Theta)$ .

Dans le cas d'un ensemble de  $n$  capteurs équidistants, disposés linéairement,  $d$  étant la distance intercapteur, on appelle matrice interspectrale  $\mathbf{R}$  la  $(n, n)$ -matrice d'élément  $(i, j)$  :  $\gamma'(f, (i-j)d; \Theta)$ , avec :

$$\begin{aligned} \gamma'(f, (i-j)d) &\leftrightarrow \Gamma(\tau, (i-j)d) = \\ &\tau, f \\ &= \mathbf{E} \{ \mathbf{X}(t, x) \mathbf{X}(t - \tau, x - (i-j)d) \}. \end{aligned}$$

### c5) Directivité dans le cas stationnaire

Dans le cas stationnaire spatio-temporel le second ordre du processus peut être représenté par une directivité. On peut concevoir sous plusieurs formes la directivité d'un processus spatio-temporel, exprimée en fonction du ou des angles définissant la direction par rapport au repère d'espace (plan ou espace tridimensionnel), pour le jeu de paramètres  $\Theta$ , à fréquence donnée :

— directivité intrinsèque : elle représente, dans chaque direction, la part de puissance moyenne du processus par unité d'angle planaire ou solide ;

— directivité relative au système de coordonnées : elle représente, dans chaque direction, la part de puissance moyenne du processus par unité angulaire du ou des angles définissant la direction par rapport au repère d'espace.

La seconde se distingue de la première lorsque, dans une direction donnée, la mesure de l'angle planaire ou solide, déduite de la ou des différentielles des angles définissant la direction, diffère de la mesure ou du produit des mesures des différentielles. La directivité relative fournit alors une mesure apparente, de la puissance moyenne, dépendante du système de coordonnées.

Dans le cas spatial, les angles utilisés sont, classiquement, l'angle de gisement  $\theta$  dans le plan horizontal et l'angle de site  $s$  par rapport à ce plan horizontal ; dans le cas plan (que l'on supposera horizontal) on se limite à l'angle  $\theta$ . Sous l'hypothèse que, dans le milieu considéré, toutes les ondes soient des ondes planes de même célérité  $c$  (cf. Annexe 2 sur « Fréquences spatiales et directions »), au triplet  $(k, k', k'')$  dans le cas spatial (resp.  $(k, k')$  dans le cas plan) correspond une direction  $(\theta, s)$  dans l'espace (resp.  $\theta$  dans le plan) ; les quadruplets  $(f, k, k', k'')$  (resp. triplets  $(f, k, k')$ ) appartiennent à un sous-espace de

$\mathbb{R}^4$  (resp.  $\mathbb{R}^3$ ) tel que  $c = f / \|\mathbf{k}\|$  ; la direction correspondante est telle que :

— dans le cas spatial : avec  $-\pi/2 \leq s \leq \pi/2$  et  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,

$$\begin{aligned} k &= (1/\lambda) \cos \theta \cos s, \quad k' = (1/\lambda) \sin \theta \sin s, \\ k'' &= (1/\lambda) \sin s ; \end{aligned}$$

— dans le cas plan : avec  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,

$$k = (1/\lambda) \cos \theta, \quad k' = (1/\lambda) \sin \theta.$$

La directivité relative au système (gisement-site) est donc, dans le cas spatial, une fonction  $Q(f, \theta, s; \Theta)$  telle que, dans le changement de variables  $(k, k', k'') \rightarrow (\theta, s)$ , à  $(c, f, \lambda = c/f)$  constantes, les quantités  $P(f, \mathbf{k}; \Theta) dk dk' dk''$  et  $Q(f, \theta, s; \Theta) d\theta ds$  soient les différentielles de la puissance moyenne. La directivité relative au gisement est, dans le cas plan (horizontal), une fonction  $Q(f, \theta; \Theta)$  telle que, dans le changement de variables  $(k, k') \rightarrow \theta$ , à  $(c, \lambda, f)$  constantes, les quantités  $P(f, \mathbf{k}; \Theta) dk dk'$  et  $Q(f, \theta; \Theta) d\theta$  soient les différentielles de la puissance moyenne.

On a alors dans le cas spatial :

$$\begin{aligned} Q(f, \theta, s; \Theta) &= P(f, (1/\lambda) \cos \theta \cos s, \\ &(1/\lambda) \sin \theta \sin s, (1/\lambda) \sin s; \Theta) a(\theta, s), \\ a(\theta, s) &= ((\partial(k', k'')/\partial(\theta, s))^2 + (\partial(k'', k)/\partial(\theta, s))^2 + \\ &+ (\partial(k, k')/\partial(\theta, s))^2)^{1/2}, \\ &= (1/\lambda^2) \cos s, \quad \text{pour } -\pi/2 \leq s \leq \pi/2. \end{aligned}$$

Et l'on a dans le cas plan (horizontal) :

$$\begin{aligned} Q(f, \theta; \Theta) &= P(f, (1/\lambda) \cos \theta, (1/\lambda) \sin \theta; \Theta) a(\theta), \\ a(\theta) &= ((dk/d\theta)^2 + (dk'/d\theta)^2)^{1/2} = 1/\lambda. \end{aligned}$$

Dans le cas spatial, la directivité intrinsèque s'écrit :

$$D(f, \theta, s; \Theta) = (1/\cos s) Q(f, \theta, s; \Theta),$$

car l'angle solide, délimité, dans la direction  $(\theta, s)$ , par les différentielles d'angles  $d\theta$  et  $ds$ , est  $\cos s d\theta ds$ . Dans le cas plan (horizontal), la directivité intrinsèque coïncide avec la directivité relative au gisement :

$$D(f, \theta; \Theta) = Q(f, \theta; \Theta).$$

Dans le cas spatial, les directivités relative et intrinsèque horizontales, obtenues pour un site nul, sont égales :  $D(f, \theta, 0; \Theta) = Q(f, \theta, 0; \Theta)$ . Il n'en est pas de même des directivités intrinsèques et relatives verticales, obtenues pour un gisement  $\theta_0$  donné :

$$D(f, \theta_0, s; \Theta) = (1/\cos s) Q(f, \theta_0, s; \Theta).$$

Avec abus de langage, on appelle dans la suite « directivité » la densité spectrale spatio-temporelle, à fréquence  $f$  fixée, exprimée en fonction des angles de gisement  $\theta$  et de site  $s$ , à savoir  $P(f, \mathbf{k}(\theta, s); \Theta)$  dans le cas spatial et  $P(f, \mathbf{k}(\theta); \Theta)$  dans le cas plan horizontal. L'abus de

langage engendre également la « directivité horizontale » (en absence d'ambiguïté, cette dernière est même qualifiée de « directivité ») ainsi que la « directivité verticale ».

Cela étant, on peut écrire :

$$\gamma'(f, \mathbf{r}) = \int_{\mathbb{R}^3} \Gamma(\tau, \mathbf{r}) e^{-2\pi i f \tau} d\tau = \int_{\mathbb{R}^3} P(f, \mathbf{k}) e^{2\pi i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{k}$$

et, sous l'hypothèse « ondes planes de même célérité  $c$  » on a, en fonction des directivités relative  $Q$  et intrinsèque  $D$ , dans le cas spatial :

$$\begin{aligned} \gamma'(f, \mathbf{r}) &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} Q(f, \theta, s) e^{2\pi i \mathbf{k}(\theta, s) \cdot \mathbf{r}} d\theta ds, \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} D(f, \theta, s) \cos s e^{2\pi i \mathbf{k}(\theta, s) \cdot \mathbf{r}} d\theta ds, \end{aligned}$$

et dans le cas plan (horizontal) :

$$\begin{aligned} \gamma'(f, \mathbf{r}) &= \int_0^{2\pi} Q(f, \theta) e^{2\pi i \mathbf{k}(\theta) \cdot \mathbf{r}} d\theta, \\ &= \int_0^{2\pi} D(f, \theta) e^{2\pi i \mathbf{k}(\theta) \cdot \mathbf{r}} d\theta. \end{aligned}$$

On peut noter enfin, selon que le problème est spatial ou plan :

$$\begin{aligned} \Gamma(0, \mathbf{0}) &= \int_{\mathbb{R}^4 \text{ ou } \mathbb{R}^3} P(f, \mathbf{k}) df d\mathbf{k}, \\ &= \int_{\mathbb{R}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} Q(f, \theta, s) d\theta ds df \\ &= \int_{\mathbb{R}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} D(f, \theta, s) \cos s d\theta ds df, \end{aligned}$$

ou

$$= \int_{\mathbb{R}} \int_0^{2\pi} Q(f, \theta) d\theta df = \int_{\mathbb{R}} \int_0^{2\pi} D(f, \theta) d\theta df.$$

### d) Modèles AR, MA, ARMA

Les modèles (souvent qualifiés, de manière un peu ambiguë, de « paramétriques ») classiques de type MA, AR, ARMA, constituent, en acoustique sous-marine, l'une des voies importantes utilisables en modélisation « globale » du bruit (cf. § 1.2.b). Dans ce type de modélisation, considérant que le bruit reçu, à un moment et un emplacement donnés, est la somme de nombreux bruits divers, auxquels on ne sait pas forcément attacher une modélisation descriptive efficace (qu'elle soit expérimentale ou déduite d'une analyse du processus physique de génération), on identifie les paramètres (créant les degrés de liberté du modèle) d'une structure imposée a priori, à partir de réalisations du bruit attachées à l'instant et l'emplacement donnés. Des représentations « internes » ou « externes implicites » concevables dans ce but, avec un

nombre raisonnable de coefficients, l'une des plus simples est celle des modèles AR(MA).

Dans la mesure où l'on cherche essentiellement à décrire les propriétés spatio-temporelles de la corrélation du bruit — on se limite au cas spatialement et temporellement stationnaire — on peut envisager l'intervention d'ARMA multivariés (dépendant du temps et des variables spatiales) ou vectoriels (dépendant du temps, les composantes du vecteur prenant en compte l'aspect spatial, ou bien dépendant de l'espace, les composantes prenant en compte l'aspect temporel). La restriction à des antennes linéaires, à capteurs à espacement constant, permet de limiter la dépendance au temps et à une variable spatiale. Néanmoins, l'identification d'un modèle ARMA vectoriel représentant le bruit s'avère difficile. En effet, on décrit le vecteur bruit  $\mathbf{X}(t)$  reçu, à l'instant  $t$ , sur les capteurs de l'antenne, comme déduit d'un bruit vectoriel  $\mathbf{E}(t)$ , blanc (temporellement) et à composantes non corrélées (blanc spatialement), par :

$$\mathbf{X}(t) + \sum_{i=1}^p A_i \mathbf{X}(t-i) = \sum_{j=0}^q B_j \mathbf{E}(t-j).$$

Les coefficients  $\{A_i\}$  et  $\{B_j\}$  sont des matrices carrées d'ordre  $n_c$ , nombre de capteurs. Le nombre important (en fonction de  $n_c$ ) de paramètres les déterminant est un premier obstacle, mais le principal provient de l'absence de caractérisation algébrique (asymptotique) du modèle spatio-temporel décrivant les sources. Ainsi, il n'existe guère, à notre connaissance, de méthodes permettant d'effectuer leur estimation.

On préfère donc une approche plus simple, toujours en se restreignant à des antennes linéaires, à capteurs à espacement  $d$  constant, permettant de limiter (cf. § 3.3.a) la dépendance au temps  $t$  et à une variable spatiale  $x$  (ou à deux fréquences, l'une temporelle  $f$ , l'autre spatiale  $k$ ) et mélangeant les aspects fréquentiels et paramétriques. On atteint la corrélation spatiale du bruit à une fréquence  $f$  donnée, en décrivant le bruit  $\mathbf{X}(n)$  reçu à cette fréquence par le  $n$ -ième capteur, comme déduit d'un bruit  $\mathbf{E}(n)$  spatialement blanc, par :

$$\mathbf{X}(n) + \sum_{i=1}^p \alpha_i \mathbf{X}(n-i) = \sum_{j=0}^q \beta_j \mathbf{E}(n-j).$$

Les coefficients  $\{\alpha_i, \alpha_0 = 1\}$  et  $\{\beta_j\}$  de l'équation ci-dessus correspondent respectivement aux parties AR et MA du modèle. On suppose, dans la suite, que le modèle AR est stable et le modèle MA à minimum de phase.

Cette dernière approche de description du bruit additif à la fréquence  $f$  par un modèle ARMA spatial, revient à dire que le bruit reçu sur le  $n$ -ième capteur est la sortie d'un filtre rationnel attaqué par un bruit blanc. La densité spectrale correspondante, dépendant d'une fréquence spatiale est la « densité spectrale spatio-temporelle pour la fréquence  $f$  fixée » (cf. § 1.2.c4). On vérifie aisément que la transmittance échantillonnée du filtre rationnel en cause est

$$H(z) = B_q(z)/A_p(z),$$

avec (on suppose  $q < p$ ) :

$$A_p(z) = \sum_{i=0}^p \alpha_i z^i, \quad B_q(z) = \sum_{j=0}^q \beta_j z^j;$$

son gain complexe s'en déduit en posant  $z = \exp(-2 \pi i k d)$ . La densité spectrale spatio-temporelle, pour la fréquence  $f$  donnée, est donc de la forme

$$P(f, k) = B_q(z(k)) B_q^*(1/z(k)) / A_p(z(k)) A_p^*(1/z(k)).$$

Les différentes directivités associées s'en déduisent en exprimant  $k$  en fonction des angles définissant la direction ; on a dans le cas spatial :

— directivité intrinsèque :

$$D(f, \theta, s) = (1/\lambda^2) P(f, ((1/\lambda) \cos \theta \cos s));$$

— directivité relative :

$$Q(f, \theta, s) = (1/\lambda^2) \cos s P(f, ((1/\lambda) \cos \theta \cos s));$$

— directivité (avec abus de langage) :

$$P(f, ((1/\lambda) \cos \theta \cos s));$$

— directivité horizontale intrinsèque ou relative :

$$D(f, \theta, 0) = Q(f, \theta, 0) = (1/\lambda^2) P(f, ((1/\lambda) \cos \theta));$$

— directivité horizontale (avec abus de langage) :

$$P(f, ((1/\lambda) \cos \theta));$$

et on a dans le cas plan horizontal :

— directivité intrinsèque ou relative :

$$D(f, \theta) = Q(f, \theta) = (1/\lambda) P(f, ((1/\lambda) \cos \theta));$$

— directivité (avec abus de langage) :

$$P(f, ((1/\lambda) \cos \theta)).$$

On remarque que les directivités précédentes sont entièrement définies par les coefficients  $\{\alpha_i\}$  et  $\{\beta_j\}$  ; réciproquement, dans le cas d'un modèle AR réel, la connaissance de  $P(f, k)$  sur  $p$  points permet de déterminer les coefficients  $\{\alpha_i\}$ . Dans le cas d'un modèle AR, il y a bijection entre les corrélations spatiales ( $n_c > p$ ) et les  $\{\alpha_i\}$  et donc les  $\{P(f, k)\}$  (définies sur au moins  $p$  points) : il y a donc équivalence entre ces trois types de données et ceci constitue un aspect séduisant de la modélisation du bruit par un modèle AR(MA).

Par ailleurs, un modèle ARMA à coefficients complexes permet de décrire un bruit dont l'origine physique est dissymétrique (relativement à l'axe de l'antenne) : c'est le cas du bruit engendré par un rail maritime ou de celui qui est reçu sur une antenne verticale... La dissymétrie se traduit alors par le fait que les coefficients sont à partie imaginaire non nulle.

Dans de nombreuses situations pratiques on peut raisonnablement supposer, pour des fréquences proches les unes

des autres, que le bruit est généré par des processus quasiment identiques, seul l'échantillonnage spatial différent, et donc que ce bruit peut être décrit par un modèle AR(MA) unique. On peut alors déduire par interpolation les corrélations spatiales aux diverses fréquences [7] ce qui permet d'estimer un modèle de bruit multifréquence. Une telle approche donne de bons résultats, améliorant sensiblement l'estimation du modèle de bruit [7]. L'inconvénient de la méthode est sa limitation au cas des antennes linéaires à capteurs équirépartis. Un modèle paramétrique bivariable spatial à fréquence  $f$  donnée pourrait être adéquat [8], mais, ainsi que déjà précisé, l'estimation de ses paramètres risque de poser des problèmes difficiles.

### e) Modèles utilisés

Un grand nombre de modèles sont effectivement utilisés ou possibles. Quelques-uns, s'inscrivant dans le cadre de ce paragraphe 1.2, sont présentés, de manière concise, dans la partie 2 ou utilisés dans la partie 3.

En ce qui concerne le bruit ambiant, on considère des modélisations descriptives ou descriptives-globales :

— modèles expérimentaux, portant sur la densité spectrale temporelle ponctuelle ou sur la directivité (à fréquence donnée) ;

— modèles isotropes élémentaires ou particuliers, portant sur la densité spectrale temporelle (ou interspectre) ;

— modèle général de bruit de trafic, portant sur la puissance moyenne.

En ce qui concerne les bruits propre et rayonné, on considère des modélisations descriptives constituées par des modèles expérimentaux portant sur la densité spectrale temporelle ponctuelle.

En ce qui concerne le bruit global, on considère des modélisations descriptives-globales, par modèles isotropes particuliers, et globales, par modèles AR scalaires à une variable spatiale, correspondant à des descriptions par densité spectrale temporelle (ou interspectre).

## 1.3. PARTICULARITÉS LIÉES AU DOMAINE SONAR [9, 10]

### a) Support physique de l'acoustique sous-marine

Le support physique utilisé en acoustique sous-marine est constitué par la pression  $p(t, M)$  à laquelle est soumis le milieu physique marin, les ondes sonores n'étant autres que les variations de cette pression  $p$ . L'intensité sonore instantanée  $i$  (resp. moyenne  $\bar{i}$ ), est, dans le cas d'onde plane, à un facteur près dépendant de constantes physiques locales du milieu (la densité  $\rho$  et la célérité  $c$ ), la puissance instantanée (resp. moyenne temporelle) associée à la pression  $p$  :

$$i = p^2 / \rho c, \quad \bar{i} = \overline{p^2} / \rho c.$$

Dans le cas des signaux de « type stationnaire », supposés en outre ergodiques, on attache à l'intensité sonore moyenne sa répartition sur l'axe des fréquences ou

« densité spectrale »,  $g(f)$ , telle que :

$$E\{i\} = \int_{\mathbb{R}} g(f) df \quad (\# \bar{i}).$$

Cette fonction  $g$ , qui est en théorie une densité spectrale, est souvent, dans la pratique, déduite de  $i$  par moyennage dans des bandes de fréquence fines (1 Hz) ou larges (une fraction d'octave).

Dans le cas des signaux de « type transitoire » on attache à l'intensité sonore instantanée son intégrale dans le temps ou « densité de flux d'énergie » :

$$E = \int_{\mathbb{R}} i(t) dt.$$

En fait les valeurs classiques d'intensité utilisées sont faibles avec une très grande dynamique. On associe donc à l'intensité, à sa densité spectrale et à sa densité de flux d'énergie, des « niveaux... » (d'intensité, spectral, de flux d'énergie) ; ce sont des quantités sans dimension, mesurées en « décibels référence... » sur une échelle logarithmique :

$$NI = 10 \log (i/i_0) = 20 \log (p/p_0) ;$$

$$NG = 10 \log (g/g_0) ;$$

$$NE = 10 \log (E/E_0) ;$$

dans ces expressions  $i_0$  est l'intensité (référence) d'une onde plane de pression  $p_0$  (référence), ayant pour densité spectrale  $g_0$  (référence) et densité de flux d'énergie  $E_0$  (référence).

L'effet dans une direction, d'une source localisée, est caractérisé par l'intensité produite, par une source ponctuelle équivalente, à une distance de référence donnée de la source ponctuelle. On lui associe un « niveau d'intensité source », et éventuellement un niveau spectral source ou un niveau de flux d'énergie source (comme ci-dessus, quantités sans dimension, mesurées en « décibels référence... » sur une échelle logarithmique).

Dans le système MKS, la pression  $p$  se mesure en pascal (Pa) et l'intensité  $i$  en watt par mètre carré ( $W/m^2$ ) ; en acoustique sous-marine la pression référence est  $1 \mu Pa$ , la distance référence est 1 m et la durée référence est 1 s. Il en résulte que NI est exprimé en dB (ref.  $1 \mu Pa$ ) ou pour une source en dB (ref.  $1 \mu Pa$ , 1 m) ; NG est exprimé en dB (ref.  $1 \mu Pa/Hz$ ) ou pour une source en dB (ref.  $1 \mu Pa/Hz$ , 1 m) ; NE est exprimé en dB (ref.  $1 \mu Pa$ , 1 s) ou pour une source en dB (ref.  $1 \mu Pa$ , 1 m, 1 s) ; dans ces expressions la référence «  $1 \mu Pa$  » est à entendre « intensité correspondant à une pression de  $1 \mu Pa$  » et la notation «  $1 \mu Pa/Hz$  » signifie que la pression de  $1 \mu Pa$  est mesurée dans un filtre de largeur 1 Hz ; on trouve également la notation (ref.  $1 \mu Pa/\sqrt{Hz}$ ), homogène avec l'équation aux dimensions d'une densité spectrale d'intensité.

### b) Équation du sonar

La première ébauche de dimensionnement (conception et prévision de performances) d'un système sonar s'appuie

sur la connaissance des niveaux de puissance des signaux et des bruits reçus et de l'influence du système de traitement sur ces niveaux. Elle utilise pour cela « l'équation du sonar » méthode caractéristique du sonar ; celle-ci fournit le rapport signal sur bruit d'entrée du système de traitement, correspondant à une performance donnée après prise en compte du type de système, des contraintes subies (sur lesquelles l'observateur n'a pas de prise : propagation, caractéristiques de la cible, certains bruits), des contraintes fixées (à la disposition, au moins partielle, de l'observateur : type d'antenne, gamme de fréquence, type de traitement, les autres bruits) ; les effets du système sont traduits par un gain de traitement spatial (index de directivité d'antenne) et un gain de traitement temporel (fig. 1.4).

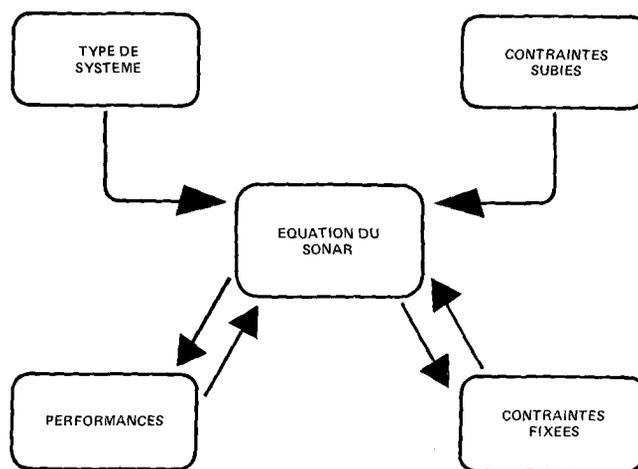


Fig. 1.4. — Équation du sonar.

L'équation du sonar s'exprime de manière unitaire, en fonction de quantités toutes évaluées en décibels, sous la forme :

$$R = S - B + G$$

où l'on note :

R le rapport signal sur bruit, à l'entrée d'un système de gain 0 dB, correspondant à l'obtention d'une performance donnée,

S le niveau de signal à l'entrée,

B le niveau de bruit à l'entrée,

G le gain du système de traitement.

Les niveaux S et B, évalués selon la méthode précédente dans une échelle logarithmique par rapport à un même niveau de référence, sont « homogènes », à un même facteur près, à des intensités sonores et donc, à des puissances moyennes de pression, dans une bande de fréquence donnée, à l'entrée du système de traitement. Selon le cas on utilise des niveaux d'intensité, des niveaux spectraux ou des niveaux d'énergie.

Les trois quantités S, B, G s'évaluent, en tenant compte du type de système et des contraintes, en fonction des « paramètres » liés au récepteur, au canal et à l'émetteur. Ainsi, par exemple, pour un sonar passif de bande passante  $\Delta f$ , muni d'une antenne d'index de directivité DR et pourvu d'un gain de traitement temporel  $G'$ , un signal (bruit rayonné par une cible) de niveau sonore (niveau d'intensité source) NS, mesuré dans la bande passante  $\Delta f$ , un bruit ambiant et un bruit propre de niveaux spectraux NA et NP (supposés isotropes et blancs), dont l'un est négligeable devant l'autre, une perte en transmission PT, on a :

$$R = NS - PT - \sup \{NA, NP\} - 10 \log \Delta f + DR + G'$$

### c) Difficultés de description

Les bruits d'acoustique sous-marine apparaissant, au moins à première vue, non stationnaires temporellement et spatialement, non isotropes, non séparables, les quantités au second ordre liées à des modèles utilisant ces propriétés ont donc une valeur somme toute relative, et le choix de la paramétrisation des dits modèles est complexe. En particulier, les hydrophones, en tant que détecteurs de pression, sont sensibles à des phénomènes de pression ne correspondant pas à des ondes sonores à proprement parler (par exemple fluctuations de pression engendrées par les tourbillons créés par un corps en déplacement dans l'eau ou par les variations d'immersion) ou à des phénomènes accélérométriques. La pression due à l'immersion de l'hydrophone engendre ainsi dans la modélisation une valeur moyenne, à laquelle se superposent les ondes sonores ; cette valeur moyenne non constante implique une non-stationnarité du modèle et une perturbation de la bande sonore dans les fréquences correspondant aux fluctuations d'immersion. Ces effets sont en fait supprimés par filtrage passe-haut dans le système de traitement, mais pourraient avoir des conséquences indésirables à très basse fréquence. Très schématiquement, une variation de 1 mm en altitude correspond à une variation de pression de  $10^7 \mu\text{Pa}$ .

Dans le cadre de l'équation du sonar, les besoins de description relatifs aux signaux et aux bruits sont donc limités à des puissances moyennes (ou intensités sonores) et aux densités spectrales correspondantes ou aux « niveaux » associés. Ceci est évidemment fondé sur un certain nombre d'hypothèses. La plus importante est celle de stationnarité (au moins locale par l'intermédiaire d'une paramétrisation) ; l'isotropie est aussi souvent admise, implicitement ou explicitement, de même qu'une notion de séparabilité permettant la séparation des gains des traitements spatial et temporel. Cependant il faut bien voir que, non seulement les hypothèses précédentes semblent rarement vérifiées, mais que l'équation du sonar constitue une méthode d'analyse grossière d'un ensemble très complexe que l'on ne sait guère modéliser globalement de manière plus fine.

Une étude plus approfondie du système sonar requiert la connaissance plus détaillée de la structure spatio-temporelle des bruits. Par exemple, si la séparabilité peut être supposée, d'une part, des modèles de cohérence spatiale

ou des fronts d'onde permettent d'améliorer et mieux évaluer la performance du traitement spatial, et, d'autre part, des modèles de structure temporelle fine permettent d'améliorer et mieux évaluer un traitement temporel adapté. La connaissance des informations relatives à la stabilité temporelle des bruits permet d'améliorer la paramétrisation. En fait, pour une étude optimale, la non-séparabilité implique une description spatio-temporelle globale, et un traitement lui aussi global.

## 2. Descriptions et modélisations descriptives [1, 2, 9 à 13]

On se limite aux trois catégories de bruits acoustiques sous-marins les plus importantes en réception passive : ambiant, propre et rayonné. Le bruit ambiant, dont les origines sont multiples, semble se prêter assez bien à des modélisations descriptives s'appliquant à ses diverses composantes ; une modélisation descriptive-globale peut donc se concevoir pour la description générale du bruit ambiant. Les bruits propre et rayonné quant à eux, sont, d'une part, spécifiques de la plate-forme ou de l'engin générateur et de son état, et, d'autre part, difficiles à isoler du bruit ambiant ; ils peuvent être l'objet de modélisations descriptives, mais, au moins en ce qui concerne le niveau conception du système, c'est la modélisation globale qui paraît être la plus intéressante pour la description du bruit total perturbant en acoustique sous-marine passive.

### 2.1. BRUIT AMBIANT

#### a) Propriétés générales

Par définition, le bruit ambiant regroupe tous les bruits relatifs au milieu dans lequel le système opère et qui subsisteraient en l'absence du sonar et de son porteur. En conséquence, l'observateur n'a aucune action directe sur ce phénomène et ne peut que s'adapter par « traitement du signal » ; ceci nécessite une connaissance tant du spectre de puissance que des aspects non énergétiques du phénomène.

De nombreux facteurs influencent le bruit ambiant ; c'est le cas d'une façon générale, des paramètres intervenant en propagation acoustique sous-marine (bruit ambiant et propagation sont évidemment très liés l'un à l'autre) :

- la hauteur d'eau (les phénomènes ont tendance à se modifier entre les « petits fonds », inférieurs à 200 ou 300 m, et les « grands fonds », supérieurs à 1 500 ou 2 000 m),
- l'immersion du récepteur,
- la direction d'écoute (site ou gisement),
- la zone,
- les conditions météorologiques,
- la saison (profil de célérité...),
- la présence d'une couche de glace...

Les origines du bruit ambiant sont multiples : les plus importantes car toujours présentes, sont, d'une part, le trafic maritime qui est la source prépondérante d'une

dizaine de hertz à quelques centaines de hertz et, d'autre part, l'agitation de surface au-delà du kilohertz. Dans la bande de fréquences intermédiaires, l'un ou l'autre de ces deux facteurs devient prédominant selon les valeurs respectives de la densité du trafic et de l'état de mer. A ces sources traditionnelles, il faut ajouter la pluie qui peut masquer tout autre effet (de 800 Hz à quelques kHz), l'activité biologique (de 10 Hz à 100 kHz), les turbulences océaniques (de 1 à 10 Hz), les phénomènes sismiques (de 1 à 10 Hz), et, près des zones portuaires ou côtières, l'activité industrielle (industries côtières, recherche pétrolière...).

La stationnarité du bruit ambiant, aussi bien temporelle que spatiale, n'est au mieux que locale. Elle dépend de l'origine considérée, mais semble, d'une manière générale, pouvoir être supposée au moins pour des durées ou distances faibles correspondants à des traitements « élémentaires ». Une telle stationnarité locale est postulée, d'une manière générale, dans l'étude expérimentale du bruit ambiant : conjuguée avec une hypothèse d'ergodisme, elle permet de mesurer diverses caractéristiques du second ordre du bruit ambiant reçu (donc global). Les durées et distances de stationnarité peuvent être très variables et dépendent de divers paramètres physiques (époque, zone, conditions climatiques, fréquence...). Les valeurs déduites du processus de mesure dépendront donc de la paramétrisation choisie et de l'adéquation des hypothèses posées, des paramètres utilisés et du processus en cause.

D'une manière générale, la densité spectrale ou le niveau spectral isotrope (« temporel ponctuel ») du bruit ambiant global, en un point et à une date donnée, est une fonction continue et décroissante (au sens large) de la fréquence. Les variations de niveau spectral avec les conditions locales peuvent atteindre vingt décibels.

Par ailleurs, le bruit ambiant s'avère anisotrope. Cette anisotropie dépend de l'origine de bruit considérée. Dans le plan vertical, le bruit ambiant global a un diagramme directif, en basses fréquences, maximal suivant des directions proches de l'horizontale (dû au trafic lointain) et, en hautes fréquences, maximal vers des directions proches de la verticale (dû au bruit des vagues). Dans le plan horizontal, il n'y a aucune règle générale, les diagrammes directifs étant liés essentiellement aux conditions locales de trafic maritime (rails, ports, détroits...).

Quelques résultats expérimentaux apparaissent sur les figures 2.1 à 2.3.

La figure 2.1 montre un exemple de zones de répartition des niveaux spectraux NA, des bruits de trafic et d'agitation de surface, selon l'importance du trafic ou l'état de la mer. D'autres modèles (à vocation universelle) sont, par exemple, ceux de Knudsen ou de Wenz ; il faut cependant bien voir que, entre autres, le bruit de trafic s'est accru en valeur moyenne durant les dernières décennies, et qu'il est susceptible de varier brutalement avec les conditions géopolitiques.

La figure 2.2 (a, b, c) donne un exemple de diagrammes de directivité verticale (niveaux spectraux relatifs) à trois fréquences différentes (80, 160, 1 260 Hz), obtenus par

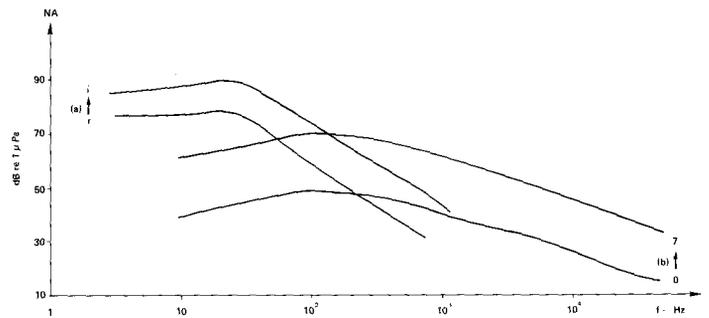


Fig. 2.1. — Plages de niveau spectral (isotrope) de bruit ambiant en un lieu particulier.

a) Trafic, de réduit (r) à intense (i),  
b) Agitation de surface, de mer 0 à 7.

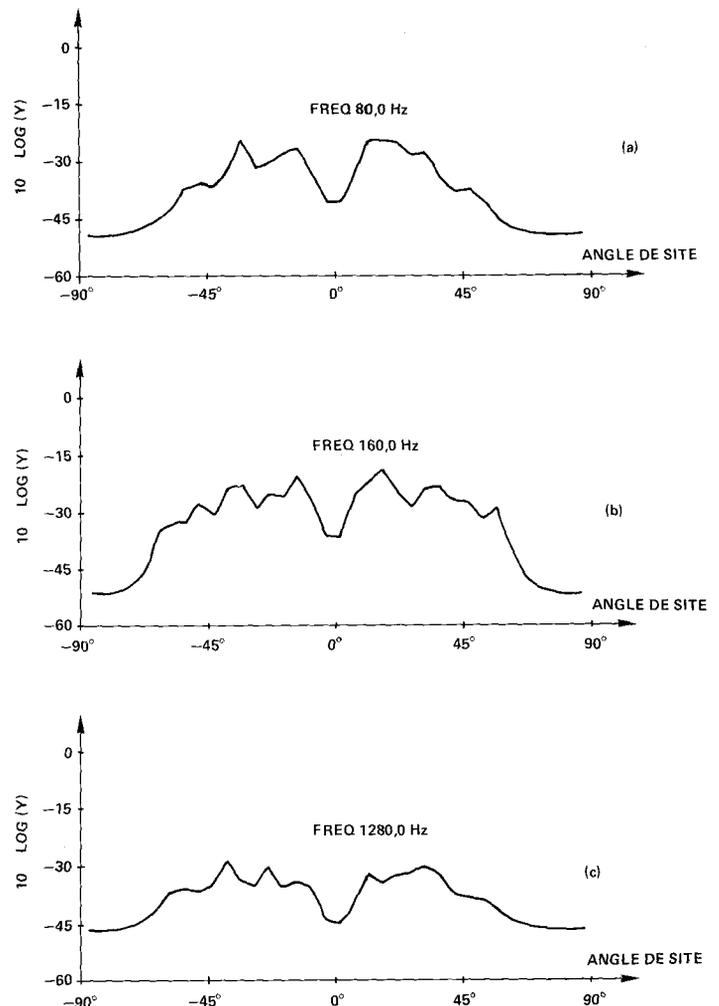


Fig. 2.2. — Exemples de diagrammes de directivité verticale du bruit ambiant.

application d'une méthode de Capon à un ensemble de capteurs ; y apparaissent deux maximums (classiques) vers  $\pm 10^\circ$ .

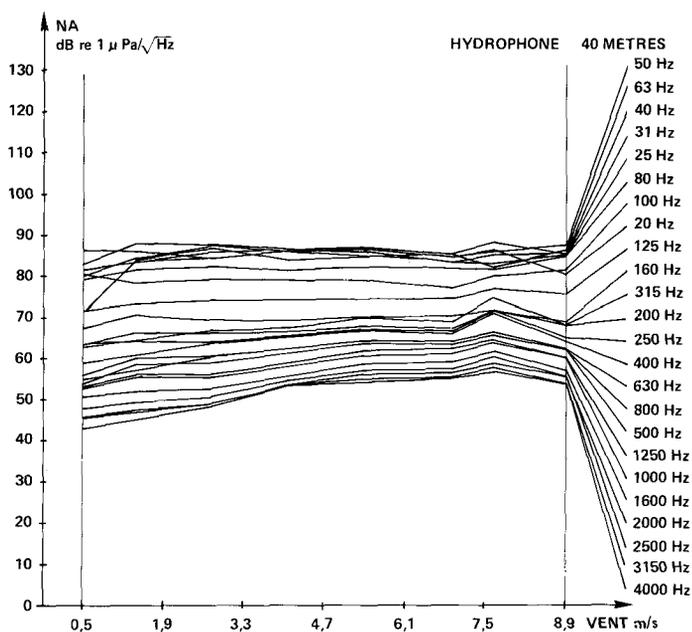


Fig. 2.3. — Exemple d'influence de la force du vent, sur le niveau de bruit ambiant.

La figure 2.3 montre un exemple de l'influence de la force du vent sur le niveau spectral NA de bruit ambiant selon la fréquence : on constate, en moyennes fréquences, une variation de même sens, et, en très basses fréquences, une quasi constance (le bruit de trafic est prédominant).

Une part importante de l'effort d'élaboration de modèles théoriques ou empiriques porte sur les bruits engendrés par le trafic maritime et l'agitation de surface, les autres bruits étant beaucoup plus spécifiques d'une zone ou d'une activité. On peut utiliser une modélisation de connaissance résultant de la combinaison de spectres de bruit rayonné par les différentes sources (par exemple, les bâtiments pour le trafic maritime) et d'effets de propagation ; l'une des difficultés provient de la connaissance des données d'entrée (par exemple, pour le trafic, les spectres spécifiques des bâtiments rencontrés, les positions, les routes, les profils de célérité sur la zone d'évaluation pour les calculs de propagation) ; ces modèles fournissent avec une bonne approximation les niveaux de bruit ambiant pour une zone donnée et à une saison donnée. On présente dans cet esprit, dans les paragraphes suivants (2.1.b et 2.1.c), d'une part, les modèles de type isotrope permettant de décrire le bruit ambiant issu de diverses origines, d'autre part, un modèle élaboré de bruit de trafic.

### b) Modèles de type isotrope

Un bruit « isotrope élémentaire » est un cas particulier, résultant d'hypothèses d'isotropie, d'un bruit engendré en un point  $M$  par un ensemble de bruiteurs élémentaires, aléatoires, centrés, stationnaires, statistiquement indépendants, répartis sur une surface ou une courbe rejetée à l'infini, dans un milieu à vitesse  $c$  de propagation constante où l'on ne considère que des ondes planes ; les bruiteurs sont en fait à grande distance devant les longueurs d'ondes

utilisées et les dimensions du domaine de variation de  $M$  ; les hypothèses d'isotropie portent sur le support, sur les propriétés statistiques des bruiteurs et sur leur répartition. Un bruit « isotrope particulier » est constitué par une combinaison linéaire de bruits isotropes élémentaires. Les hypothèses précédentes impliquent la stationnarité temporelle et spatiale du bruit, ainsi qu'une isotropie sphérique (la surface porteuse est une sphère), ou cylindrique (la surface ou la courbe porteuse est invariante par rotation autour d'un axe vertical).

En fait, on peut déterminer les quantités du second ordre (cf. Annexe 3 sur les modèles de type isotrope) d'un bruit considéré d'une manière générale comme somme de contributions portées par des ondes planes ; celles-ci correspondent à des bruiteurs répartis, d'une manière quelconque, sur une surface ou une courbe à l'infini, et dont le rayonnement peut être anisotrope. On obtient des expressions analytiquement calculables en se limitant à un cas isotrope restreint : d'une part, les bruiteurs sont uniformément répartis sur leur support, tous de même second ordre (donc de même intensité) caractérisé par une constante  $g_0$ , et blancs ; ces bruiteurs ont une puissance rayonnée pondérée par un facteur d'anisotropie  $\cos \delta$  (cf. fig. 2.4.a), où  $\delta$  est l'angle, compris entre  $-\pi/2$  et  $\pi/2$ , de la direction du bruiteur vu de  $M$  et de la normale au support du bruiteur ; d'autre part, le support est invariant dans toute rotation autour de la verticale  $Mz$ . On exprime alors en particulier la densité spectrale temporelle sous la forme :

$$\gamma'(f, r) = g_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I(\psi; S) \exp[2\pi i f \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\omega} / c] \times \cos^{p-1} \delta \sin \psi \, d\psi \, d\theta$$

(résultat invariant dans toute rotation de  $\mathbf{r}$  autour de  $Mz$ ). Dans cette expression,  $\boldsymbol{\omega}$  est un vecteur unitaire, d'origine  $M$ , de projection  $\mathbf{u}$  sur le plan horizontal  $xMy$ , par rapport

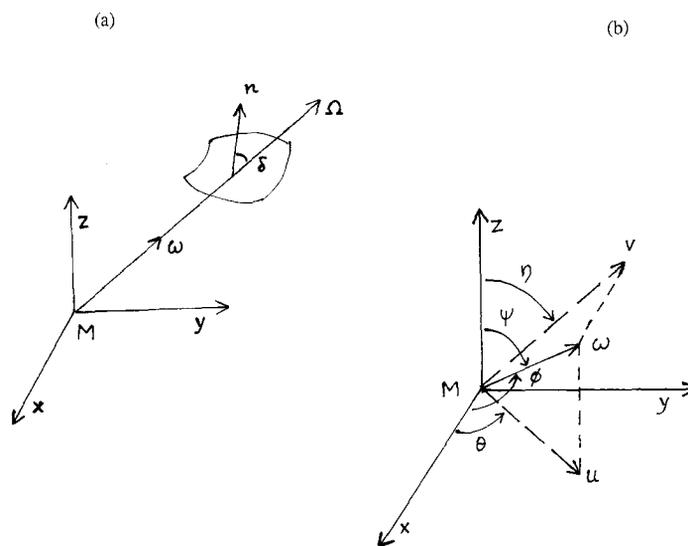


Fig. 2.4. — Notations dans les modèles isotropes.

auquel on définit les angles  $\theta$ ,  $\psi$  et  $s$  (cf. fig. 2.4.b) :

$$\theta = (\mathbf{Mx}, \mathbf{u}), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi; \quad \psi = (\mathbf{Mz}, \boldsymbol{\omega}), \quad 0 \leq \psi \leq \pi;$$

$$s = (\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}), \quad -\pi/2 \leq s \leq \pi/2.$$

Enfin,  $I(\psi; S)$  est l'ensemble caractéristique des valeurs de  $\psi$ , généré par la courbe intersection du support  $S$  des bruiteurs et d'un demi-plan vertical limité par  $\mathbf{Mz}$ ; toute valeur isolée  $\psi'$  de  $I(\psi; S)$  (correspondant à un cercle horizontal support à l'infini) est traduite par une distribution  $\delta(\psi - \psi')$ .

### c) Modèles isotropes élémentaires ou particuliers

Les densités spectrales temporelles (ou fonctions de corrélation spatiales à une fréquence donnée) des modèles isotropes élémentaires ou particuliers se déduisent en cas particuliers de l'expression obtenue au paragraphe précédent (cf. Annexe 3); on note  $\gamma'(f, d)$  la quantité  $\gamma'(f, \mathbf{r})$  lorsqu'elle ne dépend que du module  $d$  du vecteur de distances spatiales  $\mathbf{r}$ , pour celui-ci appartenant à un domaine donné. On désigne par  $J_0$  et  $J_1$  les fonctions de Bessel d'ordres 0 et 1.

— **Bruit isotrope sphérique** (il modélise le bruit ambiant global en hautes fréquences, cf. fig. 2.5) : le support  $S$  des bruiteurs est la sphère entière, l'angle  $\delta$  est nul, le résultat est invariant dans toute rotation de  $\mathbf{r} = \mathbf{M}'\mathbf{M}$  autour de  $\mathbf{M}$ . Alors la densité spectrale temporelle est :

$$\gamma'(f, d) = 4\pi g_0 \frac{\sin(2\pi f d/c)}{2\pi f d/c}.$$

La densité spectrale spatio-temporelle et les directivités intrinsèque et relative (cf. § 1.2.c5) s'écrivent :

$$P(f, \mathbf{k}) = g_0 \int_S \delta(f\boldsymbol{\Omega} - \mathbf{k}) d\Omega = g_0 \text{ ou } 0$$

selon que  $(f, \mathbf{k})$  est tel qu'il existe  $\boldsymbol{\Omega}$  tel que  $f\boldsymbol{\Omega} - \mathbf{k} = 0$  ou non ;

$$D(f, \theta, s) = g_0/\lambda^2;$$

$$Q(f, \theta, s) = (g_0/\lambda^2) \cos s.$$

— **Bruit isotrope cylindrique impulsif** (il modélise le bruit de trafic engendré par un rail circulaire, cf. fig. 2.5) : le support  $S$  des bruiteurs est un cercle horizontal dont tous les points sont caractérisés par  $\psi = \psi'$  constant, l'angle  $\delta$  est nul, le résultat est invariant dans toute rotation de  $\mathbf{MM}' = \mathbf{r}$  autour de  $\mathbf{Mz}$ . Alors la densité spectrale temporelle est :

— pour  $\mathbf{r}$  horizontal :

$$\gamma'(f, d) = 2\pi g_0 \sin \psi' J_0(2\pi f [d/c] \sin \psi');$$

— pour  $\mathbf{r}$  vertical :

$$\gamma'(f, d) = 2\pi g_0 \sin \psi' \exp[2\pi i f (d/c) \cos \psi].$$

— **Bruit isotrope cylindrique planaire** (il modélise le bruit de surface, cf. fig. 2.5) : le support  $S$  des bruiteurs est un plan horizontal, l'angle  $\delta$  est égal à  $\psi$ , le résultat est

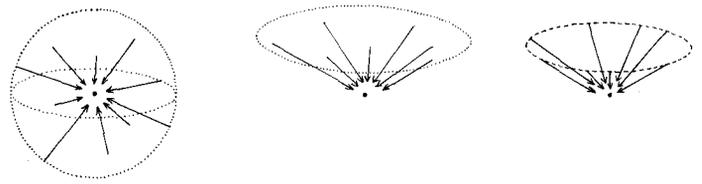


Fig. 2.5. — Isotropies sphérique, cylindrique planaire, cylindrique impulsive.

invariant dans toute rotation de  $\mathbf{MM}' = \mathbf{r}$  autour de  $\mathbf{Mz}$ . Alors, pour  $p = 2$ , la densité spectrale temporelle est :

— pour  $\mathbf{r}$  horizontal :

$$\gamma'(f, d) = [2\pi g_0 J_1(2\pi f d/c)]/[2\pi f d/c];$$

— pour  $\mathbf{r}$  vertical :

$$\gamma'(f, d) = g_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \times \exp[2\pi i f (d/c) \cos \psi] \sin \psi d\psi d\theta.$$

— **Bruits isotropes particuliers** : Un bruit isotrope particulier, considéré comme combinaison linéaire de bruits isotropes élémentaires, indépendants entre eux, a donc une densité spectrale temporelle combinaison linéaire des quantités homologues des bruits composants. Si les bruits élémentaires intervenants sont des types sphérique, cylindrique impulsif et cylindrique planaire, la densité spectrale temporelle, pour  $\mathbf{r}$  horizontal, est de la forme

$$\gamma'(f, d) = \sum_i a_i J_0[2\pi f (d/c) b_i] + a' J_1[2\pi f d/c]/[2\pi f d/c] + a'' \sin[2\pi f d/c]/[2\pi f d/c].$$

On peut se servir d'un tel modèle, de la catégorie descriptive-globale, à des fins d'identification.

### d) Modèle de bruit de trafic

Les nombreux bâtiments sillonnant les mers créent un bruit appelé bruit de trafic. Bien évidemment ce trafic n'est pas uniforme : on peut ainsi distinguer des rails de navigation, des voisinages de ports, des zones liées à la géographie économique où la densité de bâtiments est forte et inversement des zones où cette densité est faible (cf. fig. 2.6). Le bruit de trafic peut être considéré comme un processus aléatoire modélisé à partir de l'information a priori détenue ; celle-ci porte sur la répartition spatiale des bruiteurs (positions ou densité de répartition des bâtiments), sur les natures et caractéristiques des bruiteurs (caractéristiques acoustiques telles que niveau d'émission, bande fréquentielle...), sur les lois de propagation des ondes acoustiques dans le milieu, et sur la loi de directivité du récepteur. La non-isotropie de la répartition des bruiteurs et les propriétés de la propagation des ondes acoustiques font que le bruit de trafic est souvent fort directif.

Un modèle de bruit de trafic peut être construit de la façon



Fig. 2.6. — Exemple de non-uniformité de la répartition du trafic.

suivante [14]. Le bruit est considéré comme résultant de la somme des contributions de  $N$  bruiteurs élémentaires indépendants ; sa puissance moyenne en sortie d'antenne peut alors s'écrire comme somme des bruits engendrés par ces bruiteurs en sortie de l'antenne de réception :

$$P = \sum_{n=1}^N \beta_n D(\theta_n) ;$$

la quantité  $D(\theta_n)$  représente la directivité de l'antenne et la quantité  $\beta_n$  est la puissance moyenne du bruit produit par le  $n$ -ième bâtiment dans une bande  $\Delta f$ , moyennée sur une durée  $\Delta t$ , à l'entrée de l'antenne. Cette dernière quantité s'exprime en fonction de la perte  $T$  de propagation entre l'émetteur (bruiteur à la distance  $r_n$  dans la direction  $\theta_n$ ) et le récepteur et en fonction du niveau  $R_n$  de bruit rayonné (à 1 m) par l'émetteur :

$$\beta_n = R_n T(r_n, \theta_n) .$$

Considérant  $N$ ,  $r_n$ ,  $\theta_n$ , et  $R_n$  comme des quantités aléatoires, on peut alors adopter une approche de type analytique ou une approche de type Monte-Carlo. On peut également concevoir des approches mixtes.

Dans la première approche, la connaissance des lois de probabilité des variables composantes, permet le calcul de la loi de probabilité de la puissance moyenne  $P$  du bruit de trafic, elle-même considérée comme quantité aléatoire. Cette méthode assez complexe permet d'observer l'effet des variations des différents paramètres.

Dans la seconde approche, on fait correspondre, à chaque

réalisation de l'ensemble des variables aléatoires intervenant dans le bruit de trafic, une réalisation de la puissance moyenne du bruit reçu (celle-ci est considérée comme quantité aléatoire). Il « suffit », pour estimer la loi de probabilité (ou le second ordre) de la puissance moyenne du bruit, de tirer un nombre suffisant de fois chaque variable suivant sa densité de probabilité propre. La conduite des calculs est toujours déterministe. Par ailleurs, si les données relatives au trafic maritime sont de type déterministe, elles sont entrées de façon ponctuelle ; il est alors possible de faire évoluer le calcul de la puissance moyenne du bruit pas à pas dans le temps, en modifiant les positions des bateaux aux différentes dates, positions estimées à partir de leur cap et de leur vitesse. Si les données relatives au trafic maritime sont statistiques (trafic maritime lointain) le modèle utilise une configuration de trafic tirée au hasard selon les lois de répartition des positions des bâtiments dans la zone considérée.

## 2.2. BRUITS PROPRE ET RAYONNÉ

### a) Propriétés générales

Les bruits propre et rayonné peuvent être définis comme les bruits engendrés, le premier, par le porteur du système de communication en cause et recueilli par ce système, le second, par un bâtiment auquel s'« intéresse » le système de communication. Ce sont donc deux aspects différents, le premier en champ proche, le second en champ lointain, du bruit résultant de la présence et des mouvements d'une plate-forme dans le milieu marin. L'observateur peut avoir, moyennant une connaissance des phénomènes de génération, une action sur les caractéristiques des bruits qu'il émet.

Ces deux types de bruit ont les mêmes causes générales de génération, mais avec des caractéristiques différentes. L'analyse physique de ces bruits s'appuie sur trois composants : la détermination des sources, la recherche des résonateurs éventuels, la reconstitution des cheminements entre sources et résonateurs. Ainsi c'est parfois en interrompant la transmission entre l'excitateur et le résonateur que l'on atteint la meilleure efficacité dans la réduction d'un bruit.

Les sources essentielles à l'origine de ces bruits sont d'origine hydrodynamique, liées aux hélices et d'origine mécanique. Généralement la prépondérance de ces différentes sources évolue avec la vitesse du bâtiment, son immersion (sous-marin ou sonar remorqué) et son état de fonctionnement (combinaison d'auxiliaires en fonction). Elle varie également avec la gamme de fréquences à laquelle on s'intéresse. D'une manière générale l'origine hydrodynamique est prépondérante à grande vitesse, l'origine mécanique à faible vitesse.

Grosso-modo, les bruits propre et rayonné liés à un bâtiment comportent :

- chacun une composante (plutôt stationnaire) à spectre continu et décroissant très approximativement en  $\sigma(1/f^2)$ , dont la puissance croît avec la vitesse car elle est principalement d'origine hydrodynamique et hydroélastique (écoulement, cavitation) ;

• chacun un ensemble de raies spectrales à durée de stationnarité faible, raies d'origine mécanique et raies d'hélice, caractéristiques du bâtiment, situées en particulier en basse fréquence ; parmi les raies d'origine mécanique on trouve par exemple celles liées aux modes de vibration de l'ensemble de la coque situées en très basse fréquence (quelques Hertz), ou celles résultant du « chant d'hélice » engendré par la résonance d'une ou plusieurs pâles ;

• spécifiquement en bruit propre, mais aussi d'une moindre manière en bruit rayonné, une composante non-stationnaire intermittente constituée de bruits impulsifs d'origines diverses ; ce sont par exemple ceux résultant du fonctionnement d'un auxiliaire ou du passage, devant un hydrophone, d'une turbulence localisée.

Ces bruits sont généralement anisotropes. En particulier en bruit rayonné, on peut remarquer des diagrammes en valeur moyenne de type doublet sur les flancs du bâtiment avec un lobe supplémentaire à l'arrière (hélices). Une méthode de réduction du diagramme « doublet » est de limiter le transfert des vibrations entre la coque et l'eau par utilisation de matériaux de masquage (à ne pas confondre avec les matériaux anéchoïques utilisés pour atténuer la réflexion d'une onde sur la coque).

On trouve sur les figures 2.7 à 2.10 divers exemples de bruits propre et rayonné : niveau spectral de bruit propre d'un bâtiment selon la vitesse, niveau spectral de bruit rayonné d'un bâtiment analysé en bande large (tiers d'octave), niveau spectral de bruit rayonné d'un bâtiment en très basse fréquence, lofargramme pour recherche de raies aux très basses fréquences (niveaux d'amplitude supérieurs à un seuil dans un diagramme fréquence-temps).

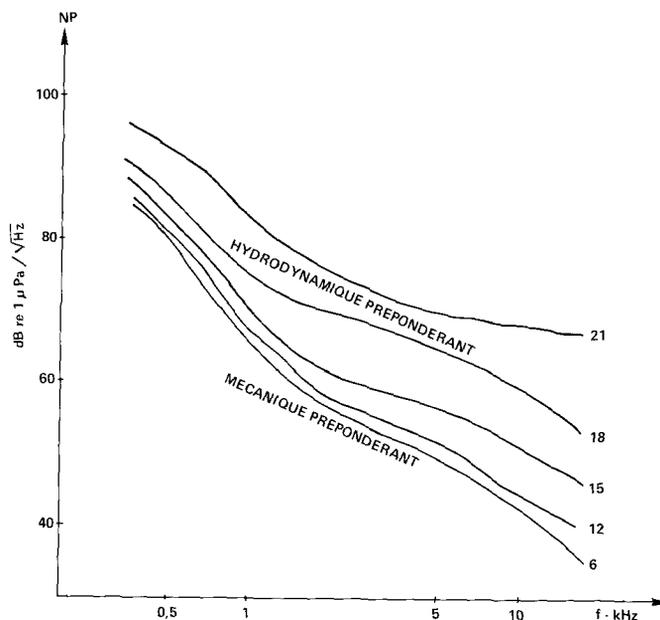


Fig. 2.7. — Exemple de niveau isotrope spectral de bruit propre d'un bâtiment selon la vitesse en nœuds.

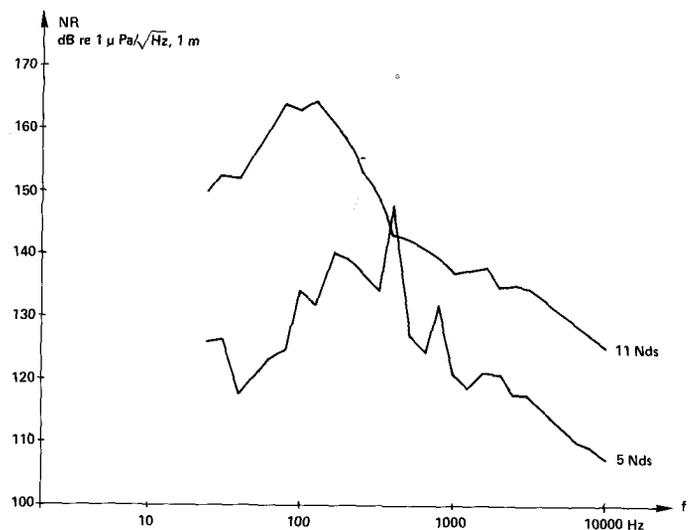


Fig. 2.8. — Exemple de niveau spectral de bruit rayonné d'un bâtiment.

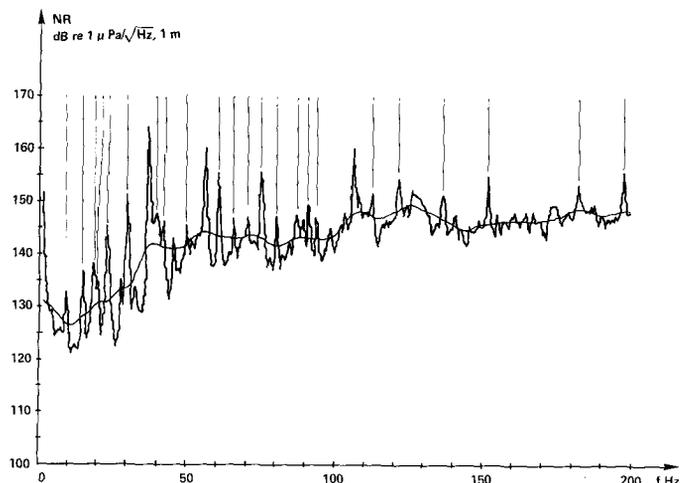


Fig. 2.9. — Exemple de niveau spectral de bruit rayonné d'un bâtiment en très basse fréquence.

Le bruit propre, quant à lui, est lié d'une part au porteur, d'autre part à la structure de l'antenne (forme, position), ainsi qu'à sa protection (dôme) et à son environnement (interface, comprenant le câble éventuel). Cet ensemble dôme-interface ou « système de dôme » ou « dôme généralisé » peut prendre diverses configurations tant par les formes et volumes que par les matériaux utilisés. Ces configurations se répartissent en deux grandes catégories :

- « Systèmes de dôme » élastiques comportant généralement un dôme (par exemple en acier), un fluide interne (par exemple eau de mer) dans lequel baigne l'antenne, et un ou plusieurs baffles (absorbeurs ou réflecteurs) ;
- « Systèmes de dôme » viscoélastiques pouvant être par exemple analogues aux précédents mais avec un dôme en caoutchouc armé pressurisé ou encore constitués par une

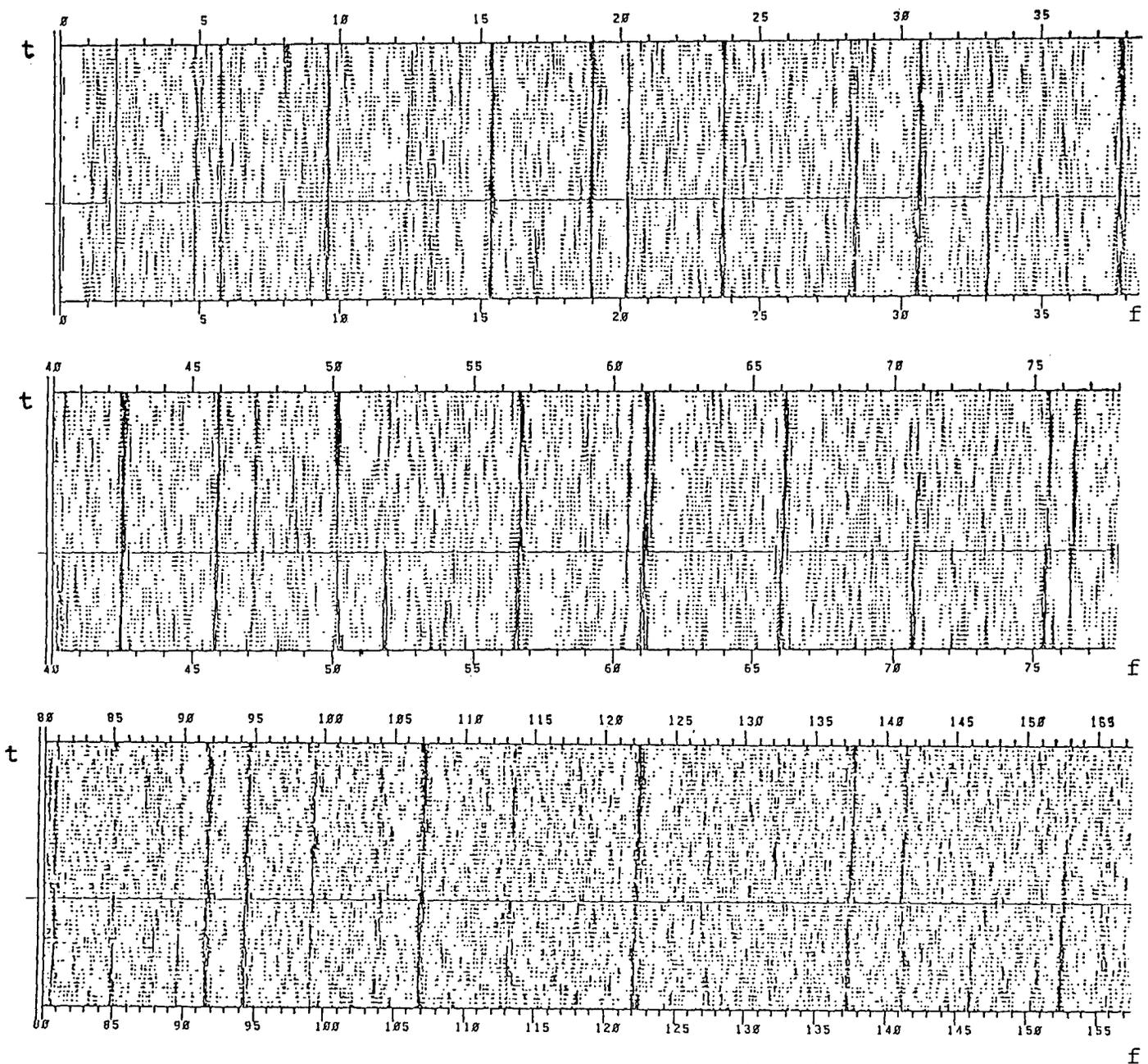


Fig. 2.10. — Exemple de Lofargramme : fréquences présentes à chaque instant.

couche d'élastomère enrobant les capteurs et accolée à un baffle (dôme plan) ou encore constitués par une gaine viscoélastique contenant un fluide et les capteurs et obturée par des connecteurs (dôme d'antenne linéaire).

Dans le cas des dômes de sous-marins ou de bâtiments de surface les sources de bruits purement vibratoires sont difficiles à localiser, à identifier et à modéliser. On lutte contre leurs actions en découplant les structures, et en installant au voisinage de l'antenne, mais en dehors de la fenêtre acoustique, des écrans ou barrières acoustiques constitués par un mélange savant de réflecteurs, d'absor-

beurs, de résonateurs ou de diffuseurs (ils font partie du baffle).

Pour les antennes remorquées, linéaires ou enfermées dans un corps caréné, la source principale de vibration est constituée, lorsqu'il n'est pas caréné, par le câble tracteur : celui-ci est alors excité par les « tourbillons alternés de Bénard Karman ». Les antennes linéaires, s'utilisant avec des câbles de grande longueur (donc non carénés), subissent nécessairement ce phénomène ; on cherche à s'en affranchir en employant des amortisseurs ou des tronçons « inertes » qui éloignent la tête de l'antenne du pied du

câble. Les corps remorqués classiques font appel à des câbles relativement courts qui peuvent donc être carénés ; les vibrations provoquées par les tourbillons alternés sont éliminées de ce fait. Le bâtiment porteur pourrait être éventuellement une source de vibrations gênantes, mais c'est rarement le cas.

Enfin les antennes remorquées sont soumises au bruit rayonné par le bâtiment tracteur, lequel semble au moins faiblement corrélé avec celui engendré par les vibrations dues au câble porteur.

### b) Bruit d'origine hydrodynamique

Le bruit d'origine hydrodynamique est engendré par l'écoulement du fluide (l'eau de mer) autour du corps matériel en cause (coque, dôme, câble, gaine d'antenne linéaire). On distingue d'une manière générale, dans un tel écoulement, cinq zones (laminaire, de transition, turbulente établie ou « couche limite turbulente » (CLT), de décollements éventuels, de sillage) (cf. fig. 2.11). On admet généralement que le bruit hydrodynamique est essentiellement engendré par la couche limite turbulente ; la part due à la zone de transition est actuellement en examen, par l'intermédiaire de divers modèles non encore validés expérimentalement de manière indiscutable.

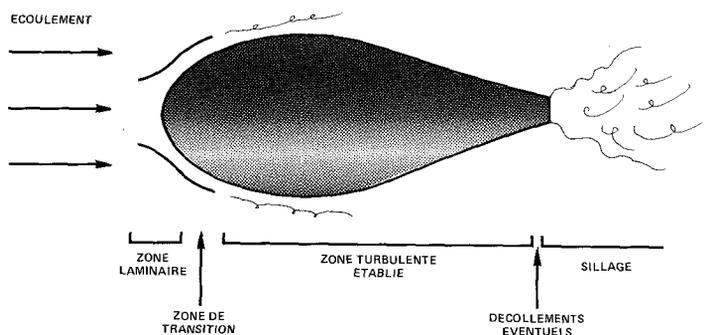


Fig. 2.11. — Différentes zones d'un écoulement.

Ce bruit d'écoulement comporte deux aspects correspondant à des phénomènes physiques bien distincts :

- le champ (a priori évanescant) de la couche limite turbulente, également appelé « pseudo-son », encore à ce jour mal compris et mal décrit ; il constitue une composante importante du bruit propre ;

- le champ (qui peut être propagatif) créé par les vibrations mécaniques d'une structure elle-même excitée par un écoulement ou l'interaction d'obstacles avec l'écoulement ; il intervient en bruit propre et en bruit rayonné.

En particulier le bruit propre induit par une couche limite turbulente fait intervenir trois éléments fondamentaux : une CLT, un système de dôme, une antenne ; le bruit rayonné induit par une CLT fait intervenir une CLT et une structure rayonnante ; il s'y ajoute l'influence de la propagation (en champ proche ou lointain selon le cas). D'une manière générale, l'étude du bruit d'écoulement

passé donc par tout ou partie des étapes suivantes :

- la caractérisation de la couche limite turbulente et de la zone de transition : elle résulte, pour la première, du modèle de Corcos ou, mieux, du modèle de Chase, pour la seconde, des modèles de Lauchle, Lagier, Josserand. Ainsi la CLT, siège de perturbations (mouvements tourbillonnaires d'échelle variable) qui se déplacent dans des directions déterminées avec des vitesses variables (subsoniques ou supersoniques) peut être considérée comme un phénomène aléatoire. On en traduit l'effet par une densité spectrale (en fréquence — nombres d'onde, associée à une fonction de corrélation spatio-temporelle) des fluctuations de pression sur une paroi rigide soumise à un écoulement turbulent incompressible. Cette dernière s'écrit, pour le modèle de Corcos, avec diverses restrictions, sous la forme :

$$P(f, k, k') = (a/f)^2 b(f) \alpha(ak/f) \beta(ak'/f).$$

- la détermination du champ de bruit rayonné ou du champ de bruit sur l'antenne impliquant la caractérisation du couplage fluide (CLT)-structure (rayonnante ou système de dôme) et éventuellement de l'effet des capteurs dont les dimensions non négligeables de surface active engendrent un effet de filtrage spatial. En particulier le couplage fluide-structure dépend de la configuration considérée et peut être étudié par diverses méthodes d'analyse vibratoire d'une structure complexe (par fonctions de transfert, analyse statistique énergétique SEA [15]..., (cf. § 2.2.d)).

Ces modélisations permettent, de plus, de dégager des méthodes de réduction de la composante hydrodynamique de bruit propre ou rayonné : contrôle de couche limite, amortissement de structure admissible pour la transparence acoustique, optimisation des dimensions géométriques des capteurs...

### c) Bruit de cavitation des hélices

Le bruit de cavitation est lié à la formation de bulles de gaz dans l'eau, lesquelles implosent en émettant un rayonnement acoustique monopolaire. En ce qui concerne les hélices, la cavitation est engendrée par la dépression à l'extrados sur les pâles et la dépression sur le cône. Le diagramme de rayonnement s'apparente à celui d'un monopôle bafflé par l'arrière du bâtiment.

Un modèle qui semble raisonnable pour décrire le bruit de cavitation est sa représentation sous la forme d'une génération aléatoire de bulles de diamètre aléatoire et dont la durée de vie est également aléatoire. De plus, leur diamètre dépend de la position instantanée de la pale génératrice de l'hélice en question. Le bruit résultant est la sommation au cours du temps des implosions des bulles, chacune étant traduite au niveau de la pression par une oscillation amortie, fonction déterministe du diamètre de la bulle de gaz.

### d) Bruit d'origine mécanique

Le bruit d'origine mécanique intervient en bruit rayonné en tant que bruit émis en champ lointain par les vibrations de la coque. Il intervient en bruit propre sous forme de

bruit engendré par les vibrations qui apparaissent en dehors des dômes et qui atteignent l'antenne directement par voie solide (il s'agit alors de vibrations pures) ou par voie acoustique en excitant les structures qui entourent l'antenne (le dôme en particulier). C'est un bruit généralement très « cohérent » car dû à des résonances mécaniques générées par les organes mécaniques du bâtiment liés à la coque. Il comporte en particulier des raies, de fréquences liées aux sources, pouvant être stables, fluctuantes (en amplitude et/ou en fréquence), intermittentes...

Les principales sources sont (cf. Tableau 2.1) :

- les machines tournantes telles que moteurs, pompes, alternateurs, ventilateurs, compresseurs... : elles engendrent des bruits de type « commun » (bruits de balourds, d'engrenages, de paliers...) ou de type « spécifique » à la machine (bruits de passage de lames de collecteur sur les balais dans les machines électriques, hydrauliques pulsatoires dans les pompes, de clapet dans les pompes, de cavitation dans les tuyautages des pompes...);
- les organes vibrants tels que transformateurs, selfs... ;
- les fluides pulsés ou non (bruit de laminage des vannes de réglage, bruits impulsifs des clapets, résonance de circuit hydraulique...);
- les structures (bruits de « tôle » dus à des panneaux extérieurs ayant du jeu et pouvant être excités sur de nombreux modes jusqu'en haute fréquence, résonances de la coque dont les modes propres peuvent être excités par l'écoulement ou les irrégularités de poussée...);
- les hélices (chant d'hélice).

Le bruit rayonné d'origine mécanique est dû au rayonnement de la coque excitée par les sources précédentes au sein d'un système mécanique complexe composé de :

- la machine dans son ensemble, avec ses résonances propres (par exemple celles de son carter pour un diesel) et les couplages entre machines ;
- la fixation de la machine : suspension simple, double, ou fixation rigide ;
- les liaisons avec l'environnement : câble d'alimentation, tuyautages, fluide... ;
- le berceau, s'il existe, avec ses résonances propres, sa suspension... ;
- le carlingage ou la fixation du berceau sur la coque.

Le bruit propre d'origine mécanique est engendré par les sources précédentes, couplées à l'antenne de par leur liaison à la coque et dont les vibrations peuvent se transmettre par deux chemins différents, non indépendants et difficilement séparables en pratique :

- Voie acoustique : le rayonnement de la coque, excitée via le système mécanique complexe, est recueilli par la base sonar comme tout signal acoustique. La modélisation de ce chemin n'est pas simple, car il faut tenir compte des phénomènes de diffraction sur la coque, le dôme sonar et l'antenne sonar elle-même.
- Voie mécanique : la transmission se fait toujours via la coque mais par un chemin purement mécanique, comprenant les éléments déjà cités mais aussi la fixation (ou

TABLEAU 2.1

Caractéristiques des bruits mécaniques

Signaux	Sources	Gamme de fréquence (Hz)
raies stables	machines tournantes à charge stable ou régulée, organes vibrants	20 à 20 000
raies instables en fréq. et/ou niveau	machines à charge variable (pompe...) réducteurs	30 à 1 000 300 à 1 500
raies modulées en fréq.	chant d'hélice	400 à 1 000
raies floues larges	résonance de structure résonance de circuit hydraulique de vanne...	< 100 200 à 500
bruit large bande	laminage vanne, cavitation pompe	100 à 1 000
bruit impulsif	clapets, presse, tôle, ...	> 100

suspension) de l'antenne, l'antenne elle-même et la réponse « vibrophonique » de celle-ci.

Le rayonnement de la coque, en réponse à l'excitation des sources, dépend donc de la source physique d'excitation, de sa propre structure mais aussi des éléments du système mécanique complexe de liaison pour toutes les fréquences considérées. On peut distinguer :

- les basses fréquences, où la richesse modale de la structure coque est faible : la coque pourra résonner selon l'un des modes globaux si la fréquence d'excitation coïncide avec ce mode et si l'énergie d'excitation est suffisante. On pourra ainsi trouver le mode de flexion de la coque, excité par l'hélice qui exerce une poussée toujours fluctuante, situé vers quelques dizaines de Hertz pour un bâtiment d'une centaine de mètres et le mode d'anneau situé un peu au-delà de la centaine de Hertz ;
- des fréquences plus hautes, où les modes d'ordre élevé sont plus amortis : on aura affaire à une déformation locale du type poinçonnement conduisant à une surface d'émission assez faible. Ce cas est le plus fréquent pour les auxiliaires autres que la propulsion. On y trouve également les vibrations engendrées par les lignes d'arbre et les mécanismes associés ; ces vibrations fluctuent sous l'effet de la houle, pour les bâtiments de surface, sous forme de modulation de fréquence (par influence sur la charge des hélices) ;
- des fréquences encore plus élevées, où des raies sont dues à des ondes excitées dans l'interface solide-fluide au voisinage de la coque et qui rayonnent par les ruptures d'impédance au voisinage des raidisseurs de la coque.

Les bruits aériens générés à l'intérieur excitent aussi la coque et peuvent donc être à l'origine de bruits perceptibles à l'extérieur. Cependant le couplage air-coque est très faible et cette contribution est souvent négligée.

Actuellement il existe différentes approches de l'analyse vibratoire d'une structure complexe :

- les méthodes par éléments finis qui maillent la structure analysée ;
- les méthodes modales qui cherchent les modes libres de vibration de la structure ;
- les méthodes par fonctions de transfert qui décomposent la structure en divers opérateurs, en chaîne, depuis l'excitation jusqu'au point d'application où l'on mesure la vibration.

Mais ces méthodes ne sont guère valables qu'en basse fréquence en raison du maillage nécessairement petit devant la longueur d'onde. En haute fréquence où le nombre de modes devient considérable, il semble intéressant d'utiliser des méthodes statistiques plus globales telle que l'analyse statistique énergétique (Méthode S.E.A.) [15].

De plus, il faut tenir compte du caractère temporaire de beaucoup de sources de bruit d'origine mécanique (par exemple, les vibrations provoquées par un auxiliaire qui ne fonctionne que par intermittence). Il est alors nécessaire de compléter le modèle de telles sources par un processus 0-1, comme par exemple le basculeur poissonnier.

### 3. Modélisation globale pour la réception par une antenne linéaire

#### 3.1. GÉNÉRALITÉS

Dans la réalité, le bruit n'est effectivement appréhendable que par l'intermédiaire d'un ensemble de capteurs, c'est-à-dire une antenne, laquelle intervient donc dans la perception que peut avoir le système des propriétés du bruit. Cette antenne intervient par sa forme (position des capteurs) et par ses dimensions (nombre et écartement des capteurs) ; elle est suivie d'un traitement d'antenne, étage d'entrée du système de décision, dont le but est la description du champ sonore reçu. Le but général — au moins à un premier niveau — du système est la séparation des deux contributions d'entrée, signaux et bruits, séparation s'appuyant sur la distinction essentielle les concernant : les premiers, à l'inverse des seconds, sont considérés comme spatialement cohérents (ils sont issus de points sources). La description fournie par le traitement d'antenne est généralement limitée au second ordre, le processus reçu étant considéré comme aléatoire : idéalement, on cherche une description en terme de densité spectrale spatio-temporelle  $P(f, \mathbf{k})$  ou en terme de directivité ; elle est déduite de l'expression temporelle à l'entrée, généralement via la fonction de corrélation spatio-temporelle  $\Gamma(\tau, \mathbf{r})$  ou, mieux, via la fonction de corrélation spatiale à une fréquence donnée  $\gamma'(f, \mathbf{r})$ . La conception du système et la description qu'il donne du milieu, en résumé, s'appuient sur et dépendent de trois facteurs : la modélisation des processus reçus, et en particulier des bruits intervenants, la nature de l'antenne, le type de

traitement. La nature de l'antenne est, à certains égards, le facteur prédominant : on se limite ici, dans cette partie, au cas des antennes linéaires, à capteurs équidistants (et en nombre fini !).

On a présenté dans les parties précédentes les principes de base de la modélisation des bruits d'acoustique sous-marine ainsi que divers modèles associés. Ceux-ci peuvent être de type descriptif, global, ou descriptif-global. Si les modèles descriptifs peuvent convenir pour les besoins « utilisation des systèmes », ils apparaissent généralement insuffisants pour les besoins « conception interne » des systèmes de traitement du signal. En effet sur les capteurs, se superposent, dans des proportions a priori inconnues, divers bruits et signaux, incitant à utiliser des descriptions descriptives — globales, ou mieux, les précédentes se révélant difficiles à identifier, des descriptions globales par exemple de type ARMA. Un premier problème qui se pose donc est celui de l'adéquation d'un modèle paramétrique aux bruits d'acoustique sous-marine reçus sur une antenne linéaire ; il revient à vérifier si l'on peut modéliser spatialement un bruit « physique » par un modèle paramétrique. Les figures 3.1 et 3.2 présentent pour un bruit réel de type isotrope planaire (de fonction de corrélation spatiale en  $(J_1(x)/x)$ ) la directivité engendrée par un modèle AR estimé (à partir de cette fonction de corrélation) (cf. § 1.2.d). Les ordres choisis sont assez faibles (4 et 8), l'approximation correspondant à l'ordre 8 (fig. 3.2) est satisfaisante. La figure 3.3 présente la directivité due à un AR d'ordre 8 pour un bruit isotrope sphérique (de fonction de corrélation spatiale en  $(\sin x/x)$ ). On constate donc une bonne description de la directivité du bruit par des modèles AR(MA) d'ordre assez faible ; ceci permet d'accorder un certain crédit aux méthodes reposant sur l'identification d'un modèle AR(MA) du bruit reçu, même si cette constatation ne permet pas forcément de généraliser au problème de l'adéquation de ces modèles aux bruits sous-marins.

Le traitement d'antenne, associé à une antenne linéaire, est généralement ou une formation de voies classique, ou une « antenne optimale de Capon », ou une antenne haute-résolution de type goniomètre (ou MUSIC). La prise en compte de la corrélation spatiale du bruit par ces trois traitements particuliers apparaît variable : la formation de voies ne considère pas le problème, bien que son interprétation en tant que système optimal nécessite une hypothèse de blancheur spatiale du bruit avec une hypothèse supplémentaire d'une seule source ; la méthode de Capon appliquée aux antennes les rend, d'une certaine manière, adaptatives à la corrélation spatiale de l'entrée et en tient donc compte ; le goniomètre repose classiquement sur l'hypothèse de bruit spatialement blanc. Plusieurs questions se posent alors. Tout d'abord, quelle est l'influence de la corrélation spatiale du bruit sur les résultats du système ? Ensuite, dans les étapes de mise en place d'un traitement élaboré, prenant en compte la corrélation spatiale du bruit :

— choix d'un modèle de bruit : quel est l'effet de l'antenne et du traitement associé sur les propriétés du modèle ?

— identification des paramètres du modèle de bruit choisi : quelle méthode d'identification utiliser, sachant

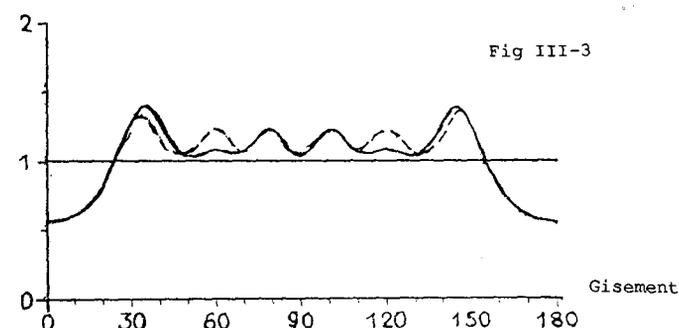
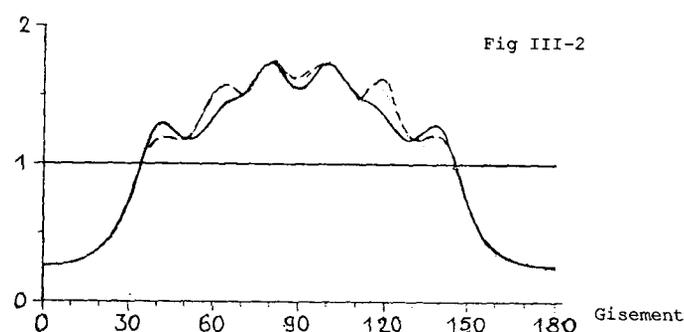
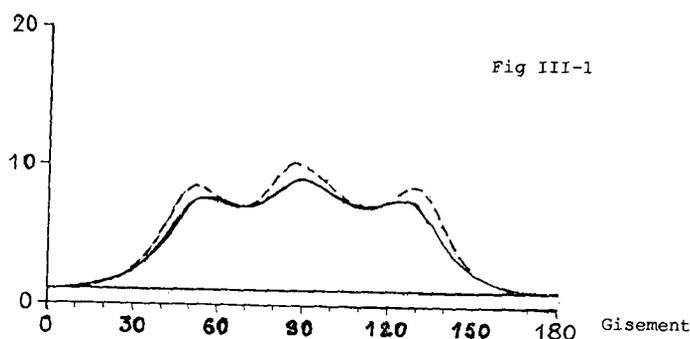


Fig. 3.1 à 3.3. — Comparaison entre la directivité exacte (trait plein) d'un modèle de bruit et son estimé par un modèle AR (tirets).

3.1. — Bruit réel, AR d'ordre 4,  $n = 16$ ,  $d = \lambda/4$ .

3.2. — Bruit réel, AR d'ordre 8,  $n = 10$ ,  $d = \lambda/2$ .

3.3. — Bruit isotrope sphérique, AR d'ordre 8,  $n = 10$ ,  $d = \lambda/2$ .

que, outre le bruit, des sources peuvent être présentes dans les quantités d'entrée ?

— introduction des valeurs estimées des paramètres dans le traitement d'antenne : quel effet en résulte-t-il sur les performances d'un système tel que le goniomètre ?

On va donner, dans cette partie 3, quelques éléments de réponse lorsque l'antenne utilisée est linéaire. La considération d'autres formes d'antenne implique de reprendre les développements présentés pour adapter les résultats obtenus.

### 3.2. IMPACT EN TRAITEMENT D'ANTENNE DES PROPRIÉTÉS SPATIO-TEMPORELLES DES BRUITS VUES PAR L'ANTENNE

On se limite au cas d'un problème plan horizontal, à fréquence  $f$  fixée, avec une antenne linéaire à capteurs

équidistants de  $d$ , par rapport à laquelle est défini l'angle de gisement  $\theta$  repérant la direction considérée. A la direction  $\theta$  sont associées les fréquences spatiales  $k$  et  $k'$ , lesquelles, toutes les ondes étant supposées planes, sont liées par  $k^2 + k'^2 = 1/\lambda^2$ ; la situation, à  $(f, c, \lambda = c/f)$  données, est donc décrite par la seule variable  $k$  ou  $\theta$  (cf. § 1.2.c5 et Annexe 2).

#### a) Conséquences pour la formation de voies

La méthode usuelle en traitement d'antenne est la formation de voies [10]; elle consiste simplement à compenser les retards (ou les déphasages) pour une direction donnée. La « détection » des sources est obtenue en comparant la puissance relative des diverses voies, elle repose donc sur le contraste spatial. Diverses architectures [16] existent pour effectuer cette opération; par raison de simplicité, on considère celle qui consiste à effectuer, derrière les  $n_c$  capteurs, la transformée de Fourier spatiale puis à effectuer une analyse spatiale en calculant sa puissance moyenne. On définit alors le gain local de la formation de voies (à la fréquence  $f$ ) dans la direction  $\theta$  (on note  $X'$  et  $X^*$  la transposée et la transposée-conjuguée de la matrice complexe  $X$ ) par :

$$G_\theta = \frac{\mathbf{D}_\theta^* \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{D}_\theta}{\mathbf{D}_\theta^* \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{D}_\theta};$$

dans cette expression,  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{B}$  sont respectivement les matrices interspectrales réduites (elles correspondent à des processus de puissance moyenne unité) des sources et du bruit et  $\mathbf{D}_\theta$  est un vecteur source associé à  $\theta$  (par l'intermédiaire de la fréquence spatiale  $k = \cos \theta/\lambda$ ) défini par :

$$\mathbf{D}'_\theta = [1, \exp(-2\pi i k d), \dots, \exp(-2\pi i k (n_c - 1) d)].$$

En supposant qu'il y ait une seule source dans la direction  $\theta_0$ , alors  $\mathbf{S} = \mathbf{D}_{\theta_0} \cdot \mathbf{D}_{\theta_0}^*$ , et :

$$G_\theta = |\mathbf{D}_\theta^* \cdot \mathbf{D}_{\theta_0}|^2 \cdot (\mathbf{D}_\theta^* \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{D}_\theta)^{-1}.$$

Si le bruit est blanc spatialement,  $G_{\theta_0} = n_c$  (résultat classique). Dans le cas contraire on peut faire (cf. Annexe 4 sur « Propriétés asymptotiques de la matrice interspectrale du bruit ») l'approximation suivante :

$$\mathbf{D}_\theta^* \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{D}_\theta \approx P_{B, n_c}(f, k),$$

où  $P_{B, n_c}(f, k)$  est la densité spectrale spatio-temporelle du bruit vue par l'antenne linéaire. On a alors :

$$G_\theta \approx \frac{n_c^2}{P_{B, n_c}(f, k)}.$$

A la fréquence  $f$ , le gain de la formation de voies est inversement proportionnel à la directivité du bruit, ce qui peut évidemment entraîner des variations locales très importantes du gain d'antenne, auxquelles des algorithmes (heuristiques le plus souvent) de normalisation spatiale essayent de remédier.

Les conséquences de la coloration spatiale du bruit sur les traitements classiques sont aisément prévisibles : elles entraînent des modifications locales du rapport signal sur bruit qui peuvent induire divers problèmes tels que non détection des sources faibles, biais d'estimation en gisement... Une illustration en est donnée par la figure 3.4 où l'on présente (courbe en trait plein) la sortie de formation de voies, dans un cas où deux sources sont présentes et où le bruit additif est spatialement coloré. On constate sur cette figure que la source à 110° est difficilement visible. Ces effets négatifs seraient atténués dans le cas d'une formation de voies large-bande car la directivité du bruit évolue en fonction de la fréquence. Dans tous les cas, un blanchiment spatial associé à une estimation correcte du modèle de bruit revêt cependant une importance pratique considérable ainsi que le montre, dans le cas bande étroite, la figure 3.4 (courbe en pointillés) : la source à 110° apparaît alors beaucoup plus nettement.

Paramètres de la simulation :

30 Capteurs	200 Moyennes		
2 Sources	Gisement : 45°	110°	
	Puissances : 0.1	0.05	
Bruit MA simulé :			
4 coefficients :	1.0	0.5	0.2 -0.7
Estimation du bruit :			
Bruit estimé :	1.12	0.28	-0.03 -0.47
16 Itérations		L = 5	

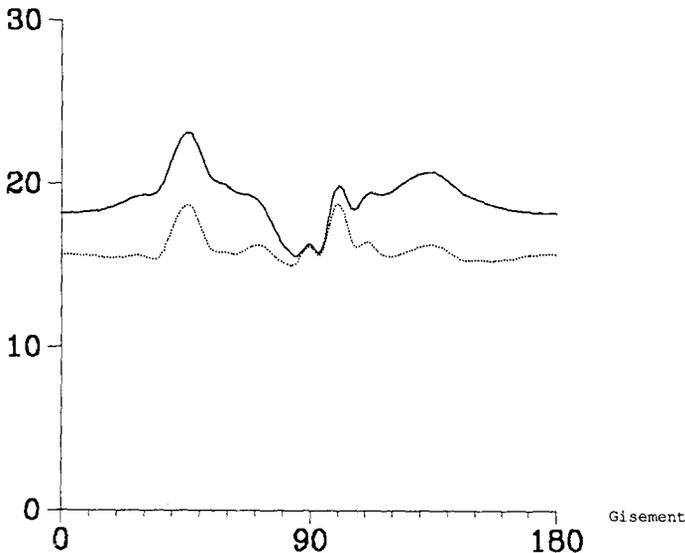


Fig. 3.4. — Directivité vue par l'antenne (2 sources et bruit corrélé spatialement) :

- en pointillés, après blanchiment par un modèle MA estimé,
- en trait plein, sans blanchiment.

### b) Conséquences pour les antennes optimales de Capon

Une autre méthode non paramétrique usuelle est la méthode de Capon ; elle évalue la puissance moyenne en

sortie du filtre adapté à la direction  $\theta$  (à la fréquence  $f$ ), soit :

$$C_{\theta} = (\mathbf{D}_{\theta}^* \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{D}_{\theta})^{-1}$$

où  $\mathbf{R}$  est la matrice interspectrale des entrées (sommes de signal et de bruit). Dans ce cas également, on vérifie que la directivité du bruit peut engendrer des variations locales, pouvant être très importantes, de  $C_{\theta}$ , avec des conséquences du même ordre que précédemment.

### c) Conséquences pour les méthodes à haute résolution

Les méthodes dites à haute résolution — on se limite au cas à fréquence  $f$  fixée — reposent sur la séparation entre les sous-espaces « source » et « bruit » [17], séparation généralement obtenue grâce à des techniques d'algèbre linéaire [18]. La connaissance (a priori ou par estimation) de la structure des corrélations du bruit joue, de ce fait, un rôle fondamental. L'inadéquation du modèle de bruit (à la réalité) peut induire en particulier trois types de problèmes :

- 1) apparition de sources parasites,
- 2) non détection des sources faibles,
- 3) perte de pouvoir séparateur et biais d'estimation des gisements.

#### c1) Apparition de sources parasites

A partir des expressions asymptotiques des éléments propres de la matrice interspectrale du bruit (cf. Annexe 4), il est possible d'expliquer l'apparition des sources parasites. En effet, les vecteurs propres de cette matrice coïncident (asymptotiquement) avec des vecteurs sources uniformément répartis en fréquence spatiale et les valeurs propres correspondantes tendent vers les valeurs échantillonnées (sur la variable fréquence spatiale) de la densité spatio-temporelle du bruit. Les vecteurs propres susceptibles de créer des sources parasites sont alors ceux liés aux pics de la directivité du bruit.

Ceci est illustré par la figure 3.5 qui représente la sortie du goniomètre (« MUSIC ») lorsque le signal reçu est la somme des contributions de 3 sources et d'un bruit spatialement coloré avec un maximum très marqué par le travers de l'antenne. L'application directe de la méthode du goniomètre avec un sous-espace source de dimension 5 ne permet pas de séparer les sources situées à 35° et 45° ; de plus, la source située à 110° n'est pas détectable sur cette figure ; enfin, on note la présence de sources parasites au voisinage du travers de l'antenne. Ceci s'explique aisément par l'analyse précédente : le sous-espace source estimé correspond en fait aux vecteurs propres associés aux plus grandes valeurs propres, ils sont donc « approximativement » colinéaires à des vecteurs sources situés au voisinage du travers de l'antenne. Les vecteurs propres correspondants aux sources faibles ne sont donc pas inclus dans ce sous-espace source estimé, et celles-ci ne peuvent être détectables sur la sortie du goniomètre. L'augmentation de la dimension du sous-espace source est le remède qui vient immédiatement à l'esprit ; il présente toutefois le désavantage important d'augmenter le nombre de sources parasites ce qui est prohibitif dans les situations réelles : il

Paramètres de la simulation

$n_c=20, BT=300, 3+2$  sources

Directivité bruit simulé: \_\_\_\_\_ ; estimé: - - - - -

bruit simulé AR : 1.00,-1.00,0.20

sources simulées :gist      niveaux(db)

35	-5
45	-8
110	-10

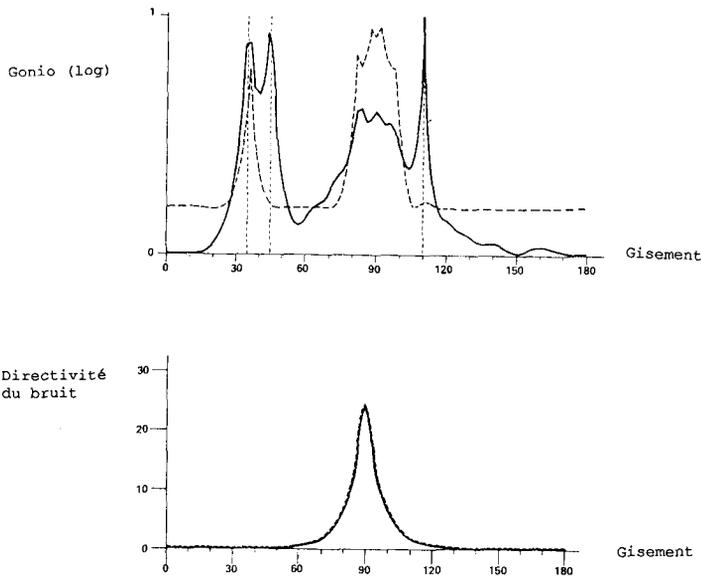


Fig. 3.5. — Relations entre la position des sources parasites du goniomètre et l'allure de la directivité du bruit.

sources : - - - - -  
Gonio brut : - - - - -  
Gonio blanchi: \_\_\_\_\_

est donc nécessaire de faire un compromis entre l'existence de sources parasites et la détection de sources faibles dans le cas d'un bruit additif spatialement coloré.

### c2) Non-détection de sources faibles

Un autre phénomène parasite est celui d'attraction des sources qui est illustré par les figures 3.6 et 3.7. Ce phénomène conduit à la non-détection des sources faibles situées dans les trous de la directivité du bruit et peut donc revêtir une importance pratique considérable. Une explication plausible de ce phénomène est donnée par l'analyse des pôles de la fonction de projection des vecteurs sources sur le sous-espace bruit.

En effet, l'application de la méthode du goniomètre revient à calculer la fonction de projection d'un vecteur source  $D_\theta$  sur le sous-espace bruit, soit [17] :

$$g(\theta) = D_\theta^* \cdot \Pi_B \cdot D_\theta = n_c - D_\theta^* \cdot \Pi_S \cdot D_\theta$$

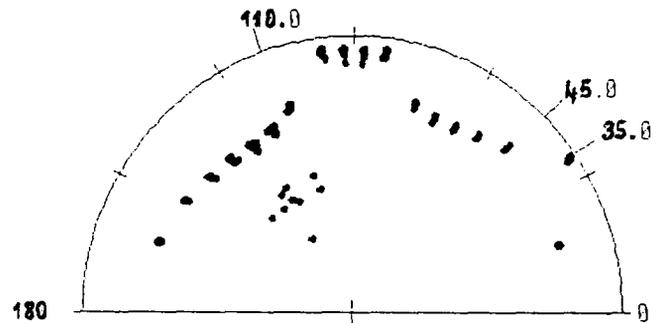


Fig. 3.6. — Pôles du goniomètre. Simulation identique à celle de la figure 3.5 avec 10 réalisations (bruit et sources à 35°, 45°, 110°).

### POLES GONIOMETRE

Bruit mod MA : 1.00 -0.40 0.50  
Gis sources : 30.00 45.00 110.00  
Niv sources : 0.30 0.15 0.10  
300 Mby 10 Real Idh = 1 Nb = 5  
Ncapt = 20 Ndim = 10

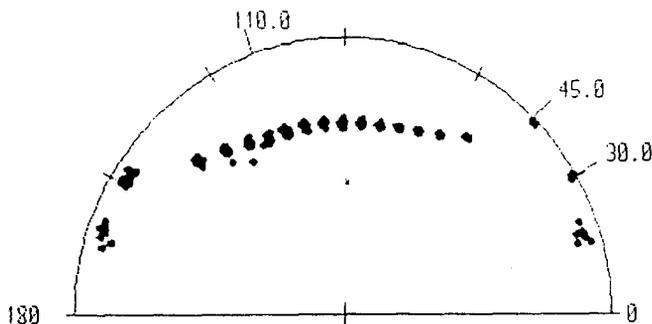
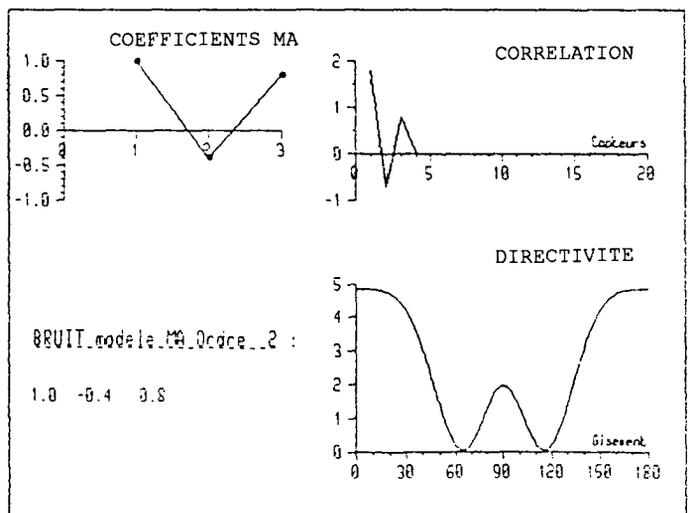


Fig. 3.7. — Pôles du goniomètre - Bruit modèle MA. Nombre de sources supposées = 5, 10 réalisations, 20 capteurs.



expression dans laquelle  $\Pi_B$  est le projecteur sur le sous-espace bruit, tel que  $\Pi_B = U \cdot U^*$  ( $U$  est la matrice formée par les vecteurs propres associés aux plus petites valeurs propres de la matrice interspectrale  $R$  des entrées) et dans laquelle  $\Pi_S$  est le projecteur sur le sous-espace source. Elle s'écrit :

$$g(\theta) = \sum_i |D_{\theta}^* \cdot U_i|^2 = Q(z)$$

avec  $z = \exp(-2\pi ifd \cos \theta / c)$ .

On montre aisément que  $Q(z)$ , polynôme en  $z$  à valeurs positives, admet des racines conjuguées par rapport au cercle unité (i.e. si  $z_i$  est racine de  $Q(z)$  alors  $z_i^{-1}$  l'est aussi); il peut donc être factorisé sous la forme ( $x^*$  désignant le complexe conjugué de  $x$ ) :

$$Q(z) = P(z) \cdot P^*(1/z).$$

Il y a donc des nombres égaux de racines de  $Q(z)$  situées à l'intérieur et à l'extérieur du cercle unité. On appellera « pôles » du goniomètre celles qui sont situées à l'intérieur du cercle unité ou sur le cercle (dans le cas où elles sont doubles).

Asymptotiquement, c'est-à-dire sans bruit d'estimation sur la matrice interspectrale  $R$  des entrées et sous l'hypothèse d'une parfaite adéquation des modèles (sources et bruit), les racines de  $Q(z)$  se trouvent sur le cercle unité et correspondent aux positions géométriques des sources. Ce n'est plus le cas si  $R$  est estimée ou si le bruit additif est spatialement coloré; la représentation de  $g(\theta)$  par pôles montre alors que l'allure de la directivité du bruit (vue par l'antenne) est reproduite au niveau des pôles comme on le constate sur les figures 3.6 et 3.7. Une source placée dans un gisement correspondant à un creux de la directivité du bruit est « attirée » par les pôles les plus proches relatifs au bruit, ce qui explique que la source correspondante ne soit pas vue par le goniomètre. Ce phénomène est à première vue contraire à l'intuition, car il semble que le rapport signal sur bruit local ait tendance à s'accroître pour les gisements correspondant à des creux de la directivité du bruit, alors que cela entraîne la non-détection de la source. Inversement, une source (de même niveau), sur une bosse de la directivité, est détectée.

### c3) Perte de pouvoir séparateur

Le pouvoir séparateur est lié à la directivité du bruit comme on peut le constater sur l'exemple de la figure 3.5 : une bosse importante dans la directivité du bruit induit une perte du pouvoir séparateur des méthodes H.R. On peut signaler, de plus, que les tests usuels permettant d'estimer le nombre de sources (Akaike, MDL,  $\chi^2$ ...) surestiment très largement ce nombre lorsque le bruit est coloré spatialement, puisqu'ils sont incapables de séparer (au seul vu des valeurs propres de  $R$ ) les contributions respectives des sources et du bruit.

### c4) Conclusion pour les méthodes H.R.

Les méthodes H.R. reposent sur la séparation entre sous-espaces source et bruit, et supposent donc une adéquation convenable du modèle de bruit additif à la réalité. Si cette

dernière hypothèse n'est pas valide, il n'est pas étonnant que leurs performances soient fortement dégradées.

L'utilisation directe des méthodes haute résolution en sortie de capteurs apparaît fort peu robuste vis-à-vis des erreurs de modélisation du bruit : c'est probablement la méthode de loin la plus sensible à ces erreurs parmi celles utilisées en traitement d'antenne. C'est pourquoi elle est souvent préconisée [19] en sortie d'un traitement robuste du type formation de voies.

## 3.3. EFFET DE L'ANTENNE SUR LES PROPRIÉTÉS DU MODÈLE

### a) Corrélation et coloration spatiales vues par l'antenne

On considère un processus aléatoire  $X(t, \mathbf{M})$ , réel, stationnaire temporellement et spatialement, de fonction de corrélation spatio-temporelle :

$$\Gamma(\tau, \mathbf{r}) = E \{ X(t, \mathbf{M}) \cdot X(t - \tau, \mathbf{M} - \mathbf{r}) \}.$$

Sa densité spectrale spatio-temporelle, fonction de la fréquence  $f$  et du vecteur  $\mathbf{k}$  des nombres d'onde (ou fréquences spatiales) est (cf. § 1.2.c) :

$$P(f, \mathbf{k}) = \int_{\mathbb{R}^4} \Gamma(\tau, \mathbf{r}) \exp[-2\pi i (f\tau + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] d\tau d\mathbf{r},$$

ou encore :

$$P(f, \mathbf{k}) = \int_{\mathbb{R}^3} \gamma'(f, \mathbf{r}) \exp(-2\pi i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

avec :

$$\gamma'(f, \mathbf{r}) = \int_{\mathbb{R}} \Gamma(\tau, \mathbf{r}) \exp(-2\pi i f\tau) d\tau;$$

cette dernière quantité  $\gamma'(f, \mathbf{r})$  est la densité spectrale « temporelle » ou fonction de corrélation spatiale à la fréquence  $f$ , encore appelée ici interspectre.

Le processus  $X$  est observé au moyen d'une antenne linéaire, de centre  $O$ , située sur une droite supposée confondue avec l'axe  $Ox$ , comportant  $n_c$  capteurs, et admettant un espacement intercapteur élémentaire  $d$  constant. L'antenne présente, en sortie des capteurs (c'est-à-dire à l'entrée du traitement d'antenne proprement dit), un processus  $Y(t, \mathbf{M})$  déduit de  $X$  par la transformation

$$Y(t, \mathbf{M}) = \sum_{j=0}^{n_c-1} X(t, \mathbf{M}) \delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_j)$$

où les  $\mathbf{M}_j$ , de la forme  $\mathbf{M}_j = \mathbf{M}_0 + j d\mathbf{x}$ , représentent les positions des capteurs.

La densité spectrale spatio-temporelle de  $Y$  se déduira de celle de  $X$  par trois effets :

— l'un, lié à l'échantillonnage périodique de l'espace par les capteurs, se traduit par un effet de « série infinie de composantes décalées », conduisant à une périodisation de la densité dans le domaine spatial ;

— le second, dû au nombre fini de capteurs, se traduit par

une discrétisation de la densité dans le domaine des fréquences spatiales ;

— le dernier, engendré par la forme linéaire de l'antenne, introduit une perte de la valeur de la densité dans un plan de fréquences spatiales.

Ces trois effets font que la coloration spatiale du bruit sera déformée par l'antenne et donc perçue de manière déformée par le système constitué de l'antenne et du traitement d'antenne. Ainsi une forme linéaire d'antenne, confondue avec Ox, implique que la densité spatio-temporelle est perçue, indépendamment des effets d'échantillonnage et de nombre fini, sous la forme :

$$P(f, \mathbf{k}) = \int_{\mathbb{R}^4} \Gamma(\tau, \mathbf{r}) \delta(r') \delta(r'') \times \exp[-2\pi i(f\tau + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] d\tau d\mathbf{r}$$

laquelle s'écrit

$$P(f, \mathbf{k}) = P(f, k, k', k'') = \int_{\mathbb{R}^2} \Gamma(\tau, r, 0, 0) \exp[-2\pi i(f\tau + kr)] d\tau dr.$$

Cette expression ne dépend explicitement que du nombre d'onde  $k$ , scalaire, correspondant à la direction géométrique  $(\theta, s)$  telle que :

$$k = \frac{1}{\lambda} \cos \theta \cos s.$$

On la note donc dans la suite  $P(f, k)$  et l'on note de même  $\Gamma(\tau, \mathbf{r})$  et  $\gamma'(f, r)$  les quantités associées  $\Gamma(\tau, \mathbf{r})$  et  $\gamma'(f, \mathbf{r})$  pour  $\mathbf{r} = (r, 0, 0)$ .

Dans l'analyse par densité spectrale spatio-temporelle (c'est-à-dire l'évaluation de  $P(f, k)$  à un instant donné) effectuée par une antenne linéaire, une ambiguïté directionnelle résulte donc de l'alignement des capteurs :  $\lambda$  étant fixée, à chaque valeur de  $k$ , correspond dans l'espace, non une direction, mais un ensemble de directions constituant un cône de sommet 0 et d'angle dépendant de  $\lambda$ . Ces cônes sont définis par l'ensemble des couples  $(\theta, s)$  tels que (cf. fig. 3.8)  $\cos \theta \cdot \cos s = \text{cte} = \cos \theta'$ . L'angle  $\theta'$  est appelé pseudo-gisement de la source : tous les points situés sur un même cône (limité au sommet) sont « vus dans la même pseudo-direction »  $\theta'$  par une antenne linéaire.

En fait, trois cas particuliers d'antennes linéaires sont plus fréquemment considérés : horizontale travaillant à grande distance, horizontale travaillant à faible distance et, enfin, verticale. Dans le premier cas, auquel on se limite dans la suite, les ondes planes sont affectées d'angles de site faibles, tels que  $\cos s$  est très voisin de 1 ; on omet donc généralement cet angle de site. Alors, l'analyse étant limitée au plan horizontal, la correspondance géométrique entre le nombre d'onde scalaire  $k$  et la direction  $\theta$  résulte de  $k = \frac{\cos \theta}{\lambda}$ . On retrouve la description, à  $(f, c, \lambda = c/f)$  données, de la situation par la seule variable  $k$  ou  $\theta$  (cf. § 1.2.c5, § 3.2, Annexe 2).

L'échantillonnage spatial et le nombre fini  $n_c$  de capteurs, ont pour conséquence que l'on peut obtenir, à la fréquence

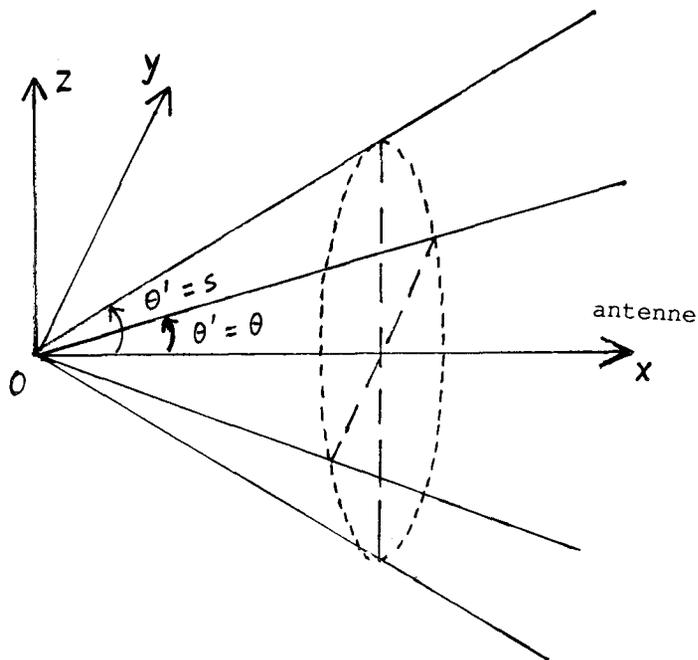


Fig. 3.8. — Cône d'ambiguïté.

$f$ , des estimées  $\hat{\gamma}'(f, jd)$  de  $\gamma'(f, r)$ . L'objet du traitement d'antenne étant essentiellement l'obtention, pour tout  $k$ , de  $P(f, k)$ , à la fréquence  $f$ , on peut utiliser l'approximation suivante :

$$P_{n_c}(f, k) = \sum_{j=-n_c+1}^{n_c-1} \gamma'(f, jd) \exp(-2\pi i k j d),$$

conduisant à l'estimation :

$$\hat{P}_{n_c}(f, k) = \sum_{j=-n_c+1}^{n_c-1} w(j) \hat{\gamma}'(f, jd) \exp(-2\pi i k j d),$$

où  $w(j)$  est une fenêtre de pondération spatiale (par exemple triangulaire) ; on peut considérer ces deux dernières expressions comme étant la « densité spectrale spatio-temporelle (ou, à fréquence  $f$  donnée, lorsque l'on exprime  $k$  en fonction de  $\theta$ , la directivité) du processus, l'une vue, l'autre estimée, par une antenne linéaire à  $n_c$  capteurs et espacement  $d$  ». Il importe de bien avoir à l'esprit que les interspectres  $\hat{\gamma}'(f, jd)$  ne sont qu'un intermédiaire de calcul, et que l'objet du traitement d'antenne est d'étudier  $\hat{P}_{n_c}(f, k)$ .

L'approximation  $P_{n_c}$  ou l'estimation  $\hat{P}_{n_c}$  devrait être généralement d'autant meilleure que  $n_c$  est grand. Lorsque  $n_c$  est petit, l'application directe de la formule d'approximation ou d'estimation conduit à une grande variabilité de la directivité pour des  $\gamma'(f, jd)$  ou des  $\hat{\gamma}'(f, jd)$  apparemment assez proches ; ceci peut introduire une incertitude quant au comportement à adopter en sortie du traitement d'antenne (cf. § 3.3.b). Une méthode pour pallier ce phénomène est de chercher à « étendre » les estimations  $(\hat{\gamma}'(f, jd))$  à tout l'espace, c'est-à-dire de « reconstituer »  $\gamma'(f, r)$  à partir des  $\hat{\gamma}'(f, jd)$  (pour  $f$  donnée). Cette démarche, reposant généralement sur une modélisation

paramétrique de  $\gamma'(f, r)$  pour  $f$  donnée, est équivalente, dans son principe, à celle rencontrée en analyse spectrale. Cette analogie est vraie, à ceci près que, travaillant dans le milieu réel où sont présentes, en plus du bruit, un grand nombre de sources cohérentes, une modélisation ARMA conduit à utiliser des modèles d'ordre élevé (voire très élevé). Une modélisation « brutale » des sorties de capteurs par un modèle ARMA peut donc se révéler hasardeuse : on développe en conséquence des méthodes spécifiques au traitement d'antenne, dont la philosophie générale repose sur une modélisation séparée des sources cohérentes et du bruit, avec la difficulté de non-séparabilité de ces deux composantes (cf. § 3.5).

### b) Influence de l'antenne linéaire dans l'observation des bruits isotropes

On considère les bruits isotropes élémentaires, présentés aux § 2.1.b et c, pour lesquels la modélisation a conduit aux fonctions de corrélation spatiales suivantes (à un facteur près et à une longueur d'onde  $\lambda = c/f$  donnée,  $J_0$  et  $J_1$  étant les fonctions de Bessel d'ordres 0 et 1) :

a) Bruit isotrope sphérique :

$$\gamma'(f, r) = \frac{\sin(2\pi r/\lambda)}{2\pi r/\lambda}.$$

b) Bruit isotrope planaire :

$$\gamma'(f, r) = \frac{J_1(2\pi r/\lambda)}{2\pi r/\lambda}.$$

c) Bruit isotrope impulsif :

$$\gamma'(f, r) = J_0(2\pi r \alpha / \lambda),$$

où,  $\psi'$  étant un angle donné de site,  $\alpha = \cos \psi'$ .

On en déduit, dans les trois cas, la densité spectrale spatio-temporelle ou la directivité vue par l'antenne linéaire ( $n_c, d$ ) (on a  $k = \cos \theta / \lambda$ ) :

$$a) P_{n_c}(f, k) = \sum_{j=-n_c+1}^{n_c-1} \frac{\sin(2\pi j d/\lambda)}{2\pi j d/\lambda} \cdot \exp(2\pi i k j d),$$

$$P_{n_c}(f, k(\theta)) = 2 \sum_{j=1}^{n_c-1} \frac{\sin(2\pi j d/\lambda)}{2\pi j d/\lambda} \times \\ \times \cos(2\pi j d \cos \theta / \lambda) + 1.$$

Ce bruit est décorrélié spatialement à  $\lambda/2$ .

$$b) P_{n_c}(f, k(\theta)) = 2 \sum_{j=1}^{n_c-1} \frac{J_1(2\pi j d/\lambda)}{2\pi j d/\lambda} \times \\ \times \cos(2\pi j d \cos \theta / \lambda) + 1/2.$$

Ce bruit est décorrélié spatialement à  $0,6 \lambda$ .

$$c) P_{n_c}(f, k(\theta)) = 2 \sum_{j=1}^{n_c-1} J_0(2\pi j d \alpha / \lambda) \times \\ \times \cos(2\pi j d \cos \theta / \lambda) + 1.$$

Ce bruit est décorrélié spatialement à  $0,4 \lambda$ .

Les figures 3.9 à 3.14 représentent la directivité (densité spectrale spatio-temporelle, fonction de  $\theta$ , à fréquence  $f$  fixée) de ces bruits, vue par l'antenne linéaire, dans les trois cas, avec les conditions suivantes (le gisement  $\theta$  est en abscisse) :

a) Bruit sphérique :

$$n_c = 16, \quad d = \lambda/4, \quad (\text{fig. 3.9}); \\ n_c = 31, \quad d = \lambda/4, \quad (\text{fig. 3.10}).$$

On constate que la directivité de ce bruit est assez plate, si l'on excepte les effets de bord et les oscillations dus au faible nombre de capteurs. Ces effets (de bord et oscillations) s'atténuent lorsque  $n_c$  croît (de 16 à 31 par exemple). Ce résultat était tout à fait prévisible car  $P_{n_c}(f, k)$  résulte de l'application de la transformée de Fourier inverse à la transformée de Fourier d'un rectangle, les oscillations étant dues au faible nombre de points utilisés (ici le nombre de capteurs) pour ces transformations ; ce résultat reste vérifié quel que soit l'écartement intercapteurs.

b) Bruit planaire :

$$n_c = 16, \quad d = \lambda/4, \quad (\text{fig. 3.11}); \\ n_c = 16, \quad d = 0,45 \lambda, \quad (\text{fig. 3.12}).$$

On constate sur ces directivités une forte coloration spatiale, c'est-à-dire une importante différence de niveau entre le travers de l'antenne et l'axe de l'antenne (le bruit vu par l'antenne est fortement directif). La formation de voies traduira cette coloration spatiale par des variations locales de rapport signal sur bruit (il sera le moins bon pour des directions proches du travers de l'antenne), et du biais dans l'estimation des gisements. Les méthodes haute-résolution traduiront la « bosse » de la densité spatiale par des sources supplémentaires, une perte de pouvoir séparateur et de pouvoir de détection (cf. § 3.2).

c) Bruit impulsif :

$$n_c = 16, \quad d = \lambda/4, \quad (\text{fig. 3.13}); \\ n_c = 16, \quad d = 0,45 \lambda, \quad (\text{fig. 3.14}).$$

On constate que le bruit vu par l'antenne est fortement directif, particulièrement à  $\lambda/4$ . Il est à remarquer que le « creux » de la directivité (travers de l'antenne) se traduira, pour les méthodes haute résolution, par un effet d'attraction des sources faibles et donc par leur non-détection.

Par ailleurs, on peut constater sur la figure 3.15 que les corrélations spatiales des trois exemples considérés (sphérique, planaire, impulsif) de bruits isotropes sont assez voisines, et ceci bien que les directivités associées, vues par une antenne linéaire, soient radicalement différentes. En fait, l'obtention de directivités anisotropes pour des bruits intrinsèquement isotropes résulte de la nature de l'antenne utilisée : celle-ci est anisotrope dans le plan horizontal, de longueur limitée, à capteurs discrets.

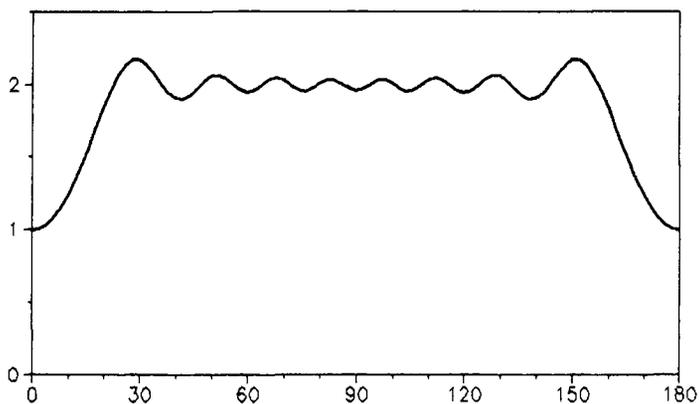


Fig. 3.9. — Bruit isotrope sphérique 16 capteurs  $d = 0.25 \lambda$ .

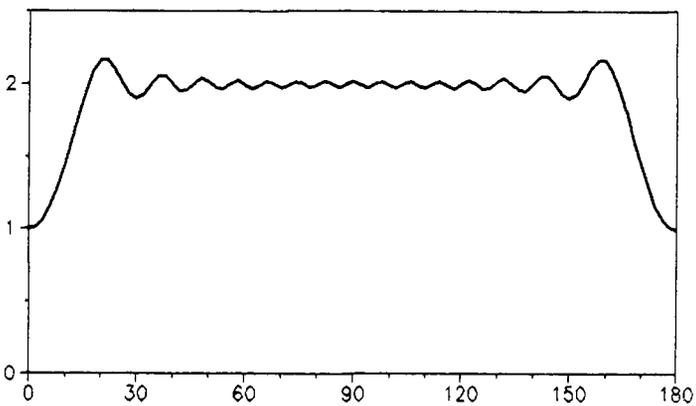


Fig. 3.10. — Bruit isotrope sphérique 31 capteurs  $d = 0.25 \lambda$ .

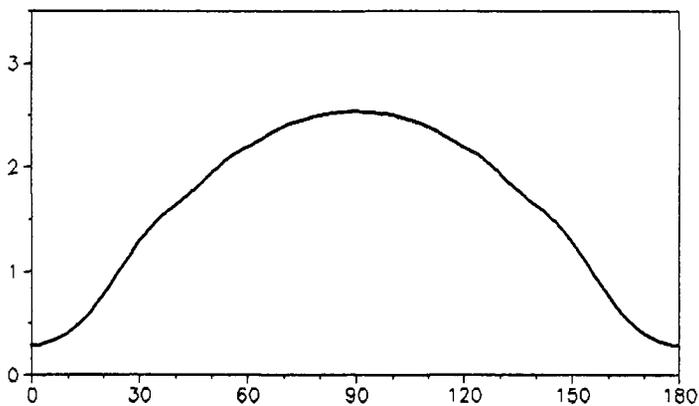


Fig. 3.11. — Bruit isotrope planaire 16 capteurs  $d = 0.25 \lambda$ .

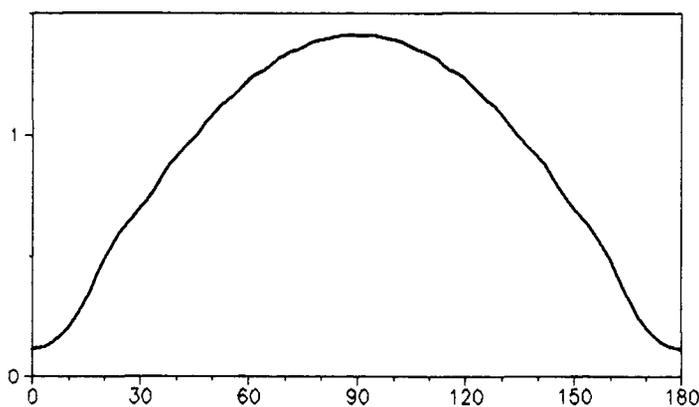


Fig. 3.12. — Bruit isotrope planaire 16 capteurs  $d = 0.45 \lambda$ .

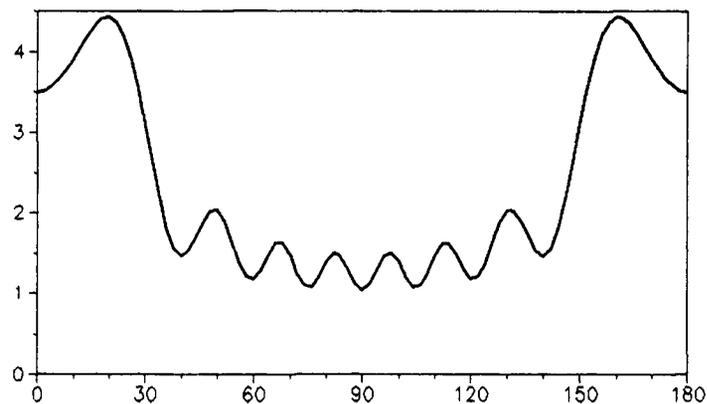


Fig. 3.13. — Bruit isotrope impulsif 16 capteurs  $d = 0.25 \lambda$ .

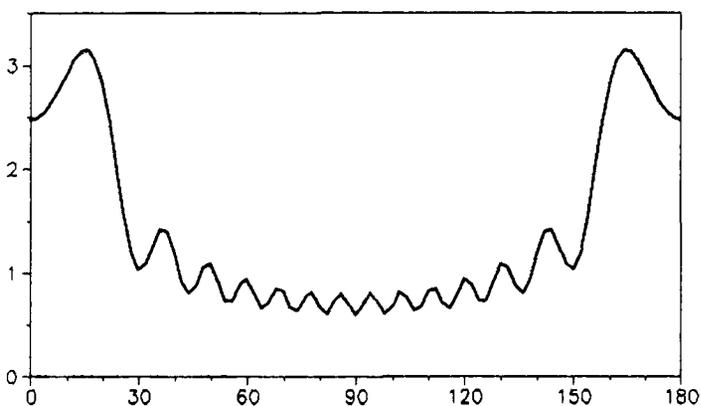


Fig. 3.14. — Bruit isotrope impulsif 16 capteurs  $d = 0.45 \lambda$ .

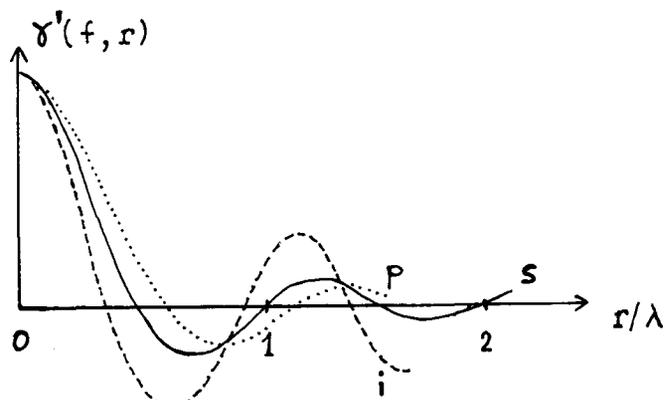


Fig. 3.15. — Comparaison des densités spectrales temporelles (ou fonctions de corrélation spatiale à fréquence donnée) des bruits isotropes sphérique (s), planaire (p) et impulsif (i).

Fig. 3.9 à 3.14. — Directivités de bruits vues par une antenne linéaire.

Les modèles isotropes de description du bruit ambiant présentent l'attrait de s'appuyer sur des hypothèses de répartition physique des bruiteurs. Il est malheureusement à craindre que la grande variabilité des densités spectrales spatio-temporelles de ces modèles vus par une antenne linéaire (variabilité révélée par celle des directivités) ne rende assez illusoire, d'un point de vue pratique, l'estimation de modèles constitués par une combinaison linéaire de bruits isotropes particuliers, dans la mesure où ces densités spectrales constituent le produit essentiel des modèles estimés. De plus, il n'est pas évident qu'il y ait une bijection entre les corrélations intercepteurs de ces modèles « combinaison linéaire d'isotropes » et les densités spectrales correspondantes, pour un nombre de capteurs donné. Enfin, les conclusions précédentes, liées à la nature de l'antenne (linéaire), ne sont pas extrapolables, sans précaution, à des antennes non linéaires (cylindrique, sphérique...).

### 3.4. IDENTIFICATION DES MODÈLES DE BRUIT

Le signal reçu sur une antenne est la somme de deux composantes. L'une (notée  $s$ ) est la partie utile de ce signal ; elle est liée aux sources et permet d'estimer les paramètres définissant les bruiteurs correspondants à ces sources. L'autre (notée  $b$ ) est constituée de tous les bruits parasites (par rapport aux bruiteurs) arrivant sur l'antenne. Le problème général consiste à séparer  $s$  et  $b$  à partir de leurs propriétés spatio-temporelles respectives.

Ce problème est généralement considéré en utilisant des statistiques au second ordre, ce qui conduit à étudier l'équation ci-dessous :

$$\hat{R} = S + B$$

( $\hat{R}$ ,  $S$  et  $B$  sont respectivement les matrices de covariance des sorties de capteurs, des sources, et du bruit). Si l'on considère les densités spatio-fréquentielles l'équation ci-dessus conduit à une équation scalaire.

Il importe cependant de bien avoir à l'esprit que ce problème d'identification d'un modèle de bruit est un problème mal posé. Sa résolution nécessite des hypothèses supplémentaires sur les sources liées à leurs propriétés spatio-temporelles ; ce peut être soit l'hypothèse de cohérence spatiale soit l'hypothèse d'onde plane. On peut néanmoins lui donner quelques solutions satisfaisantes.

Il est évidemment possible (et tentant) de modéliser les sorties de capteurs par un modèle ARMA (un peu particulier toutefois) et d'appliquer les techniques « usuelles » de l'analyse spectrale. Cette approche est vouée à l'échec dans la plupart des situations pratiques du fait du nombre relativement élevé de sources présentes, de l'ordre du modèle du bruit, ... Il est fondamental, dans la pratique, de pouvoir estimer un modèle du bruit parasite à partir des seules sorties de capteurs, ce qui signifie que les sources constitueront un signal perturbateur. La crédibilité de telles méthodes repose donc essentiellement sur leur robustesse vis-à-vis du niveau des sources et vis-à-vis de l'adéquation du modèle de bruit.

De plus, il semble généralement préférable d'estimer

séparément le modèle du bruit plutôt que de faire une estimation simultanée des paramètres sources et bruit. L'estimation du modèle de bruit seul repose toujours sur l'utilisation d'une fonctionnelle « barrière » qui interdit au modèle de bruit de représenter des sources. Cette fonctionnelle est soit explicite (méthode dite de maximalisation de l'entropie relative [20], soit implicite (méthode de maximisation de la vraisemblance).

Ainsi pour la méthode de l'entropie relative c'est la fonctionnelle Log det (R-B) qui joue le rôle de fonctionnelle « barrière », tandis que pour la méthode du maximum de vraisemblance la « barrière » est constituée par les plus petites valeurs propres de la matrice des observations blanchies. En fait, le problème relève avant tout de la théorie de la mesure puisqu'il s'agit de séparer deux mesures, l'une à support discret représentant les sources, l'autre à support continu représentant le bruit : pour ce problème une approche par fonctionnelle barrière est encore possible.

Les grandes classes de méthodes rencontrées sont les suivantes :

- 1) Méthodes utilisant la propriété de cohérence spatiale :
  - \* Méthode du maximum de vraisemblance : champ de bruit quelconque ;
  - \* Méthode de la fonctionnelle d'entropie relative : champ de bruit quelconque ;
  - \* Invariance du champ de bruit par rotation : champ de bruit isotrope ;
  - \* Invariance du champ de bruit par symétrie : champ de bruit symétrique ;
- 2) Méthodes utilisant la propriété « onde plane » :
  - Méthodes de fonctionnelles de blancheur : champ de bruit quelconque.

On peut noter que d'excellents résultats sont obtenus en utilisant « seulement » l'hypothèse de cohérence des sources. Bien sûr, les méthodes ne faisant pas d'hypothèse sur la nature du processus d'engendrement du bruit reposent sur l'adéquation du modèle de bruit à la réalité ; un modèle ARMA du bruit (d'un ordre suffisant) convient souvent.

En règle générale, la maximisation des fonctionnelles (d'entropie relative, du maximum de vraisemblance) nécessite l'emploi d'algorithmes itératifs (méthodes de gradient). Ceci n'est évidemment pas le cas des méthodes reposant sur des hypothèses particulières de répartition des bruiteurs ; on peut considérer ces méthodes comme très particulières.

Toujours en règle générale, les fonctionnelles peuvent avoir soit une expression matricielle (en termes de matrices de covariance ou interspectrales), soit une expression scalaire (en termes de densité spatio-fréquentielle) ; cette seconde forme permet de réduire notablement le temps de calcul dans le cas d'une antenne de grande dimension.

Enfin, l'aspect dual de ceci consiste à essayer d'extraire les ondes planes directement. Dans ce but, la prédictibilité du signal (du futur par un résumé du passé) joue un rôle fondamental et permet d'extraire les sources d'un bruit de modèle inconnu [21].

### 3.5. EXEMPLES EXPÉRIMENTAUX D'EFFETS SUR LES PERFORMANCES

L'influence de la corrélation spatiale du bruit reçu et l'intérêt de sa prise en compte, en acoustique sous-marine, apparaissent dans les résultats des expérimentations décrites ci-dessous (fig. 3.16 à 3.19). L'une des conclusions générales de ce fait est l'importance de la modélisation des bruits, laquelle se doit d'être adaptée au traitement effectué sur les quantités reçues.

a) La figure 3.16, présentant les sorties du goniomètre dans deux cas différents, illustre l'utilisation pratique d'une méthode d'estimation de la corrélation spatiale du bruit ; cette méthode repose sur l'utilisation des propriétés d'une fonctionnelle dite d'entropie relative [8], et, dans l'exemple, sur l'identification d'un modèle MA (spatial) d'ordre 5 du bruit additif reçu. Rappelons que cette méthode revient à résoudre le problème (mal posé) de la décomposition de la matrice interspectrale des sorties de capteurs,  $R = S + B$ , en utilisant des hypothèses supplémentaires (cohérence des sources, adéquation du modèle général décrivant spatialement le bruit) ; l'estimation du modèle de bruit utilise seulement une estimation  $\hat{R}$  de la matrice interspectrale  $R$  ; la maximisation de la fonctionnelle (uniquement par rapport aux paramètres du bruit) est accomplie par un algorithme de gradient dont la

convergence est assurée ; le résultat final (après 5 à 10 itérations) est une estimée  $\hat{B}$  de la matrice interspectrale  $B$  du bruit ; les données sont alors blanchies en décomposant  $\hat{B}$  (matrice définie positive) en facteurs de Choleski ; il serait aussi possible d'utiliser une méthode de blanchiment spatial par filtrage inverse (du type MA estimé) [22], mais les résultats ne seraient pas fondamentalement différents.

Dans l'exemple de la figure 3.16, la méthode du goniomètre est appliquée, d'une part, aux sorties brutes de l'antenne (dont la matrice interspectrale estimée est projetée sur le sous-espace des matrices de Toeplitz) et, d'autre part, aux données blanchies (la matrice interspectrale du bruit, c'est-à-dire sa corrélation spatiale, est estimée par la méthode de l'entropie relative). Dans les deux cas, la dimension du sous-espace source choisie (nombre de sources supposées) est le même, c'est-à-dire 14 ; elle correspond au résultat moyen du critère d'Akaike appliqué aux données brutes (pour permettre la comparaison, elle a été conservée pour les données blanchies bien que surestimant alors largement le nombre de sources). La valeur de la fonction de projection du goniomètre est présentée en élévation dans un graphe rapporté au gisement (en abscisse) et au temps (en ordonnée). La figure correspondant aux sorties du goniomètre appliqué aux données brutes est difficilement exploitable tant sont nombreuses les pistes

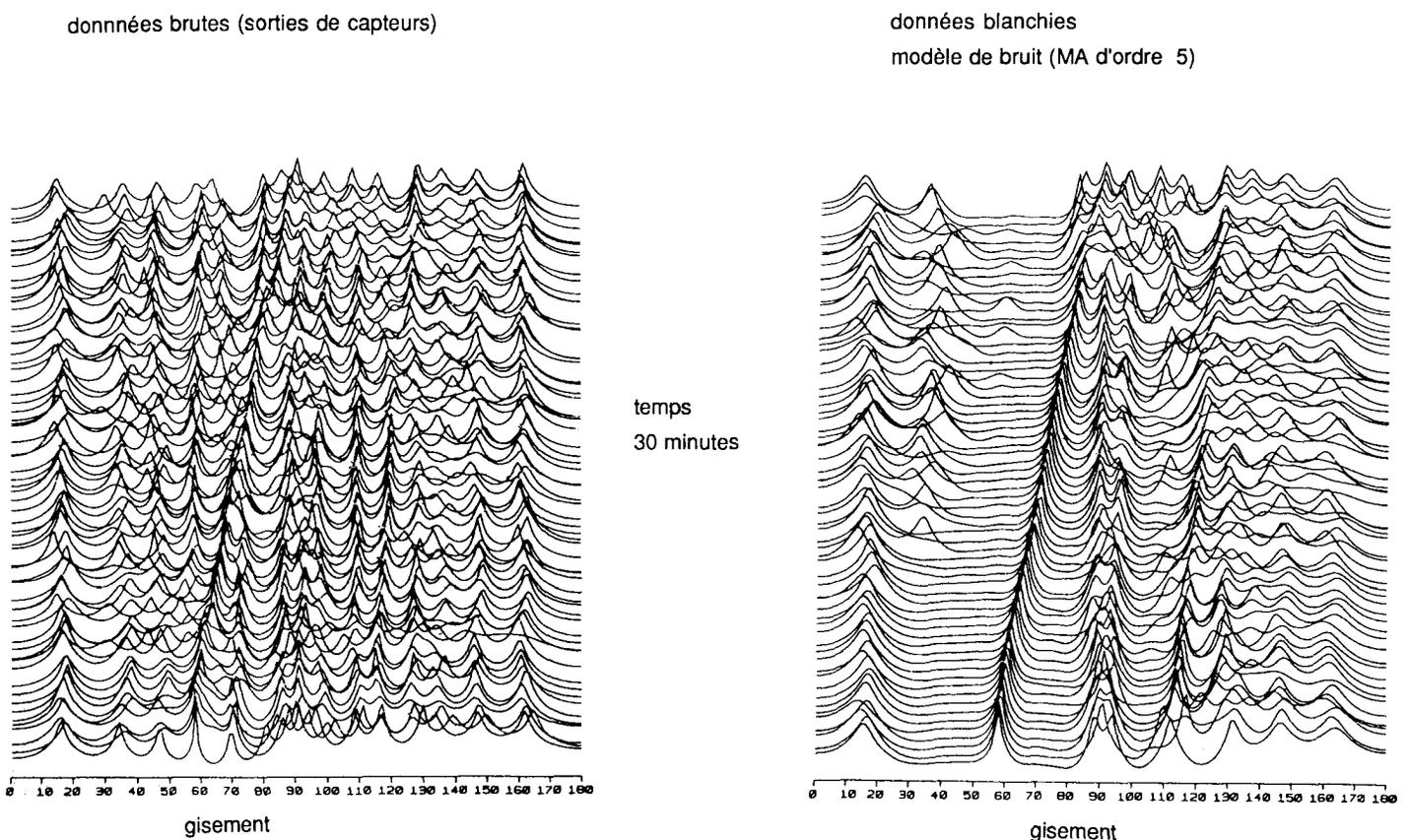


Fig. 3.16. — Comparaison entre le goniomètre sur données brutes et sur données blanchies,  $n_c = 30$ ,  $BT = 300$ , nombre de sources supposées = 14 (pour les deux cas).

parasites : celles-ci sont liées à la coloration spatiale du bruit, et disparaissent en partie sur la figure correspondant aux données blanchies ; notons que la surdétermination du nombre de sources ne semble induire que peu de pics parasites.

b) La figure 3.17 étaye les résultats précédents : elle présente l'allure de la répartition des valeurs propres de la matrice interspectrale des sorties de capteurs pour les données brutes et pour les données blanchies. On observe dans les deux cas, sur les valeurs propres rangées par ordre

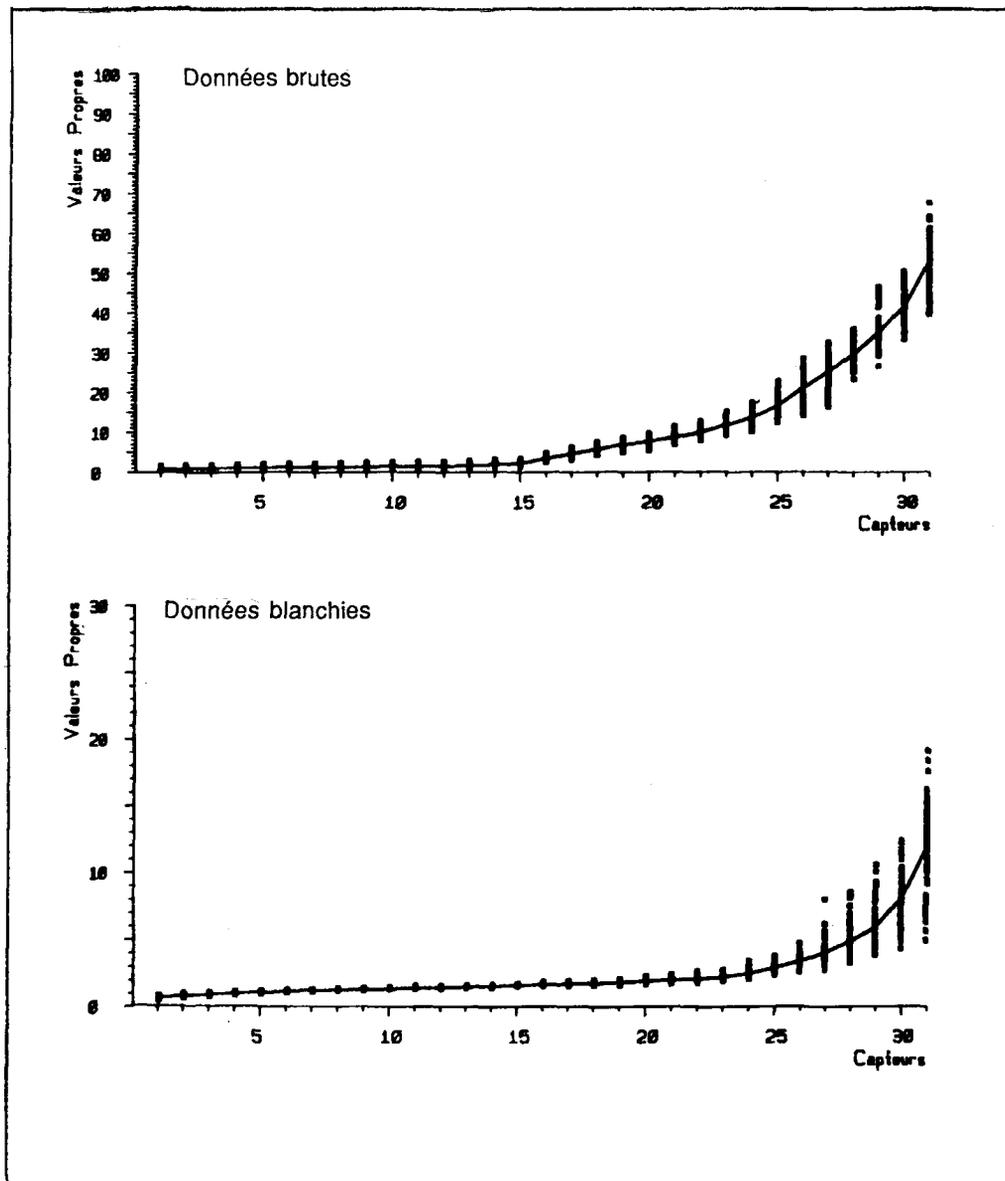


Fig. 3.17. — Données identiques à celles de la figure 3.16 ; comparaison de l'allure de la répartition des valeurs propres de la matrice interspectrale des observations blanchies et brutes. Les courbes en trait plein correspondent aux barycentres des valeurs propres au cours du temps.

croissant, un décrochement assez net qui se produit à la 16<sup>e</sup> valeur dans le cas « brut » et à la 25<sup>e</sup> valeur dans le cas « blanchi » ; cette dernière valeur est confirmée par les tests du type Akaike, MDL... On en déduit qu'il se pourrait bien que, dans le cadre de l'acoustique sous-marine, le problème à résoudre soit, plutôt que la détermination du nombre de sources, l'identification d'un modèle convenable de bruit ; dans la pratique, l'estimation des paramètres des sources faibles nécessite le choix d'une

dimension suffisante du sous-espace source, ce qui n'est possible sans dommage que si les données sont correctement blanchies. On constate de plus que les plus petites valeurs propres de la matrice interspectrale des observations blanchies sont alignées sur une droite pratiquement horizontale, laissant penser que le modèle de bruit estimé est convenable.

c) La figure 3.18 présente l'allure des interspectres (c'est-à-dire, à une fréquence donnée, de la corrélation spatiale)

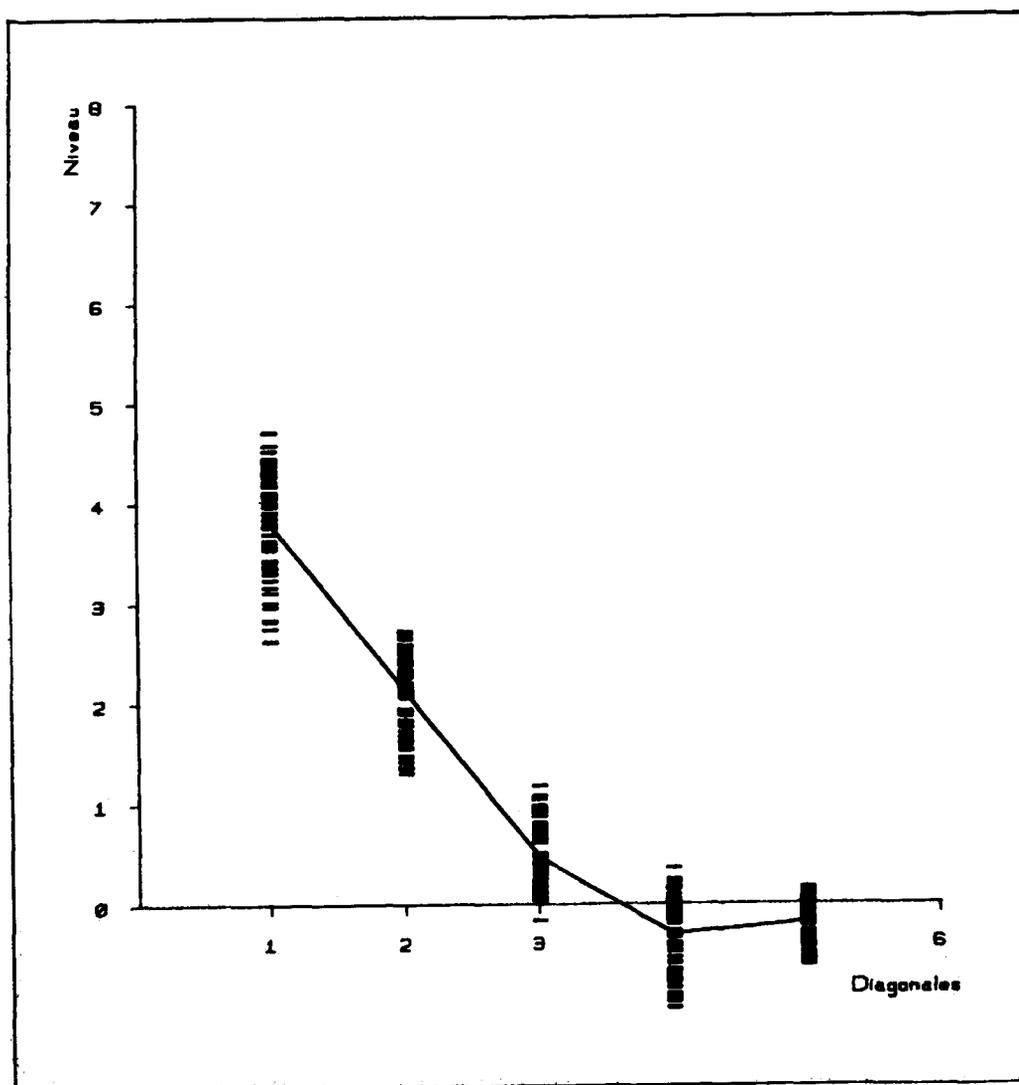


Fig. 3.18. — Données identiques à celles de la figure 3.16 ; allure des corrélations spatiales (intercapteurs ; 1 = autocorrélation) au cours du temps. La courbe en trait plein est la ligne des barycentres.

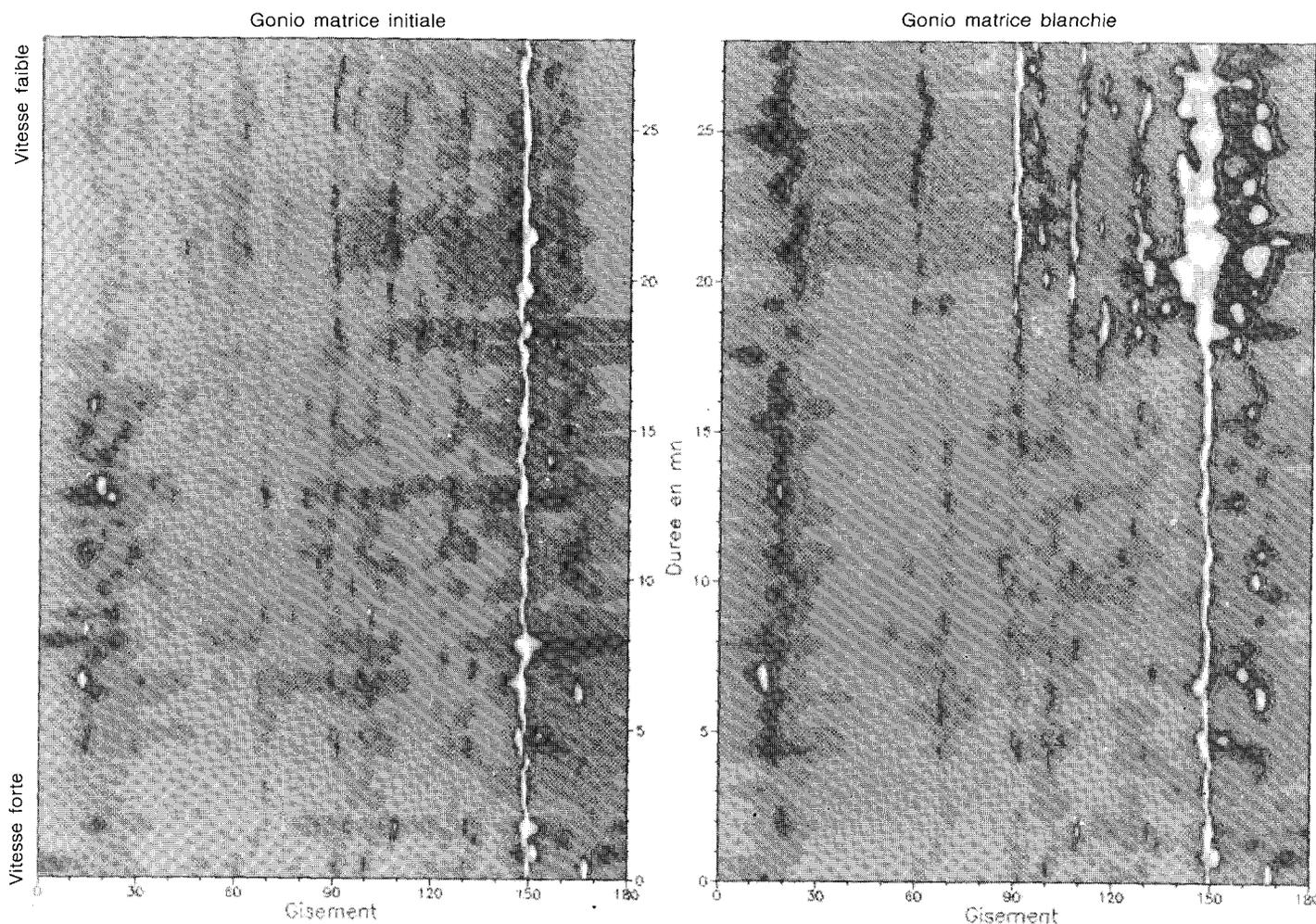


Fig. 3.19 a. — Comparaison des sorties du goniomètre avant et après blanchiment spatial, 2 vitesses de remorquage de l'antenne;  $n_c = 31$ , BT = 100, bruit modèle MA d'ordre 5, nombre de sources supposées = 14;  $d = \lambda/4$ .

du bruit : l'intercorrélation entre deux capteurs successifs est non négligeable (l'espacement intercapteur,  $\lambda/2$ , est assez faible) et les corrélations estimées présentent une bonne stabilité temporelle (sont représentés les résultats de 65 estimations).

d) Les figures 3.19 a et b illustrent l'influence de l'estimation et de la prise en compte des propriétés spatiales du bruit dans l'application du goniomètre aux sorties d'une antenne linéaire remorquée. Dans la première partie de l'expérimentation, la vitesse de remorquage de l'antenne est élevée, le bruit reçu est alors très important et est (vraisemblablement) constitué essentiellement de bruit d'écoulement turbulent ; ce type de bruit est à corrélation très courte et l'influence du blanchiment apparaît minime (le bruit étant quasiment blanc spatialement). Dans la seconde partie de l'expérimentation, la vitesse de remorquage de l'antenne est faible, le niveau de bruit est alors plus faible et l'écoulement autour de l'antenne est laminaire ; le bruit est alors constitué essentiellement de bruit ambiant et apparaît fortement corrélé spatialement. L'influence du blanchiment est alors très visible et permet

de continuer à « voir » le bâtiment porteur (dont le niveau a diminué !) proche de l'axe de l'antenne et de détecter divers autres bruiteurs.

### 3.6. CONCLUSION

La modélisation des bruits d'acoustique sous-marine a été présentée, dans ce qui précède, dans l'optique de la conception de systèmes de communication sous-marins. Trois questions pouvaient être posées en abordant ce sujet : Pourquoi une telle préoccupation ? Quel est l'état actuel de la modélisation ? Comment l'améliorer ?

Des réponses, au moins partielles, ont été données aux interrogations précédentes et peuvent être résumées en guise de première conclusion. La raison fondamentale de ces études est que modéliser les bruits d'acoustique sous-marine de manière efficace apparaît comme une condition essentielle dans la conception de systèmes sonar comportant un traitement décisionnel très élaboré. Les modèles utiles, développés actuellement, peuvent être classés en deux grandes catégories, « descriptive » à valeurs mesurées

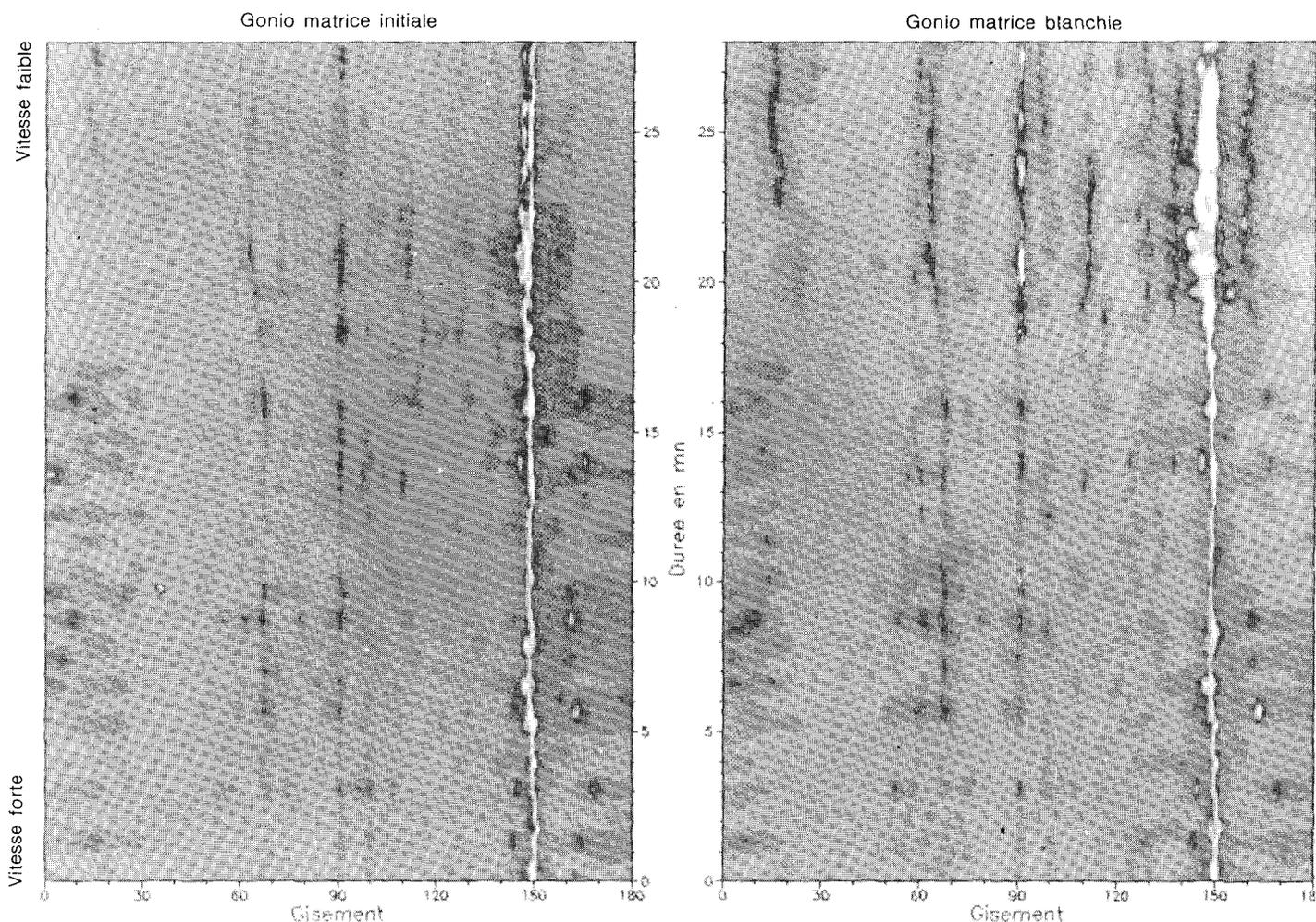


Fig. 3.19 b. — Comparaison des sorties du goniomètre avant et après blanchiment spatial; paramètres de traitement identiques à ceux de la figure 3.19 a;  $d = \lambda/2$ .

des paramètres et « globale » à valeurs estimées des paramètres. L'amélioration de leur impact résulte d'une adaptation des modèles utilisés au traitement des signaux reçus.

De manière plus précise, la plus grande partie des travaux menés en traitement d'antenne porte peu d'attention au bruit additif reçu sur les capteurs: les hypothèses le concernant sont généralement très simples. Pourtant, le but du traitement d'antenne est d'extraire les sources à partir des sorties des capteurs, ce qui fait que sources et bruit jouent des rôles symétriques.

L'impact des propriétés spatio-temporelles des bruits vus par l'antenne a été étudié et, dans une certaine mesure, quantifié. Ceci a permis de constater son importance, en particulier pour les méthodes dites Haute Résolution. Un autre point important est l'anisotropie créée par la répartition géométrique des sources engendrant le bruit et par celle des capteurs (effet de l'antenne).

Les modèles isotropes de bruit ambiant nous semblent assez peu adaptés à une estimation directe; c'est pourquoi

une modélisation ARMA (globale) du bruit reçu sur les capteurs nous semble préférable.

L'identification d'un modèle du bruit ambiant est un problème difficile. Il nous semble fondamental de considérer séparément l'estimation des paramètres sources et des paramètres bruit. Ce problème est (algébriquement) un problème mal posé pour lequel des hypothèses physiques sur les sources (cohérence du front d'onde, onde plane) permettent cependant d'obtenir des solutions satisfaisantes.

*Manuscrit reçu le 16 septembre 1989.*

## Annexe 1

### SÉPARABILITÉ (EN TEMPS ET ESPACE)

Une fonction aléatoire quadrivariable  $X(t, x, y, z; \Theta)$  dépendant du temps, de trois variables spatiales et d'un ensemble de paramètres  $\Theta$ , peut posséder une propriété

de séparabilité temps-espace, traduisant une factorisation en temps et en espace.

La séparabilité peut être stricte : la fonction  $X$  se met sous la forme

$$X(t, x, y, z; \Theta) = Y(t; \Theta) Z(x, y, z; \Theta),$$

du produit de deux fonctions aléatoires, indépendantes l'une de l'autre ; la première dépend du temps et des paramètres  $\Theta$ , la seconde dépend des variables spatiales et des paramètres  $\Theta$ . Alors, dans le cas non-stationnaire, la fonction  $X$  possède une valeur moyenne et une covariance séparables :

$$\begin{aligned} E\{X(t, x, y, z; \Theta)\} &= E\{Y(t; \Theta)\} E\{Z(x, y, z; \Theta)\}, \\ C(t, t', \mathbf{M}, \mathbf{M}'; \Theta) &= E\{X(t, \mathbf{M}; \Theta) X(t', \mathbf{M}'; \Theta)\}, \\ &= E\{Y(t; \Theta) Y(t'; \Theta)\} E\{Z(\mathbf{M}; \Theta) Z(\mathbf{M}'; \Theta)\}, \\ &= C_Y(t, t'; \Theta) C_Z(\mathbf{M}, \mathbf{M}'; \Theta). \end{aligned}$$

Selon que la stationnarité est supposée ou temporelle, ou spatiale ou spatio-temporelle, d'une part, la valeur moyenne respectivement ou de  $Y$ , ou de  $Z$ , ou de  $X$  est une constante, et, d'autre part, la covariance respectivement devient :

- ou une fonction de corrélation temporelle

$$\begin{aligned} \Gamma'(\tau, \mathbf{M}, \mathbf{M}'; \Theta) &= E\{X(t, \mathbf{M}; \Theta) X(t - \tau, \mathbf{M}'; \Theta)\}, \\ &= \Gamma_Y(\tau; \Theta) C_Z(\mathbf{M}, \mathbf{M}'; \Theta); \end{aligned}$$

- ou une fonction de corrélation spatiale

$$\begin{aligned} \Gamma''(t, t', \mathbf{r}; \Theta) &= E\{X(t, \mathbf{M}; \Theta) X(t', \mathbf{M} - \mathbf{r}; \Theta)\}, \\ &= C_Y(t, t'; \Theta) \Gamma_Z(\mathbf{r}; \Theta); \end{aligned}$$

- ou une fonction de corrélation spatio-temporelle

$$\begin{aligned} \Gamma(\tau, \mathbf{r}; \Theta) &= E\{X(t, \mathbf{M}; \Theta) X(t - \tau, \mathbf{M} - \mathbf{r}; \Theta)\}, \\ &= \Gamma_Y(\tau; \Theta) \Gamma_Z(\mathbf{r}; \Theta). \end{aligned}$$

Dans ces expressions  $C_Y$ ,  $C_Z$ ,  $\Gamma_Y$ ,  $\Gamma_Z$ , sont respectivement les covariances ou les fonctions de corrélation des fonctions  $Y$  et  $Z$ .

Dans les quatre cas la covariance ou corrélation spatio-temporelle se factorise en produit d'une covariance ou corrélation temporelle et d'une covariance ou corrélation spatiale ; la propriété se transmet, par transformation de Fourier, aux densités spectrales  $\gamma'(f, \mathbf{M}, \mathbf{M}'; \Theta)$ ,  $\gamma''(t, t', \mathbf{k}; \Theta)$ ,  $\gamma'(f, \mathbf{r}; \Theta)$ ,  $\gamma''(\tau, \mathbf{k}; \Theta)$  et  $P(f, \mathbf{k}; \Theta)$  :

$$\begin{aligned} \gamma'(f, \mathbf{M}, \mathbf{M}'; \Theta) &= \gamma_Y(f; \Theta) C_Z(\mathbf{M}, \mathbf{M}'; \Theta), \\ \gamma''(t, t', \mathbf{k}; \Theta) &= C_Y(t, t'; \Theta) \gamma_Z(\mathbf{k}; \Theta), \\ \gamma'(f, \mathbf{r}; \Theta) &= \gamma_Y(f; \Theta) \Gamma_Z(\mathbf{r}; \Theta), \\ \gamma''(\tau, \mathbf{k}; \Theta) &= \Gamma_Y(\tau; \Theta) \gamma_Z(\mathbf{k}; \Theta), \\ P(f, \mathbf{k}; \Theta) &= \gamma_Y(f; \Theta) \gamma_Z(\mathbf{k}; \Theta). \end{aligned}$$

La séparabilité peut être au second ordre : elle consiste à supposer la possession, par la fonction aléatoire  $X$ , de l'hypothèse de factorisation de la valeur moyenne en produit de deux valeurs moyennes (l'une temporelle,

l'autre spatiale) et de la factorisation de la covariance ou corrélation spatio-temporelle en produit d'une covariance ou corrélation temporelle et d'une covariance ou corrélation spatiale ; dans ce cas aussi la propriété se transmet aux densités spectrales.

Dans le cas stationnaire spatio-temporel, avec l'hypothèse supplémentaire de séparabilité, on peut encore écrire

$$\begin{aligned} \Gamma(\tau, \mathbf{0}; \Theta) &= \Gamma_Y(\tau; \Theta) \Gamma_Z(\mathbf{0}; \Theta), \\ \Gamma(0, \mathbf{r}; \Theta) &= \Gamma_Y(0; \Theta) \Gamma_Z(\mathbf{r}; \Theta), \\ \Gamma(0, \mathbf{0}; \Theta) &= \Gamma_Y(0; \Theta) \Gamma_Z(\mathbf{0}; \Theta); \end{aligned}$$

et l'on a donc les relations :

$$\begin{aligned} \Gamma(\tau, \mathbf{r}; \Theta) &= \frac{\Gamma(\tau, \mathbf{0}; \Theta) \Gamma(0, \mathbf{r}; \Theta)}{\Gamma(0, \mathbf{0}; \Theta)}, \\ P(f, \mathbf{k}; \Theta) &= \frac{\gamma'(f, \mathbf{0}; \Theta) \gamma''(0, \mathbf{k}; \Theta)}{\Gamma(0, \mathbf{0}; \Theta)}, \\ \gamma'(f, \mathbf{r}; \Theta) &= \gamma'(f, \mathbf{0}; \Theta) \frac{\Gamma(0, \mathbf{r}; \Theta)}{\Gamma(0, \mathbf{0}; \Theta)}, \\ \gamma''(\tau, \mathbf{k}; \Theta) &= \gamma''(0, \mathbf{k}; \Theta) \frac{\Gamma(\tau, \mathbf{0}; \Theta)}{\Gamma(0, \mathbf{0}; \Theta)}. \end{aligned}$$

Dans le cas stationnaire spatio-temporel, la cohérence s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{— si spatiale :} & \quad \frac{|\gamma'(f, \mathbf{r}; \Theta)|}{|\gamma'(f, \mathbf{0}; \Theta)|}, \\ \text{— si temporelle :} & \quad \frac{|\gamma''(\tau, \mathbf{k}; \Theta)|}{|\gamma''(0, \mathbf{k}; \Theta)|}; \end{aligned}$$

avec une hypothèse supplémentaire de séparabilité, elle se réduit à :

$$\begin{aligned} \text{— si spatiale :} & \quad \frac{|\Gamma(0, \mathbf{r}; \Theta)|}{|\Gamma(0, \mathbf{0}; \Theta)|}, \\ \text{— si temporelle :} & \quad \frac{|\Gamma(\tau, \mathbf{0}; \Theta)|}{|\Gamma(0, \mathbf{0}; \Theta)|}. \end{aligned}$$

## Annexe 2

### FRÉQUENCES SPATIALES ET DIRECTIONS

La considération dans l'espace d'une onde plane, sinusoïdale, de fréquence et vecteur de nombres d'onde  $(f_0, \mathbf{k}_0)$  et d'équation en fonction du temps  $t$  et d'un point géométrique  $\mathbf{M}$  (lequel représente également le vecteur  $\mathbf{OM}$ )

$$G(t, \mathbf{M}) = \cos(2\pi(f_0 t + \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{M})),$$

permet de caractériser ces nombres d'onde (ou fréquences spatiales) en termes de directions géométriques :

— l'onde plane est orthogonale au vecteur  $\mathbf{k}_0$  ; en effet,  $t$  étant fixé,  $G$  a même valeur dans un plan

$$\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{M} = \text{Cte};$$

-- les période et fréquence temporelles (en  $\mathbf{M}$  fixé) sont  $1/f_0$  et  $f_0$ ; les période et fréquence de variation (à  $t$  fixé), sur un axe faisant avec  $\mathbf{k}_0$  l'angle  $\alpha$ , sont

$$1/\|\mathbf{k}_0\| \cdot |\cos \alpha| \quad \text{et} \quad \|\mathbf{k}_0\| \cdot |\cos \alpha|;$$

en effet, pour  $\mathbf{M}$  (resp.  $t$ ) fixé, deux valeurs égales et successives de  $G$  résultent de  $f_0 \cdot \Delta t = 1$  (resp.  $\|\mathbf{k}_0\| \cdot \Delta \mathbf{M} \cdot \cos \alpha = 1$ );

— la longueur d'onde est l'inverse du module du vecteur de nombres d'onde:  $\lambda = 1/\|\mathbf{k}_0\|$ ; en effet, c'est la distance parcourue, pendant une période  $1/f_0$ , par l'onde plane dans la direction de propagation (support de  $\mathbf{k}_0$ ), c'est-à-dire la période de variation sur le support de  $\mathbf{k}_0$ ;

— la célérité de l'onde est

$$c = f_0 \cdot \lambda = f_0 / \|\mathbf{k}_0\|;$$

— les fréquences spatiales (ou nombres d'onde) sont proportionnelles, avec le facteur  $1/\lambda$ , aux cosinus directeurs de la direction de propagation (cosinus des angles du vecteur de propagation avec les axes de référence); en effet, pour un vecteur  $\mathbf{u}$  unitaire:

$$\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{u} = \|\mathbf{k}_0\| \cdot \|\mathbf{u}\| \cdot \cos(\mathbf{k}_0, \mathbf{u}) = (1/\lambda) \cos(\mathbf{k}_0, \mathbf{u});$$

— la représentation spectrale  $g(f, \mathbf{k})$ , quadrivariable, s'obtient comme transformée de Fourier quadridimensionnelle de  $G(t, \mathbf{M})$ :

$$g(f, \mathbf{k}) = \int_{\mathbb{R}^4} G[t, \mathbf{M}] \exp[-2\pi i (ft + \mathbf{k} \cdot \mathbf{M})] dt d\mathbf{M},$$

$$= \frac{1}{2} \delta(f - f_0, \mathbf{k} - \mathbf{k}_0) + \frac{1}{2} \delta(f + f_0, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0).$$

En appelant  $\theta$  et  $s$  les angles de gisement et de site d'un point  $\mathbf{M}$  quelconque, de projection orthogonale  $\mathbf{M}_p$  sur le plan  $(Ox, Oy)$ , on a (cf. fig. A2.1):

$$\theta = (\text{Ox}, \text{OM}_p), \quad s = (\text{OM}_p, \text{OM});$$

alors un vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  colinéaire à  $\text{OM}$  (il correspond à une onde plane de plan d'onde orthogonal à  $\text{OM}$ ) a pour composantes:

$$k = \frac{1}{\lambda} \cos \theta \cos s, \quad k' = \frac{1}{\lambda} \sin \theta \cos s,$$

$$k'' = \frac{1}{\lambda} \sin s.$$

La restriction à un problème plan, plan supposé horizontal ou vertical, est immédiate en se limitant à des ondes planes dont le vecteur de nombres d'onde est contenu dans (parallèle au) plan considéré. Le vecteur de nombres d'onde  $\mathbf{k}$  possède alors deux composantes s'exprimant, selon que le plan est horizontal ou vertical, en fonction de l'angle de gisement ou de site:

$$k = (1/\lambda) \cos \theta, \quad k' = (1/\lambda) \sin \theta,$$

ou  $k' = (1/\lambda) \cos s, \quad k'' = (1/\lambda) \sin s.$

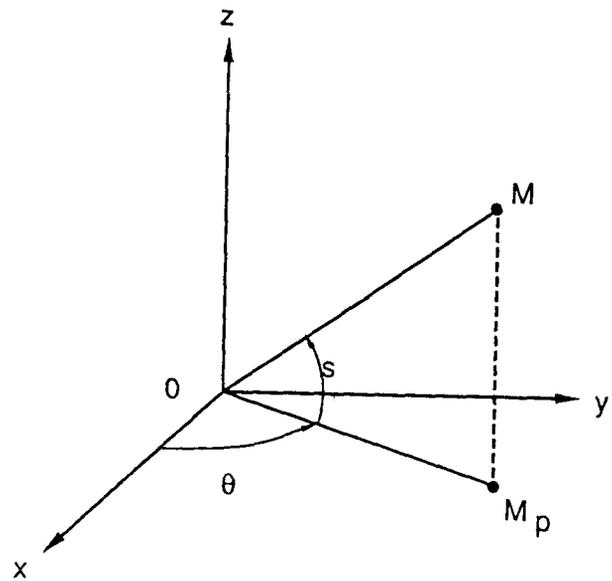


Fig. A2.1. — Angles de gisement et de site.

### Annexe 3

#### MODÈLES DE TYPE ISOTROPE

Les modèles de type isotrope concernent des bruits engendrés en un point  $\mathbf{M}$  par des ensembles de bruiteurs élémentaires, aléatoires, centrés, stationnaires, statistiquement indépendants, répartis sur une surface ou une courbe rejetée à l'infini, dans un milieu à vitesse  $c$  de propagation constante où l'on ne considère que des ondes planes; les bruiteurs sont en fait à grande distance devant les longueurs d'ondes utilisées et les dimensions du domaine de variation de  $\mathbf{M}$ ; les hypothèses d'isotropie portent sur le support, sur les propriétés statistiques des bruiteurs et sur leur répartition. On peut distinguer des bruits « isotropes élémentaires » et des bruits « isotropes particuliers » constitués par des combinaisons linéaires de bruits isotropes élémentaires (cf. § 2.1.b et c). Les hypothèses précédentes impliquent la stationnarité temporelle et spatiale du bruit, ainsi qu'une isotropie sphérique (la surface porteuse est une sphère), ou cylindrique (la surface ou la courbe porteuse est invariante par rotation autour d'un axe vertical).

#### a) Densités spectrales du bruit engendré par un ensemble général de bruiteurs à l'infini

On appelle  $dX(t, \Omega; \mathbf{M})$  la contribution, portée par une onde plane, à l'instant  $t$ , au bruit généré en  $\mathbf{M}$ , engendrée par les bruiteurs situés dans la direction  $\Omega$  de vecteur unitaire  $\omega$  ( $\omega$  orienté vers l'origine du bruit élémentaire) et contenus dans un angle solide élémentaire  $d\Omega$ . On pose  $\Omega = \omega/c$ , où  $c$  est la vitesse de propagation constante. Les bruiteurs sont portés par un élément de surface de vecteur unitaire normal  $\mathbf{n}$  ou par un élément de courbe de vecteur unitaire normal  $\mathbf{n}$  dans le plan  $(\omega, t)$ , où  $t$  est le vecteur

unitaire tangent à l'élément de courbe. On appelle  $\delta$  celui des angles de  $\omega$  et  $\mathbf{n}$  compris entre  $-\pi/2$  et  $\pi/2$  (cf. fig. 2.4.a). L'anisotropie (éventuelle) de rayonnement des bruiteurs est traduite dans le plan  $(\omega, \mathbf{n})$  par la pondération  $\alpha(\delta)$  de la puissance rayonnée. La mesure de l'élément de surface ou de courbe support, associé à  $d\Omega$ , est inversement proportionnel à  $\cos \delta$  et la contribution de cet élément est donc de la forme

$$dX(t, \Omega; \mathbf{M}) = x(t, \Omega; \mathbf{M}) [\alpha(\delta)/\cos \delta]^{1/2} d\Omega.$$

Le bruit engendré en  $\mathbf{M}$ , à l'instant  $t$ , par des bruiteurs répartis sur la variété (surface ou courbe)  $S$ , définissant l'angle solide  $A(S)$ , s'écrit donc :

$$X(t, \mathbf{M}) = \int_{A(S)} x(t, \Omega; \mathbf{M}) [\alpha(\delta)/\cos \delta]^{1/2} d\Omega.$$

Sa fonction de corrélation spatio-temporelle s'écrit ( $\mathbf{r} = \mathbf{M}'\mathbf{M}$  est le vecteur des distances spatiales et  $\tau$  est la différence entre 2 instants  $t$  et  $t'$ ) :

$$\begin{aligned} \Gamma(\tau, \mathbf{r}) &= E \{ X(t, \mathbf{M}) X(t - \tau, \mathbf{M} - \mathbf{r}) \}, \\ &= \int_{A(S)} \int_{A(S)} E \{ x(t, \Omega; \mathbf{M}) x(t - \tau, \Omega'; \mathbf{M} - \mathbf{r}) \} \times \\ &\quad \times [\alpha(\delta) \alpha(\delta')/\cos \delta \cos \delta']^{1/2} d\Omega d\Omega', \\ &= \int_{A(S)} E \{ x(t, \Omega, \mathbf{M}) x(t - \tau, \Omega; \mathbf{M} - \mathbf{r}) \} \times \\ &\quad \times [\alpha(\delta)/\cos \delta] d\Omega. \end{aligned}$$

Le bruit élémentaire engendré dans la direction  $\Omega$  (et traduit par  $dX(t, \Omega; \mathbf{M})$  en  $\mathbf{M}$ ) est stationnaire, transporté par une onde plane. Son second ordre se déduit de celui de  $x$ , l'un et l'autre sont indépendants de  $\mathbf{M}$ . La quantité  $x$  a pour fonction de corrélation (temporelle)

$$\forall \mathbf{M}, G(\tau, \Omega) = E \{ x(t, \Omega; \mathbf{M}) x(t - \tau, \Omega; \mathbf{M}) \},$$

et densité spectrale associée  $g(f, \Omega)$ , transformée de Fourier de  $G(\tau, \Omega)$ . Alors :

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}(\tau, \mathbf{r}) &= \int_{A(S)} E \{ x(t, \Omega; \mathbf{M}) x(t - \tau + \mathbf{r} \cdot \Omega, \Omega; \mathbf{M}) \} \times \\ &\quad \times [\alpha(\delta)/\cos \delta] d\Omega, \\ &= \int_{A(S)} G(\tau + \mathbf{r} \cdot \Omega, \Omega) [\alpha(\delta)/\cos \delta] d\Omega. \end{aligned}$$

En appelant  $\delta(\dots)$  la distribution de Dirac multivariable, on en déduit les densités spectrales temporelle, spatiale et spatio-temporelle (cf. § 1.2.c4), qui s'écrivent respectivement ( $f$  est la fréquence,  $\mathbf{k}$  est le vecteur des nombres d'ondes) :

$$\begin{aligned} \gamma'(f, \mathbf{r}) &= \int_{\mathbb{R}} \Gamma(\tau, \mathbf{r}) \exp(-2\pi i \tau f) d\tau \\ &= \int_{A(S)} g(f, \Omega) \exp(2\pi i f \mathbf{r} \cdot \Omega) [\alpha(\delta)/\cos \delta] d\Omega, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma''(\tau, \mathbf{k}) &= \int_{\mathbb{R}^3} \Gamma(\tau, \mathbf{r}) \exp(-2\pi i \mathbf{r} \cdot \mathbf{k}) d\mathbf{r} \\ &= \int_{A(S)} g((k/\mu), \Omega) \exp(2\pi i k \tau / \mu) \times \\ &\quad \times \delta((k/\mu) - (k'/\mu'), (k/\mu) - (k''/\mu'')) \times \\ &\quad \times [\alpha(\delta)/\mu\mu' \mu'' \cos \delta] d\Omega, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(f, \mathbf{k}) &= \int_{\mathbb{R}^4} \Gamma(\tau, \mathbf{r}) \exp(-2\pi i (\tau f + \mathbf{r} \cdot \mathbf{k})) d\tau d\mathbf{r} \\ &= \int_{A(S)} g(f, \Omega) \delta(f\Omega - \mathbf{k}) [\alpha(\delta)/\cos \delta] d\Omega. \end{aligned}$$

En effet  $\mathbf{r}, \mathbf{k}, \Omega$  ayant pour composantes respectives  $(r, r', r''), (k, k', k''), (\mu, \mu', \mu'')$ , on a :

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{R}} G(\tau + \alpha) \exp(-2\pi i \tau f) d\tau &= \exp(2\pi i f \alpha) g(f), \\ \int_{\mathbb{R}^3} G(\tau + \mathbf{r} \cdot \Omega) \exp(-2\pi i \mathbf{r} \cdot \mathbf{k}) d\mathbf{r} &= \\ &= (1/\mu\mu' \mu'') g(k/\mu) \exp(2\pi i k \tau / \mu) \times \\ &\quad \times \delta([(k/\mu) - (k'/\mu')], [(k/\mu) - (k''/\mu'')]), \\ \int_{\mathbb{R}^4} G(\tau + \mathbf{r} \cdot \Omega) \exp(-2\pi i (\tau f + \mathbf{r} \cdot \mathbf{k})) d\tau d\mathbf{r} &= \\ &= g(f) \delta(f\Omega - \mathbf{k}). \end{aligned}$$

### b) Cas particulier isotrope

On se limite au cas isotrope restreint suivant :

- $\alpha(\delta) = \cos^p \delta$ , où  $p$  est un réel positif ou nul ;
- bruiteurs uniformément répartis sur le support, tous de même second ordre (donc de même intensité) et blancs, impliquant une quantité  $g(f, \Omega)$  indépendante de  $f$  et de  $\Omega$  et égale à une constante  $g_0$  ;
- support  $S$  invariant dans toute rotation autour de la verticale  $\mathbf{Mz}$ , impliquant un bruit isotrope au moins cylindrique.

On se place en coordonnées sphériques de centre  $\mathbf{M}$ , on appelle  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  les projections du vecteur  $\omega$  sur  $x\mathbf{M}y$  et  $y\mathbf{M}z$ , et on pose (cf. fig. 2.4.b) :

$$\begin{aligned} \theta &= (\mathbf{Mx}, \mathbf{u}), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi; \quad \psi = (\mathbf{Mz}, \omega), \quad 0 \leq \psi \leq \pi; \\ s &= (\mathbf{u}, \omega), \quad -\pi/2 \leq s \leq \pi/2; \\ \eta &= (\mathbf{Mz}, \mathbf{v}), \quad 0 \leq \eta \leq 2\pi; \quad \phi = (\mathbf{Mx}, \omega), \quad 0 \leq \phi \leq \pi. \end{aligned}$$

On appelle  $I(\psi; S)$  l'ensemble caractéristique des valeurs de  $\psi$ , généré par la courbe intersection du support  $S$  et d'un demi-plan vertical limité par  $\mathbf{Mz}$ ; toute valeur isolée  $\psi'$  de  $I(\psi; S)$  (correspondant à un cercle horizontal support à l'infini) est traduite par une distribution  $\delta(\psi - \psi')$ .

Alors, sachant que

$$d\Omega = \sin \psi d\psi d\theta = \sin \phi d\phi d\eta,$$

on a :

$$\gamma'(f, \mathbf{r}) = g_0 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I(\psi; \mathbf{S}) \times \exp[2\pi i f \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\omega} / c] \cos^{p-1} \delta \sin \psi \, d\psi \, d\theta$$

(résultat invariant dans toute rotation de  $\mathbf{r} = \mathbf{M}'\mathbf{M}$  autour de  $\mathbf{Mz}$ ).

### c) Modèles isotropes élémentaires

Les densités spectrales temporelles (ou fonctions de corrélation spatiales à une fréquence donnée) des modèles isotropes élémentaires ou particuliers se déduisent en cas particuliers de l'expression obtenue au paragraphe précédent (cf. [23]) ; on note  $\gamma'(f, d)$  la quantité  $\gamma'(f, \mathbf{r})$  pour  $\mathbf{r} = (d, 0, 0)$  ou  $(0, 0, d)$ . On désigne par  $J_0$  et  $J_1$  les fonctions de Bessel d'ordres 0 et 1.

— **Bruit isotrope sphérique** (cf. fig. 2.5) :  $S$  est la sphère entière, l'angle  $\delta$  est nul, le résultat est invariant dans toute rotation de  $\mathbf{r} = \mathbf{M}'\mathbf{M}$  autour de  $\mathbf{M}$ , on peut supposer  $\mathbf{r}$  de même direction et même sens que  $\mathbf{Mz}$  et de module  $d$ . Alors la densité spectrale temporelle est :

$$\begin{aligned} \gamma'(f, d) &= g_0 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \times \\ &\quad \times \exp[2\pi i f (d/c) \cos \psi] \sin \psi \, d\psi \, d\theta, \\ &= 4\pi g_0 \frac{\sin(2\pi f d/c)}{2\pi f d/c}. \end{aligned}$$

La densité spectrale spatio-temporelle et les directivités intrinsèque et relative (cf. § 1.2.c5) s'écrivent :

$$P(f, \mathbf{k}) = g_0 \int_S \delta(f\boldsymbol{\Omega} - \mathbf{k}) \, d\Omega = g_0 \quad \text{ou } 0$$

selon que  $(f, \mathbf{k})$  est tel qu'il existe  $\boldsymbol{\Omega}$  tel que  $f\boldsymbol{\Omega} - \mathbf{k} = 0$  ou non ;

$$\begin{aligned} D(f, \theta, s) &= g_0 / \lambda^2 ; \\ Q(f, \theta, s) &= (g_0 / \lambda^2) \cos s. \end{aligned}$$

On en déduit avec  $\mathbf{r} = (d, 0, 0)$  :

$$\begin{aligned} \gamma'(f, d) &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} Q(f, \theta, s) e^{2\pi i d k(\theta, s)} \, d\theta \, ds, \\ \gamma'(f, d) &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} (g_0 / \lambda^2) \times \\ &\quad \times \cos s e^{2\pi i (d/\lambda) \cos \theta \cos s} \, d\theta \, ds, \\ &= 4\pi g_0 \frac{\sin(2\pi f d/c)}{2\pi f d/c}. \end{aligned}$$

— **Bruit isotrope cylindrique impulsif** (cf. fig. 2.5) :  $S$  est un cercle horizontal dont tous les points sont caractérisés par  $\psi = \psi'$  constant, l'angle  $\delta$  est nul, le résultat est invariant dans toute rotation de  $\mathbf{MM}' = \mathbf{r}$  autour de  $\mathbf{Mz}$ . Alors :

— pour  $\mathbf{r}$  de même direction et même sens que  $\mathbf{Mx}$  et de

module  $d$ , on a :

$$\begin{aligned} \gamma'(f, d) &= g_0 \int_0^{2\pi} \exp[2\pi i f (d/c) \sin \psi' \cos \theta] \sin \psi' \, d\theta, \\ &= 2\pi g_0 \sin \psi' J_0(2\pi f [d/c] \sin \psi'). \end{aligned}$$

— pour  $\mathbf{r}$  de même direction et même sens que  $\mathbf{Mz}$  et de module  $d$ , on a :

$$\begin{aligned} \gamma'(f, d) &= g_0 \int_0^{2\pi} \exp[2\pi i f (d/c) \cos \psi'] \sin \psi' \, d\theta, \\ &= 2\pi g_0 \sin \psi' \exp[2\pi i f (d/c) \cos \psi']. \end{aligned}$$

— **Bruit isotrope cylindrique planaire** (cf. fig. 2.5) :  $S$  est un plan horizontal, l'angle  $\delta$  est égal à  $\psi$ , le résultat est invariant dans toute rotation de  $\mathbf{MM}' = \mathbf{r}$  autour de  $\mathbf{Mz}$ . Alors, pour  $p = 2$ , et :

— pour  $\mathbf{r}$  de même direction et même sens que  $\mathbf{Mx}$  et de module  $d$ , on a :

$$\begin{aligned} \gamma'(f, d) &= g_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \exp[2\pi i f (d/c) \sin \psi \cos \theta] \times \\ &\quad \times \sin \psi \cos \psi \, d\psi \, d\theta, \\ &= g_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^\pi \exp[2\pi i f (d/c) \cos \phi] \times \\ &\quad \times \sin^2 \phi \cos \eta \, d\phi \, d\eta, \\ &= [2\pi g_0 J_1(2\pi f d/c)] / [2\pi f d/c]. \end{aligned}$$

— pour  $\mathbf{r}$  de même direction et même sens que  $\mathbf{Mz}$  et de module  $d$ , on a :

$$\begin{aligned} \gamma'(f, d) &= g_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \exp[2\pi i f (d/c) \cos \psi] \times \\ &\quad \times \sin \psi \, d\psi \, d\theta. \end{aligned}$$

## Annexe 4

### PROPRIÉTÉS ASYMPTOTIQUES DE LA MATRICE INTERSPECTRALE DU BRUIT

L'étude des propriétés asymptotiques de la matrice interspectrale du bruit (notée  $B_n$ ), et en particulier de ses éléments propres, permet d'éclairer l'influence de la corrélation spatiale du bruit sur les traitements d'antenne spécialement dans les méthodes d'analyse spatiale dites à haute-résolution (H. R.) [18] ; on peut alors expliquer « théoriquement » les dégradations engendrées par la corrélation spatiale du bruit. Les résultats obtenus sont asymptotiques mais on constate qu'ils constituent une approximation convenable pour des antennes comportant un nombre limité de capteurs.

On se place dans le cas fréquent, où la longueur de corrélation spatiale du bruit est faible devant la longueur totale de l'antenne (constituée de  $n_c$  capteurs). Dans ce cas, la matrice interspectrale du bruit est de la forme

(Toeplitz-bande) :

$$B_{n_c} = \begin{pmatrix} b_0 & b_{p-1} & \mathbf{0} \\ b_{1-p} & & b_{p-1} \\ \mathbf{0} & b_{1-p} & b_0 \end{pmatrix}$$

Pour obtenir une approximation convenable des éléments propres de  $B_{n_c}$ , une méthode usuelle consiste à en déduire une matrice circulante [24]. Cette approche présente l'avantage de profiter du calcul particulièrement simple des éléments propres de ce type de matrice et permet d'expliquer le comportement des éléments propres des matrices Toeplitz-bande pour lesquels il ne semble guère exister de résultats généraux.

On considère la matrice circulante hermitienne  $C_{n_c}$ , déduite de  $B_{n_c}$ , et définie par :

$$C_{n_c} = \begin{pmatrix} b_0 & b_{p-1} & b_{1-p} & b_{-1} \\ b_{1-p} & & \mathbf{0} & b_{1-p} \\ b_{p-1} & & \mathbf{0} & b_{p-1} \\ b_1 & b_{p-1} & b_{1-p} & b_0 \end{pmatrix}$$

C'est une matrice de Toeplitz d'un type particulier, pour laquelle on vérifie aisément (par substitution :  $C_{n_c} \mathbf{V} = \lambda \mathbf{V}$ ) que les vecteurs propres sont de la forme

$$\mathbf{V}_m^t = [1, \exp(i\phi_m), \dots, \exp(i(n_c - 1)\phi_m)]$$

avec :  $\phi_m = -2\pi m/n_c$  et  $m \in \{0, 1, \dots, n_c - 1\}$ .

Les  $n_c$  vecteurs  $\mathbf{V}_m$  sont linéairement indépendants (déterminant de Vandermonde [25]) et forment donc une base de vecteurs propres de  $C_{n_c}$ . Les valeurs propres correspondantes s'en déduisent directement, soit ( $x^*$  désignant le complexe conjugué de  $x$ ) :

$$\lambda_m = \sum_{j=0}^{p-1} b_j \exp(-2\pi ijm/n_c) + \sum_{j=p-1}^1 b_j^* \exp(-2\pi i(n_c - j)m/n_c)$$

ou encore :

$$\lambda_m = 2 \operatorname{Re} \left\{ \sum_{j=0}^{p-1} b_j \exp(-2\pi ijm/n_c) \right\} - b_0$$

Par identification des notations :

$$b_j = \gamma'(f, jd), \quad b_j = 0 \quad \text{si } j \geq p-1, \\ k_m d = m/n_c$$

on obtient :

$$\lambda_m = \sum_{j=1-n_c}^{n_c-1} \gamma'(f, jd) \exp(-2\pi ik_m jd)$$

On peut remarquer que toutes les matrices circulantes de dimension donnée ont une *base commune* de vecteurs propres (les vecteurs de Fourier) et donc que le produit ou l'inverse de telles matrices est encore circulant. Les valeurs propres ne sont autres que les transformées de Fourier de la première ligne de corrélations spatiales correspondant à un échantillonnage à pas constant en fréquence spatiale ( $k_m d = m/n_c$ ).

Cela étant, on peut relier les éléments propres de  $B_{n_c}$  et de  $C_{n_c}$ , par l'intermédiaire du lemme suivant :

$B_{n_c}$  et  $C_{n_c}$  étant deux matrices définies comme ci-dessus, alors il existe un nombre  $M$  fini tel que :

$$\forall n_c, \quad \|B_{n_c}\|_2 \leq M \quad \text{et} \quad \|C_{n_c}\|_2 \leq M,$$

et que

$$\lim_{n_c \rightarrow \infty} \|B_{n_c} - C_{n_c}\|_F = 0$$

( $\|\cdot\|_F$  étant la norme matricielle de Frobenius et  $\|\cdot\|_2$  la norme forte).

La démonstration en est évidente, car

$$(\|A\|_F \equiv (n_c^{-1} \operatorname{tr}(A^* A))^{1/2}) :$$

$$\|B_{n_c} - C_{n_c}\|_F^2 = n_c^{-1} \sum_{k=0}^p k \{ |b_k|^2 + |b_{-k}|^2 \}, \\ \leq pn_c^{-1} \sum_{k=0}^p \{ |b_k|^2 + |b_{-k}|^2 \}.$$

On peut, en conclusion, énoncer le résultat suivant : si l'antenne est de longueur grande (avec donc un grand nombre de capteurs) devant la longueur de corrélation spatiale du bruit, les valeurs propres de la matrice interspectrale (Toeplitz-bande) du bruit tendent vers les valeurs échantillonnées ( $k_m d = m/n_c$ ) de la directivité du bruit.

Ce résultat est évidemment dû à l'hypothèse sur la faible longueur de corrélation spatiale du bruit ; il implique que deux matrices interspectrales de bruit commutent « approximativement », c'est-à-dire aux effets de bord près ! Il est illustré par les figures A4.1 et A4.2 où l'on compare les valeurs propres d'une matrice interspectrale de bruit (Toeplitz-bande) avec leurs approximations. On peut constater sur ces figures que l'approximation est convenable lorsque le nombre de capteurs ( $n_c$ ) est grand devant la longueur de corrélation du bruit ( $p$ ) (les valeurs propres sont convenablement estimées alors que le nombre de capteurs est seulement égal à 20). Ce fait met en évidence l'intérêt des méthodes d'identification d'un

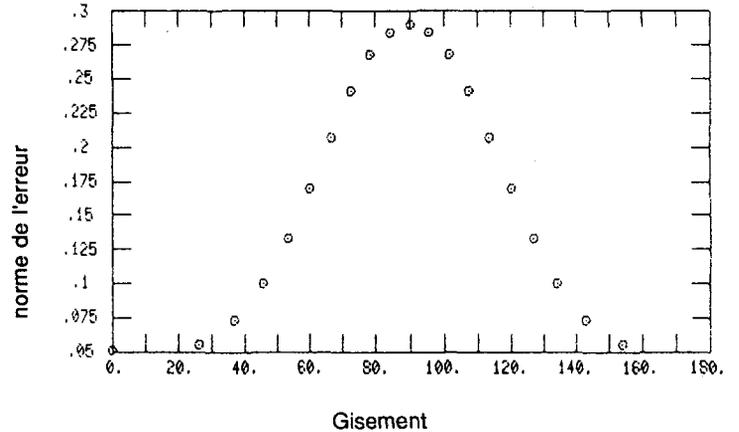
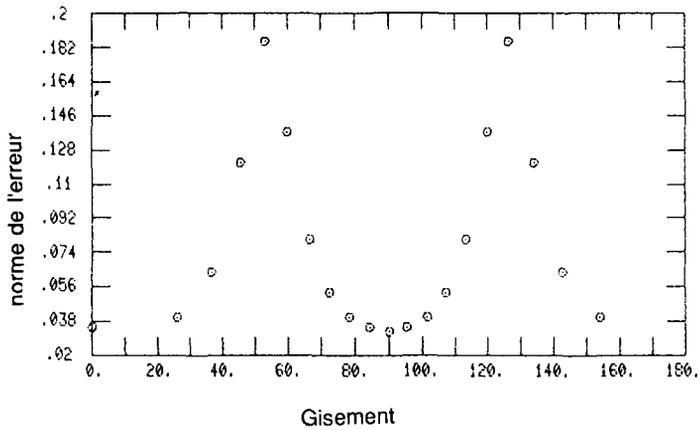
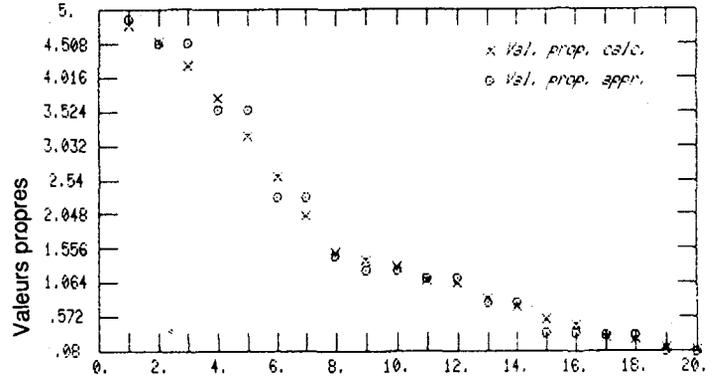
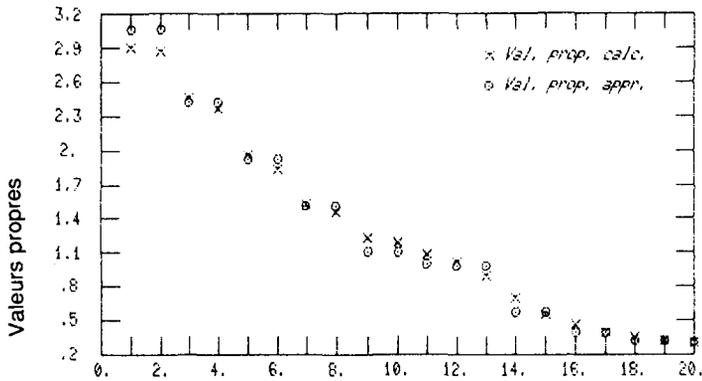
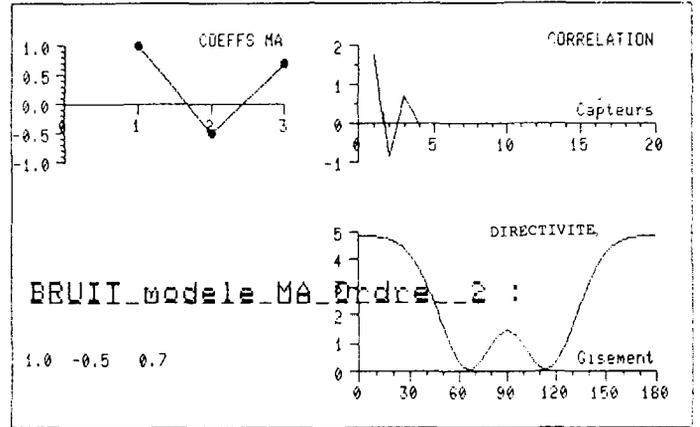
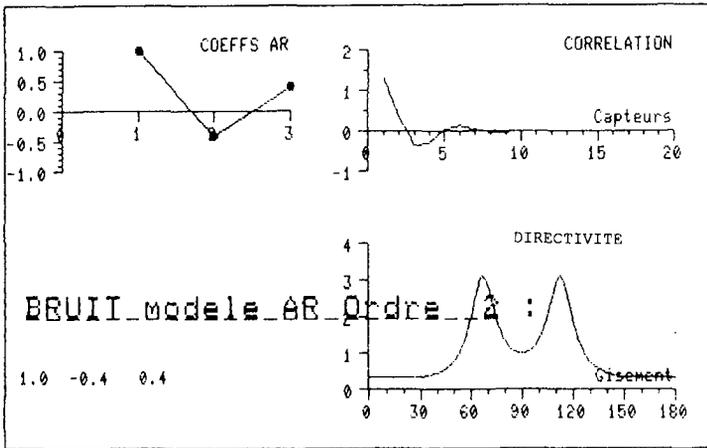


Fig. A4.1. — Validité de l'approximation des éléments propres.

Fig. A4.2. — Validité de l'approximation des éléments propres.

modèle du bruit reposant sur l'utilisation d'une fonctionnelle dépendant des valeurs propres de la matrice interspectrale du bruit.

Les graphiques en bas des figures précédentes représentent la norme euclidienne de la différence des vecteurs propres de  $B_{n_c}$  approximatés et des vecteurs propres (correspon-

dants) exacts de cette matrice. Les vecteurs propres sont eux aussi correctement estimés, l'erreur maximum correspondant aux pics de la directivité du bruit (modèle AR) ou aux trous (modèles MA). Cet aspect fournit l'explication du comportement des méthodes haute-résolution en présence de bruit additif coloré spatialement (cf. § 3.2.c).

### BIBLIOGRAPHIE

- [1] P.-Y. ARQUÈS, J. P. LE CADRE, M. BOUVET, *Les bruits en acoustique sous-marine*. Actes du Onzième Colloque sur le Traitement du Signal et des Images, Nice, juin 1987 (GRETSI), pp. 1B-19B.
- [2] P.-Y. ARQUÈS, J. P. LE CADRE, *Underwater noise models and their identification for array processing purpose*. Signal Processing IV : Theories and Applications ; Proceedings of EUSIPCO-88 (Fourth European Signal Processing Conference), Grenoble, septembre 1988, pp. 15-21, North-Holland, Amsterdam, 1988.
- [3] M. BOUVET, *Détection en environnement non gaussien : différentes approches et utilisation des modèles de mixture*. Traitement du Signal, vol. 4, n° 2, 1987, pp. 101-113.
- [4] P. Y. ARQUÈS, *Décisions en traitement du signal*. Masson, 1982.
- [5] P. Y. ARQUÈS, *Étude de systèmes de détection de signaux par traitement quadratique généralisé et de certaines de leurs propriétés statistiques de sortie*. Thèse de Doctorat d'État, Grenoble, 1966. Centre de Documentation du C.N.R.S. : A. O. 1015.
- [6] P. K. WILLETT, J. B. THOMAS, *Mixture models for underwater burst noise and their relationship to a simple bivariate density representation*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. OE-12, No 1, January 1987, pp. 29-37.
- [7] P. GOUNON, J. P. LE CADRE, P. RAVAZZOLA, *Estimation d'un modèle de bruit reçu sur une antenne de grande dimension*. Actes du Douzième Colloque sur le Traitement du Signal et des Images, Juan-Les-Pins (juin 1989) (GRETSI), pp. 569-572.
- [8] J. P. LE CADRE, *Contribution à l'utilisation des méthodes paramétriques en traitement d'antenne*. Thèse de Doctorat d'État, INPG-USMG, Grenoble, 1987.
- [9] R. URICK, *Principles of underwater sound*. MacGraw-Hill, 1983.
- [10] W. S. BURDIC, *Underwater acoustic system analysis*. Prentice-Hall, 1984.
- [11] D. ROSS, *Mechanics of Underwater noise*. Pergamon Press, 1976.
- [12] R. URICK, *Ambient noise in the sea*. Department of the Navy, Naval Sea Systems Command, Washington, 1984.
- [13] G. M. WENZ, *Review of underwater acoustics research : noise*. Journal of the Acoustical Society of America, vol. 51, No. 3, 1972, pp. 1010-1024.
- [14] R. LAVAL, J. M. DREZET, *An analytical method to predict the statistical characteristics of ambient shipping noise*. Adaptive methods in underwater acoustics, edited by H. G. Urban. Reidel, 1985.
- [15] a) R. H. LYON : Statistical energy analysis of dynamical systems. MIT press, 1975 ;  
b) I. LE MUET, *Bruit d'origine hydrodynamique rayonné à l'intérieur d'un dôme sonar : études expérimentales et évaluation S.E.A.* Revue d'acoustique, N° 82, 1987.
- [16] S. D. STEARN, R. A. DAVID, *Signal processing algorithms*. Prentice Hall, 1989.
- [17] G. BIENVENU, L. KOPP, *Principe de la goniométrie passive adaptative*. Actes du Septième Colloque sur le Traitement du Signal et ses Applications, Nice, mai 1979 (GRETSI), pp. 106/1-106/10.
- [18] G. BIENVENU, L. KOPP, *Optimality of high resolution array processing using the eigensystem approach*. IEEE Trans. on Acoustics Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-31, No. 5, October 1983, pp. 1235-1248.
- [19] P. FORSTER, *Méthodes de traitement d'antenne après filtrage spatial*. Thèse de Doctorat de l'Université de Rennes 1, 1988.
- [20] J. P. LE CADRE, P. RAVAZZOLA, *Practical use of parametric methods for array processing*. Lecture Notes in Control and Information Sciences, M. Bouvet and G. Bienvenu Editors, Springer-Verlag, 1990.
- [21] P. RAVAZZOLA, J. P. LE CADRE, *Représentation des sorties de capteurs par un système linéaire, applications au traitement d'antenne*. Traitement du Signal, Vol. 6, n° 1, 1989, pp. 3-26.
- [22] P. GOUNON, J. P. LE CADRE, *Estimation d'un modèle de bruit reçu sur une antenne de grande dimension*. A paraître dans Traitement du Signal.
- [23] I. S. GRADSHTEYN, I. M. RYZHIK, *Table of integrals, series, and products*. Academic Press, 1980.
- [24] G. CYBENKO, *On the eigenstructure of Toeplitz matrices*. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-32, No. 4, August 1984, p. 918-921.
- [25] P. LANCASTER, M. TISMENETZKY : *The theory of matrices*. Second edition. Academic Press, 1985.