

Une théorie non probabiliste du signal ? ... à propos du livre de W. A. Gardner

B. GEORGEL (1)

Le livre de W. A. Gardner « *Statistical spectral analysis: a non probabilistic theory* » [1] n'a reçu à ma connaissance presque aucun écho en France, lors de sa parution en 1988. L'intérêt qu'il présente, à mon avis, m'incite à utiliser la revue TS pour présenter la problématique en quelques lignes et requérir des spécialistes, un ou plusieurs commentateurs, qui pourraient donner lieu à une contribution.

Le livre se compose de deux parties bien distinctes : la seconde concerne les **signaux cyclo-stationnaires** (qui intéressent certains auteurs [2]), tandis que la première, objet de cette correspondance, concerne une présentation de l'**analyse spectrale** qui n'a pas besoin explicitement de la notion de signal aléatoire.

On sait que, pour tenir compte de la réalité expérimentale, on considère que le signal mesuré (observé) n'est qu'une réalisation d'un être mathématique abstrait, appelé signal aléatoire et défini par deux « variables » : la première est le temps et la seconde représente l'épreuve obtenue lors d'un tirage au sort hypothétique.

Ceci permet de définir des lois de probabilité (à un instant t , conjointe entre deux instants t et t' , etc...).

Malheureusement, comme le signal aléatoire n'est presque jamais observé (même partiellement), le praticien est obligé de restreindre la généralité de ce signal abstrait pour pouvoir estimer des grandeurs. Il suppose très souvent l'ergodicité et la stationnarité du processus, ce qui lui permet d'identifier moyennes d'ensemble et moyennes temporelles (théorème de Birkhoff) et, en particulier de faire de l'estimation spectrale.

Quiconque a déjà essayé d'enseigner ces notions à des non-mathématiciens (c'est-à-dire à l'écrasante majorité des utilisateurs de traitement du signal — ne parlons pas des traiteurs d'images qui pour la plupart ignorent cette approche) a pu constater qu'elles étaient troublantes et qu'au mieux elles apparaissaient comme un jeu mathématique gratuit ou un détour inutile. Et que faire, après être arrivé là, quand on doit leur expliquer qu'un signal mesuré peut être non-stationnaire (sous-entendu : le long de l'axe des temps) ?

Dans son livre, W. A. Gardner propose une présentation « tout temporel », qui n'exige pas de supposer des lois de probabilité, mais qui bien sûr s'autorise « de la statistique » le long du temps.

(1) B. Georgel, Chef de groupe d'études, Electricité de France ; GdR Traitement du Signal et Images ; SEE.

Sa thèse, à dire vrai, tient dans la première page de la Préface !

Il va même, dans un panorama historique, jusqu'à rappeler que des pionniers comme Wiener et Kampé de Fériet, souscrivaient à cette approche, malgré l'approche probabiliste introduite par Kolmogorov. Il note les tentatives à contre-courant et partielles de Brennan, Hofstetter, Brillinger...

Il est dommage, eu égard au renom de l'école française de théorie du signal (Fortet, Blanc-Lapierre, Picinbono, ...) [3], que cette approche n'ait pas été commentée ou critiquée : est-elle de pure convenance ? (mais dans ce cas, pourquoi ne pas l'utiliser au secours de la pédagogie ?), est-elle nuisible conceptuellement ?...

Au surplus, au moment où le club des enseignants EEA, la SEE et le GdR TdSI réfléchissent sur l'enseignement et la formation en signal et image, n'est-il pas opportun d'engager un vaste débat sur ces questions et d'en profiter pour y mêler statisticiens [4], mathématiciens et... praticiens.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] GARDNER *Statistical spectral analysis...* Prentice-Hall, 1988.
- [2] GARREAU, FLANDRIN *Le non-stationnaire en mécanique.* Journées CETIM/GdR TdSI mars 90, Traitement du signal en mécanique.
- [3] Cité par MAX *Méthodes et techniques de traitement du signal*, Masson, 1984 : « Dans une certaine mesure, on peut dire que la notion de fonction aléatoire a été, en quelque sorte, imposée par l'expérience ; la considération des phénomènes météorologiques, l'étude de la turbulence des fluides, puis celle des phénomènes de fluctuation en électricité connus sous le nom de bruit de fond, etc. ont amené de façon inévitable à considérer des êtres qui relèvent de la notion de fonction telle qu'elle apparaît en Analyse, mais qui possèdent, en plus, un caractère aléatoire : ces êtres sont précisément aléatoires. Une fonction aléatoire x d'un paramètre t définie sur une certaine catégorie d'épreuves se présente, sur chaque épreuve f , comme une fonction au sens de l'Analyse, mais cette fonction peut être différente d'une épreuve à une autre, et c'est par ce canal que s'introduit le caractère aléatoire. Si on fixe la valeur du paramètre t , alors x ne dépend plus que de l'épreuve : c'est une variable aléatoire au sens du Calcul des Probabilités. Cette double dépendance de x par rapport au paramètre t et par rapport à l'épreuve ε , peut être rappelée par la notation suggestive que nous utiliserons souvent : $x = x(t, \varepsilon)$. Les utilisateurs (spécialistes de

météorologie, d'hydrodynamique, de radioélectricité, etc.) sont plutôt partis de l'idée de fonction à laquelle ils ont, en quelque sorte, ajouté de l'aléatoire. Par exemple, un électrotechnicien habitué à suivre à l'oscillographe des variations de tension en fonction du temps voit, lorsqu'il aborde le domaine des courants faibles, le bruit de fond apparaître sous la forme de fonctions d'allure irrégulière qui se superposent aux signaux bien réguliers que lui présente l'étude des courants forts. Un cheminement intellectuel inverse a été effectué par des spécialistes du

calcul des Probabilités, qui sont partis de la notion de variable aléatoire et ont cherché à l'étendre en lui substituant celle, très générale, d'élément aléatoire de nature quelconque. Naturellement parmi les éléments aléatoires de nature quelconque, on rencontre les fonctions aléatoires. Les remarques qui précèdent font comprendre que les personnes qui s'intéressent à l'étude des fonctions aléatoires soient d'origines très diverses. »

[4] BERGER Statistical decision theory and Bayesian analysis, Springer Verlag, 1985.