

La précision de la vision robotique Précision limite de localisation d'un contour

The computer vision precision Limit precision of edge localization



Chengqi XU
LSIT/E.N.S.P.S.
7, rue de l'Université,
67000 Strasbourg,

Chengqi Xu né le 22 novembre 1962 à Tianjin, Chine populaire. Étudiant au département d'Électronique de l'Université d'Aéronautique

et d'Astronautique de Pékin de 1980-1984. Diplôme d'Études Approfondies en traitement d'images et traitement graphique à l'ULP Strasbourg en 1986. Nouvelle Thèse en février 1990, sur la localisation d'objets par système de vision artificielle au LSIT, École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg, Attaché de recherche depuis avril 1990.

Axes de recherches :

- Traitement du signal numérique ;
- Systèmes de vision.



Yannick HERVÉ
LSIT/E.N.S.P.S.
7, rue de l'Université,
67000 Strasbourg,

Yannick Hervé né le 30 juin 1961 à Argenteuil. Élève de l'École Normale Supérieure de Cachan de 1982 à 1986. Maîtrise de Génie Électrique en 1984. Agrégation de Génie Électrique en 1985. Diplôme d'Études Approfondies en instrumentation et traitement du signal à

l'IEF d'Orsay en 1986. Ancien Normalien Doctorant à partir de Septembre 1986 à l'École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg au sein du Laboratoire des Sciences de l'Image et de la Télé-détection. Nouvelle Thèse de Doctorat en avril 1988, sur l'optimisation des structures SIMD de calcul massivement parallèle et l'algorithme bit-série. Maître de conférences au sein du LSIT depuis janvier 1989.

Axes des recherches :

- Architectures de machines pour le traitement d'images, la simulation de phénomènes physiques et la visualisation scientifique ;
- Environnement et emploi optimaux des structures de calcul SIMD ;
- Interactions signal-algorithmes-architectures.

RÉSUMÉ

Le problème clé de l'inspection assistée par la vision artificielle est la précision de localisation des contours dans l'image numérique délivrée par le système d'acquisition. La méthode permettant d'atteindre une précision supérieure à la dimension inter-pixel est l'interpolation des zones d'intérêt.

Même si les hypothèses du théorème de Shannon sont respectées, la détection du déplacement d'un contour et/ou une mesure dimensionnelle précise peuvent ne pas être possibles sur les échantillons disponibles à cause de la quantification de luminance. Celle-ci crée une « zone noire » (ZN) et il est alors difficile de justifier des précisions de mesure qui seraient inférieures à la dimension de cette ZN.

Cet article analyse la limite de précision pour la localisation d'un contour et pour les mesures dimensionnelles sur des images en niveaux de gris en fonction de l'intervalle dynamique de numérisation de luminance et de la réponse impulsionnelle du système à l'aide du concept de la zone noire, ZN.

L'influence du bruit sur la ZN est également étudiée.

MOTS CLÉS

Interpolation, rééchantillonnage, précision de localisation, convolution, mesures dimensionnelles, vision Robotique, numérisation, traitement d'images.

ABSTRACT

The key question of computer vision inspection is the edge localization precision in digital images. The method of image primitive localization with subpixel precision is essentially the interpolation in the significant zones.

The sensitivity of an image acquisition system is limited by the quantification error, even an input signal is correctly sampled according to Shannon theorem, there are certain input changes that we could not detect. This makes a « black zone » and it is difficult to prove a measure precision higher than the dimension of the « black zone ».

This paper analyses the limite precision of edge localization and dimensional measure in digital grey images according to dynamic luminance digitization interval and the system impulse response function with the help of « black zone ».

The noise influence on « black zone » is also studied.

KEY WORDS

Interpolation, resampling, localization precision, convolution, dimensional measurement, computer vision, digitization, image processing.

1. Introduction

Une image numérique correspond à un échantillonnage spatial et à une quantification du champ de luminance d'une scène réelle. C'est le moyen classique d'acquisition d'informations des systèmes de vision robotique. Ces systèmes sont de plus en plus utilisés, surtout en vue de l'inspection industrielle.

La détermination de la précision spatiale dans une image numérique est un sujet important : en effet, il est difficile de séparer la précision des mesures dimensionnelles de celle de la localisation des primitives de l'image numérique puisque c'est sur ces dernières que sont effectuées les mesures.

L'apparition du capteur CCD nous fournit un moyen d'acquérir une scène avec une haute résolution spatiale. La résolution courante d'une caméra CCD peut atteindre 500 lignes par centimètre [1]. Cette résolution paraît suffisamment élevée pour les usages normaux mais elle n'est pas satisfaisante pour les applications sophistiquées.

L'emploi des algorithmes qui permettent de localiser les points caractéristiques avec une précision supérieure à la résolution de la cellule du capteur CCD (précision subpixel) illustre de telles exigences.

La technique principale de la localisation subpixel est l'interpolation des zones de contours (sur une image en niveaux de gris ou de gradient). A partir des échantillons numériques connus nous voulons déterminer des points inconnus.

Huertas [2] a développé un algorithme de localisation subpixel de contours sur l'image filtrée par l'opérateur Marr-Hildreth, Haralick [3] a présenté une méthode de restauration locale d'une image avec les fonctions d'une base orthogonale afin de détecter plus précisément la position des contours. Edward [4] a développé un algorithme de localisation de précision subpixel à partir de certains moments locaux.

Souvent, les contours sont signalés par une variance élevée des niveaux de gris dans des zones dont les dimensions sont très variées. C'est la raison pour laquelle certaines méthodes récursives de détection de contours sont apparues, elles nous permettent de localiser progressivement les contours en modifiant certains paramètres et la dimension de l'opérateur [5], [6].

Mathématiquement, une interpolation peut être faite de façon infiniment fine, cette finesse dépend de la primitive mathématique utilisée. Il est évident que le nombre de solutions (la position du contour) est loin d'être unique de ce point de vue.

Depuis peu de temps, différents auteurs accordent une grande importance à l'évaluation de la précision de localisation des contours et de la mesure dimensionnelle en fonction des erreurs de quantification. Kamgar-Parsi [7] a développé un modèle de distribution de probabilité de l'erreur de localisation et Ho [8] a spécialement évalué les erreurs possibles de certaines mesures dimensionnelles, longueur d'un segment, rayon d'un cercle... essentiellement sur des images binaires.

Une méthode de la localisation de certaines primitives géométriquement connues à partir d'un ensemble de points caractéristiques est développée dans [9] et [10].

L'analyse de l'influence des erreurs de quantification sur le problème de la localisation n'a été faite que dans une publication récente de Havelock [11] dans laquelle l'auteur a souligné l'importance de ces erreurs sur la localisation du centre d'une fonction gaussienne.

La formation d'une image numérique peut être formulée comme la transformation d'une fonction de luminance $f(x, y)$ vers une matrice numérique $I(x, y)$ [12]. Cette transformation comprend le système optique $g(x, y)$, l'échantillonneur spatial $S(x, y)$ et la fonction de numérisation $Nu(x)$. Pour que l'on puisse étudier le rôle de $g(x, y)$, la réponse impulsionnelle, nous introduisons deux images intermédiaires $E(x, y)$ et $E'(x, y)$:

$$E(x, y) = f(x, y) * g(x, y)$$

où * représente la convolution et $E'(x, y)$ l'image échantillonnée de $E(x, y)$.

$$\begin{aligned} I(x, y) &= Nu(E'(x, y)) \quad (\text{numérisé de } E'(x, y)) \\ O(x, y) &= Nu(E(x, y)) \quad (\text{quantifié de } E(x, y)). \end{aligned}$$

Nous pouvons présenter cette chaîne de transformation comme :

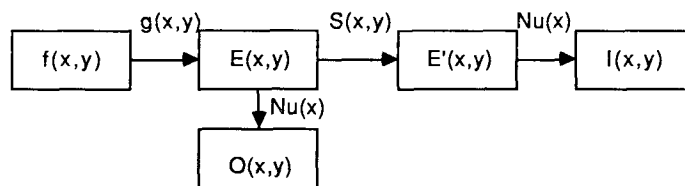


Fig. 1. — Formation de l'image numérique.

Alors, nous pouvons remarquer qu'une image numérique est directement influencée par :

- $g(x, y)$, la réponse impulsionnelle optique ;
- $S(x, y)$, l'échantillonneur spatial : la fréquence et la fonction d'échantillonnage ;
- $Nu(x)$, la fonction de numérisation ;
- P , la puissance de bruit.

Dans cet article, nous voulons étendre l'étude de la précision limite aux images en niveaux de gris, ainsi qu'à l'influence du système de formation d'images numériques.

Étant donné un système de formation d'images numériques, nous voulons répondre précisément aux questions suivantes :

* pour toutes les figures :

— $g(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(- (x^2 + y^2)/\sigma^2)$.

— La distance d'inter-pixel horizontale : dx

— La distance d'inter-pixel verticale : dy

— Les calculs ont lieu sur le plan dont :

• la coordonnée horizontale x' est normalisée comme : $x' = x/(\sigma * dx)$

• la coordonnée verticale y' est normalisée comme : $y' = y/(\sigma * dy)$.

- Quelle précision maximale peut-on espérer obtenir d'une image numérique pour les mesures dimensionnelles ?
- Quels sont les facteurs qui influencent la précision du système ?
- Quelles sont les directions possibles d'amélioration de cette précision ?

Nous savons que pour chaque pixel de l'image numérique l'erreur de quantification de l'amplitude de luminance A a une distribution uniforme variant de $-1/2 NG + A$ à $1/2 NG + A$ [7] [11], où NG signifie le niveau de gris.

L'évaluation de la précision limite de l'image numérique est le fait de savoir quels sont les changements de luminance de la scène analogique $f(x, y)$ cachés par l'erreur de quantifications de l'image, car nous n'avons aucune certitude de localiser un changement quelconque que l'image numérique ne peut pas représenter.

DÉFINITION (D.1) Sensibilité limite : L'image numérique est insensible à toutes les modifications de $f(x, y)$ qui ne peuvent que provoquer le changement de l'amplitude de luminance, partout sur la scène, inférieure à $1/2 NG$.

Nous analysons d'abord la précision limite du signal de bande limitée, et puis nous généraliserons cette étude aux signaux quelconques.

2. Limite théorique de la localisation d'un signal numérique correctement échantillonné

En théorie, un signal analogique correctement échantillonné peut être parfaitement reconstitué par l'interpolation de Shannon. Que devient un signal correctement échantillonné mais numérisé ?

- PROPRIÉTÉ 1 :** Soit $x(t)$ un signal analogique tel que :
- $|x(t)| \leq M, M > 0$;
 - $X(v)$, spectre de $x(t)$, nul si $|v| \geq F/2$ ($T = 1/F$) ;
 - échantillonné à une fréquence $F_e > F$;
 - numérisé d'une façon linéaire avec un pas de quantification q et $M = N \cdot q, N > 0$.

Alors, la localisation de $x(t)$ par interpolation de son échantillonné-numérisé ne peut pas être plus précise que $T/(\pi \cdot N)$.

Démonstration : Par le théorème de Bernstein [13] on a :

$$p = |x'(t)| \leq n \cdot F \cdot M = n \cdot F \cdot N \cdot q.$$

Autour d'un échantillon, la reconstruction est comprise dans un « tube » de largeur q et de pente p . Un point de la reconstitution ne pourra être localisé qu'avec une précision q/p , donc pour un échantillon de pente maximale, avec une précision de $q/(\pi \cdot F \cdot N \cdot q) = T/(\pi N)$.

PROPRIÉTÉ 2 : Il est moins coûteux, en nombre de bits de numérisation, d'augmenter la précision limite de la localisation par la dynamique de codage que par la fréquence d'échantillonnage.

Démonstration : Par la propriété 1 la précision limite est de $Pl = T/(\pi N)$. Pour diviser Pl par deux, on peut :

- diviser T par deux donc multiplier le nombre de bits de la place mémoire globale occupée par les données par deux, ou,
- multiplier N par deux et donc ajouter un bit à chaque échantillon.

Mais, le bruit additif peut réduire le nombre de bits de numérisation effectif pour le signal, ce sujet fera la discussion de la section 9.

Dans la suite de l'exposé, nous ne ferons plus d'hypothèses sur le caractère « échantillonnable » des signaux $f(x, y)$ et $E(x, y)$. On supposera que le système optique est linéaire et spatialement invariant et qu'il satisfait aux hypothèses suivantes :

(H1) $g(x, y)$ positive ;

(H2) $\iint_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) dx dy = 1$;

(H3) Les dérivées de $g(x, y)$ existent au moins jusqu'au 3^e degré ;

(H4) La fonction de numérisation, $Nu(x)$ est linéaire dans le domaine d'intérêt. La largeur de cet intervalle numérique est Nl .

L'évaluation de la précision limite repose sur la détermination de l'influence d'une variation de $f(x, y)$ sur le quantifié de $E(x, y)$. Nous estimons cette influence par une simulation des modifications de $f(x, y)$. Si elles n'entraînent aucun changement sur le quantifié de $E(x, y)$ alors à partir de l'image numérique de $E(x, y)$, il est impossible de localiser exactement ces changements quelle que soit la fréquence d'échantillonnage. Dans la première phase des analyses, l'influence du bruit n'est pas prise en compte, cette étude sera menée dans la section 9. Nous présentons deux exemples simples pour illustrer la méthode d'évaluation des limites de précision d'un système :

- la limite de la localisation d'une discontinuité ;
- la mesure de la distance entre deux points.

3. La localisation d'une discontinuité

Le système est supposé monodimensionnel.

La fonction échelon est définie par :

$$(3.1) \quad f(x) = \begin{cases} A + K/2 & \text{pour } x > 0 ; \\ A - K/2 & \text{pour } x < 0 . \end{cases}$$

où $K > 0$.

La convolution entre $f(x)$ et la fonction $g(x)$ nous donne :

$$(3.2) \quad E_0(x) = f(x) * g(x) .$$

Si $f(x)$ est translaté de D_x alors la sortie s'écrit,

$$(3.3) \quad E_1(x) = f(x - D_x) * g(x) .$$

La différence entre (3.2) et (3.3) donne :

$$\begin{aligned}
 d(x) &= |E_1(x) - E_0(x)| \\
 &= \left| K \cdot \int_{D_x}^0 g(x-t) dt \right| \\
 (3.4) \quad d(x) &\leq |g_{\max} * D_x * K|.
 \end{aligned}$$

De (D.1) de l'introduction, nous savons que la résolution de l'image numérique est de $NG/2$, donc si $Nu(x)$ numérise linéairement le saut d'amplitude $|K|$ par l'intervalle Nl et si $d(x) < NG/2$ pour tout x , le déplacement D_x est alors indétectable à partir des données numériques acquises. De même, il est impossible d'interpoler les échantillons de $I(i)$ avec une précision de localisation meilleure que D_x . On appelle zone noire (ZN) l'intervalle de largeur D_x tel que la différence entre $f(x)$ et $f(x - D_x)$ soit partout inférieure à $1/2 NG$.

Alors, de (3.4) nous déterminons :

$$(3.5) \quad ZN \geq 1/(2 \cdot g_{\max} \cdot Nl).$$

Si nous supposons que $g(x)$ est une fonction gaussienne,

$$(3.6) \quad g(x) = C \cdot e^{-x^2/\sigma^2}$$

où C est une constante, nous obtenons la relation entre ZN et Nl illustrée par la figure 3 : ZN est inversement proportionnelle à Nl .

4. La distance entre deux points

Nous pouvons représenter mathématiquement deux points lumineux $p_1(x, y)$ et $p_2(x', y')$ sur une scène par $f(x, y)$:

$$\begin{aligned}
 (4.1) \quad f(x, y) &= A \cdot \delta(x, y) + A \cdot \delta(x', y') \\
 &= A \cdot \delta(x, y) + A \cdot \delta(x - L \cdot \cos \Theta, y - L \cdot \sin \Theta)
 \end{aligned}$$

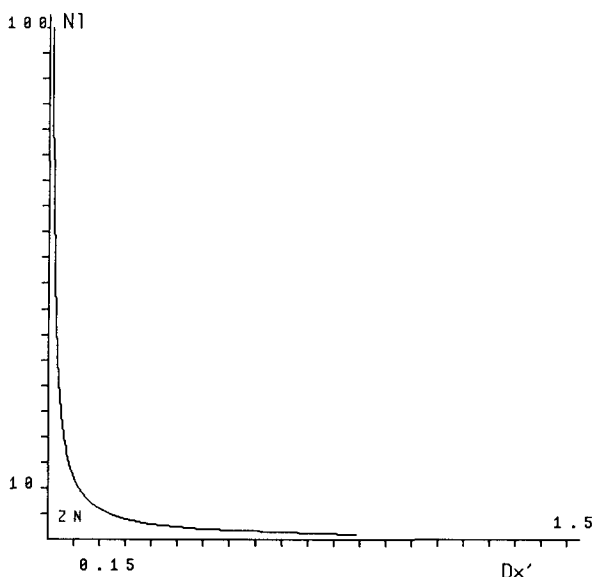


Fig. 3. — La précision limite de la localisation d'une discontinuité en fonction de l'intervalle dynamique numérique.

où L est la distance entre ces deux points, Θ l'angle entre $p_1 p_2$ et l'axe horizontal, $\delta(x)$ est la fonction Dirac.

La convolution entre $f(x, y)$ et $g(x, y)$ nous donne :

$$\begin{aligned}
 (4.2) \quad E_0(x, y) &= A \cdot g(x, y) + A \cdot g \times \\
 &\quad \times (x - L \cdot \cos \Theta, y - L \cdot \sin \Theta)
 \end{aligned}$$

Si la distance connaît un changement D_L et devient $L + D_L$, (4.2) se transforme en :

$$\begin{aligned}
 (4.3) \quad E_1(x, y) &= A \cdot g(x, y) + A \cdot g(x - (L + D_L)) \times \\
 &\quad \times \cos \Theta, y - (L + D_L) \cdot \sin \Theta.
 \end{aligned}$$

Ce changement de distance amène la différence $d(x, y)$ entre (4.2) et (4.3) :

$$\begin{aligned}
 d(x, y) &= |E_1(x, y) - E_0(x, y)| \\
 &= |A * [g(x - L \cdot \cos \Theta, y - L \cdot \sin \Theta)] - \\
 &\quad - [g(x - (L + D_L) \cdot \cos \Theta, y - (L + D_L) \cdot \sin \Theta)]| \\
 (4.4) \quad d(x, y) &\leq |A \cdot D_L| \cdot (|g'_{x \max}| + |g'_{y \max}|)
 \end{aligned}$$

où $g'_{x \max}$ et $g'_{y \max}$ représentent les valeurs maximales de la première dérivée de $g(x, y)$ selon les directions x et y .

Si le système mesure l'amplitude du signal d'entrée $f(x, y)$ $|A|$ par la valeur numérique Nl , d'après (D.1), ZN de D_L , la zone où D_L ne peut pas être détecté, est :

$$(4.5) \quad ZN \geq 1/(2 \cdot Nl \cdot (|g'_{x \max}| + |g'_{y \max}|)).$$

La figure 4 montre la relation entre l'intervalle numérique Nl qui mesure l'amplitude A et le déplacement D_L . Dans cette figure, la réponse impulsionnelle optique est simulée par une fonction gaussienne.

D'après ces deux exemples, nous pouvons remarquer que le problème de la localisation et de la mesure subpixel est lié essentiellement à la réponse impulsionnelle $g(x, y)$ et à l'intervalle de numérisation Nl .

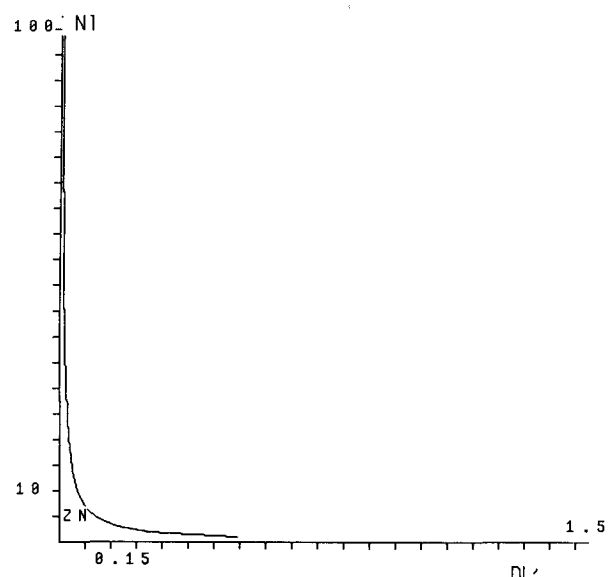


Fig. 4. — La précision limite de la mesure de la distance entre deux points en fonction de l'intervalle dynamique numérique.

Dans les sections suivantes, l'évaluation portera sur la mesure des paramètres du segment, ceux du cercle et ceux du rectangle dans l'image numérique sans tenir compte du bruit. L'influence du bruit et de la forme de la réponse impulsionnelle feront l'objet de la section 9.

5. Contour idéal

Un contour idéal bidimensionnel est modélisé comme suit :

$$(5.1) \quad f(x, y) = \begin{cases} A + K/2 & \text{pour } (m \cdot x - y) > 0 ; \\ A - K/2 & \text{pour } (m \cdot x - y) < 0 . \end{cases}$$

Et la frontière, L, qui sépare ces deux zones :

$$(5.2) \quad y = m \cdot x$$

où $m = \tan(\alpha)$ est la tangente à L et $\alpha < 90^\circ$.

$g(x, y)$ du système transforme $f(x, y)$ de (5.1) en :

$$(5.3) \quad \begin{aligned} E_0(x, y) &= f(x, y) * g(x, y) \\ &= \iint_{-\infty}^{+\infty} f(t_x, t_y) \cdot g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\ &= (A - K/2) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{t_y/m} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\ &\quad + (A + K/2) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{t_y/m}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y . \end{aligned}$$

Si l'entrée $f(x, y)$ se déplace de (D_x, D_y) et devient $f(x - D_x, y - D_y)$ avec $(D_y - m \cdot D_x) < 0$ (la translation le long la direction m ne modifie pas $f(x, y)$).

On a alors,

$$(5.4) \quad \begin{aligned} E_1(x, y) &= \\ &= (A - K/2) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{(t_y - D_y)/m + D_x} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\ &\quad + (A + K/2) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{(t_y - D_y)/m + D_x}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \end{aligned}$$

Ce déplacement provoque un changement au niveau de l'image :

$$(5.5) \quad \begin{aligned} d(x, y) &= |E_1(x, y) - E_0(x, y)| \\ &= |K| \cdot \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{(t_y - D_y)/m + D_x}^{t_y/m} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \right| . \end{aligned}$$

Si la fonction de transfert $g(x, y)$ est séparable et symétrique :

$$g(x, y) = T(x) * T(y) .$$

Soit T_{\max} la valeur absolue maximale de $T(x)$, alors de (5.5), nous avons :

$$d(x, y) \leq |T_{\max} \cdot K \cdot (D_x - D_y/m)| .$$

La limite de détection de $d(x, y)$ est de $1/2 \text{ NG}(D, 1)$, cette limite varie selon l'intervalle numérique employé à mesurer le saut K . Cette limite fixe une ZN dans laquelle le déplacement ne peut pas être détecté.

Si $|K|$ est mesuré par NI, nous définissons :

$$D = D_x - D_y/m$$

alors la ZN de D sera :

$$(5.6) \quad \text{ZN} \geq 1/(2 \cdot T_{\max} \cdot \text{NI}) .$$

La figure 5 illustre ces relations avec une réponse impulsionnelle gaussienne :

$$(5.7) \quad g(x, y) = C \cdot \exp(- (x^2/\sigma^2 + y^2/\sigma^2)) .$$

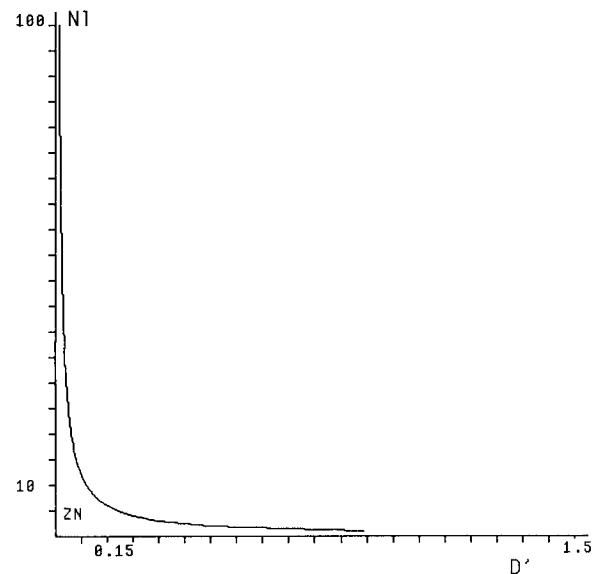
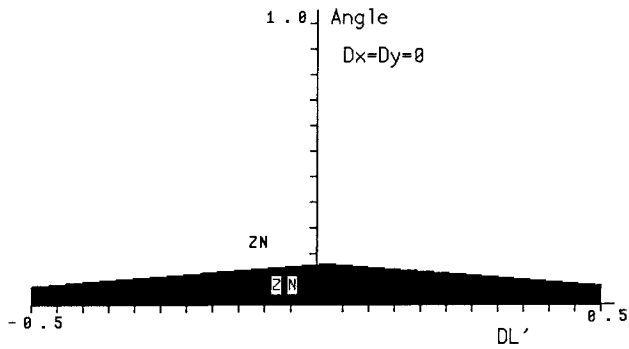


Fig. 5. — La précision limite de la localisation d'un contour idéal en fonction de l'intervalle dynamique numérique.

6. La localisation et les mesures de segment

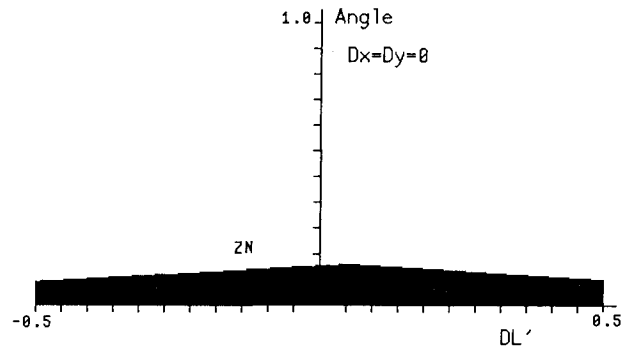
La présentation mathématique d'un segment n'est pas unique, car si un segment appartient aux bords d'un objet de la scène, sa présentation mathématique est directement liée à la forme géométrique et à la réflectance de surface de celui-ci. Un segment image peut être une trace infiniment fine dont l'aspect est différent d'un bord, on l'appelle, dans ce cas, segment isolé.

Les mesures essentielles dans l'image sur un segment sont la position, l'orientation et la longueur.



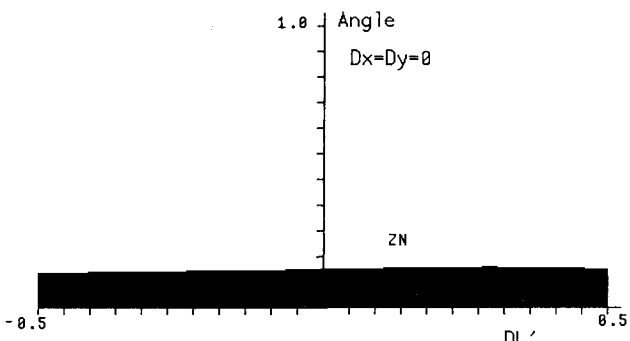
La précision limite de l'orientation et de la longueur d'un segment avec $N1=1$, $a=20$, $L=20$ et $Dx=Dy=0$

(a)



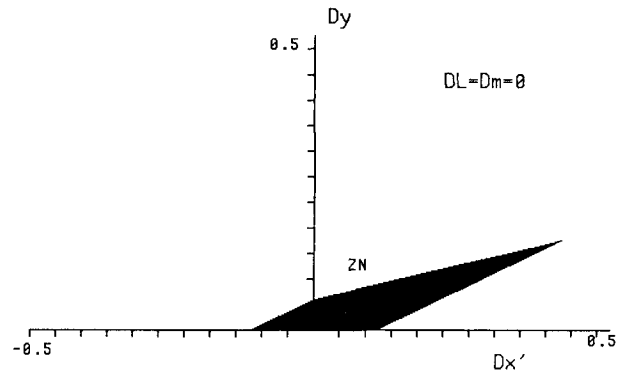
La précision limite de l'orientation et de la longueur d'un segment avec $N1=1$, $a=45$, $L=20$ et $Dx=Dy=0$

(b)



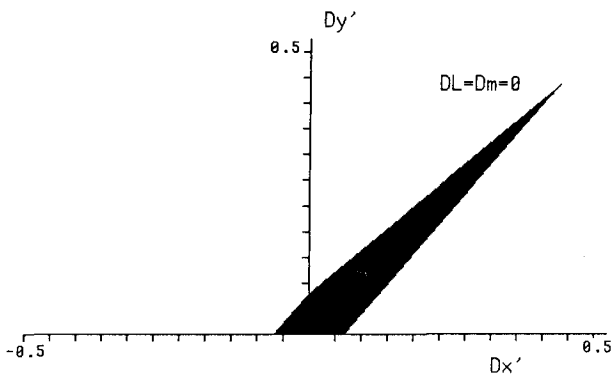
La précision limite de l'orientation et de la longueur d'un segment avec $N1=1$, $a=80$, $L=20$ et $Dx=Dy=0$.

(c)



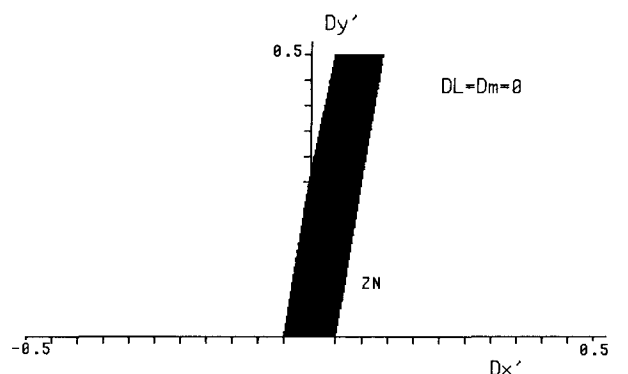
La précision limite de la position d'un segment avec $N1=1$, $a=20$, $L=20$ et $Dl=Dm=0$.

(d)



La précision limite de la position d'un segment avec $N1=1$, $a=45$, $L=20$ et $Dl=Dm=0$.

(e)



La précision limite de la position d'un segment avec $N1=1$, $a=80$, $L=20$, $Dl=Dm=0$

(f)

Fig. 6.1. — La précision limite des mesures sur un segment isolé.

6.1. SEGMENT ISOLÉ

Le modèle mathématique d'un segment isolé $f(x, y)$ est représenté comme suit :

(6.1)

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= \\
 &= A \quad \text{pour } x = x_0 + \cos(\alpha) \cdot t \text{ et } y = y_0 + \sin(\alpha) \cdot t \\
 &\quad \text{où } t \text{ varie de } 0 \text{ à } L; \\
 &= 0 \quad \text{pour autres } x, y.
 \end{aligned}$$

Si α est l'angle entre le segment et l'axe horizontal et $\alpha < > 90^\circ$, nous obtenons la pente du segment à l'aide de :

(6.2)
$$m = \tan(\alpha).$$

Comme dans les parties précédentes, la réponse impulsionnelle transforme $f(x, y)$ en $E_0(x, y)$:

(6.3)
$$\begin{aligned}
 E_0(x, y) &= \\
 &= \iint_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) \cdot f(t_x, t_y) dt_x dt_y \\
 &= A \cdot \int_{x_0}^{L \cdot \cos \alpha + x_0} g(x - t_x, y - (y_0 + \tan(\alpha) \times \\
 &\quad \times (t_x - x_0))) dt_x.
 \end{aligned}$$

Imaginons que $f(x, y)$ subisse des changements de longueur, de position et d'orientation : D_L , (D_x, D_y) et D_α , alors (6.3) devient :

(6.4)
$$\begin{aligned}
 E_1(x, y) &= A \cdot \int_{D_x + x_0}^{(D_L + L) \cos(\alpha + D_\alpha) + D_x + x_0} \times \\
 &\quad \times g[x - t_x, y - (y_0 + D_y \\
 &\quad + \tan(\alpha + D_\alpha) \cdot (t_x - D_x - x_0))] dt_x.
 \end{aligned}$$

Un tel changement de $f(x, y)$ provoque le changement de la distribution de luminance $d(x, y)$ que nous pouvons obtenir de (6.3) et (6.4) :

(6.5)
$$\begin{aligned}
 d(x, y) &= |E_1(x, y) - E_0(x, y)| \\
 &= \left| A \cdot \int_{x_0}^{L \cdot \cos \alpha + x_0} [g(x - t_x, y - (D_y + y_0 + \right. \\
 &\quad \left. + \tan(\alpha + D_\alpha) \cdot (t_x - D_x - x_0))) \right. \\
 &\quad \left. - g(x - t_x, y - \tan(\alpha) \cdot (t_x - x_0) - y_0)] dt_x \right. \\
 &\quad \left. + A \cdot \int_{x_0 + L \cos \alpha}^{x_0 + D_x + (L + D_L) \cos(\alpha + D_\alpha)} g(x - t_x, y - (D_y + y_0 + \right. \\
 &\quad \left. + \tan(\alpha + D_\alpha) \cdot (t_x - D_x - x_0))) dt_x \right. \\
 &\quad \left. + A \cdot \int_{x_0 + D_x}^{x_0} g(x - t_x, y - (D_y + y_0 + \tan(\alpha + D_\alpha) \right. \\
 &\quad \left. \times (t_x - D_x - x_0))) dt_x \right|
 \end{aligned}$$

(6.6)
$$d(x, y) \leq$$

$$\begin{aligned}
 &\leq |A \cdot g_{\max}| \cdot (|D_x| + |D_x + \\
 &\quad + (L + D_L) \cdot \cos(\alpha + D_\alpha) - L \cos \alpha| \\
 &\quad + |A \cdot g'_{y \max} \cdot L \cos \alpha| \cdot |L \cos \alpha \cdot (\tan(\alpha + D_\alpha) \\
 &\quad - \tan(\alpha)) + D_y - D_x \cdot \tan(\alpha + D_\alpha)|
 \end{aligned}$$

où $g'_{y \max}$ représente la valeur maximale de la première dérivée de $g(x)$ dans la direction y .

ZN est définie par une combinaison de D_x , D_y , D_L et D_α : elle est multidimensionnelle.

La figure 6.1 représente des profils de ZN (6.6) avec différents L et α où la fonction $g(x, y)$ est une gaussienne (5.7).

Nous pouvons constater que la plage de numérisation NI de l'amplitude A est un critère important pour la précision limite de localisation de l'image numérique, cette figure montre aussi les limites de précision de mesure que nous pouvons obtenir pour les divers paramètres d'un segment isolé.

6.2. SEGMENT EN TANT QUE BORD D'OBJET

Le modèle que nous allons étudier est de la forme :

(6.7)

$$f(x, y) = A + K \cdot U(y) \cdot U(L_y - y) \cdot U(m \cdot x - y)$$

où :

$$\begin{aligned}
 U(x) &= \begin{cases} 1 & \text{pour } x > 0; \\ 0 & \text{pour } x < 0. \end{cases} \\
 m &= \tan(\alpha) \quad \text{et } \alpha < > 90^\circ.
 \end{aligned}$$

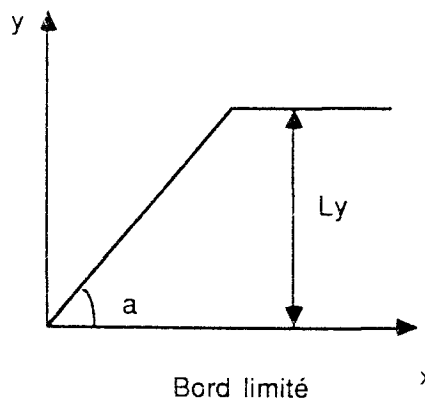
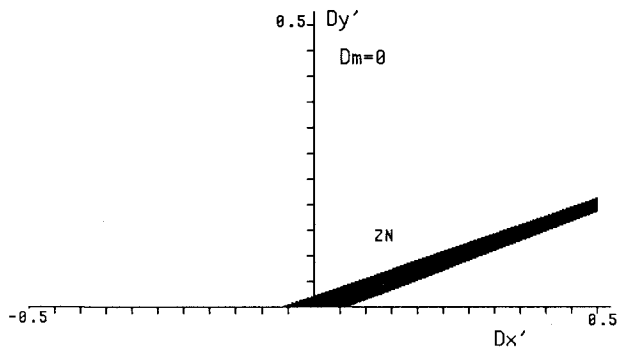
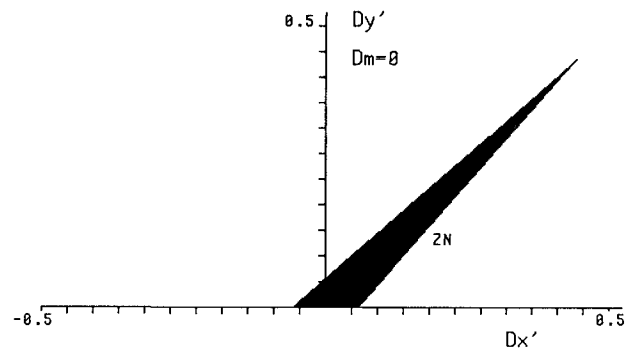


Fig. 6.2 (a). — Bord limité.

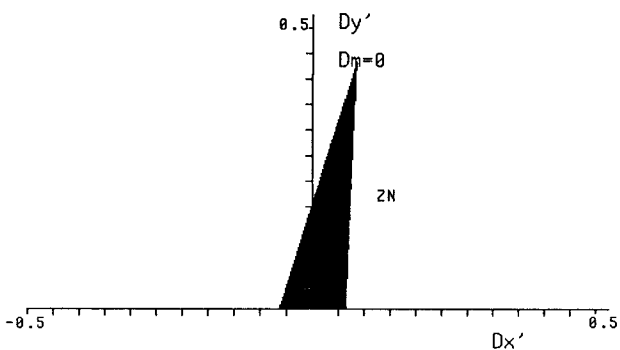
Sur ce modèle (fig. 6.2 a), nous allons étudier la précision de mesure de l'orientation, de la position et de la longueur dans l'image numérique.



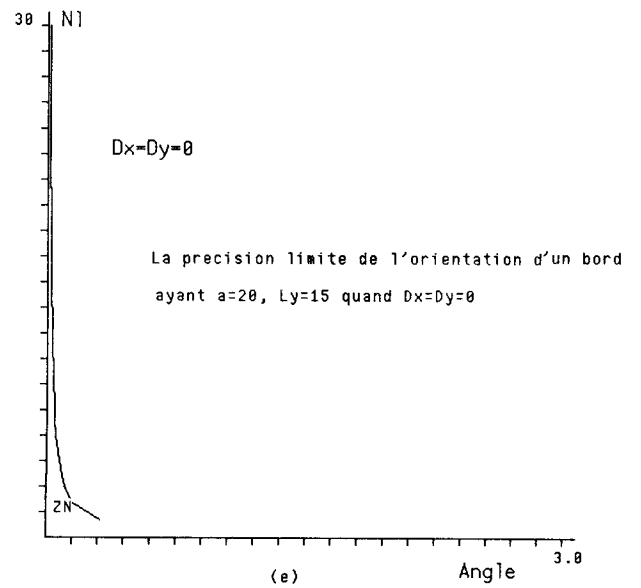
La précision limite de la localisation d'un bord ayant
 $a=20$, $Ly=15$ avec $N1=1$ et $Dm=0$
 (b)



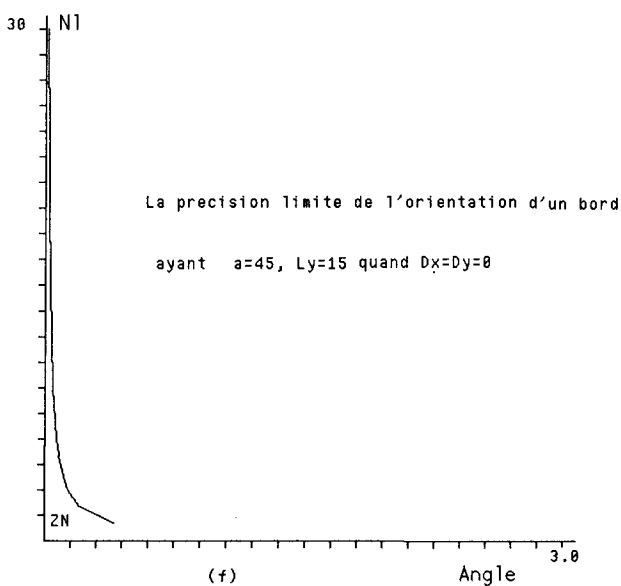
La précision limite de localisation d'un bord ayant
 $a=20$, $Ly=15$ avec $N1=1$ et $Dm=0$
 (c)



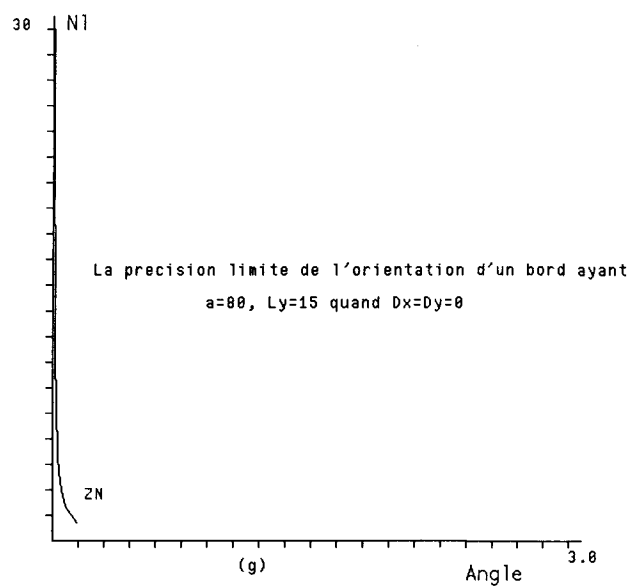
La précision limite de localisation d'un bord ayant
 $a=80$, $Ly=15$ avec $N1=1$ et $Dm=0$
 (d)



La précision limite de l'orientation d'un bord
 ayant $a=20$, $Ly=15$ quand $Dx=Dy=0$



La précision limite de l'orientation d'un bord
 ayant $a=45$, $Ly=15$ quand $Dx=Dy=0$



La précision limite de l'orientation d'un bord ayant
 $a=80$, $Ly=15$ quand $Dx=Dy=0$

Fig. 6.2. — La précision limite des mesures sur un segment.

Par la réponse impulsionnelle $g(x, y)$, nous avons :

$$(6.9) \quad E_{0(x,y)} = f(x, y) * g(x, y)$$

$$= A \cdot \int_0^{L_y} \int_{-\infty}^{t_y/m} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y$$

$$+ A \cdot \int_{L_y}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y$$

$$+ A \cdot \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y$$

$$+ (A + K) \cdot \int_0^{L_y} \int_{t_y/m}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y.$$

Si l'entrée $f(x, y)$ connaît des déplacements ou des changements de paramètres comme : (D_x, D_y, D_α) , alors elle devient :

$$f(x - D_x, y - D_y) \text{ où } y \text{ varie de } D_y \text{ à } L_y + D_y,$$

et la pente $(m + D_m) = \tan(\alpha + D_\alpha)$.

Le (6.9) devient :

$$(6.10) \quad E_1(x, y) = f(x, y) * g(x, y) =$$

$$= A \cdot \int_{D_y}^{L_y + D_y} \int_{-\infty}^{(t_y - D_y)/(m + D_m) + D_x} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y$$

$$+ A \cdot \int_{L_y + D_y}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y$$

$$+ A \cdot \int_{-\infty}^{D_y} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y$$

$$+ (A + K) \cdot \int_{D_y}^{L_y + D_y} \int_{(t_y - D_y)/(m + D_m) + D_x}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y.$$

Ces changements introduisent la différence suivante entre (6.10) et (6.9) :

$$(6.11) \quad d(x, y) = |E_1(x, y) - E_0(x, y)|$$

$$= |K| \cdot \left| \int_0^{L_y} \int_{(t_y - D_y)/(m + D_m) + D_x}^{t_y/m} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \right.$$

$$+ \int_{D_y}^0 \int_{(t_y - D_y)/(m + D_m) + D_x}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y$$

$$\left. + \int_{L_y}^{L_y + D_y} \int_{(t_y - D_y)/(m + D_m) + D_x}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \right|.$$

Partant de (6.11) :

Si $D_y = D_x = 0$, nous avons :

$$(6.12) \quad d(x, y) \leq 1/2 |K \cdot L_y^2 \cdot g_{\max}| \cdot |1/m - 1/(m + D_m)|.$$

Si $g(x, y)$ est séparable et symétrique :

$$g(x, y) = T(x) \cdot T(y).$$

Soit T_{\max} la valeur maximale de $T(x)$, alors quand $D_m = 0$, $D_x < 0$ et $D_y < 0$, nous avons :

$$(6.13) \quad d(x, y) < |K \cdot g_{\max} \cdot L_y| \times$$

$$\times |D_y/m - D_x| + 2 \cdot |K \cdot T_{\max} \cdot D_y|.$$

ZN est un espace multidimensionnel. La figure 6.2 illustre des profils de ZN (6.12) et (6.13) avec certains α et L_y quand $g(x, y)$ est simulée par la fonction gaussienne. Elle montre que quand $d(x, y) \leq 1/2 NG$ pour tout (x, y) , les changements de dimensions et de positions correspondants seront dans la « zone noire » de l'image numérique de la scène.

7. La position et les mesures dimensionnelles de rectangle

L'évaluation de la localisation et de la mesure d'un rectangle soulève les deux problèmes suivants :

- La précision de détection et de localisation des angles ;
- La précision concernant la mesure de distance entre deux segments parallèles.

Mathématiquement, un rectangle peut être représenté à l'aide d'une fonction $f(x, y)$:

$$(7.1)$$

$$f(x, y) = A + K \cdot U(x) \cdot U(L_x - x) \cdot U(y) \cdot U(L_y - y)$$

où $U(x)$ est défini par (6.8), L_x et L_y sont respectivement la largeur et la hauteur du rectangle.

La convolution entre $f(x, y)$ et $g(x, y)$ nous donne :

$$(7.2)$$

$$E_0(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) \cdot f(t_x, t_y) dt_x dt_y$$

$$= A \cdot \int_{L_y}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y$$

$$+ A \cdot \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y$$

$$+ A \cdot \int_0^{L_y} \int_{-\infty}^0 g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y$$

$$+ A \cdot \int_0^{L_y} \int_{L_x}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y$$

$$+ (A + K) \cdot \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y.$$

Les variations de $f(x, y)$ peuvent intervenir sur la largeur, la hauteur et la position initiale : D_{L_x} , D_{L_y} et (D_x, D_y) , (7.2) devient :

$$\begin{aligned}
 (7.3) \quad E_1(x, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) \times \\
 &\quad \times f(t_x - D_x, t_y - D_y) dt_x dt_y \\
 &= A \cdot \int_{L_y + D_y + D_{L_y}}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &\quad + A \cdot \int_{-\infty}^{D_y} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &\quad + A \cdot \int_{-\infty}^{D_x} \int_{D_y}^{L_y + D_y + D_{L_y}} g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \\
 &\quad + A \cdot \int_{L_x + D_x + D_{L_x}}^{+\infty} \int_{D_y}^{L_y + D_y + D_{L_y}} g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \\
 &\quad + (A + K) \cdot \int_{D_y}^{L_y + D_y + D_{L_y}} \int_{D_x}^{L_x + D_x + D_{L_x}} \\
 &\quad \times g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y.
 \end{aligned}$$

L'amplitude de la différence entre (7.2) et (7.3) provoquée par le déplacement et le changement de dimension de $f(x, y)$ est donnée par $d(x, y)$:

$$\begin{aligned}
 (7.4) \quad d(x, y) &= |E_1(x, y) - E_0(x, y)| \\
 &= |K| \cdot \int_{L_y}^{L_y + D_y + D_{L_y}} \int_0^{L_x} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &\quad + \int_{D_y}^0 \int_0^{L_x} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &\quad + \int_{D_y}^{L_y + D_y + D_{L_y}} \int_{D_x}^0 g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &\quad + \left| \int_{D_y}^{L_y + D_y + D_{L_y}} \int_{L_x}^{L_x + D_x + D_{L_x}} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \right|.
 \end{aligned}$$

Car $g(x, y) \leq g_{\max}$ pour tous les (x, y) , alors :

$$\begin{aligned}
 (7.5) \quad d(x, y) &\leq |K \cdot g_{\max}| \cdot (|D_y + D_{L_y}| \cdot L_x + |D_y| \cdot L_x + \\
 &\quad + |D_x + D_{L_x}| \cdot |L_y + D_{L_y}| + |D_x| \cdot |D_{L_y} + L_y|)
 \end{aligned}$$

La ZN d'un rectangle est aussi multidimensionnelle, certains de ses profils (avec $L_x = 15$ et $L_y = 10$) sont illustrés sur la figure 7. La réponse impulsionnelle $g(x, y)$ est simulée par la fonction gaussienne. Nous pouvons constater que $d(x, y)$ pourrait provenir du changement dimensionnel ou positionnel ou de la combinaison de ces deux aspects. Dans certains cas, à partir d'une image numérique, il est impossible de les distinguer sans informations a priori.

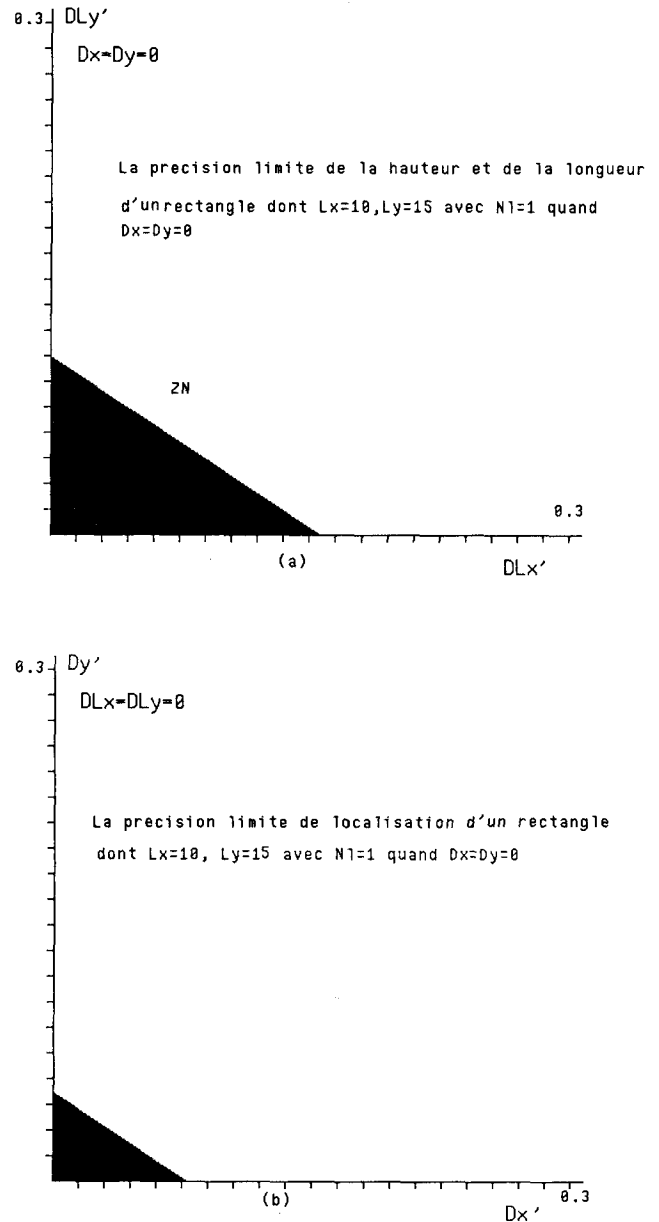


Fig. 7. — La précision limite des mesures sur un rectangle.

8. La précision des mesures de cercle

On définit mathématiquement un cercle idéal $f(x, y)$ de la façon suivante :

$$(8.1) \quad f(x, y) = A + K \cdot U(R^2 - (x^2 + y^2))$$

où $U(x)$ est défini par (6.8) et R est le rayon du cercle. Le système optique transforme $f(x, y)$ en :

(8.2)

$$\begin{aligned}
 E_0(x, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) \cdot f(t_x, t_y) dt_x dt_y \\
 &= 1/2 A \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_R^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{-R} g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-R}^R \int_{-\infty}^{\sqrt{(R^2 - t_y^2)}} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-R}^R \int_{\sqrt{(R^2 - t_y^2)}}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &+ 1/2(A + K) \cdot \int_{-R}^R \int_{-\sqrt{(R^2 - t_y^2)}}^{\sqrt{(R^2 - t_y^2)}} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_R^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{-R} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-R}^R \int_{-\infty}^{\sqrt{(R^2 - t_x^2)}} g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-R}^R \int_{\sqrt{(R^2 - t_x^2)}}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \\
 &+ 1/2(A + K) \cdot \int_{-R}^R \int_{-\sqrt{(R^2 - t_x^2)}}^{\sqrt{(R^2 - t_x^2)}} g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x
 \end{aligned}$$

Comme dans les parties précédentes, nous allons évaluer la précision concernant les paramètres de ce cercle par l'introduction de D_x , D_y et D_R , ce qui transforme (8.2) en :

$$\begin{aligned}
 (8.3) \quad E_1(x, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) \times \\
 &\quad \times f(t_x - D_x, t_y - D_y) dt_x dt_y \\
 &= 1/2 A \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{R+D_R+D_y}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{-R-D_R+D_y} g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-R-D_R+D_y}^{R+D_R+D_y} \int_{-\infty}^{-\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_y - D_y)^2|} + D_x} \times \\
 &\quad \times g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-R-D_R+D_y}^{R+D_R+D_y} \int_{\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_y - D_y)^2|} + D_x}^{+\infty} \times \\
 &\quad \times g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &+ 1/2(A + K) \cdot \int_{-R-D_R+D_y}^{R+D_R+D_y} \int_{-\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_y - D_y)^2|} + D_x}^{\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_y - D_y)^2|} + D_x} \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\quad \times g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{R+D_R+D_x}^{+\infty} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{-R-D_R+D_x} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-R-D_R+D_x}^{R+D_R+D_x} \int_{-\infty}^{-\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_x - D_x)^2|} + D_y} \times \\
 &\quad \times g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \\
 &+ 1/2 A \cdot \int_{-R-D_R+D_x}^{R+D_R+D_x} \int_{\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_x - D_x)^2|} + D_y}^{+\infty} \times \\
 &\quad \times g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \\
 &+ 1/2(A + K) \cdot \int_{-R-D_R+D_x}^{R+D_R+D_x} \int_{-\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_x - D_x)^2|} + D_y}^{\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_x - D_x)^2|} + D_y} \times \\
 &\quad \times g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x.
 \end{aligned}$$

La sensibilité vis-à-vis de ce changement d'entrée peut être présentée par la différence $d(x, y)$ entre (8.3) et (8.2) :

$$\begin{aligned}
 (8.4) \quad d(x, y) &= |E_1(x, y) - E_0(x, y)| \\
 &= 1/2 \cdot |K| \cdot \left| \int_{-R}^R \int_{-\infty}^{-\sqrt{(R^2 - t_y^2)}} \right. \\
 &\quad \left. \int_{-\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_y - D_y)^2|} + D_x}^{+\infty} \times \right. \\
 &\quad \times g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &\quad + \int_{-R}^R \int_{\sqrt{(R^2 - t_y^2)}}^{\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_y - D_y)^2|} + D_x} g(x - t_x, y - t_y) dt_x dt_y \\
 &\quad + \int_{-R}^R \int_{-\infty}^{-\sqrt{(R^2 - t_x^2)}} g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \\
 &\quad \left. + \int_{-R}^R \int_{-\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_x - D_x)^2|} + D_y}^{\sqrt{|(R+D_R)^2 - (t_x - D_x)^2|} + D_y} g(x - t_x, y - t_y) dt_y dt_x \right|
 \end{aligned}$$

Nous définissons une fonction $\max(x)$:

$\max(x)$ = la valeur absolue maximale de x pour l'intervalle de x donné.

Alors, (8.4) a :

$$(8.5) \quad d(x, y) \leq |K \cdot g_{\max}| \cdot R \cdot (\max(t_1) + \max(t_2) + \max(t_3) + \max(t_4))$$

où :

$$\begin{aligned}
 - t_1 &= (-\sqrt{(R^2 - t^2)}) + \sqrt{|(R + D_R)^2 - (t - D_y)^2|} \\
 &\quad - D_x \text{ et } t \text{ varie entre } -R \text{ et } R; \\
 - t_2 &= (-\sqrt{(R^2 - t^2)}) + \sqrt{|(R + D_R)^2 - (t - D_y)^2|} \\
 &\quad + D_x \text{ et } t \text{ varie entre } -R \text{ et } R; \\
 - t_3 &= (-\sqrt{(R^2 - t^2)}) + \sqrt{|(R + D_R)^2 - (t - D_x)^2|} \\
 &\quad - D_y, \text{ et } t \text{ varie entre } -R \text{ et } R;
 \end{aligned}$$

$$- t_4 = (-\sqrt{(R^2 - t^2)}) + \sqrt{|(R + D_R)^2 - (t - D_x^2)|} + D_y,$$

et t varie entre $-R$ et R ;

La figure 8 montre les relations entre Nl (qui représente numériquement $|K|$), D_R , D_y et D_x quand $g(x, y)$ est la fonction gaussienne et $R = 15$. Quand $d(x, y)$ se trouve à l'intérieur de ZN , l'origine de la différence $d(x, y)$ est impossible à déterminer sans informations a priori sur $f(x, y)$.

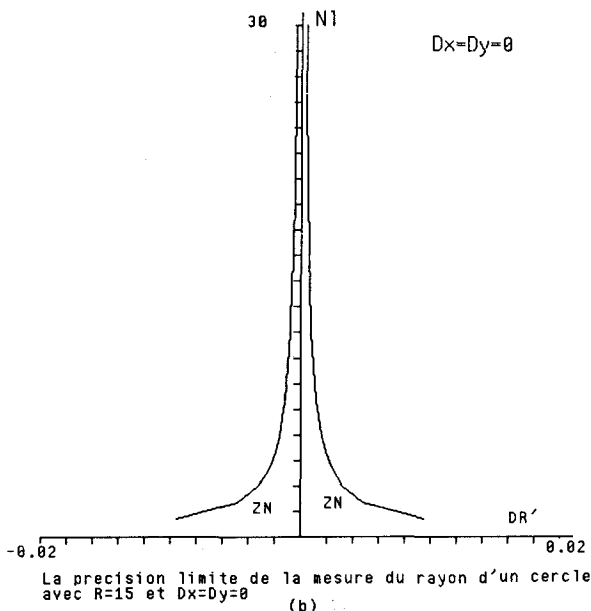
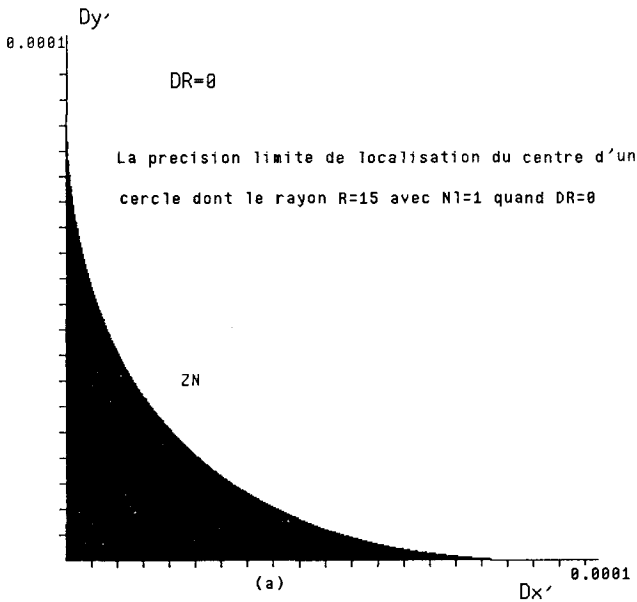


Fig. 8. — La précision limite des mesures sur la courbure.

9. La réponse impulsionnelle et la puissance de bruit

Nous venons d'étudier le problème de la précision pour certains cas, plus la zone noire est étroite, plus la sensibilité est grande. Examinons le rôle de la fonction de transfert dans les discussions précédentes. Nous pouvons remarquer que la sensibilité du système est liée à la valeur maximale g_{max} et à l'intervalle numérique Nl : en effet, g_{max} représente la concentration spatiale de la réponse impulsionnelle, car les conditions (H1), (H2) et (H3) nous garantissent le fait suivant :

— Plus la valeur de g_{max} est élevée plus $g(x, y)$ se concentre autour d'une zone étroite, cela présente une bande passante de fréquences spatiales plus large. Donc, la sensibilité du système est naturellement plus élevée.

Il serait idéal que $g(x, y)$ soit la fonction $\delta(x, y)$, la fonction Dirac, car dans ce cas, le système optique garderait entièrement l'information de la scène. Mais ceci provoquera le phénomène d'aliasing au niveau de l'échantillonnage spatial [14].

Mais, une large bande passante laisse passer du bruit de hautes fréquences, nous allons montrer que cela dégrade la résolution effective du système.

Nous supposons que le bruit est :

$$(9.1)$$

- Blanc-Gaussien ;
- de variance σ^2 ;
- de moyenne nulle ;
- additif.

Si la fonction de numérisation quantifie toujours linéairement l'amplitude de discontinuité $|K|$ de l'entrée analogique par la plage numérique Nl , nous avons donc la sensibilité de l'image numérique d'un tel système :

$$(9.2) \quad s = 1/2 \cdot (|K|/Nl).$$

En présence de bruit, il est intéressant de représenter la variance du bruit σ^2 en fonction de Nl :

$$(9.3) \quad \sigma = t \cdot Nl$$

où t est un réel positif non nul.

Alors, l'intervalle effectif qui mesure l'amplitude du signal effectif $|K|$ devient Nl' et :

$$(9.4) \quad \begin{aligned} Nl' &= Nl - \sigma \\ &= Nl \cdot (1 - t). \end{aligned}$$

Alors (9.2) devient :

$$(9.5) \quad \begin{aligned} s' &= 1/2 \cdot (|K|/Nl') \\ &= 1/2 \cdot [|K| / (Nl \cdot (1 - t))]. \end{aligned}$$

Il est évident que $s' > s$, donc le système est moins sensible au signal d'entrée en présence de bruit additif.

De (9.5), nous constatons que la présence de bruit dégrade la sensibilité du système. De ce fait, les signaux d'entrée ont une dimension de Z plus importante à Nl donnée.

Mais une plus grande valeur de NI ne signifie pas systématiquement une augmentation proportionnelle de la sensibilité du système, nous devons chercher un compromis entre NI et la puissance de bruit.

— L'influence de fonctions de numérisation non linéaires sur la précision limite. Dans cet article, nous avons supposé une numérisation effectuée linéairement. Dans la pratique, l'intervalle linéaire n'est qu'approximatif et il n'occupe qu'une partie de la plage de numérisation.

Manuscrit reçu le 8 novembre 1990, version révisée le 9 juillet 1991.

10. Conclusion et perspectives

Nous avons évalué la précision limite de l'image numérique délivrée par un système de formation d'images. Nous avons constaté tout au long des discussions précédentes, que la détection, la localisation et la mesure dimensionnelle sur une image numérique dépendent du signal d'entrée, de la fonction de numérisation et de la réponse impulsionnelle optique. La fonction de numérisation, mais surtout la largeur de l'intervalle dynamique numérique jouent un rôle clé dans le domaine de mesure subpixel : l'élargissement de cette plage est plus importante que l'augmentation de la fréquence d'échantillonnage spatial (Fe) vis à vis de la précision subpixel, car un système optique a une résolution spatiale limitée. De plus, la quantité de données (en nombre de bits) augmente moins vite avec NI, l'intervalle dynamique numérique, qu'avec Fe. Néanmoins la présence de bruit réduit la largeur effective de numérisation. Donc, pour atteindre la précision voulue, nous devons chercher un compromis entre la quantité de données, la puissance de bruit et la fonction impulsionnelle du système selon l'objet de la scène.

Les perspectives de cette recherche sont d'analyser :

— L'influence de l'aliasing due au non respect pratique du théorème de Shannon en détection de contours. L'aliasing est dépendant du signal d'entrée non seulement de la largeur de bande fréquentielle mais aussi de la phase. Il peut également donner une incertitude aux données acquises, dont l'amplitude reste à quantifier.

— La recherche de fonctions d'interpolation optimales qui nous permet d'approcher la précision limite avec certitude. Elle doit être fondée sur une étude approfondie des différents composants du système de formation d'images numériques et une modélisation convenable du bruit ;

BIBLIOGRAPHIE

- [1] *The CCD Image Sensor* Thomson.
- [2] A. HUERTAS and G. MEDIONI, « Detection of intensity changes with subpixel accuracy using Laplacian-Gaussian masks », *IEEE Trans. PAMI*, vol. 8, n° 5, September 1986.
- [3] R. M. HARALICH, « Digital step edges from zero crossing of second directional derivatives », *IEEE Trans. PAMI*, vol. 6, n° 1, January 1984.
- [4] P. EDWARD, P. LYVERS *et al.*, « Subpixel measurements using a moment-based edge operator », *IEEE Trans. PAMI*, vol. 11, n° 12, December 1989.
- [5] R. DERICHE, « Optimal edge detecting using recursive filtering ». In proc. First International Conference on Computer Vision, London, June 1987.
- [6] F. BERGHOLM, « Edge focusing », *IEEE Trans. PAMI*, vol. 9, n° 6, November 1987.
- [7] Behrooz KAMGAR-PARSI and Behzad KAMGAR-PARSI, « Evaluation of quantification error in computer vision », *IEEE Trans. PAMI*, vol. 11, n° 9, September 1989.
- [8] C. S. HO, « Precision of digital vision system », *IEEE Trans. PAMI*, vol. 5, n° 6, November 1983.
- [9] C. Q. XU and P. L. WENDEL, « Precise localisation of geometrically known image edges in noisy environment », 16th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronic society, California U.S.A. November 1990.
- [10] C. Q. XU, « La localisation dans l'espace d'objets géométriquement connus à partir de l'image délivrée par une seule caméra », Thèse de doctorat, Université de Louis Pasteur de Strasbourg, février 1990.
- [11] D. I. HAVELOCK, « Geometric precision in noise-free digital images », *IEEE Trans. PAMI*, vol. 11, n° 10, October 1989.
- [12] H. C. ANDREWS and B. R. HUNT, *Digital Image Restoration*, pp. 61-70, Prentice-Hall, Inc. 1977.
- [13] A. PAPOULIS, *Signal Analysis*, pp. 140-144, McGraw-Hill International Editions 1988.
- [14] W. K. PRATT, *Digital Image Processing*, chapter 4, John Wiley & Sons, Inc. 1978.