

La calibration d'antenne

Localisation passive à l'aide d'un réseau de dipôles de géométrie inconnue

Narrow Band Source Localization with an Array of Unknown Geometry

par Philippe FORSTER, Francis MARTINERIE*

CNAM, Lab. Circuits et Mesures Électroniques
2, rue Conté - 75141 Paris Cedex 03

* Thomson Sintra Activités Sous-Marines
1, avenue Aristide Briand - 94117 Arcueil Cedex.

Résumé

On présente dans cet article une méthode de localisation en bande étroite à partir d'un réseau de géométrie inconnue constitué de dipôles acoustiques orthogonaux. Une extension simple en large bande est aussi décrite. Le traitement développé est à haute résolution. Il est basé sur l'algorithme ESPRIT-TLS, et il permet la localisation d'autant de sources qu'il y a de capteurs.

Mots clés : Traitement d'antenne, localisation passive, haute résolution.

Abstract

We present in this paper a narrow band source localization method with an array of unknown geometry consisting of orthogonal acoustic dipoles. A simple extension to wide band signals is also derived. The proposed method is based on the ESPRIT-TLS algorithm, and it allows localization of as many sources as sensors.

Key words : Array processing, high resolution, source localization.

1. Introduction

Le problème traité est celui de la localisation passive de sources ponctuelles à l'aide d'un réseau de capteurs dont **la géométrie est pratiquement inconnue**, les capteurs étant jetés « au hasard » dans une aire donnée. Le choix des capteurs n'est pas figé, mais ceux-ci doivent être simples, peu coûteux, et disponibles sur le marché. Dans le cadre de l'application envisagée, on pouvait alors penser à utiliser des capteurs omnidirectionnels, ou des capteurs constitués de dipôles orthogonaux et d'un compas dont le principe est détaillé dans les paragraphes qui suivent.

Dans le cas de capteurs omnidirectionnels, une méthode de localisation passive a été développée par Vezzosi et Nicolas [1-5]. Cette méthode est uniquement applicable lorsque **les sources sont à large bande et que leur nombre P est supérieur ou égal à trois** et inférieur ou égal à la moitié du nombre M de capteurs. Leurs auteurs rapportent de bons résultats sur simulations pour un nombre de spectres intégrés par fréquence de l'ordre

de 100, des sources à large bande sur environ une octave avec un rapport S/B allant jusqu'à -10 dB, et un nombre de sources ne dépassant pas le quart du nombre de capteurs (soit moitié moins que la limite théorique de $M/2$).

La méthode qui est décrite ci-dessous utilise des capteurs dipolaires. Elle est basée sur l'algorithme ESPRIT, et elle permet de s'affranchir des deux contraintes principales de la méthode de Vezzosi et Nicolas : il n'y a pas de restriction sur le nombre minimal de sources et les sources peuvent être à bande étroite. Cette méthode permet en fait de contourner le problème de la calibration d'antenne en travaillant à géométrie inconnue. Toutefois, dans le cas de sources large bande, une calibration du réseau est réalisable en prolongement du traitement présenté ici. Cette extension, qui s'apparente à la démarche utilisée par Vezzosi et Nicolas dans [1], tout en tirant parti de la donnée des azimuts des sources, fera l'objet d'une prochaine publication [12].

Le paragraphe 2 décrit le dispositif d'antenne original de la méthode ESPRIT. Le paragraphe 3 développe la méthode proposée et montre comment l'algorithme ESPRIT s'applique à un réseau de dipôles orthogonaux. Le paragraphe 4 étudie les performances asymptotiques de la méthode et le paragraphe 5 présente des résultats de simulations.

* Ce travail fait l'objet d'un soutien de la Direction des Recherches et Etudes Techniques (DGA-DRET).

2. Le dispositif d'antenne original de la méthode ESPRIT

ESPRIT ([6], [7]) est une méthode de localisation de sources en bande étroite à l'aide de deux sous-antennes de mêmes géométries dont l'une est la translatée de l'autre (cf. figure 1). La connaissance de la géométrie des sous-antennes n'est pas nécessaire à la mise en œuvre de la méthode, **mais le vecteur de translation Δ qui permet de passer de l'une à l'autre doit être connu**. Il faut noter qu'un tel dispositif est pratiquement irréalisable dans le cadre de réseaux de capteurs jetés aléatoirement.

Désignons par $\mathbf{Z}_1(t)$ et $\mathbf{Z}_2(t)$ les observations en sortie des deux sous-antennes (cf. figure 1), et par

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1(t) \\ \mathbf{Z}_2(t) \end{bmatrix}$$

l'observation en sortie de l'antenne complète. En présence de P sources ponctuelles de gisements $\theta_1, \dots, \theta_P$ dans un bruit de fond spatialement blanc, la matrice spectrale $\Gamma_{esp}(f)$ de $\mathbf{z}(t)$ admet l'expression suivante :

$$\Gamma_{esp}(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \\ \mathbf{A} & \Lambda \end{bmatrix} \Sigma \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \\ \mathbf{A} & \Lambda \end{bmatrix}^* + \sigma \mathbf{I}, \quad (1)$$

où :

- \mathbf{A} = matrice $M \times P$ des vecteurs sources en sortie d'une sous-antenne;
- Σ = matrice spectrale $P \times P$ des sources;
- $\Lambda = \text{diag}\{\exp(i\omega_1), \dots, \exp(i\omega_P)\}$;
- $\omega_P = 2\pi f \cos \theta_P \Delta/c$, avec $\Delta = \|\Delta\|$;
- σ = densité spectrale de puissance (DSP) du bruit de fond.

A une fréquence donnée, les algorithmes de type ESPRIT fournissent la matrice diagonale Λ (et par conséquent les gisements des sources) ainsi que la matrice \mathbf{A} des vecteurs sources à partir de la matrice spectrale $\Gamma_{esp}(f)$. La version Total Least Squares de ESPRIT (ESPRIT-TLS) fournit des estimées de Λ et \mathbf{A} à partir d'une mesure de la matrice spectrale : cet algorithme est rappelé plus loin dans le cadre des réseaux de capteurs dipolaires.

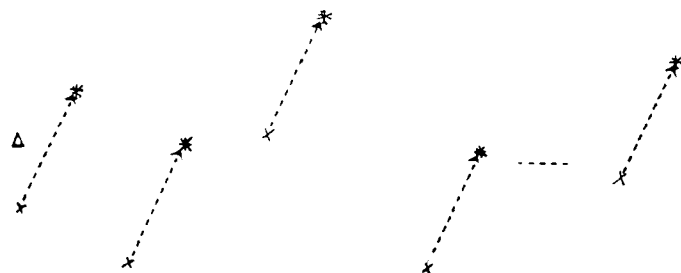


Figure 1.

- * = Hydrophone de la sous-antenne 2
- x = Hydrophone de la sous-antenne 1
- Δ = Vecteur de translation

3. La méthode proposée

L'algorithme ESPRIT n'est pas applicable tel quel à un réseau de capteurs jetés aléatoirement (ou placés avec une mauvaise précision) : en effet, on n'obtiendra jamais dans ces conditions le dispositif d'antennes de la figure 1. L'utilisation de capteurs existants constitués de dipôles orthogonaux et d'un compas permet de remédier à ce problème. Le paragraphe 3.1 décrit les capteurs utilisés, et le paragraphe 3.2 montre comment ESPRIT s'applique à un réseau constitué de tels capteurs.

3.1. DESCRIPTION DES CAPTEURS UTILISÉS

Le capteur utilisé est constitué de cinq hydrophones, dont un hydrophone omnidirectionnel au centre ainsi que quatre hydrophones directifs disposés en croix et référencés Nord, Sud, Est et Ouest (cf. figure 2). Dans la mesure où ce capteur est jeté au hasard, le Nord du capteur n'est pas dirigé en général dans la direction du Nord magnétique.

Les hydrophones des doublets Nord-Sud et Est-Ouest sont très proches de sorte que les déphasages liés à la propagation sont négligeables aux fréquences d'utilisation du capteur. Ces hydrophones ont une directivité intrinsèque en cosinus, et les deux hydrophones d'un doublet sont sommés en opposition de phase au niveau du capteur. Par conséquent, en présence d'une source dans le gisement θ émettant un signal $s(t)$, l'observation bruitée en sortie des deux doublets s'écrit :

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = s(t) \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \end{bmatrix}$$

où $y(t)$ et $z(t)$ désignent respectivement les sorties des doublets N-S et E-O, $n_1(t)$ et $n_2(t)$ le bruit de fond en sortie de ces mêmes doublets. On montre facilement que $n_1(t)$ et $n_2(t)$ sont décorrélés en bruit isotrope (circulaire ou sphérique).

Le capteur comporte par ailleurs un compas qui fournit son cap K (cf. figure 2). Grâce à cette information, celui-ci peut être orienté « électriquement » dans la direction Nord magnétique (ou dans

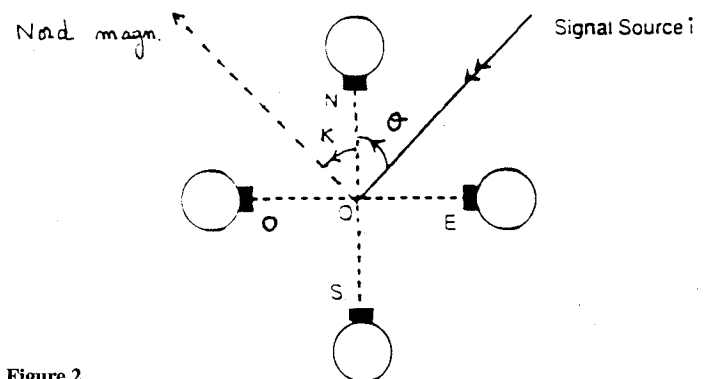


Figure 2.

une direction arbitraire) en opérant une rotation d'angle K sur les données. En effet, si l'on désigne par $R(K)$ la matrice de rotation :

$$R(K) = \begin{bmatrix} \cos K & -\sin K \\ \sin K & \cos K \end{bmatrix},$$

alors :

$$R(K) \begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = s(t) \begin{bmatrix} \cos(K + \theta) \\ \sin(K + \theta) \end{bmatrix} + R(K) \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \end{bmatrix},$$

qui a la même structure que celle que l'on observerait si le capteur était réellement orienté dans la direction du Nord magnétique.

A noter que, cette transformation étant unitaire, le bruit de fond reste décorrélé en sortie des doublets.

C'est pourquoi, en présence d'un réseau constitué de tels capteurs, on peut supposer sans nuire à la généralité que ceux-ci sont tous orientés dans la direction du Nord magnétique.

3.2. LOCALISATION PASSIVE BANDE ÉTROITE PAR UN RÉSEAU DE GÉOMÉTRIE INCONNUE CONSTITUÉ DE DIPÔLES ORTHOGONAUX

La méthode proposée de localisation de sources met en œuvre les capteurs dipolaires décrits précédemment. Elle exploite la structure particulière de la matrice spectrale en sortie d'un réseau constitué de tels capteurs par un algorithme de type ESPRIT.

3.2.1. Structure de la matrice spectrale en sortie du réseau

Considérons un réseau de M capteurs dipolaires que l'on suppose (sans nuire à la généralité) tous orientés dans la direction du Nord magnétique (cf. paragraphe 3.1). Considérons alors les deux sous-antennes (notées respectivement N-S et E-O) constituées des doublets N-S et E-O (cf. figure 3).

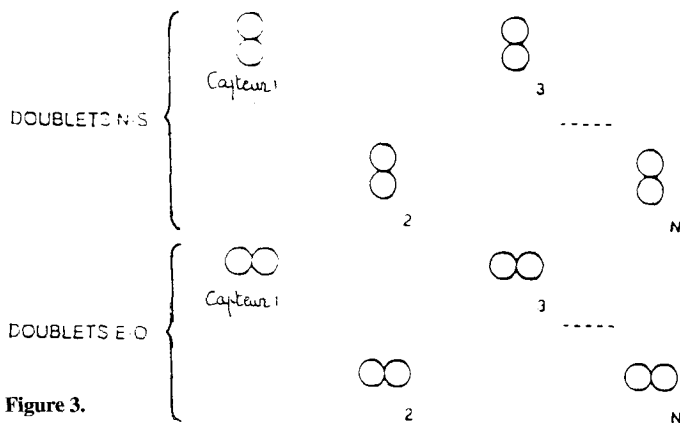


Figure 3.

Ces deux sous-antennes sont physiquement au même endroit (bien qu'elles soit séparées par souci de clarté sur la figure 3) et ont bien

entendu la même géométrie. A l'orientation près des doublets, qui se traduit par des puissances différentes pour les ondes reçues, ces deux sous-antennes ont donc les mêmes vecteurs sources.

Posons :

$$Y(t) = [y_1(t), \dots, y_M(t)]^t = \text{observation en sortie de la sous-antenne N-S}, \quad (2)$$

$$Z(t) = [z_1(t), \dots, z_M(t)]^t = \text{observation en sortie de la sous-antenne E-O}, \quad (3)$$

$$X(t) = \begin{bmatrix} Y(t) \\ Z(t) \end{bmatrix} = \text{observation en sortie de l'antenne complète}. \quad (4)$$

En présence de P sources ponctuelles en champ lointain et d'azimuts $\theta_1, \dots, \theta_P$, la matrice spectrale s'écrit pour un bruit spatialement blanc (ou en supposant que la distance entre bouées est telle que le bruit est pratiquement décorrélé entre bouées) :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} A & \Lambda_1 \\ A & \Lambda_2 \end{bmatrix} \Sigma \begin{bmatrix} A & \Lambda_1 \\ A & \Lambda_2 \end{bmatrix}^* + \sigma I, \quad (5)$$

où :

- A = matrice $M \times P$ des vecteurs sources en sortie d'une sous-antenne N-S et E-O;
- Σ = matrice spectrale $P \times P$ des sources;
- $\Lambda_1 = \text{diag}\{\cos \theta_1, \dots, \cos \theta_P\}$;
- $\Lambda_2 = \text{diag}\{\sin \theta_1, \dots, \sin \theta_P\}$;
- σ = densité spectrale de puissance (dsp) du bruit de fond en sortie d'un doublet.

On peut se ramener, par une transformation H unitaire à un facteur près, à une structure connue de la matrice spectrale. Définissons la matrice H d'ordre $2 \times M$ par :

$$H = \begin{bmatrix} I_M & -iI_M \\ I_M & iI_M \end{bmatrix} \quad (6)$$

où I_M désigne la matrice identité d'ordre M . H vérifie :

$$HH^* = 2I_{2M}$$

de sorte que H est unitaire à un facteur près. Compte tenu de la structure (5) de $\Gamma(f)$, la matrice spectrale $R(f)$ définie par :

$$R(f) = H \Gamma(f) H^* \quad (7)$$

s'écrit (en redéfinissant de façon appropriée Σ et σ) :

$$R = \begin{bmatrix} A & \\ A & \Lambda \end{bmatrix} \Sigma \begin{bmatrix} A & \\ A & \Lambda \end{bmatrix}^* + \sigma I, \quad (8)$$

où :

- A = matrice $M \times P$ des vecteurs sources en sortie des sous-antennes N-S et E-O;

- $\Lambda = \text{diag}\{\exp(2i\theta_1), \dots, \exp(2i\theta_P)\}$;
- $\theta_P =$ azimut de la p-ième source.

Ainsi, du fait de la directivité intrinsèque des capteurs, la structure (8) de la matrice spectrale \mathbf{R} est formellement identique à celle (1) que l'on observe en sortie du dispositif d'antennes de la méthode ESPRIT, à la définition près de la matrice diagonale Λ : dans un cas, les arguments des termes diagonaux de Λ représentent des déphasages liés à la propagation des ondes entre les sous-antennes, dans l'autre cas, ils représentent simplement les azimuts des sources.

3.2.2. Localisation par l'algorithme ESPRIT-TLS appliqué à un réseau de capteurs dipolaires

Ce paragraphe détaille dans le cadre de notre application les principaux résultats qui sont à la base de la méthode ESPRIT. Les références de base sont [6] et [7].

Pour plus de clarté, rappelons l'expression (8) de la matrice spectrale en sortie du réseau :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \\ \mathbf{A} & \Lambda \end{bmatrix} \Sigma \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \\ \mathbf{A} & \Lambda \end{bmatrix}^* + \sigma \mathbf{I}, \quad (9)$$

où :

- $\mathbf{A} =$ matrice $M \times P$ des vecteurs sources en sortie des sous-antennes N-S et E-O;
- $\Lambda = \text{diag}\{\exp(2i\theta_1), \dots, \exp(2i\theta_P)\}$;
- $\theta_P =$ azimut de la p-ième source.

Soit alors

$$\{s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_p > s_{p+1} = s_{p+2} = \dots = s_{2M} = \sigma\}$$

les $2M$ valeurs propres de \mathbf{R} ordonnées par ordre décroissant, et $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{2M}\}$ les $2M$ vecteurs propres correspondants. Posons :

$$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 | \mathbf{u}_2 | \dots | \mathbf{u}_p], \quad (10)$$

la matrice $2M \times P$ des vecteurs propres de l'espace signal. On a alors le résultat suivant qui est à la base de la méthode ESPRIT :

Résultat préliminaire [7] :

La matrice $2M \times P$ des vecteurs propres signaux \mathbf{U} définie par (10) s'écrit :

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \\ \mathbf{E} & \mathbf{M} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

où les matrices \mathbf{E} et \mathbf{M} , de dimensions respectives $M \times P$ et $P \times P$, sont reliées à la matrice des vecteurs sources \mathbf{A} et à la matrice diagonale Λ par :

$$\mathbf{M} = \mathbf{T}^{-1} \Lambda \mathbf{T}, \quad (12)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{A} \mathbf{T}. \quad (13)$$

Preuve :

La preuve est simple. Les P colonnes de \mathbf{U} et de $\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \\ \mathbf{A} & \Lambda \end{bmatrix}$ engendrent le même espace de dimension P . Elles sont donc reliées entre elles par une transformation linéaire inversible \mathbf{T} et l'on a :

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \\ \mathbf{A} & \Lambda \end{bmatrix} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{T} \\ \mathbf{A} & \mathbf{T}(\mathbf{T}^{-1} \Lambda \mathbf{T}) \end{bmatrix} \quad (14)$$

Ainsi, si l'on sait déterminer les éléments \mathbf{E} et \mathbf{M} de la décomposition (12) (13) de \mathbf{U} , la matrice diagonale Λ (dont les termes diagonaux contiennent l'information sur les P azimuts) s'obtient simplement selon (12) par une diagonalisation de \mathbf{M} dans laquelle \mathbf{T}^{-1} est la matrice des P vecteurs propres droits de \mathbf{M} . La matrice \mathbf{A} des P vecteurs sources se calcule ensuite après (13) par $\mathbf{A} = \mathbf{E} \mathbf{T}^{-1}$. A noter que cette dernière relation détermine les vecteurs sources à un facteur multiplicatif près puisque les vecteurs propres de \mathbf{M} sont définis à un facteur près; cette ambiguïté est facilement levée en normalisant la première composante des colonnes de \mathbf{A} à 1.

En pratique, on ne dispose que d'une estimée $\hat{\mathbf{U}}$ de la matrice $2M \times P$ des vecteurs propres de l'espace signal et les paramètres \mathbf{E} et \mathbf{M} de la décomposition (12) sont identifiés par un critère de moindres carrés. Cette approche conduit à l'algorithme ESPRIT-TLS [7].

Algorithme ESPRIT-TLS [7] :

Soit $\hat{\mathbf{U}}$ la matrice $2M \times P$ des vecteurs propres de l'espace signal estimé. Les paramètres \mathbf{E} et \mathbf{M} de la décomposition (12) (13) sont estimés en minimisant par rapport aux composantes de \mathbf{E} et \mathbf{M} le critère :

$$\varepsilon(\mathbf{E}, \mathbf{M}) = \|\hat{\mathbf{U}} - \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \\ \mathbf{E} & \mathbf{M} \end{bmatrix}\|^2, \quad (15)$$

où $\|\cdot\|$ désigne la norme de Frobenius. La solution s'obtient en procédant comme suit. Partitionnons $\hat{\mathbf{U}}$ en :

$$\hat{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_1 & \\ \hat{\mathbf{U}}_2 & \end{bmatrix}, \quad (16)$$

où $\hat{\mathbf{U}}_1$ et $\hat{\mathbf{U}}_2$ sont $M \times P$. Soit alors $\sigma_1 \geq \sigma_2 \dots \geq \sigma_P$ les P plus grandes valeurs singulières de la matrice $M \times 2P$ $[\hat{\mathbf{U}}_1 \hat{\mathbf{U}}_2]$, $\mathbf{S} = \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_P\}$, \mathbf{B} et \mathbf{C} les matrices $M \times P$ et $2P \times P$ des P vecteurs singuliers gauches et droits correspondants. Partitionnons \mathbf{C} en :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \\ \mathbf{C}_2 & \end{bmatrix},$$

où \mathbf{C}_1 et \mathbf{C}_2 sont $P \times P$. Alors, les valeurs \mathbf{E}_e et \mathbf{M}_e de \mathbf{E} et \mathbf{M} minimisant (15) sont données par :

$$\mathbf{M}_e = \mathbf{C}_1^{-*} \mathbf{C}_2^*, \quad (17)$$

$$\mathbf{E}_e = \mathbf{B} \mathbf{S} \mathbf{C}_1 \quad (18)$$

Soit alors :

$$\mathbf{M}_e = \mathbf{T}_e^{-1} \Lambda_e \mathbf{T}_e \quad (19)$$

une diagonalisation de \mathbf{M}_e , où $\mathbf{\Lambda}_e = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_P\}$. Les P gisements sont estimés par :

$$\theta_p = \frac{1}{2} \arg(\lambda_p) (+\pi), \quad (20)$$

et les P vecteurs sources correspondants par :

$$\mathbf{A} = \mathbf{E}_e \mathbf{T}_e^{-1} \quad (21)$$

Remarque 1 :

Le fait que \mathbf{M}_e et \mathbf{E}_e minimisent le critère (15) se prouve facilement [8]. En effet, on peut réécrire le critère $\varepsilon(\mathbf{E}, \mathbf{M})$ comme :

$$\varepsilon(\mathbf{E}, \mathbf{M}) = \|\hat{\mathbf{U}}_1 \hat{\mathbf{U}}_2 - \mathbf{E}[\mathbf{I} \mathbf{M}]\|^2,$$

et minimiser $\varepsilon(\mathbf{E}, \mathbf{M})$ par rapport aux éléments de \mathbf{E} et \mathbf{M} revient à chercher la meilleure approximation de la matrice $M \times 2P [\hat{\mathbf{U}}_1 \hat{\mathbf{U}}_2]$ de rang $2P$ par une matrice $M \times 2P \mathbf{E}[\mathbf{I} \mathbf{M}]$ de rang P . La solution s'obtient à partir de la SVD \mathbf{BSC}^* de $[\hat{\mathbf{U}}_1 \hat{\mathbf{U}}_2]$ tronquée aux P plus grandes valeurs singulières. On a donc :

$$\mathbf{BS}[\mathbf{C}_1^* \mathbf{C}_2^*] = \mathbf{E}_e[\mathbf{I} \mathbf{M}_e],$$

d'où l'on tire les expressions (17) et (18).

Remarque 2 :

D'après (20), les azimuts des bruiteurs sont estimés à une ambiguïté de 180° près. Cette ambiguïté peut être levée si l'on utilise l'ensemble des signaux fournis par les capteurs : signaux des doublets et signaux des omnidirectionnels. A cette fin, une généralisation de ESPRIT-TLS prenant en compte les signaux omnidirectionnels peut être développée.

3.3. EXTENSION ÉLÉMENTAIRE AU CAS DES SIGNAUX LARGE BANDE

Soit N_b le nombre de bins de fréquence auxquels les matrices spectrales $\mathbf{R}(f)$ sont estimées. L'algorithme ESPRIT-TLS décrit précédemment fournit à chacune des fréquences f_n d'analyse un jeu de P azimuts estimés notés $\theta_n(1), \dots, \theta_n(P)$. Les résultats aux différents bins peuvent être simplement regroupés par l'intermédiaire d'un histogramme $H(\theta)$ des gisements $\theta_n(p)$ calculé par exemple selon la méthode du noyau :

$$H(\theta) = (1/(h P N_b) \sum_{p,n} K((\theta - \theta_n(p))/h)), \quad (22)$$

où $K(x)$ est le noyau utilisé et h un paramètre. Les maxima de $H(\theta)$ fournissent alors les azimuts estimés des P sources.

4. Précision des azimuts estimés en bande étroite

On suppose par la suite que la matrice spectrale mesurée suit une loi de Wishart à K degrés de liberté. Les performances

statistiques de l'algorithme ESPRIT-TLS ont été étudiées dans [9] par Ottersten et Viberg. On y montre en particulier que **ESPRIT-TLS fournit un estimateur efficace de la matrice diagonale $\mathbf{\Lambda}$** pour la paramétrisation suivante de la matrice spectrale \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \\ & \mathbf{\Lambda} \end{bmatrix} \mathbf{\Sigma} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \\ & \mathbf{\Lambda} \end{bmatrix}^* + \sigma \mathbf{I}, \quad (23)$$

où :

- \mathbf{A} est une matrice $M \times P$ dont les éléments de la première ligne sont égaux à 1 et dont les autres éléments sont complexes et inconnus;
- $\mathbf{\Lambda}$ est une matrice diagonale complexe dont les éléments sont inconnus;
- $\mathbf{\Sigma}$ est une matrice hermitienne dont les éléments sont inconnus;
- σ est un réel inconnu.

Il suffit donc de calculer la matrice de Fisher du problème pour obtenir la précision sur les azimuts estimés par ESPRIT-TLS appliqué à un réseau de capteurs dipolaires. On montre en particulier le résultat simple suivant.

Résultat (Cas des sources orthogonales) : Pour des sources orthogonales (sources séparées angulairement de plus de $2\theta_3$ du réseau), les azimuts estimés sont asymptotiquement non corrélés. L'écart-type en degrés sur l'azimut θ de l'une des sources de puissance γ vaut

$$\frac{40}{K^{1/2}} \left[\frac{2 M \frac{\gamma}{\sigma} + 1}{(2 M \frac{\gamma}{\sigma})^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (24)$$

où M désigne le nombre de capteurs dipolaires (supposés de mêmes gains).

Remarque : Pour un bruit de fond isotrope sphérique de puissance N_0 dans 1Hz, la valeur de σ dans les expressions précédentes est reliée à N_0 par la relation $\sigma = N_0/3$. Dans le cas d'un bruit de fond isotrope circulaire, on a $\sigma = N_0/2$.

5. Simulations

Dans toutes les simulations qui suivent, la géométrie du réseau est inconnue. Le premier exemple traite des signaux à bande étroite, et le second des signaux à large bande.

La première simulation reprend, en bande étroite avec des capteurs dipolaires et un rapport S/B plus élevé, un exemple proposé par Vezzosi et Nicolas [3] en large bande avec des capteurs omnidirectionnels : il faut souligner que l'algorithme développé dans [3] et utilisant des capteurs omnidirectionnels ne permet pas de localiser des sources à bande étroite. Le réseau comporte $M = 16$ capteurs jetés au hasard selon une loi uniforme dans un carré de côté 40, où l'unité de longueur est la longueur d'onde à la fréquence d'échantillonnage F_e . La figure 4 montre la

géométrie du réseau. $P = 4$ sources sont présentes, de gisements $\theta_1 = 10^\circ, \theta_2 = 20^\circ, \theta_3 = 40^\circ, \theta_4 = 60^\circ$. La fréquence normalisée vaut 0,25, le nombre de spectres intégrés est égal

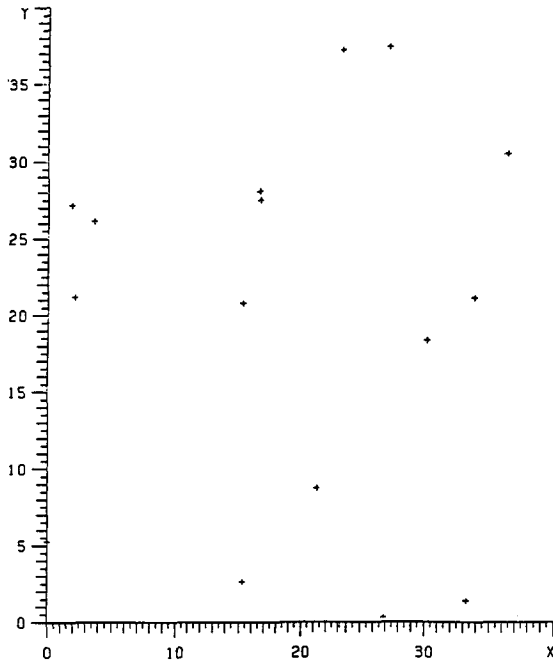


Figure 4. – Géométrie du réseau : 16 capteurs dipolaires. Unité = 1 Longueur d'onde à la fréquence d'échantillonnage.

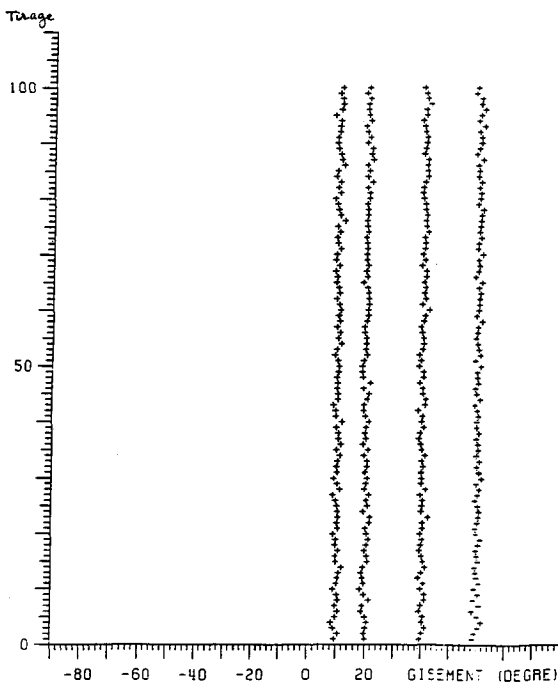


Figure 5. – ESPRIT-TLS sur réseau de 16 capteurs dipolaires 4 sources à $10^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ$ ($S/B = 0$ dB) 150 spectres intégrés à $f = 0,25$, 100 tirages indépendants.

à 150. Le rapport S/B par source vaut 0 dB. La figure 5 donne la réponse de ESPRIT-TLS à 100 tirages indépendants. Ces résultats sont satisfaisants. L'écart-type mesuré des sources à $10^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ et 60° vaut approximativement $0,74^\circ$. Sachant que le $2\Theta_3$ du réseau vaut $50\lambda/L = 1,25^\circ$, les sources sont à peu près orthogonales si l'on ne tient pas compte du problème des lobes secondaires élevés dus à la lacunarité de l'antenne : la formule (24) donne un écart-type de $0,59^\circ$ qui est du même ordre de grandeur que les valeurs mesurées.

La figure 6 donne la réponse du traitement lorsque le rapport S/B pour chacune des sources est réduit à -10 dB : les résultats sont très dégradés par rapport à ceux obtenus à 0 dB. En reprenant cet exemple avec des signaux à large bande de spectres plats dans la bande de fréquence normalisée (0,15, 0,35) et un rapport S/B de -10 dB pour chacune des sources comme dans [3], on obtient des résultats comparables à ceux obtenus par Vezzosi et Nicolas [3] mais **sans la restriction sur le nombre minimal de sources**. Les matrices spectrales sont estimées à $N_b = 25$ bins de fréquence dans la bande traitée (0,25, 0,35) et le nombre de spectres intégrés par bin vaut $K = 150$. Les azimuts fournis par ESPRIT-TLS à chaque bin sont regroupés par l'intermédiaire d'un histogramme selon la formule (22). Le noyau $K(x)$ est Gaussien : $K(x) = (2\pi)^{1/2} \exp(-x^2/2)$ et h est pris égal à 2° dans (22). La figure 7 montre les résultats du traitement pour 80 tirages indépendants, et la figure 8 donne les maxima des histogrammes : ces résultats sont à comparer à ceux obtenus à un seul bin de fréquence (fig. 6).

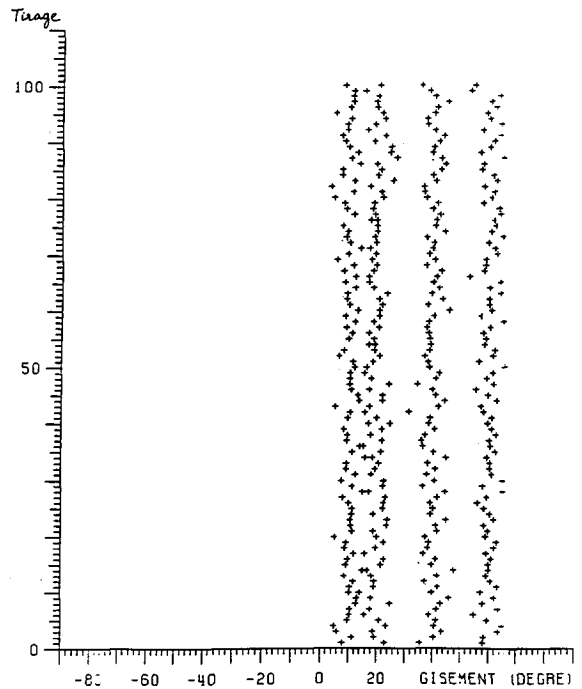


Figure 6. – ESPRIT-TLS sur réseau de 16 capteurs dipolaires 4 sources à $10^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ$ ($S/B = -10$ dB). 150 spectres intégrés à $f = 0,25$, 100 tirages indépendants.

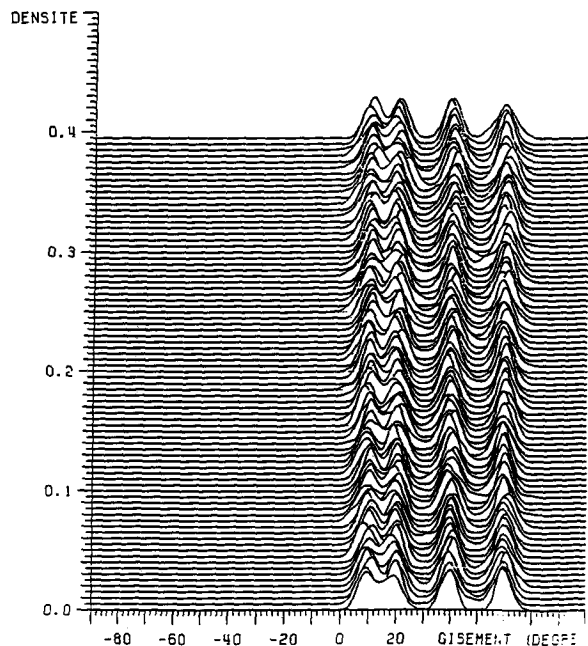


Figure 7. – Histogramme des azimuts : bande de fréquence (0.15,0.35) 25 bins de fréquence, 150 spectres intégrés par bin. 4 sources à 10°, 20°, 40°, 60° (S/B ≈ -10 dB) 80 tirages indépendants.

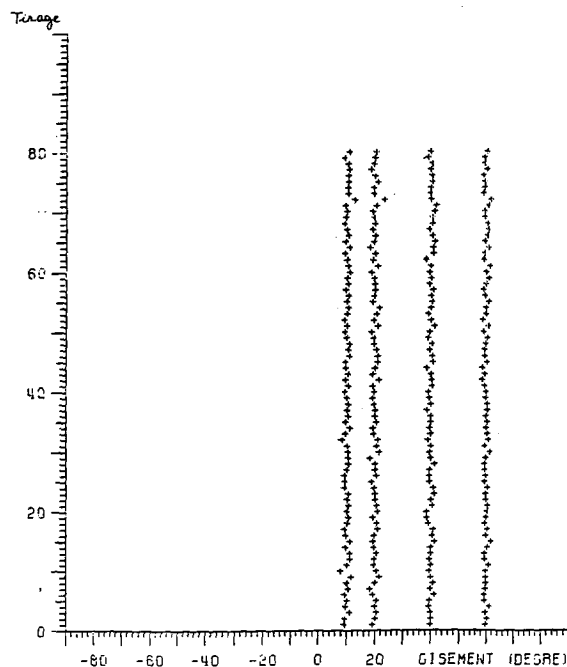


Figure 8. – Maxima des histogrammes de la figure 7.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. NICOLAS et G. VEZZOSI. « Localisation de sources ponctuelles avec une antenne de géométrie inconnue », *GRETSI 85*, p. 331-337.
- [2] G. VEZZOSI. « Estimation of phase angles from the cross-spectral matrix », *IEEE-ASSP*, June 1986, pp. 405-422.
- [3] G. VEZZOSI et P. NICOLAS. « Time delay estimation using an eigenstructure based spectral method », 25th Conf. on Decision and Control, pp. 949-952.
- [4] G. VEZZOSI. « Extension des méthodes à haute résolution au cas d'une antenne de géométrie inconnue », Lab. Traitement du Signal, Université de Rennes I, Déc. 1983.
- [5] G. VEZZOSI. « Une méthode fréquentielle pour l'estimation des temps de retard. Application à la localisation de sources ponctuelles avec une antenne de géométrie inconnue », Lab. Traitement du Signal, Université de Rennes I, Juin 1986.
- [6] A. PAULRAJ, R. ROY and T. KAILATH. « A subspace rotation approach to signal parameter estimation », *Proc. of the IEEE*, July 1986, pp. 1044-1045.
- [7] R. ROY and T. KAILATH. « ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance technique », *IEEE-ASSP*, July 1989, pp. 984-995.
- [8] G. GOLUB and C. VAN LOAN. « Matrix computations, *The Johns Hopkins University Press*, 1989, pp. 576-581.
- [9] B. OTTERSTEN, M. VIBERG and T. KAILATH. « Performance Analysis of the Total Least Squares ESPRIT Algorithm », *IEEE-ASSP*, May 1991, pp. 1122-1135.
- [10] J. LI, R.T. COMPTON. « Angle and Polarization Estimation using ESPRIT with a polarization sensitive array », *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 39, N°9, Sept. 91.
- [11] J. LI, R.T. COMPTON. « Angle Estimation using polarization sensitive array », *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 39, N°10, Oct. 91.
- [12] Ph. FORSTER, F. MARTINERIE. « Array Shape Calibration and Source Localization with an Array of Unknown Geometry », A paraître dans *Proc. Conf. EUSIPCO 94 Edimbourg*.