

Reconstruction de surfaces B-splines tridimensionnelles et régularisées à partir de contours d'occultation d'une séquence d'images

3D Regularized B-Spline Surface Reconstruction From Occluding Contours of a Sequence of Images

par ChangSheng ZHAO, Roger MOHR et Boubakeur BOUFAMA

LIFIA-INRIA, 46, avenue Félix Viallet 38031 Grenoble

Résumé

La reconstruction de surfaces tridimensionnelles d'un objet non polyédrique est un problème difficile de la vision par ordinateur. Dans cet article, une nouvelle approche est présentée pour la reconstruction des surfaces tridimensionnelles à partir de l'observation du mouvement des contours occultants dans une séquence d'images calibrées. La surface de cet objet est modélisée par des surfaces B-splines uniformes et bicubiques. Nous ramenons le problème de la reconstruction des surfaces au problème de résolution d'un système d'équations non linéaires déterminant leurs points de contrôle. Deux méthodes numériques de résolution du problème sont utilisées : Levenberg-Marquardt et Quasi-Newton. Pour éviter le calibrage classique nécessitant une mire, nous avons utilisé des points stables de la scène pour autocalibrer la caméra. L'approche proposée s'applique dans le cas d'un mouvement d'une caméra calibrée avec des surfaces C^2 . Des résultats expérimentaux sur des données simulées et réelles sont présentés.

Mots clés : représentation de surfaces tridimensionnelles, reconstruction de surfaces tridimensionnelles, surface spatio-temporelle, contours d'occultation, courbes et surfaces B-splines.

Abstract

The three dimensional surface reconstruction of a non polyhedral object is a difficult problem in computer vision. In this paper, a new method for reconstructing three dimensional surface from the recovered motion of occluding contours is presented through calibrated image sequences. We use the uniform bicubic B-spline surface patches to give a parametric representation of an object surface. Finally, the problem of three dimensional B-spline surface patches reconstruction is equivalent to find their control points by solving a nonlinear system. Two numerical methods are outlined : Levenberg-Marquardt, Quasi-Newton. To avoid the classic camera calibration that needs a calibration pattern, we propose a direct nonlinear method of the autocalibration of a camera using the stable points in the scene. Our approach can be applied in the case where the camera is calibrated, the object is smooth, specifically, that its surface is at least C^2 . Results for reconstruction based on synthetic and real data are presented.

Key words : representation of three dimensional surface, reconstruction of three dimensional surface, spatio-temporal surface, occluding contours, B-spline curves and surface patches.

1. Introduction

Les progrès de la vision par ordinateur amènent maintenant les chercheurs à s'intéresser à la représentation et la reconstruction des surfaces tridimensionnelles. La plupart des méthodes utilisées prennent en entrée des informations tridimensionnelles fournies par des capteurs télémétriques [grimson82a, terzopoulos88a, sander90a, guisser91a, szeliski91a, pentland92a, taubin92a]. Nous nous proposons dans cet article de montrer comment obtenir la structure 3D des surfaces courbes à partir d'images à niveaux de gris.

Une bonne représentation d'une surface 3D implique souvent une reconstruction facile. Du point de vue de la géométrie

différentielle classique, il existe trois sortes de représentations pour une surface : explicite, implicite et paramétrée [do76a]. Plusieurs méthodes de reconstruction de surfaces utilisant respectivement les trois représentations précédentes sont introduites dans [bolle91a]. Dans ce papier, nous utilisons la forme des surfaces B-splines uniformes et bicubiques pour représenter la surface d'un objet 3D à reconstruire. Les surfaces B-splines sont des représentations classiques pour les objets 3D dans l'espace [bartels87a, su89a]. Elles sont bien étudiées en CAO¹ et dans le domaine des images de synthèse, car elles ont des propriétés très intéressantes : une surface B-spline est en effet une combinaison linéaire des produits tensoriels des fonctions de base des courbes

1. Conception Assistée par Ordinateur.

B-splines. Un morceau d'une surface B-spline bicubique est déterminé complètement par 16 points de contrôle.

Notre objectif est de reconstruire la surface 3D d'un objet à partir de l'observation du mouvement des contours occultants dans une séquence d'images. Nous supposons que la surface de cet objet n'est ni plane, ni concave, mais C^2 , par morceaux au moins. Ce problème de la reconstruction des surfaces avait été abordé par Giblin et Weiss [giblin87a]. Ils se sont ramenés au problème de reconstruction d'une enveloppe de ses plans tangents en résolvant un ensemble d'équations. Les propriétés des contours occultants sont théoriquement bien étudiées par Koenderink [konderink84a, konderink90a]. Il a établi les relations mathématiques entre la courbure radiale de la surface, la courbure de la projection et la courbure gaussienne de la surface au point donné. Par ce genre d'informations sur les contours occultants, nous pouvons inférer des résultats qualitatifs et quantitatifs sur la surface tridimensionnelle observée : les convexités ou les concavités du contour correspondent à des morceaux de surface. Les travaux de Brady [brady85a], Lim [Lim88a], Kutulakos [kutulakos91a], et Seales [seales92a] nous ont montré également que les contours occultants sont de riches sources d'informations sur la surface. L'approche de Vaillant [vaillant90a] est particulièrement intéressante. Il a développé une méthode de détection des contours d'occultation en observant trois images d'un objet, puis il a généralisé certains résultats de Koenderink dans le cadre de la projection perspective. L'étude de Cipolla [cipolla89a] se situe aussi dans ce cadre. Il a développé une méthode d'estimation de paramètres de surface (courbures gaussiennes et moyennes) par la géométrie différentielle en prenant un modèle de caméra sphérique. C'est en fait la solution du problème initial posé par Giblin et Weiss.

Ici nous nous proposons de reconstruire directement un élément de surface par l'estimation de ses paramètres au lieu de passer par la reconstruction des positions dans l'espace. La surface de cet objet est paramétrée par des surfaces B-splines uniformes et bicubiques. Notre but final sera de construire une surface complète en fusionnant un ensemble des surfaces B-splines les unes avec les autres. Notre recherche reprend différemment les travaux d'Arbogast [arbogast91b, arbogast91c], développés au LIFIA², en montrant que la reconnaissance de la surface spatio-temporelle est une étape intermédiaire nécessaire pour reconstruire la surface d'un objet 3D. L'étude de Bolles [bolles87a] montre que nous pouvons déterminer l'espace libre 3D par la reconnaissance de la surface spatio-temporelle.

Notre méthode nécessite le calibrage des caméras, i.e. la connaissance des matrices de projection. Faire du calibrage classique avec une mire est un processus onéreux voir impossible pour une caméra en mouvement. Nous présentons donc une méthode d'autocalibration utilisant des points physiques de la scène [mohr92a].

Nous commençons dans cet article par quelques définitions et notions essentielles de notre approche. Ensuite dans la section 3 nous montrerons comment estimer les matrices de projection.

2. Laboratoire d'Informatique Fondamentale et d'Intelligence Fondamentale.

Dans la section 4, nous posons le problème mathématique de la reconstruction des surfaces B-splines en utilisant une caméra en mouvement. Nous présentons également deux méthodes numériques de la résolution du problème.

Enfin, nous montrons les résultats de la reconstruction des surfaces B-splines avec des données simulées et réelles. Ensuite nous discutons des stratégies d'amélioration des résultats et de nos futures études.

2. Définitions et notations

Nous présentons dans cette section les définitions et notions nécessaires à la compréhension de ce qui va suivre dans le papier.

2.1. COURBES ET SURFACES B-SPLINES UNIFORMES DE DEGRÉ d

Une étude détaillée des présentations générales de *B-splines* est faite par Bartels [bartels87a] et Su [su89a]. Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux courbes et surfaces *B-splines* uniformes de degré d .

2.1.1. Courbes B-splines uniformes de degré d

Nous supposons qu'une courbe *B-spline* est donnée par deux composantes x et y du plan correspondant à un paramètre t de $[a, b]$. Dans la suite nous ne nous occuperons que d'une des composantes, par exemple x .

Soit $a = u_0 < u_1 \dots < u_n = b$ une subdivision régulière de l'intervalle $[a, b]$, de pas $h = u_{i+1} - u_i = (b - a)/n$. Notons S l'espace des fonctions définies sur $[a, b]$ qui sont formées de polynômes de degré d sur chaque intervalle $[u_i, u_{i+1}]$, $i = 0, \dots, n - 1$, et qui sont de classe C^{d-1} . Nous voyons facilement que S est de dimension $n + d$. Dans notre étude, nous envisageons seulement la valeur $d = 3$.

Soit B_j la *B-spline* de degré d dont le support est $[u_j, u_{j+d+1}]$, $j = -d, \dots, n - 1$. Nous introduisons ici les noeuds supplémentaires u_{-d}, \dots, u_{-1} , et u_{n+1}, \dots, u_{n+d} . Toute fonction Q appartenant à S peut être mise sous la forme :

$$Q(t) = \sum_{j=-d}^{n-1} \alpha_j B_j(t) \quad (1)$$

Les coefficients α_j sont appelés *points de contrôle*. Les fonctions de base de *B-splines* B_j sont définies [laurent87a] comme suit :

Si p et q ($p + q = 1$) représentent la localisation de t dans $[u_i, u_{i+1}]$, $p = (t - u_i)/h$, $q = (u_{i+1} - t)/h$, Nous avons :

pour $d=1$:

$$\begin{cases} B_{i-1}(t) = q \\ B_i(t) = p \end{cases} \quad (2)$$

pour $d=2$:

$$\begin{cases} B_{i-2}(t) = \frac{q^2}{2} \\ B_{i-1}(t) = \frac{q+2pq}{2} \\ B_i(t) = \frac{p^2}{2} \end{cases} \quad (3)$$

pour $d=3$:

$$\begin{cases} B_{i-3}(t) = \frac{q^3}{6} \\ B_{i-2}(t) = \frac{3q(pq+1)}{6} \\ B_{i-1}(t) = \frac{3p(pq+1)}{6} \\ B_i(t) = \frac{p^3}{6} \end{cases} \quad (4)$$

Les courbes *B-splines* possèdent deux propriétés intéressantes :

– Les courbes *B-splines* sont à support compact.

Pour un $t \in [u_i, u_{i+1}]$, les seules valeurs de j pour lesquelles il faut calculer $B_j(t)$ sont $j = i - d, \dots, i$ (les autres étant nécessairement nulles). Donc

$$\mathbf{Q}(t) = \sum_{j=-d}^{n-1} \alpha_j B_j(t) = \sum_{j=i-d}^i \alpha_j B_j(t) \quad (5)$$

– Les points de contrôle des courbes *B-splines* commutent avec toute transformation affine.

Supposons que $\Phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ soit une transformation affine, alors nous avons l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{Q}(t)) &= \Phi\left(\sum_{j=-d}^{n-1} \alpha_j B_j(t)\right) = \sum_{j=-d}^{n-1} \Phi(\alpha_j B_j(t)) \\ &= \sum_{j=-d}^{n-1} \Phi(\alpha_j) B_j(t) \end{aligned} \quad (6)$$

2.1.2. Surfaces B-splines uniformes de degré d

Les surfaces *B-splines* sont des généralisations des courbes *B-splines* en dimension deux.

Soient $a_s = u_0 < u_1 \dots < u_m = b_s$ une subdivision régulière de l'intervalle $I = [a_s, b_s]$ sur l'axe s , de pas $h_s = u_{i+1} - u_i = (b_s - a_s)/m$, et $a_t = v_0 < v_1 \dots < v_n = b_t$ une autre subdivision régulière de l'intervalle $J = [a_t, b_t]$ sur l'axe t , de pas $h_t = v_{j+1} - v_j = (b_t - a_t)/n$.

Soient B_i , la *B-spline* de degré d dont le support est $[u_i, u_{i+d+1}]$, $i = -d, \dots, m-1$, et B_j , la *B-spline* de degré d dont le support est $[v_j, v_{j+d+1}]$, $j = -d, \dots, n-1$. Nous introduisons ici les noeuds supplémentaires u_{-d}, \dots, u_{-1} , et u_{m+1}, \dots, u_{m+d} pour la *B-spline* B_i , et v_{-d}, \dots, v_{-1} , et v_{n+1}, \dots, v_{n+d} pour la *B-spline* B_j .

La forme générale des surfaces *B-splines* uniformes de degré d s'exprime ainsi :

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{Q}}(s, t) &= \sum_{i=-d}^{m-1} \sum_{j=-d}^{n-1} \vec{\mathbf{V}}_{ij} B_i(s) B_j(t) = \\ &= \sum_{i=-d}^{m-1} \sum_{j=-d}^{n-1} (\alpha_{ij} B_i(s) B_j(t), \beta_{ij} B_i(s) B_j(t), \gamma_{ij} B_i(s) B_j(t)) \end{aligned} \quad (7)$$

où $s, t \in I \times J$ et $I, J \subset \mathbb{R}$

Les vecteurs $\vec{\mathbf{V}}_{ij} = (\alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij})$ sont appelés *points de contrôle* des surfaces *B-splines*. Les B_i , B_j sont des *fonctions de base* des courbes *B-splines* définies comme précédemment. Le produit $B_i(s) B_j(t)$ est le *produit tensoriel* de deux *B-splines*. Les surfaces *B-splines* ont les mêmes propriétés que celles des courbes *B-splines* :

– Elles sont à support compact.

Pour un couple $(s, t) \in [u_k, u_{k+1}] \times [v_l, v_{l+1}]$, les seules valeurs de i, j pour lesquelles il faut calculer les produits $B_i(s) B_j(t)$ (les autres étant nécessairement nulles) sont $i = k - d, \dots, k$, $j = l - d, \dots, l$. Donc

$$\vec{\mathbf{Q}}(s, t) = \sum_{i=k-d}^k \sum_{j=l-d}^l (\alpha_{ij} B_i(s) B_j(t), \beta_{ij} B_i(s) B_j(t), \gamma_{ij} B_i(s) B_j(t)) \quad (8)$$

– Les points de contrôle de surfaces *B-splines* commutent avec toute transformation affine.

Supposons que $\Phi = (\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ soit une transformation affine, alors nous avons l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{\mathbf{Q}}(s, t)) &= \Phi\left(\sum_{ij} \vec{\mathbf{V}}_{ij} B_i(s) B_j(t)\right) \\ &= \Phi\left(\sum_{ij} (\alpha_{ij} B_i(s) B_j(t), \beta_{ij} B_i(s) B_j(t), \gamma_{ij} B_i(s) B_j(t))\right) \\ &= \sum_{ij} \Phi(\alpha_{ij} B_i(s) B_j(t), \beta_{ij} B_i(s) B_j(t), \gamma_{ij} B_i(s) B_j(t)) \\ &= \left(\sum_{ij} \Phi_1(\alpha_{ij} B_i(s) B_j(t)), \sum_{ij} \Phi_2(\beta_{ij} B_i(s) B_j(t)), \sum_{ij} \Phi_3(\gamma_{ij} B_i(s) B_j(t))\right) \\ &= \left(\sum_{ij} \Phi_1(\alpha_{ij}) B_i(s) B_j(t), \sum_{ij} \Phi_2(\beta_{ij}) B_i(s) B_j(t), \sum_{ij} \Phi_3(\gamma_{ij}) B_i(s) B_j(t)\right) \\ &= \sum_{ij} \Phi(\vec{\mathbf{V}}_{ij}) B_i(s) B_j(t) \end{aligned}$$

2.2. CONTOUR OCCULTANT

Les objets que nous étudierons seront les surfaces physiques des objets, les lignes tracées sur ces surfaces, ainsi que les contours sur un plan d'image, résultant de l'observation de ces surfaces et lignes par projection perspective.

Pour une surface S et un point d'observation O donnés, un *contour occultant* est l'ensemble des points w des projections de points W de la surface, tels que le rayon optique OW appartienne au plan tangent à la surface. La Figure 1 montre un contour d'occultation, où \vec{n} est le vecteur normal unitaire de la surface au point W , \vec{v} est le vecteur unitaire du rayon optique OW , et \vec{t} est le vecteur tangent au point w du contour d'occultation.

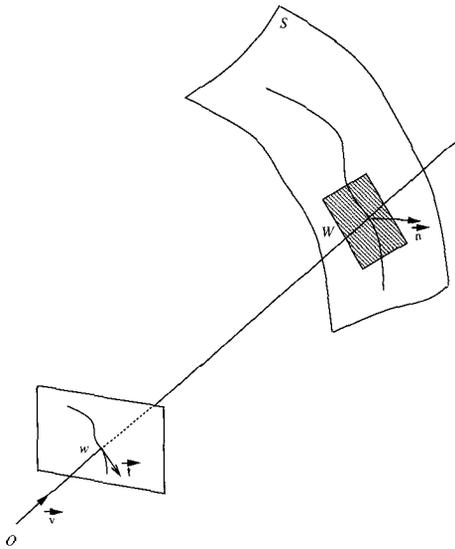


Figure 1. – Une surface S et le contour occultant relativement au point O .

2.3. PARAMÉTRISATION D'UNE SURFACE SPATIO-TEMPORELLE

2.3.1. Surface spatio-temporelle

Lors du mouvement relatif de la caméra par rapport à un objet (une surface), les contours perçus par la caméra se déplacent dans l'image. Au cours du temps, ils décrivent une surface appelée *surface spatio-temporelle*; de fait le terme de *spatio-temporel* pourrait avantageusement être remplacé par celui de *spatio-spatial* puisque le déplacement des contours est dû au déplacement relatif de la caméra par rapport à l'objet et non au simple fait de l'écoulement du temps.

La Figure 2 illustre la formation d'un contour occultant apparent sur le plan d'image, pour un certain nombre de positions de la caméra.

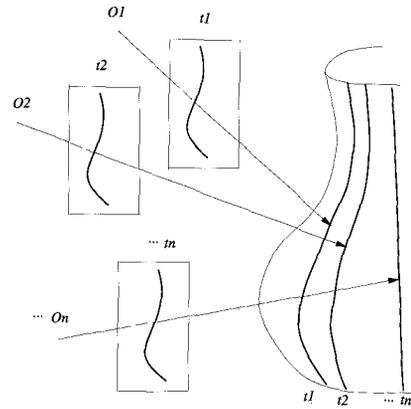


Figure 2. – Contours perçus par la caméra en mouvement.

La Figure 3 montre comment l'ensemble de ces contours est structuré temporellement, et la Figure 4 la création de la surface *spatio-temporelle*, en passant "au continu".

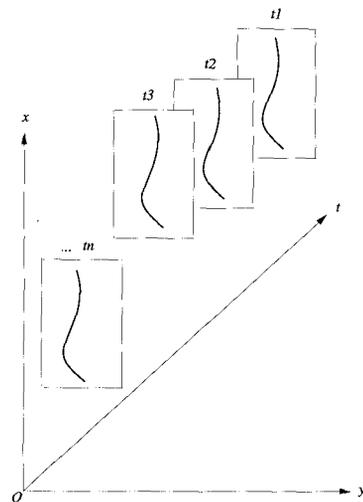


Figure 3. – Formation d'une surface *spatio-temporelle* dans un repère absolu.

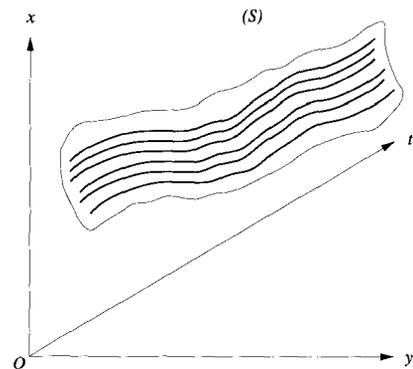


Figure 4. – Surface *spatio-temporelle* : passage au continu.

2.3.2. Paramétrisation épipolaire

La paramétrisation de la surface de l'objet et celle de la surface *spatio-temporelle* sont directement reliées. Une fois la surface *spatio-temporelle* entièrement connue, sa description et sa manipulation nécessite de définir une paramétrisation de la surface.

Chaque contour qui compose la surface *spatio-temporelle* possède sa propre paramétrisation; il faut donc établir une correspondance entre les contours de façon à définir une paramétrisation de la surface en s et t . Dans notre étude, le paramètre t est imposé par la démarche expérimentale : en effet, le paramètre t est lié au mouvement de la caméra, et est donc imposé; le paramètre s est imposé par l'abscisse curviligne des contours occultants. La surface *spatio-temporelle* $T(s, t)$ est en fait un maillage entre des courbes $T(s, t_0)$ (courbes à t constant, correspondant aux contours observés) et $T(s_0, t)$ (courbes à s constant) où la correspondance à s constant est pour l'instant non définie (voir Figure 5).

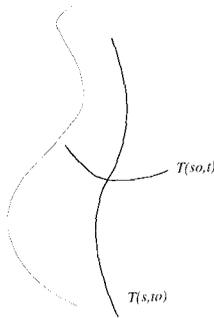


Figure 5. – Paramétrisation de la surface *spatio-temporelle*.

Cette correspondance doit vérifier les notions de voisinage et définir une paramétrisation admissible de la surface, mais n'a pas de contrainte particulière supplémentaire à respecter. Il est naturel d'utiliser la géométrie épipolaire pour déterminer les correspondances et ce choix donne des résultats plus stables [cipolla89a,arbogast91b]. La Figure 6 présente graphiquement la paramétrisation épipolaire :

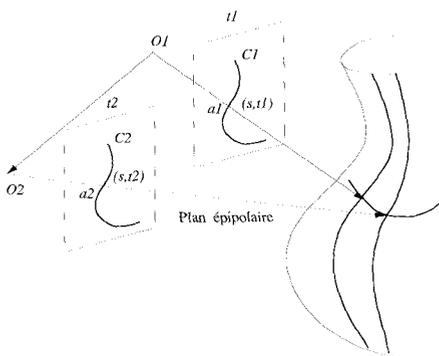


Figure 6. – Paramétrisation épipolaire.

Supposons que nous ayons deux images successives dans une séquence, le contour C_1 de celle prise au temps t_1 est mis en correspondance avec le contour C_2 de celle prise au temps t_2 . Soit a_1 un point quelconque sur C_1 , a_2 est le point d'intersection entre le plan épipolaire et le contour occultant C_2 (voir Figure 6). Si a_1 à l'instant t_1 possède pour abscisse s sur C_1 , alors nous définirons l'abscisse de a_2 à l'instant t_2 comme étant s également. Cette géométrie épipolaire permet de construire le correspondant sur C_2 d'un point de C_1 . Par cette construction, nous pouvons facilement mettre en correspondance les points du contour C_1 avec ceux du contour C_2 sauf lorsque la courbe devient tangente à la droite épipolaire, ce dernier cas est dégénéré et ne permet pas de reconstruire la surface [arbogast91b,vaillant90a,cipolla89a]. Dans le cas d'arête vive, on notera que la paramétrisation épipolaire fait se correspondre des points identiques de l'arête.

3. Calibrage d'une caméra en mouvement

Le calibrage d'une caméra est un problème important et délicat en vision par ordinateur [faugeras87a,tsai87a]. Il consiste à déterminer cinq paramètres intrinsèques ou paramètres intérieurs, et six paramètres extrinsèques ou paramètres extérieurs. Ces onze paramètres de la caméra sont déterminés parfaitement par la matrice de projection perspective.

Calibrer une caméra nécessite de disposer de points ou de courbes [faugeras87a,faugeras89a,faugeras92c,maybank92b] dans l'espace. Les coordonnées de ces points ou de ces courbes sont supposées connues dans un certain repère. La méthode classique utilise l'image d'une mire constituée d'une ou plusieurs grilles. Nous estimons donc facilement la position des points d'intérêts (par exemple les coins de la grille) ou des droites dans un repère lié à cette mire afin de calibrer la caméra.

Cette méthode présente quelques difficultés : Les paramètres du calibrage sont très sensibles aux modifications de l'environnement tels qu'un changement de la température ou un choc mécanique, etc ... Dans le contexte de notre reconstruction des surfaces 3D d'un objet, la caméra est obligée de se déplacer autour de l'objet à reconstruire. Donc il faut un calibrage préalable à chaque point de vue, ce qui est très difficile à réaliser en pratique.

Pour éviter le calibrage classique nécessitant une mire, nous proposons dans cette section une méthode de calcul des matrices de projection perspective à partir d'images 2D (au moins 2) obtenues avec une ou plusieurs caméras en mouvement. Aucune connaissance sur la ou les caméras ni sur le ou les mouvements n'est requise, seul cinq points de la scène sont supposés connus et sont utilisés comme repère relatif.

3.1. LE MODÈLE DE CAMÉRA

Le modèle le plus généralement utilisé est le modèle sténopé (voir Figure 7). La caméra est définie par un centre de projection O et une droite Oz perpendiculaire au plan image R passant par O , l'axe principal. La distance focale est f , c'est la distance du point O au plan image R [faugeras87a].

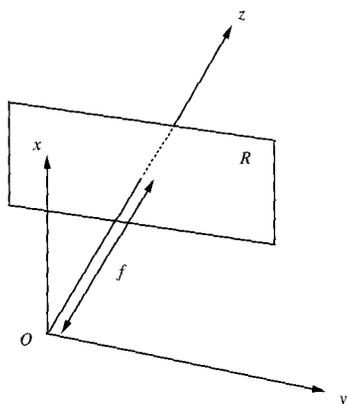


Figure 7. – Le modèle géométrique d'une caméra.

3.2. LES ÉQUATIONS

Nous considérons k images ($k \geq 2$) d'une scène rigide représentée par l points. Certains points apparaissent et disparaissent d'une image à une autre, cependant pour simplifier, les points sont supposés apparaître dans toutes les images, ce qui nous donne $k \times l$ points images.

Les points de la scène sont introduits par $W_i, i = 1, \dots, l$. Pour chaque image j , le point W_i représenté par ses coordonnées homogènes $(X_i, Y_i, Z_i, T_i)^T$ se projette en w_{ij} noté par ses coordonnées homogènes $(u_{ij}, v_{ij}, \xi_{ij})^T$ ou bien par ses coordonnées image $(U_{ij}, V_{ij})^T$. Soit M_j la matrice de projection perspective 3×4 de la $j^{\text{ème}}$ image.

Nous avons pour les coordonnées homogènes la relation :

$$\rho_{ij} w_{ij} = M_j W_i, \quad i = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, k \quad (9)$$

où ρ_{ij} est un facteur d'échelle inconnu.

L'équation peut être écrite sous une autre forme plus utilisée dans la littérature :

$$\begin{cases} U_{ij} = \frac{m_{11}^{(j)} X_i + m_{12}^{(j)} Y_i + m_{13}^{(j)} Z_i + m_{14}^{(j)} T_i}{m_{31}^{(j)} X_i + m_{32}^{(j)} Y_i + m_{33}^{(j)} Z_i + m_{34}^{(j)} T_i} \\ V_{ij} = \frac{m_{21}^{(j)} X_i + m_{22}^{(j)} Y_i + m_{23}^{(j)} Z_i + m_{24}^{(j)} T_i}{m_{31}^{(j)} X_i + m_{32}^{(j)} Y_i + m_{33}^{(j)} Z_i + m_{34}^{(j)} T_i} \end{cases} \quad (10)$$

Ces équations expriment tout simplement la colinéarité entre les points 3D et leur points 2D correspondants.

Comme nous avons l points et k images, ceci nous donne un total de $2 \times l \times k$ équations. Pour ce qui est des inconnues nous en avons $11 \times k$ pour les matrices de projection et $3 \times l$ pour les points 3D. Dès que le nombre d'équations est plus grand que celui des inconnues, le système (10) devient résolvable. La solution de celui-ci ne peut être définie qu'à une transformation projective près. Si M_j et W_i sont solutions du système, il en est de même pour $M_j N^{-1}$ et $N W_i$, où N est une transformation projective de l'espace, c'est à dire une matrice 4×4 inversible.

La solution euclidienne correcte est obtenue en imposant des valeurs euclidiennes connues à certains points dans l'espace 3D [boufama93a].

3.3. RÉOLUTION DU SYSTÈME NON LINÉAIRE

Le problème décrit par les équations ci-dessus peut être formulé comme un problème d'estimation de paramètres. Etant données des mesures non exactes, ici les coordonnées images, nous avons un ensemble de paramètres à estimer, ici les $\{m_{pr}^j\}_{p=1, \dots, 3, r=1, \dots, 4, j=1, \dots, k}$ et les $\{W_i\}_{i=1, \dots, l}$. Nous supposons que les mesures sont obtenues avec une matrice de covariance C . Appelons B le vecteur de tous les paramètres et U le vecteur de toutes les mesures U_{ij} et V_{ij} .

Si la relation entre les mesures et les paramètres est linéaire, c'est-à-dire $U = AB$, alors l'estimation du maximum de vraisemblance des paramètres est le vecteur B qui minimise la distance de Mahalanobis, se traduisant par le critère des moindres carrés qui suit :

$$\chi^2 = (U - AB)^t C^{-1} (U - AB) \quad (11)$$

Dans le cas non linéaire, il est possible de linéariser en utilisant le développement de Taylor du premier ordre.

En conséquence notre matrice de covariance est diagonale, et les valeurs de la diagonale ne sont autres que les variances σ_{ij} . Ainsi, pour notre cas, l'équation (11) conduit à la minimisation de la somme suivante :

$$\chi^2 = \sum_{ij} \left(\frac{U_{ij} - \frac{m_{11}^{(j)} x_i + m_{12}^{(j)} y_i + m_{13}^{(j)} z_i + m_{14}^{(j)} t_i}{m_{31}^{(j)} x_i + m_{32}^{(j)} y_i + m_{33}^{(j)} z_i + m_{34}^{(j)} t_i}}{\sigma_{ij}} \right)^2 + \sum_{ij} \left(\frac{V_{ij} - \frac{m_{21}^{(j)} x_i + m_{22}^{(j)} y_i + m_{23}^{(j)} z_i + m_{24}^{(j)} t_i}{m_{31}^{(j)} x_i + m_{32}^{(j)} y_i + m_{33}^{(j)} z_i + m_{34}^{(j)} t_i}}{\sigma_{ij}} \right)^2$$

Ainsi les matrices de projection perspective $M_j, j = 1, \dots, k$ sont estimées. Des résultats et des mesures de précision sont donnés dans [mohr92a].

4. Modélisation Mathématique

Nous allons dans cette section établir les trois équations de base qui caractérisent les surfaces observées. Supposons que la surface soit représentée par des surfaces B-splines uniformes et bicubiques. Nous devons donc reconstruire ces éléments surfaciques que nous allons par la suite, fusionner morceaux par morceaux afin d'obtenir une surface complète, dont la représentation paramétrée est la suivante :

$$\vec{X}(s, t) = (X_1(s, t), X_2(s, t), X_3(s, t)) = \sum_{i=-3}^{m-1} \sum_{j=-3}^{n-1} (\alpha_{ij} B_i(s) B_j(t), \beta_{ij} B_i(s) B_j(t), \gamma_{ij} B_i(s) B_j(t)) \quad (12)$$

Il convient de remarquer que la reconstruction de ses surfaces B-splines est équivalente à trouver les valeurs de ces $3 \times (m + 3) \times (n + 3)$ coefficients inconnus $\alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}, i = -3, \dots, m - 1, j = -3, \dots, n - 1$ dans la formule (12).

4.1. CALCUL DE LIGNE DE VUE À PARTIR DE LA MATRICE DE PROJECTION PERSPECTIVE

Nous présentons ici une méthode du calcul de la ligne de vue correspondant à un point donné de l'image à partir de la matrice de projection perspective. Cette dernière est préalablement calculée selon la méthode décrite dans la section 3. Soit $M = (m_{pr})_{p=1, \dots, 3, r=1, \dots, 4}$ la matrice de projection perspective, (x, y) sont les coordonnées image du point w qui est la projection du point inconnu $W = [X, Y, Z, 1]$ dans l'espace. Il est clair que les deux équations du système (10) présentent deux plans dans l'espace. L'intersection de ces deux plans est une droite passant par deux points w et W . Donc la direction de cette droite est la ligne de vue \vec{v} correspondant au point w . Elle est calculée par le produit vectoriel de deux vecteurs normaux de ces deux plans.

Plus précisément, nous avons les relations suivantes en posant $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$:

$$\begin{cases} v_1 = m_{12}m_{23} - ym_{12}m_{33} - xm_{32}m_{23} - m_{22}m_{13} + xm_{22}m_{33} + ym_{32}m_{13} \\ v_2 = m_{21}m_{13} - xm_{21}m_{33} - ym_{31}m_{13} - m_{11}m_{23} + ym_{11}m_{33} + xm_{31}m_{23} \\ v_3 = m_{11}m_{22} - ym_{11}m_{32} - xm_{31}m_{22} - m_{21}m_{12} + xm_{21}m_{32} + ym_{31}m_{12} \end{cases} \quad (13)$$

4.2. TROIS ÉQUATIONS DE RECONSTRUCTION DE SURFACES

Soient (x, y) les coordonnées de w de la projection dans le plan d'image de $W = [X_1(s, t), X_2(s, t), X_3(s, t), 1]$ de la surface S (voir Figure 8).

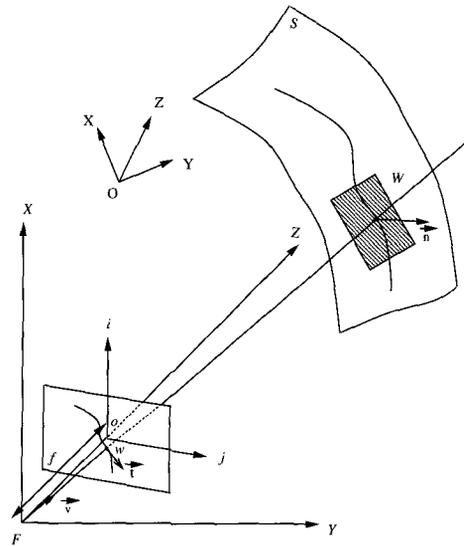


Figure 8. – Propriété d'un contour occultant.

Selon le système d'équations (10) de la section précédente, nous avons les relations ci-dessous :

$$\begin{cases} x = \frac{m_{11}X_1(s, t) + m_{12}X_2(s, t) + m_{13}X_3(s, t) + m_{14}}{m_{31}X_1(s, t) + m_{32}X_2(s, t) + m_{33}X_3(s, t) + m_{34}} \\ y = \frac{m_{21}X_1(s, t) + m_{22}X_2(s, t) + m_{23}X_3(s, t) + m_{24}}{m_{31}X_1(s, t) + m_{32}X_2(s, t) + m_{33}X_3(s, t) + m_{34}} \end{cases} \quad (14)$$

De façon évidente, (14) peut s'écrire sous la forme suivante en remplaçant par la formule (12) et en multipliant un dénominateur :

$$\begin{cases} P_1(x, s, t, \alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}, m_{pr}) = 0 \\ P_2(y, s, t, \alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}, m_{pr}) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

C'est très facile de remarquer que ces deux équations (15) sont linéaires par rapport aux inconnues $\alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}$.

Comme w est un point de contour d'occultation, la ligne de vue OW est tangentielle à la surface (voir Figure 8). Supposons que \vec{v} est la direction de la ligne de vue et \vec{n} est le vecteur normal de la surface au point W . Le plan tangent au point W est engendré par les vecteurs suivants : $\frac{\partial \vec{X}(s, t)}{\partial s}$ et $\frac{\partial \vec{X}(s, t)}{\partial t}$.

Donc le vecteur normal \vec{n} au point W est donné par :

$$\vec{n} = \frac{\partial \vec{X}(s, t)}{\partial s} \times \frac{\partial \vec{X}(s, t)}{\partial t} \quad (16)$$

D'après la définition d'un contour occultant, nous avons cette égalité :

$$\vec{n} \cdot \vec{v} = 0 \quad (17)$$

L'équation (17) peut s'écrire sous la forme suivante en posant $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$:

$$\vec{n} \cdot \vec{v} = \left(\frac{\partial \vec{X}(s, t)}{\partial s} \times \frac{\partial \vec{X}(s, t)}{\partial t} \right) \cdot \vec{v} = \begin{vmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial s} & \frac{\partial X_2}{\partial s} & \frac{\partial X_3}{\partial s} \\ \frac{\partial X_1}{\partial t} & \frac{\partial X_2}{\partial t} & \frac{\partial X_3}{\partial t} \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} \quad (18)$$

De façon évidente, (18) peut s'écrire sous la forme suivante en remplaçant par les formules (12), (13) et (16) :

$$P_3(x, y, s, t, \alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}, m_{pr}) = 0 \quad (19)$$

Malheureusement, nous remarquons que l'équation (19) n'est pas linéaire par rapport aux inconnues $\alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}$.

Comme le plan tangent au point W de la surface S est aussi défini par sa ligne de vue \vec{v} et le vecteur tangent \vec{t} au point w du contour occultant (voir Figure 8), nous avons l'équation ci-dessous :

$$(\vec{v} \times \vec{t}) \times \vec{n} = 0 \quad (20)$$

Pendant, cette équation (20) donne les mêmes informations que l'équation (18). En effet, il décrit aussi la propriété d'orthogonalité entre le vecteur normal et le plan tangent au point W de la surface S . Donc elle est redondante.

4.3. QUELLE RELATION EXISTE-T-IL ENTRE s et x, y, t DANS P_1, P_2, P_3 ?

Intuitivement, s et t sont deux paramètres des surfaces B-splines. (x, y) sont les coordonnées images d'un point de contour occultant. De la paramétrisation épipolaire d'une surface spatio-temporelle s n'est autre que l'abscisse curviligne d'un point (x, y) du contour occultant à l'instant donné t dans une séquence d'images. L'origine de l'abscisse curviligne est choisie au premier point.

4.4. SYSTÈME D'ÉQUATIONS NON LINÉAIRES

Finalement, étant donné un point $w = (x, y)$ du contour occultant d'une image quelconque, nous pouvons calculer facilement les deux paramètres de la surface spatio-temporelle s et t qui lui correspondent. Nous avons le système d'équations non linéaires suivant, d'après les paragraphes précédents :

$$\begin{cases} P_1(x, s, t, \alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}, m_{pr}) = 0 \\ P_2(y, s, t, \alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}, m_{pr}) = 0 \\ P_3(x, y, s, t, \alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}, m_{pr}) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

Nous généralisons le système (21) pour k_o images d'une séquence et l_o points extraits par image, en posant k comme étant le numéro d'image de la séquence, et l étant le numéro d'un point de contour

occultant de la $k^{\text{ème}}$ image de la séquence. Donc nous avons le système d'équations non linéaires suivant pour une séquence d'images :

$$\begin{cases} q_1(x_l^k, s_l^k, t_l^k, \alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}, m_{pr}^k) = 0 \\ q_2(y_l^k, s_l^k, t_l^k, \alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}, m_{pr}^k) = 0 \\ q_3(x_l^k, y_l^k, s_l^k, t_l^k, \alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}, m_{pr}^k) = 0 \end{cases} \quad (22)$$

où $k = 1, \dots, k_o, l = 1, \dots, l_o, i = -3, \dots, m-1, j = -3, \dots, n-1, p = 1, \dots, 3$, et $r = 1, \dots, 4$.

5. Résolution du système

Pour $k_o, l_o \gg m$ et $k_o, l_o \gg n$, nous avons alors un système redondant de $3 \times k_o \times l_o$ équations non linéaires avec $(m+3) \times (n+3)$ points de contrôle à estimer. Le nombre d'inconnues est $3 \times (m+3) \times (n+3)$ d'après le système d'équations (22).

Le problème se pose naturellement de la manière suivante : Est-ce qu'il existe une solution pour le système (22)? Si oui, est-ce qu'elle est unique?

Notre approche de la reconstruction des surfaces tridimensionnelles d'un objet est effectuée dans le contexte de l'étude du mouvement des contours occultants d'une séquence d'images. Si la solution du système est correcte, alors elle est *a priori* unique. En effet, notre caméra observe toujours la même surface d'un objet lors de notre expérimentation. Aussi, nous ne nous sommes pas intéressés à prouver si le système admettait une solution et une seule.

De nombreuses méthodes numériques sont appliquées pour résoudre un système d'équations non linéaires dans le domaine de la vision par ordinateur : la méthode classique de Gauss-Newton, la méthode d'élimination [kriegman90a], la méthode de continuité [wampler88a], la méthode d'homotopie [faugas92c]. Au cours de cette étude, nous avons expérimenté les deux méthodes suivantes : Quasi-Newton et Levenberg-Marquardt.

5.1. ENERGIE ET MOINDRES CARRÉS

Le problème de notre approche aux moindres carrés se pose de la manière suivante :

Soient k_o le nombre d'images d'une séquence, l_o le nombre de points choisis du contour occultant par image. L'approche consiste à minimiser l'énergie ci-dessous :

$$E = \sum_{k=1}^{k_o} \sum_{l=1}^{l_o} [\lambda(q_1^2 + q_2^2) + \mu q_3^2] \quad (23)$$

où λ et μ sont deux coefficients réels de pondération.

5.2. ENERGIE ET MOINDRES CARRÉS AVEC RÉGULARISATION

Pour stabiliser la solution en présence du bruit des mesures dans les images, nous imposons un terme supplémentaire dit *terme de régularisation* [grimson82a, poggio85a, terzopoulos86a, blake87a, laurent87a]. Ce terme fut introduit par Laurent [laurent87a] dans le cas des courbes B-splines à une dimension. Nous généralisons ici ce terme pour les surfaces B-splines. Il nous permet de minimiser les variations de l'orientation de la surface locale pour avoir une surface lissée. Donc il est équivalent de minimiser les quantités de dérivées du deuxième ordre de la surface. En pratique, nous avons le choix entre plusieurs termes de régularisation, utilisant la courbure gaussienne, la courbure moyenne, ou la variation quadratique.

Finalement, dans notre recherche, nous avons utilisé le régularisateur simplifié de la variation quadratique. Donc nous minimisons l'énergie suivante [zhao93b, zhao94a, zhao94c] :

$$E = \sum_{k=1}^{k_o} \sum_{l=1}^{l_o} [\lambda(q_1^2 + q_2^2) + \mu q_3^2] + \tau \int_I \int_J [(\frac{\partial^4 X_1}{\partial^2 s \partial^2 t})^2 + (\frac{\partial^4 X_2}{\partial^2 s \partial^2 t})^2 + (\frac{\partial^4 X_3}{\partial^2 s \partial^2 t})^2] ds dt \quad (24)$$

où λ et μ sont deux coefficients réels de pondération. Le facteur τ est la *tension* des surfaces B-splines, ce facteur de tension permet de passer de la solution exacte aux moindres carrés à une solution dominée par ce terme de régularisateur. La partie de l'intégrale double est le *terme de régularisation* des surfaces B-splines. Ce terme revient à minimiser la variation de la courbure. Cela permet de lisser la surface des zones qui sont particulièrement bruitées, et souvent caractérisées par une fonction de courbure très bruitée. Ceci se justifie par le fait que la courbure est une fonction des dérivées du deuxième ordre par rapport à la fonction d'origine.

5.3. MÉTHODE DE RÉOLUTION

Lors de notre expérimentation, nous avons appliqué deux méthodes d'optimisation au sens des moindres carrés : Quasi-Newton et Levenberg-Marquardt. En général, l'expérience montre que la méthode de Levenberg-Marquardt converge mieux que celle de Quasi-Newton. Le lecteur intéressé pourra trouver les détails dans [gill89a]. Dans notre travail, nous utilisons la procédure de la bibliothèque qui est décrite dans le livre [press88a].

Il est évident que les surfaces B-splines sont entièrement déterminés par un ensemble de leurs points de contrôle dans l'espace. En plus, d'après les propriétés des surfaces B-splines, les positions des points de contrôle sont assez proches de ces surfaces. Cela nous permet de déterminer les valeurs initiales de notre système

non linéaire en calculant les profondeurs approximatives de certains points sur la surface par une simple *triangulation* de stéréovision des contours observés.

6. Résultats expérimentaux

Nous avons testé notre méthode sur des données synthétiques et sur des données réelles.

6.1. DONNÉES SYNTHÉTIQUES

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus par notre algorithme avec des données synthétiques. Des expériences ont été menées avec des sphères, des segments, des cylindres, des hyperboloïdes car la complexité des calculs menés exigeait de comparer chacune des quantités calculées avec sa valeur nominale.

Le principe étant similaire sur les différents exemples, nous en donnons ici le détail dans le cas de la sphère.

Nous supposons que le modèle de la caméra est parfaitement sténopé. La distance focale f de notre caméra est $f = 1 \text{ cm}$. L'image générée est binaire, c'est-à-dire que les pixels du fond sont mis à zéro. Les autres sont mis à 255. Le bruit associé à la digitalisation est présent dans les mesures.

La séquence utilisée est constituée de 10 images d'une demi-sphère de rayon de 4 cm . Nous supposons que la sphère est statique, son centre se trouve sur l'axe Z . Elle est définie par : $x^2 + y^2 + (z - 8)^2 = 4^2$. la caméra est en mouvement le long de l'axe Y , bien calibrée. La distance entre la sphère et la caméra est environ de 12 cm . Le déplacement de la caméra entre deux images successives est assez petit, la translation est environ de 1 cm et la rotation est à peu près de 6 degrés. 30 points sur le contour occultant de la demi-sphère sont suivis dans les différentes images de la séquence.

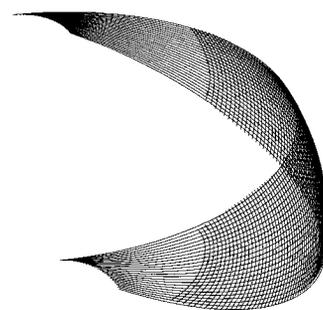


Figure 9. – Superposition des surfaces B-splines reconstruites et de la partie d'une sphère observée.

La Figure 9 présente la superposition des surfaces B-splines reconstruites de la sphère et de la partie de cette sphère observée dans l'espace.

La Figure 10 présente des surfaces B-splines reconstruites de la sphère avec les points de contrôle. Les paramètres utilisés pour cette reconstruction sont : $k = 8$, $l = 75$, $m = 6$, $n = 2$, le nombre d'inconnues à estimer est 135, le nombre de points de contrôle à estimer est 45, le nombre d'itérations par la méthode Levenberg-Marquardt est 3.

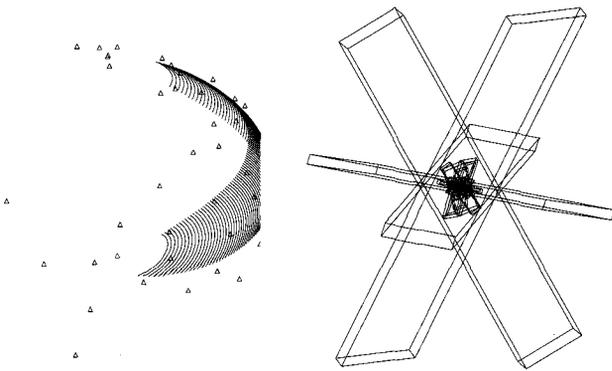


Figure 10. – Points de contrôle (à gauche) et leur incertitude (à droites) des surfaces B-splines reconstruites correspondant à la partie d'une sphère observée. Les incertitudes les plus larges correspondent aux quatre points de contrôles extrémaux.

La Figure 11 montre les graphes de la courbure gaussienne et moyenne des surfaces B-splines reconstruites de la sphère.

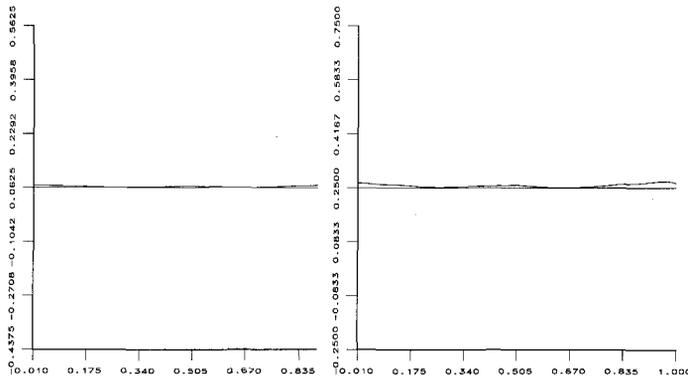


Figure 11. – Graphes de la courbure gaussienne (à gauche) et moyenne (à droite) des surfaces B-splines reconstruites.

Pour estimer la qualité de la reconstruction des surfaces, nous avons superposé la partie de la sphère observée par la caméra et des surfaces B-splines reconstruites. Ensuite nous avons effectué une coupe par un plan.

La Figure 12 montre les deux courbes d'intersection avec le plan de coupe.

La partie gauche de la Figure 12 montre que les surfaces B-splines reconstruites collent bien avec la sphère. Dans la partie droite de la

même figure nous observons les déformations locales des surfaces B-splines reconstruites en introduisant un bruit blanc gaussien sur les données x, y, v_1, v_2, v_3 . L'écart-type est de 3 pixels sur les coordonnées images et d'un dixième de degré sur la rotation. La différence maximale entre la courbe sur la sphère et la courbe sur les surfaces B-splines reconstruites est de 0.08 cm.

Nous constatons que malgré la présence du bruit la forme des surfaces B-splines reste relativement stable.

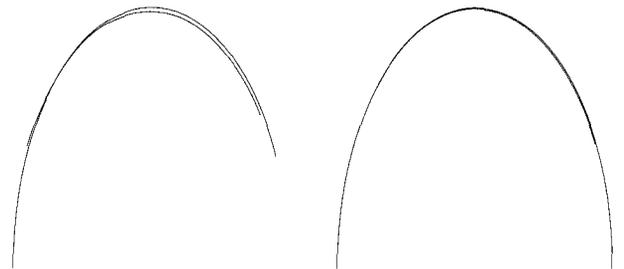


Figure 12. – Courbes d'intersection avec le plan de coupe; résultats avec les données parfaites (à gauche); résultats avec les données bruitées (à droite).

Pour estimer l'incertitude des points de contrôle des surfaces B-splines reconstruites, nous calculons les ellipsoïdes de confiance de ces points à partir de la matrice de covariance obtenue par la méthode de Levenberg-Marquardt. La Figure 10 présente à gauche les surfaces reconstruites de la sphère avec les points de contrôle, à droite l'incertitude de ces points de contrôle.

Après une vérification de la position des points de contrôle dans l'espace, nous constatons que les quatre grands parallélépipèdes correspondent bien aux quatre points de contrôle qui se trouvent près de quatre sommets des surfaces reconstruites. Par conséquent, les autres points de contrôle sont relativement stables.

6.2. DONNÉES RÉELLES

Nous avons testé notre algorithme avec des données réelles. Toutes nos expériences sont effectuées avec une caméra 765 Pulnix, un objectif avec une focale de 18mm et une carte de FG150 de "Imaging-Technology". Le modèle de notre caméra est supposé parfaitement sténopé. Donc nous n'avons pas corrigé la distorsion de la caméra.

6.2.1. Carafe avec un cube transparent

Nous avons fabriqué un cube transparent, et mis une carafe à l'intérieur (voir Figure 13). Le cube est composé par douze barres. La longueur de chaque barre est environ de 50.0 cm. Les contours de l'image sont obtenus à l'aide de l'extracteur de contours de

Deriche [deriche87b]. Ils sont filtrés par le lissage des B-splines cubiques régularisées.

Les coins (1/10 ème de pixel) des surfaces polyédriques de la scène sont détectés par une méthode développée dans notre laboratoire [mohr93d]. Ces points sont des primitives robustes de l'image. Nous avons effectué les mises en correspondance de ces points par une technique standard de corrélation. Pour calculer l'intersection des barres, nous considérons le point d'intersection des axes médians de chaque d'entre elles. Finalement, les points de repères euclidiens de la scène sont constitués des sommets du cube transparent. Les valeurs et appariements alimentent les méthodes décrites au paragraphe 3.3.

La Figure 13 ne montre que la première et la dernière image de la séquence de dix images de notre carafe. Le mouvement de la caméra est quelconque. Le déplacement entre deux images successives est relativement petit. La rotation totale entre la première et la dernière image est environ de 40 degrés.

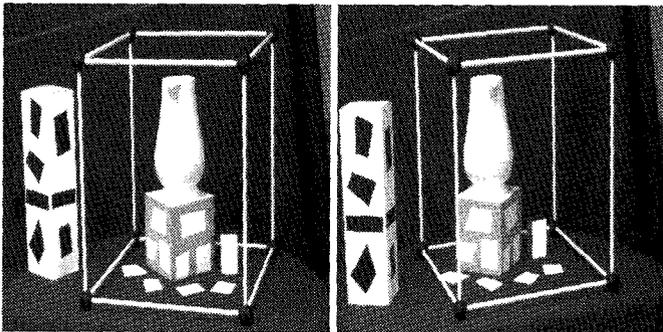


Figure 13. – Premières (à gauche) et dernière (à droite) image d'une séquence d'images de la carafe.

La Figure 14 montre les surfaces B-splines reconstruites de la carafe en utilisant dix images. Les paramètres utilisés pour cette reconstruction sont : $k = 10$, $l = 70$, $m = 3$, $n = 1$, le nombre d'inconnues à estimer est 72, le nombre de points de contrôle à estimer est 24, le nombre d'itérations par la méthode Levenberg-Marquardt est 3. Le temps total de ces 3 itérations est de 99 secondes sur une machine SunSparc10.

Nous remarquons dans la Figure 14 que la reconstruction des surfaces est qualitativement bonne.

La Figure 15 présente les graphes de la courbure gaussienne et moyenne des surfaces B-splines reconstruites de la carafe.

Nous notons dans la Figure 15 que les valeurs de la courbure gaussienne sont positives, puis négatives. Ceci correspond aux parties elliptiques et hyperboliques de la carafe.

La Figure 16 montre deux graphes superposés, représentant chacun la valeur de la courbure gaussienne pour deux surfaces différentes. Les deux surfaces choisies correspondant à la reconstruction de deux côtés opposés de la carafe. Nous observons sur cette figure que les deux graphes sont de formes identiques. Nous pouvons donc en déduire que ces surfaces B-splines reconstruites sont qualitativement de la même forme. Comme nous l'avons vu (voir

Figure 15), il est impossible d'inférer une valeur quantitative sur la précision de la reconstruction à partir de ces courbures.

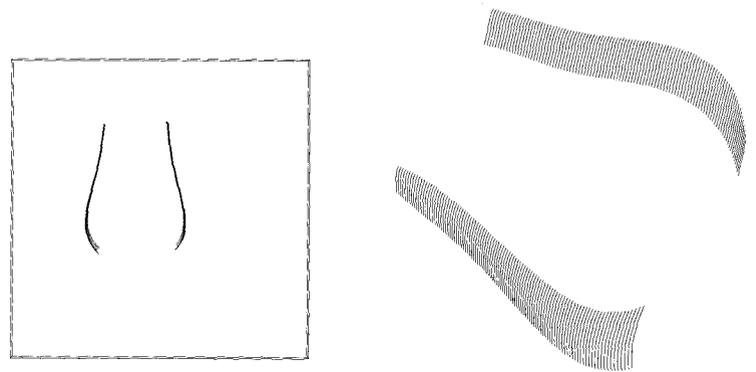


Figure 14. – Surfaces B-splines reconstruites avec le cube transparent (à gauche) et une vue de ces surfaces reconstruites sans le cube transparent (à droite).

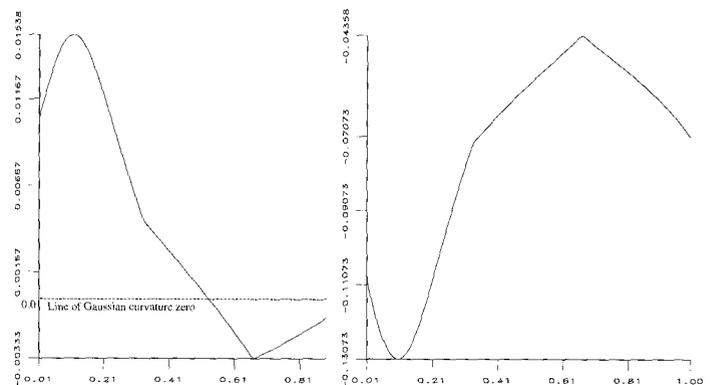


Figure 15. – Graphes de la courbure gaussienne (à gauche) et moyenne (à droite) de surface B-splines reconstruites de notre carafe.

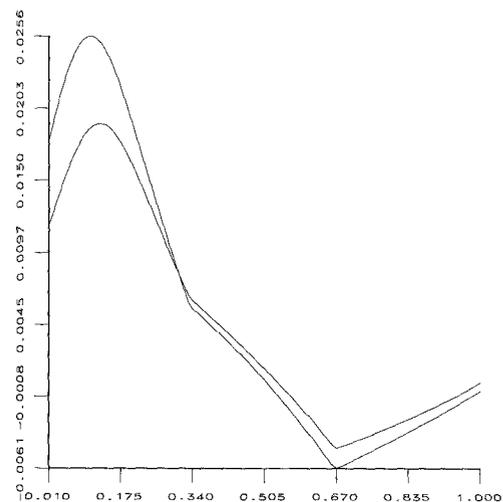


Figure 16. – Superposition de deux graphes de la courbure gaussienne des surfaces B-splines reconstruites de notre carafe.

Pour estimer quantitativement la qualité de notre reconstruction de surface, nous avons comparé le diamètre calculé et le diamètre réel de la carafe. Les diamètres calculés sont obtenus en utilisant les surfaces reconstruites de deux côtés opposés de la carafe. Le diamètres réels de la carafe à tous les niveaux ont été mesurés avec un pied à coulisse.

Hauteur	Diamètre réel	Diamètre calculé	Erreur
60.0	144.0	139.2	4.8
70.0	148.5	143.1	5.4
80.0	150.2	147.5	2.7
90.0	148.5	149.2	-0.7
100.0	146.0	148.8	-2.8
110.0	142.0	146.6	-4.6
120.0	139.5	143.9	-4.4
130.0	135.0	140.3	-5.3

Table 1 : Erreurs sur les diamètres de notre carafe reconstruite (en mm).

La table 1 montre les résultats obtenus en prenant les diamètres calculés et les diamètres mesurés de la carafe. Les erreurs proviennent de plusieurs sources : la régularisation de la surface reconstruite de la carafe, les incertitudes relatives à la localisation des points de contours, et l'imprécision des calculs sur les matrices de projection perspective.

6.2.2. Tube avec un cube transparent

La Figure 17 ne montre que la première et la dernière image de la séquence de dix images de notre tube. Le déplacement entre deux images successives est assez faible.

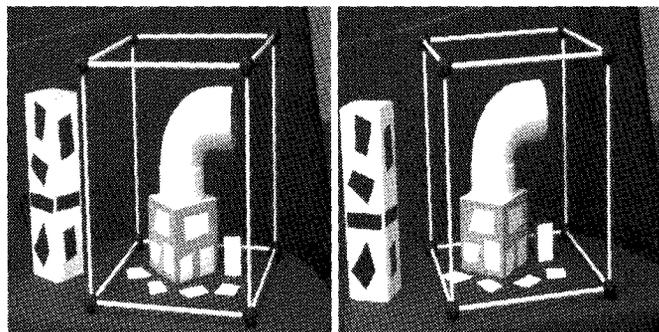


Figure 17. – Première (à gauche) et dernière (à droite) image d'une séquence.

La Figure 18 montre les surfaces B-splines reconstruites du tube en utilisant dix images. Les paramètres utilisés pour cette reconstruction sont : $k = 10$, $l = 75$, $m = 4$, $n = 2$, le nombre d'inconnues à estimer est 105, le nombre de points de contrôle à estimer est 35, le nombre d'itérations par la méthode Levenberg-Marquardt est 3.

Nous remarquons dans la Figure 18 que la reconstruction des surfaces est qualitativement bonne.

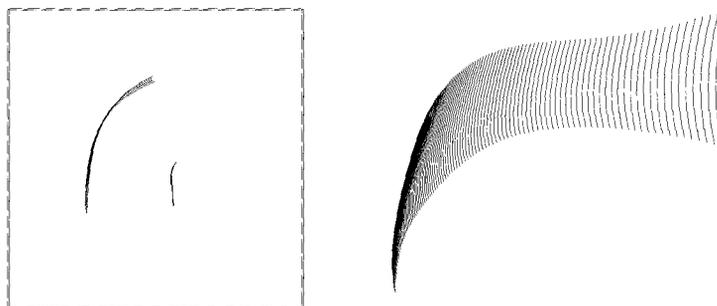


Figure 18. – Surfaces B-splines reconstruites avec le cube transparent (à gauche) et une vue de ces surfaces sans le cube transparent (à droite).

Nous notons aussi qu'il y a une rupture (changement brusque de diamètre) sur ce tube, mais nous n'arrivons pas à caractériser ce phénomène par notre reconstruction de surfaces régularisées.

Dans la Figure 19, après un zoom sur les pixels de cette zone de rupture, nous nous apercevons que la localisation du détecteur de contours est insuffisante. Une solution à ce problème serait d'utiliser un détecteur de contours avec localisation "sub-pixel", mais nous n'en avons malheureusement pas à notre disposition.

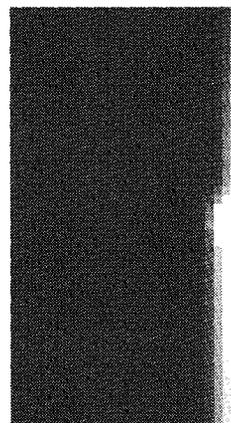


Figure 19. – Zoom dans la zone de rupture du tube.

La Figure 20 présente les graphes de la courbure gaussienne et moyenne des surfaces B-splines reconstruites du tube.

6.2.3. Carafe avec deux cubes

Dans ce paragraphe, nous voulons reconstruire la surface complète de la carafe lorsque notre caméra fait un tour complet autour de l'objet.

Pour cela, notre carafe est posée sur deux cubes dont les sommets sont traités comme des points de référence et ainsi la scène dispose d'un repère absolu. La longueur du petit cube est environ de 25.0 cm. La longueur du grand cube est environ de 35.0 cm. La scène contient des papiers noirs ou blancs pour calibrer la

caméra en mouvement. Le contraste entre l'objet et l'arrière-plan est important pour avoir de bons contours dans les images.

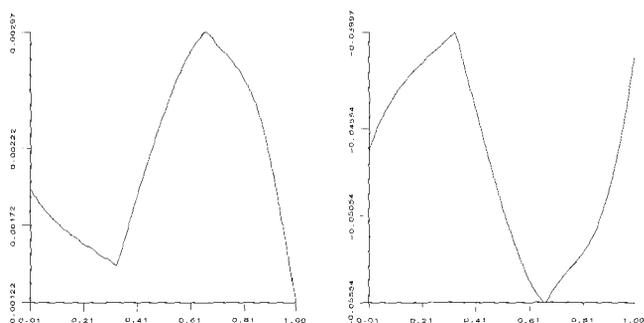


Figure 20. – Graphes de la courbure gaussienne (à gauche) et moyenne (à droite) des surfaces B-splines reconstruites de notre tube.

La Figure 21 présente six images extraites de la séquence complète de la carafe. Le nombre d'images de notre séquence est de 150. La rotation entre deux images successives de la séquence est environ de 2,4 degrés.

La Figure 22 montre un ensemble de surfaces B-splines reconstruites de la carafe. Sur cette figure, nous voyons que la surface de la carafe est pratiquement reconstruite. Nous pouvons distinguer les différentes surfaces qui ont servi à cette reconstruction.

La Figure 23 présente une vue de dessus de 21 surfaces B-splines qui reconstituent la surface de notre carafe avec deux cubes.

Nous remarquons facilement que les résultats de la reconstruction des surfaces de la carafe sont qualitativement et quantitativement bons. Cependant, certaines surfaces qui sont localement déformées à cause des sources de bruit dans nos mesures : points servant au calcul de la matrice de projection, mais surtout erreur de localisation des contours. Les covariances des points de ces surfaces sont particulièrement importantes aux quatre coins de ces éléments de surfaces, et assez importantes sur leurs bords.

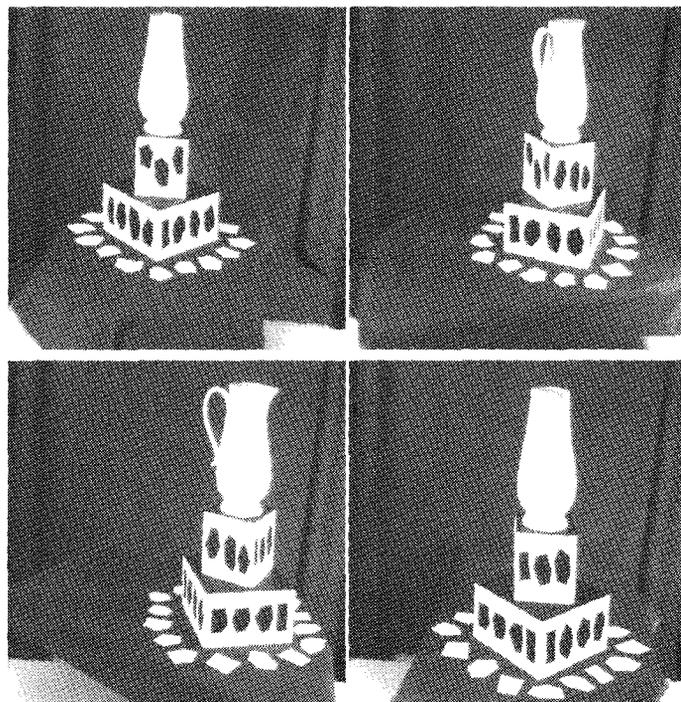
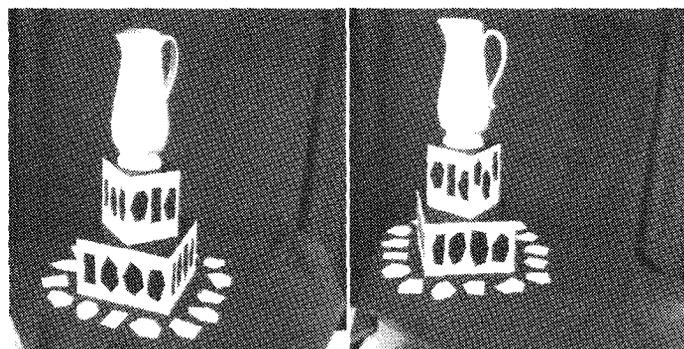


Figure 21. – Différentes images extraites d'une séquence où l'objet à reconstruire est une carafe. Le mouvement est une rotation. Nous pouvons suivre les déplacements successifs de gauche à droite et de haut en bas.

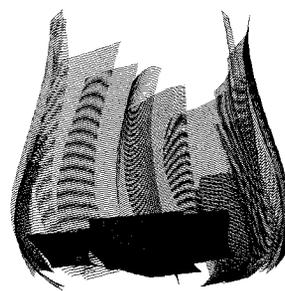


Figure 22. – Ensembles de surfaces B-splines reconstituant la surface de notre carafe.

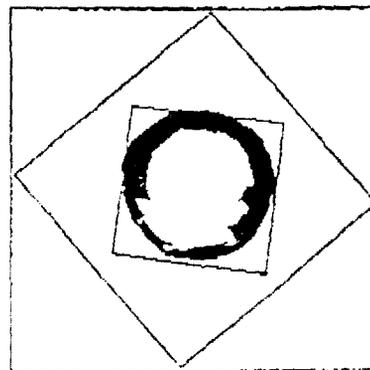


Figure 23. – Une vue de dessus de surfaces B-splines reconstituant la surface de notre carafe.

7. Conclusion

Dans cet article, nous avons développé une méthode de reconstruction des éléments surfaciques 3D à l'aide des surfaces B-splines à partir de l'observation de contours occultants. Nous introduisons une régularisation sur la surface 3D au lieu de réaliser le lissage sur les contours occultants 2D comme cela a été fait dans les approches antérieures. Notre approche montre que les résultats de reconstruction des surfaces 3D sont satisfaisants. Les simulations montrent bien que les surfaces sont peu affectées par l'introduction de bruit dans les images synthétiques ainsi que dans les données de déplacement de la caméra. Les résultats obtenus sur les données réelles prouvent bien que notre méthode de reconstruction est robuste en présence du bruit dans les images. Notamment, l'algorithme itératif de Levenberg-Marquardt est bien adapté à ce problème. Il est très facile de trouver les valeurs initiales assurant la convergence par la méthode classique de triangulation de stéréovision. La convergence est généralement obtenue avec un nombre d'itération compris entre deux et dix. Notre objectif final est de fusionner un ensemble de surfaces B-splines reconstruites les unes avec les autres afin d'obtenir une surface complète de l'objet, et de procéder à des expérimentations en grandeur réelle. Cette étape est en cours.

Remerciements :

Nous remercions Françoise Veillon, Jean-Louis Roch, Radu Horaud, Marie-Odile Berger, Long Quan et Pascal Brand pour leur suggestions et leurs conseils. Ce travail a été soutenu par le projet GDR-PRC "Communication Homme-Machiné" et le projet Esprit BRA Second.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] E. Arbogast, *Modélisation automatique d'objets non polyédriques par observation mononucléaire*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1991.
- [2] E. Arbogast and R. Mohr. 3D structures inference from images sequences. *International journal of Pattern Recognition and Artificial intelligence*, 5(5) : 749, 1991.
- [3] R.H. Bartels, J.C. Beatty and B.A. Barsky. *An introduction to splines for use in computer graphics and geometric modeling*. Morgan Kaufman Pu. Inc., 1987.
- [4] A. Blake and A. Zisserman. *Visual Reconstruction*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1987.
- [5] R.M. Bolle and B.C. Vemuri. On Three-Dimensional Surface Reconstruction Methodes. *IEEE Transactions on PAMI*, 13(1) : 1-13, January 1991.
- [6] R.C. Bolles, H.H. Baker and D.H. Marimont. Epipolar plane image analysis : an approach to determining structure from motion. *International Journal of Computer Vision*, 1 : 7-55, 1987.
- [7] B. Boufama, R. Mohr and F. Veillon. Euclidian constraints for uncalibrated reconstruction. In *Proceedings of the 4th International Conference on Computer Vision, Berlin, Germany*, pages 466-470, May 1993.
- [8] M. Brady, J. Ponce, A. Yuille and H. Asada. Describing Surfaces. In Hideo Hansufa and Hirochika Inoue, editors, *The second International Symposium of Robotic Research*, pages 5-16. The MIT Press, 1985.
- [9] M.P. Do Carmo. *Differential geometry of curves and surfaces*. Prentice Hall, 1976.
- [10] R. Cipolla. Active Visual Inference of Qualitative Geometry. Technical Report OUEL 1795/89, University of Oxford, Departement of engineering science, Park Road, Oxford OX 3PJ, U.K., July 1989.
- [11] R. Deriche. Using Canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. *International Journal of Computer Vision*, 1(2) : 167-187, 1987.
- [12] O.D. Faugeras, Q.T. Luong and S.J. Maybank. Camera Self-Calibration : Theory and Experiments. In G. Sandini, editor, *Proceedings of the 2nd European Conference on Computer Vision, Santa Margherita Ligure, Italy*, pages 321-334. Springer-Verlag, May 1992.
- [13] O.D. Faugeras and S. Maybank. Motion from point matches : multiplicity of solutions. In *IEEE workshop on Computer Vision*, 1989.
- [14] O.D. Faugeras and G. Toscani. Camera calibration for 3D computer vision. In *Proceedings of International Workshop on Machine Vision and Machine intelligence, Tokyo, Japan*, 1987.
- [15] P. Gliblin and R. Weiss. Reconstruction of surfaces from profiles. In *Proceedings of the 1st International Conference on Computer Vision, London, England*, pages 136-144, London, England, 1987.
- [16] P. Gill, W. Murray and M.H. Wright. *Practical Optimization*. Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, 1989.
- [17] W.E.L. Grimson. A computational Theory of visual Surface Interpolation. Technical report, Artificial Intelligence Laboratory, MIT, Cambridge, Massachusetts, USA, 1982.
- [18] L. Gruiser, R. Payrissat and S. Castan. Perception 3D de surfaces d'objets par projection d'une grille. In *Actes du 8ème Congrès AFCET de Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle, Lyon - Villeurbanne, France*, volume 2, pages 771-789, November 1991.
- [19] J.J. Koenderink. What does the occluding contour tell us about solid shape? *Perception*, 13 :321-330, 1984.
- [20] J.J. Koenderink. *Solid Shape*. The MIP Press, Cambridge Massachusetts, 1990.
- [21] D.J. Kriegman and J. Ponce. On Recognizing and Positioning Curved 3-D Objects from Images Contours. *IEEE Transactions on PAMI*, 12(12) :1127-1137, December 1990.
- [22] K.N. Kutulakos and C.R. Dyer. Recovering shape by purposive viewpoint adjustment. Technical Report 1935, University of Wisconsin, Madison, USA, August 1991.
- [23] P.J. Laurent. Courbes ouvertes ou fermés par B-splines régularisées. Technical Report RR 652-M-, IMAG, Grenoble, France, March 1987.
- [24] H.S. Lim and T.O. Binford. Curved surface reconstruction using stereo correspondance. *Image Understanding Workshop*, pages 809-819, 1988.
- [25] S.J. Maybank and O.D. Faugeras. A theory of self calibration of a moving camera. *International Journal of Computer Vision*, 8(2) : 123-151, 1992.
- [26] R. Mohr, B. Boufama and P. Brand. Accurate projective reconstruction. In *Proceeding of the DARPA-ESPRIT workshop on Applications of Invariants in Computer Vision, Azores, Portugal*, pages 203-227, October 1993.
- [27] R. Mohr, L. Quan, F. Veillon and B. Boufama. Relative 3D reconstruction using multiples uncalibrated images. Technical Report RT 84-I-IMAG LIFIA 12, LIFIA-IRIMAG, 1992.
- [28] A.P. Pentland. Surface interpolation using wavelets. In G. Sandini, editor, *Proceedings of the 2nd European Conference on Computer Vision, Santa Margherita ligure, Italy*, pages 615-619. Springer-Verlag, May 1992.
- [29] T. Poggio, V. Torre and C. Koch. Computational vision and regularization theory. *Nature*, 237 :314-319, September 1985.

[30] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky and W.T. Vetterling W.T. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1988.

[31] P.T. Sander and S.W. Zucker. Inferring surface trace and differential structure from 3D images. *IEEE Transactions on PAMI*, 12(9) : 833-854, September 1990.

[32] W.B. Seales and C.R. Dyer. Viewpoint from occluding contour. *Computer Vision, Graphics and Image Processing : Image Understanding*, 55(2) :198-211, March 1992.

[33] B.Q. Su and D.Y. Liu. *Computational Geometry - Curve and surface Modeling*. Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, 1989.

[34] R. Szaliski and D. Tonnesen. Surface Modeling with Oriented Particle Systems. Technical Report CRL 91/14, Digital Equipment Corporation, Cambridge Research Lab, December 1991.

[35] G. Taubin, F. Cukierman, S. Sullivan, J. Ponce and D. Kriegman. Parameterized Families of Polynomiales for Bounded Algebraic Curve and Surface Fitting. Technical Report RC-18065, IBM, June 1992.

[36] D. Terzopoulos. Regularization of Inverse Visual Problems Involving Discontinuities. *IEEE Transactions on PAMI*, 8(4) :413-424, July 1986.

[37] D. Terzopoulos. The computation of visible-surface representations. *IEEE Transactions on PAMI*, 10(4) : 417-438, July 1988.

[38] R.Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 3(4) :323-344, 1987.

[39] R. Vaillant. *Géométrie différentielle et vision par ordinateur : détection et reconstruction des contours d'occultation de surfaces*. PhD thesis, Université de Paris-Sud, Orsay, France, December 1990.

[40] C.W. Wampler, A.P. Morgan and A.J. Sommese. Numerical continuation methods for solving polynomial systems arising in kinematics. Technical Report GMR-6372, General motors Research Labs, August 1988.

[41] C.S. Zhao and R. Mohr. B-spline patches for surface reconstruction in computer vision. In P.J. Laurent, A. Le Méhauté and L.L. Schumaker, editors, *Wavelets, images and surface Fitting*, pages 521-528, Academic Press, Boston, USA, 1994.

[42] C.S. Zhao and R. Mohr. Relative 3D regularized B-spline surface reconstruction through image sequences. In J.O. Eklundh, editor, *Proceedings of the 3rd European Conference on Computer Vision*, Stockholm, Sweden, pages 417-426. Springer-Verlag, May 1994.

[43] C.S. Zhao, R. Mohr and L. Quan. Global surface reconstruction through regularized B-Spline patches. In *Geometric Methods in Computer Vision II, SPIE's 1993 International Symposium on Optical Instrumentation and Applied Science*, pages 134-145, July 1993.

LES AUTEURS

Changsheng ZHAO



Changsheng Zhao, titulaire d'un DEA en mathématiques et informatique (1990) et d'un doctorat de l'Institut Polytechnique de Grenoble (1993), il est actuellement en post-doctorat à l'Université de Michigan aux Etats-Unis. Ses travaux de recherches concernent la reconstruction de surface tridimensionnelle à partir de l'image synthétique, d'intensité et de distance en vision par ordinateur, traitement d'image médicale, et mathématiques appliquées.

Roger MOHR



Roger Mohr est professeur d'informatique à l'Ensimag (INPG) depuis 1988. Chercheur au LIFIA et à l'INRIA Rhône-Alpes, son domaine d'intérêt est la vision tridimensionnelle est par ordinateur, et plus particulièrement l'usage des outils géométriques dans ce domaine.

Boubakeur Seddik BOUFAMA



Boubakeur Seddik Boufama, titulaire d'un DEA en informatique (1990) et d'un doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (1994), il est actuellement Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche à l'Ensimag (INPG). Ses thèmes de recherches concernent la reconstruction tridimensionnelle en vision par ordinateur, l'application de la géométrie en vision par ordinateur et le calcul du mouvement d'une caméra mobile.

Article reçu le 9 Février 1994, version révisée le 12 mars 1994.