# Reconstruction et régularisation de surfaces d'objets courbes

# Smooth Surface Reconstruction and Regularisation

#### par Edmond BOYER

CRIN – CNRS & INRIA Lorraine Campus scientifique, BP 239 54506 Vandœuvre les Nancy Cedex, France E-mail : boyere@loria.fr

#### résumé et mots clés

Dans cet article, nous abordons le problème de la reconstruction de surface d'objets courbes à partir de séquences d'images. Nous présentons une approche basée sur une méthode de reconstruction locale. De précédents travaux ont montré qu'une reconstruction locale de la surface était possible à partir de ses contours occultants. Plusieurs algorithmes permettent une telle reconstruction et nous présentons notre approche. Les points ainsi reconstruits servent ensuite à construire un maillage triangulaire. Les maillages obtenus sont régularisés pour corriger les effets du bruit présent dans le processus de reconstruction. Des expérimentations réalisées sur des données réelles viennent illustrer l'ensemble de la méthode.

Reconstruction de surfaces, Contours occultants, Contours d'occultation, Régularisation de surfaces.

#### abstract and key words

In this paper, we address the problem of smooth surface reconstruction from image sequences obtained with known camera motion. An approach based on a local reconstruction method is presented. Previous works have shown that local shape estimation can be achieved using the occluding contours. Several algorithms allow such a reconstruction and we present our approach. Recovered rim points are then used to compute a triangular mesh. Resulting meshes are regularised in order to correct noise perturbations which affect the reconstruction. Experimentations on real data are shown to illustrate the whole process.

Surface reconstruction, Occluding contours, Rims, Surface regularisation.

# 1. introduction

La reconstruction tridimensionnelle d'objets constitue une étape fondamentale de la plupart des processus de vision dont notamment : la navigation, la surveillance et la modélisation. La méthode couramment employée pour effectuer cette tâche consiste à utiliser plusieurs images pour calculer, par triangulation, la profondeur des contours de l'objet. Cette technique de reconstruction ne peut pas, par contre, s'appliquer aux objets courbes pour lesquels les contours observés ne sont pas stables d'une image à une autre. En effet la silhouette d'un objet courbe, ou contour d'occultation, varie en fonction du point de vue.

Notre propos est de reconstruire et de régulariser la surface d'un objet courbe à partir de la projection de ses contours d'occultation dans une séquence d'images prises avec un mouvement de caméra connu. Ces contours projetés, ou contours occultants, correspondent à des contours d'occultation physiquements différents d'une image à une autre. En contrepartie, ils présentent des propriétés géométriques intéressantes, la principale étant que la ligne de vue en tous points d'un contour occultant est tangente à la surface. Ces propriétés permettent, lorsque le mouvement de la caméra est connu, d'estimer la position d'un point de la surface à partir de 3 images.

Plusieurs travaux traitent du problème de la reconstruction à partir des contours occultants. Koenderink [Koe 84] a relié la courbure du contour occultant à la courbure gaussienne de la surface; le signe de la courbure gaussienne est celui du contour occultant. Ainsi les convexités, concavités, et inflexions d'un contour occultant caractérisent respectivement des parties convexes, hyperboliques et paraboliques de la surface. Giblin et Weiss [Gig 87] ont prouvé que la reconstruction est possible pour des mouvements plans dans le cas d'une projection orthographique. Le cas d'une projection perspective a été traité par Cipolla [Cip 90] et Vaillant [Vai 92]. Ces deux approches permettent d'estimer la position d'un contour occultant à partir de 3 images mais reposent, en revanche, sur des hypothèses implicites de linéarité sur le mouvement de caméra ou de forme sur la surface. Szeliski et Weiss [Sze 93b] ont proposé d'améliorer la méthode du cercle osculateur en utilisant un filtre récursif de Kalman, le modèle local de surface reste par contre inchangé et suppose implicitement un mouvement de caméra linéaire. Dans de précédents travaux [Boy 95], nous avons proposé une méthode de reconstruction dont la seule hypothèse est de supposer la surface localement d'ordre deux. Sous cette hypothèse, les caractéristiques locales de la surface sont régies par des équations linéaires, fonctions de quantités mesurables dans les images.

Les approches citées permettent de reconstruire dans l'espace des points de la surface de l'objet observé. Cependant, une description globale est, par la suite, nécessaire pour représenter et manipuler la surface correspondante, notamment pour corriger les erreurs locales de reconstruction. La reconstruction point à point doit donc être suivie d'une étape d'interpolation ou d'approximation de l'ensemble de ces points par une surface. Seales [Sea 95] génère un maillage polygonal en approximant, à l'aide de courbes splines, des coupes planes de la surface reconstruite. Les données sont un ensemble de points de la surface, reconstruits par la méthode locale de Vaillant [Vai 92]. Cette approche régularise la surface résultante mais peut introduire un biais important en raison des approximations successives qui sont nécessaires. Zhao [Zha 94] propose de reconstruire globalement la surface, directement à partir des contours occultants, sans utiliser de reconstruction locale. La méthode consiste à calculer de manière itérative la surface B-spline qui correspond le mieux aux contours occultants. Cette approche permet de résoudre en une seule étape le problème de reconstruction et celui de régularisation. Elle nécessite, par contre, un paramétrage a priori de la surface de l'objet, ce qui est rarement possible, en particulier pour les points de la surface où la reconstruction est fortement instable [Boy 95].

Dans cet article, nous présentons une méthode de reconstruction et de régularisation de la surface d'un objet à partir de l'observation de ses contours d'occultation. Notre approche consiste, en premier lieu, à reconstruire localement les points des contours d'occultation, ce qui permet d'éliminer ceux pour lesquels le biais est très important. La surface de l'objet est ensuite décrite sous la forme de facettes polygonales, ce qui ne nécessite pas de connaissances *a priori* sur le paramétrage.

Dans le paragraphe suivant, nous précisons la géométrie de la caméra et des contours occultants, le paragraphe 3 décrit ensuite la méthode de reconstruction point à point que nous utilisons. Nous introduisons dans le paragraphe 4 le modèle de surface utilisé pour décrire l'objet et dans le paragraphe 5 le principe de la régularisation ainsi que des résultats sur des séquences d'images réelles.

## géométrie de l'observation

Nous introduisons, dans ce paragraphe, les notions utilisées pour la reconstruction.

Soit S la surface courbe et régulière<sup>1</sup> de l'objet observé, et P un point de celle-ci. La transformation optique effectuée par la caméra est modélisée par une transformation perspective (modèle à sténopé). Le vecteur position de P s'écrit donc :

$$r = C + \lambda T, \tag{1}$$

où C est le centre de projection, T le vecteur directeur de la ligne de vue et  $\lambda$  la profondeur du point P. Pour une position donnée de la caméra, il existe un ensemble de points sur la surface S pour lesquels la normale N est perpendiculaire à la ligne de vue. Cet ensemble de points forme le *contour d'occultation* (on parle aussi de silhouette) de la surface S et sa projection dans le plan image forme le *contour occultant* (figure 1). Une propriété remarquable concernant ces contours est que la normale N à la surface est déterminable à partir du contour occultant. En effet, soit tg la tangente au contour occultant, alors :

$$N = \frac{T \wedge tg}{|T \wedge tg|} \tag{2}$$



Figure 1. - Contour d'occultation et contour occultant.

Lorsque la caméra se déplace autour de S, le contour occultant décrit une surface de  $\mathbb{R}^3$  qui est appelée *surface spatio-temporelle* [Fau 93, Gib 94].

La reconstruction nécessite la manipulation de plusieurs contours occultants et donc la mise en correspondance des points d'un

<sup>1.</sup> Nous supposons que S est au moins  $C^2$  et n'est pas localement plane.

contour à un autre. Un moyen naturel consiste à utiliser une relation de correspondance qui est définie par un paramétrage de la surface spatio-temporelle, le problème étant alors le choix du paramétrage.

Si l'on suppose que la position de la caméra est une fonction du temps t, la surface spatio-temporelle peut alors être paramétrée par (s, t), où le paramètre s représente la position sur le contour occultant. Cependant, (s, t) ne définit pas une paramétrisation unique [Cip 90]. En effet, les courbes à t constant sont les contours occultants mais les courbes à s constant n'ont pas de signification physique. La paramétrisation la plus utilisée pour la surface spatio-temporelle est la paramétrisation épipolaire. La relation de correspondance entre contours occultants qui en découle, est la correspondance épipolaire. Cette relation de correspondance contraint le problème de la reconstruction qui devient une estimation linéaire.

## 2.1. correspondance épipolaire

La paramétrisation épipolaire provient de la géométrie épipolaire en stéréo-vision. La relation de correspondance qui en découle, lie la position d'un point d'un contour occultant à la position d'un point d'un contour occultant voisin (voir figure 2).



Figure 2. – Deux correspondants épipolaires  $p_1$  et  $p_2$ .

Dans le cas général, deux correspondants épipolaires  $p_1$  et  $p_2$  sont les projections de deux différents points  $P_1$  et  $P_2$  de S. Cependant, il existe un cas particulier où cette propriété n'est pas vérifiée : lorsque le mouvement de la caméra est dans le plan tangent à S en  $P_1$  ou  $P_2$ . Dans ce cas, les points images  $p_1$  et  $p_2$  sont les projections d'un seul et même point P ( $P = P_1 = P_2$ ). Ces points particuliers sont appelés *points multiples* de la séquence d'image observée. On peut montrer [Boy 96] qu'au voisinage de tels points, la correspondance épipolaire est ambiguë et que la reconstruction est extrêmement sensible au bruit.

# 3. reconstruction d'un point

Notre approche pour reconstruire la surface d'un objet consiste, en premier lieu, à effectuer des reconstructions discrètes des contours d'occultation de la séquence considérée. Nous synthétisons ici les principaux points de la méthode que nous avons proposée dans ce cadre.

La reconstruction d'un point P d'un contour d'occultation nécessite trois contours occultants : la projection du contour où se trouve le point à reconstruire et les projections des deux contours voisins de la séquence. La correspondance épipolaire définit sur les contours voisins les correspondants de l'image p de  $P: p_1$  et  $p_2$ . La donnée de ces trois points images ainsi que celle du mouvement de la caméra permet le calcul d'une approximation à l'ordre deux de la surface au point P. Cette approximation débouche sur une estimation linéaire de la profondeur  $\lambda$  et de la courbure normale  $k_t$  de S dans le sens de la ligne de vue au point P. La différence avec la méthode du cercle osculateur [Cip 90, Vai 92, Sze 93, Jos 95] réside dans le fait qu'aucun biais n'est introduit dans cette approche. La méthode du cercle osculateur définit en effet un plan de référence dans lequel sont projetées les directions des lignes de vues des points impliqués dans la reconstruction. Ces projections introduisent alors un biais qui est fonction du plan de référence choisi et du mouvement de la caméra.

Notre approche repose sur le choix d'une paramétrisation locale de la surface (x, y, z) au point P suivant les directions  $T, r_s/|r_s|$  et N, où T est la direction de la ligne de vue,  $r_s$  est la tangente au contour d'occultation et N la normale à la surface. Dans ce repère, une approximation à l'ordre deux de S au point P, la quadrique osculatrice Q, s'écrit :

$$Q = \{(x, y, z), z = \frac{1}{2}(k_t x^2 + k_s y^2)\},$$
 (3)

où  $k_t$  est la courbure normale dans la direction de la ligne de vue et  $k_s$  la courbure normale dans la direction de la tangente  $r_s$ .

**Remarque :** les directions T et  $r_s$  ne sont pas, en général, orthogonales. Elles sont, par contre, conjuguées [Koe 84] et de ce fait, le terme croisé disparaît dans l'expression (3).

Les deux correspondants épipolaires  $p_1$  et  $p_2$  de p définissent deux plans épipolaires (qui sont confondus dans le cas d'un mouvement de caméra linéaire). On peut montrer [Boy 95] que l'intersection d'un plan épipolaire  $\mathcal{E}$  avec la quadrique osculatrice est, à l'ordre deux, une parabole d'équation :

$$z_{\mathcal{E}} = g(x) = \frac{1}{2} \frac{k_t}{\cos \beta_{\mathcal{E}}} x^2, \tag{4}$$

où l'axe  $z_{\mathcal{E}}$  est tel que  $(x, z_{\mathcal{E}})$  forment une base orthonormale directe du plan épipolaire  $\mathcal{E}$  et  $\beta_{\mathcal{E}}$  est l'angle entre la normale N

à la surface en P, et sa projection  $N_{\mathcal{E}}$  dans le plan épipolaire :  $\cos \beta_{\mathcal{E}} = N.N_{\mathcal{E}}.$ 

Si l'on se place dans le plan épipolaire  $\mathcal{E}_2$  qui contient les points  $P, P_2, p$  et  $p_2$  et les lignes de vue de direction T et  $T_2$ , qui sont toutes deux tangentes à la parabole précédemment définie, on peut alors écrire la profondeur  $\lambda$  au point P sous la forme (voir figure 3) :

$$\lambda = d_2 - \frac{1}{2}x_{p2},\tag{5}$$



Figure 3. – Le plan épipolaire  $\mathcal{E}_2$ .

où  $d_2$  est l'intersection des lignes de vue de direction T et  $T_2$ , et  $x_{p_2}$  est l'abscisse du point  $P_2$  qui s'écrit [Boy 95] :

$$x_{p_2} = \frac{\cos \beta_{\mathcal{E}_2}}{k_t} \, \frac{-T_2 . N_{\mathcal{E}_2}}{\sqrt{1 - (T_2 . N_{\mathcal{E}_2})^2}}.$$
 (6)

L'équation précédente traduit l'appartenance du point  $P_2$  à la parabole intersection de  $\mathcal{E}_2$  et  $\mathcal{Q}$ , et la tangence de  $T_2$  à cette parabole.

L'équation (5) s'écrit pour le plan épipolaire  $\mathcal{E}_2$  qui contient les points  $P, P_2, p$  et  $p_2$ . On peut, de manière similaire, écrire l'équation correspondante pour le plan épipolaire  $\mathcal{E}_1$  qui contient les points  $P, P_1, p$  et  $p_1$  et les directions T et  $T_1$ .

$$\lambda = d_1 - \frac{1}{2} x_{p_1}, \tag{7}$$

Les valeurs  $T, N, N_{\mathcal{E}}$  et  $\beta_{\mathcal{E}}$  étant calculables à partir des données images et du mouvement de la caméra, on obtient donc le système de deux équations à deux inconnues  $(k_t, \lambda)$ :

$$\begin{cases} \lambda = d_1 - \frac{1}{2} x_{p_1}, \\ \lambda = d_2 - \frac{1}{2} x_{p_2}, \end{cases}$$
(8)

qui est linéaire en  $(\frac{1}{k_t}, \lambda)$ . Ce système admet toujours une solution unique pour la profondeur  $\lambda$  à l'exception des cas où :

- Le déplacement de la caméra se fait dans la direction T de la ligne de vue en P. Le système d'équations n'est alors pas défini au point P.

 $-d_1 = d_2$  et  $x_1 = x_2$ , le système admet une infinité de solutions. Ce cas ne peut se présenter que pour un mouvement non-linéaire de la caméra et correspond à un point isolé du contour. Une solution unique peut néanmoins être obtenue en faisant intervenir le fait que  $p_1$  et  $p_2$  vérifient la contrainte épipolaire dans ce cas particulier.

En revanche, les solutions issues du système d'équations (8) présentent une forte sensibilité au bruit au voisinage de points multiples (où le plan épipolaire est tangent à la surface). Ceci car la mise en correspondance épipolaire est elle-même très sensible dans ces régions.

## 3.1. résultats expérimentaux

Nous avons appliqué la méthode de reconstruction décrite sur plusieurs séquences d'images, synthétiques et réelles. Nous présentons tout d'abord des résultats quantitatifs concernant la reconstruction d'une sphère synthétique. Nous supposons qu'une sphère de rayon R = 200 mm est observée par une caméra en rotation plane autour de son centre à une distance de 1300 mm. Les contours d'occultation sont dans ce cas des cercles et la courbure normale  $k_t$  dans la direction de la ligne de vue est égale à l'inverse du rayon de la sphère. Pour simuler une situation réelle, nous avons fixé les paramètres intrinsèques de la caméra comme étant ceux d'une caméra Sony ICX. Les coordonnées images des points des contours occultants ont été bruitées avec un bruit blanc gaussien d'écart type 0.5 pixel. Le tableau 1 montre les erreurs moyennes  $\bar{m}$  sur la profondeur, le rayon  $R = 1/k_t$  et la distance à la sphère, ainsi que les écarts types  $\sigma$  correspondants, ceci pour différentes valeurs de la rotation plane effectuée entre deux positions successives de la caméra. Ces erreurs concernent un échantillon de 90 points repartis uniformément sur un contour d'occultation de la sphère.

Ce tableau met en évidence plusieurs faits :

- L'erreur relative sur la profondeur est très faible. De même, la distance du point reconstruit à la surface est aussi très faible. Cela montre que la précision qui peut être espérée pour la position du point reconstruit est importante.
- La courbure déterminée est beaucoup plus sensible au bruit que la profondeur. La courbure est en effet une propriété du deuxième ordre de la surface, alors que la profondeur dépend de propriétés du premier ordre.
- 3. Les erreurs moyennes augmentent lorsque l'angle de rotation entre deux positions de la caméra diminue. Cette sensibilité accrue au bruit pour les petits déplacements de caméra est due à une limitation naturelle de la reconstruction à partir d'images. En effet, une grande partie des algorithmes de reconstruction (dont ceux de stéréo-vision) sont basés sur la détermination d'intersections de lignes de vue. Or, ces intersections sont extrêmement sensibles au bruit lorsque lesdirections des lignes de vue sont proches. Une reconstruction

	errei (.	ur sur $\lambda$ mm)	erreur s	$ur \ 1/k_t = R$ (mm)	dist sph	ance à la ère (mm)
rotation de la caméra entre deux positions	m	σ	m	σ	Ē	σ
2°	10.126	18.346	4991.58	15321.7	0.353	0.548
5°	3.958	6.910	841.604	2466.46	0.222	0.178
$10^{\circ}$	1.761	3.243	187.885	557.729	0.212	0.171
20°	1.089	2.367	54.20	179.933	0.211	0.170

Tableau 1. – Les erreurs de reconstruction.  $\lambda = 1284.523$  mm, R = 200 mm.





Figure 5. - Les contours d'occultation reconstruits.

robuste basée sur ce principe ne peut donc pas être envisagée pour des déplacements très faibles de la caméra, à moins d'effectuer un lissage important des données.

Les résultats suivant illustrent l'application de la méthode de reconstruction locale sur une séquence d'images réelles d'une théière. Les contours occultants sont suivis dans la séquence à l'aide d'une méthode à base de contours actifs [Ber 94, Kas 88]. Les images de la séquence sont calibrées à l'aide de la mire présente en arrière plan de la théière. Les points de références (points blancs) présents sur cette mire permettent de déterminer la position de la caméra ainsi que ses caractéristiques pour chaque image.

## 





Le résultat obtenu par la reconstruction précédente est un ensemble de points 3D organisés en contours successifs. La représentation sous la forme de surface de cet ensemble de points, nécessite une description paramétrique. La construction d'une fonction



d'approximation ou de modélisation de la surface de l'objet s'appuie sur cette description. Celle-ci peut être soit directement un paramétrage de la surface soit, en premier lieu, une triangulation.

Dans le premier cas, il faut définir pour chaque point un couple de paramètres (u, v). L'approximation S(u, v) de la surface de l'objet peut être calculée à l'aide, par exemple, de fonctions splines [dB78]. La difficulté d'une telle approche réside dans la définition du paramétrage (u, v) des points reconstruits. Ceci peut s'avérer être une tâche très ardue sans connaissances *a priori* sur la surface traitée.

Une deuxième approche consiste à déterminer une triangulation des points reconstruits. La surface de l'objet peut alors être approximée soit sous la forme de facettes polygonales, soit, pour une représentation continue, sous la forme de facettes triangulaires de Bezier [Lou 92]. L'intérêt majeur de cette approche est de ne pas nécessiter de paramétrage de la surface reconstruite mais seulement une description en terme de voisinage, ce qui est plus simple à mettre en œuvre.

## 4.1. choix d'une triangulation

Il existe, en général, plusieurs triangulations possibles d'un ensemble de points [Sch 93]. Les algorithmes utilisés sont souvent fonction de l'application visée. Une triangulation *optimale* dans le cas 2D est la triangulation de Delaunay (voir [Pre 85]), la généralisation au cas 3D débouche sur la tétraédrisation de l'ensemble de points et donc sur un volume. Dans le cas qui nous concerne, il s'agit de trianguler un ensemble de points 3D appartenant à des contours successifs. Ces contours peuvent être en nombre restreint et ne décrire que partiellement l'objet, une représentation sous la forme de tétraèdres qui caractérise un volume compact n'est donc pas adaptée. De plus, les points 3D sont organisés sous la forme de contours, la triangulation résultante doit conserver cette information notamment pour pouvoir régulariser la surface reconstruite (cf. paragraphe suivant), c'est à dire corriger la position des points.

Ces considérations nous ont amené à utiliser un algorithme de triangulation propre à la reconstruction à partir de contours. Une première règle en est le respect de l'adjacence des contours successifs :

 Deux points 3D qui n'appartiennent pas au même contour d'occultation, peuvent être reliés si, et seulement s'ils appartiennent à deux contours adjacents.

Le problème de la triangulation de l'ensemble des points 3D se résume donc à la triangulation de chaque paire successive de contours d'occultation. Ceci conduit à la condition suivante pour une facette triangulaire :

• Une facette est définie par deux points sur un contour d'occultation et un point sur le contour d'occultation suivant ou précédent.

Cette condition n'est pas suffisante pour définir une triangulation unique entre deux contours et un critère additionnel doit être introduit. Ce critère peut être basé sur la somme des surfaces des facettes, la somme des longueurs des jonctions ou la somme des angles. La triangulation de deux contours d'occultation successifs revient alors à trouver le chemin de coût minimum dans un graphe orienté; graphe dans lequel les sommets correspondent à toutes les connexions possibles entre les points des deux contours [Fuc 77]. Nous avons expérimenté les différents critères sur des données réelles. Les résultats sont sensiblement équivalents dans tous les cas. Dans la suite de cet article, nous avons choisi de minimiser la somme des surfaces des facettes. La surface résultat minimise donc la surface totale des facettes. La figure 6 montre les résultats de la triangulation sur la séquence d'images de la théière. Le nombre de points par contour d'occultation est ici d'environ 80. Ce nombre est lié au pas d'échantillonnage des contours occultants dans les images et constitue donc un paramètre modifiable de la reconstruction.

# 5. régularisation

La reconstruction 3D est un processus fragile dans lequel s'introduisent différentes perturbations. Les causes sont multiples et font intervenir dans notre cas :

- Le bruit présent dans le processus d'acquisition d'images (éclairage, objectif, numérisation ...).
- L'erreur de modèle dans la calibration de la caméra.
- Les erreurs de suivi de contours.
- La proximité d'un point multiple.
- Les faibles déplacements de la caméra entre deux positions successives.

En dehors du voisinage des points multiples (cf. paragraphe 3), il est difficile de détecter et d'éliminer les points fortement sujets à ces perturbations. Les contours reconstruits peuvent, en conséquence, se chevaucher (voir figure 7) et la surface résultante se *plier*. Un rendu réaliste de la surface permet de mettre en évidence les défauts résultants.

Pour corriger ces défauts, les positions P(x, y, z) des points 3D reconstruits sont optimisées par minimisation d'une fonctionnelle E. Celle-ci est composée d'une énergie de rappel  $E_{rap}$ , qui prend en compte l'adéquation aux données, et d'une énergie de régularisation  $E_{reg}$ , qui prend en compte la régularité de la surface reconstruite.

$$E = E_{rap} + \alpha \ E_{reg}.$$

## 5.1. énergie de rappel

Cette énergie a pour but de contraindre l'évolution des points de la surface de manière à rester conforme aux données. Dans le contexte d'une reconstruction à partir de contours occultants, les



Figure 6. - Triangulation des points reconstruits de la théière : (a-b) vues de cotés, (c) vue de dessus, (d) vue de dessous.





données sont les positions  $\{p_{i,j}\}$  des points dans les différents plans images où *i* représente le plan image et *j* la position sur le contour occultant. La conformité avec les données se caractérise donc, pour chaque point, par la distance, dans le plan image, entre le point  $p_{i,j}$  d'origine et la projection du point 3D  $P_{i,j}$ correspondant de la surface.

Soient  $\{M_i\}$  les matrices de projections perspectives. La projection du point  $P_{i,j}$  dans le plan image *i* s'écrit :

$$P_{i,j}^{proj} = M_i \cdot P_{i,j}.$$

L'énergie de rappel caractérise la distance entre les points projetés  $P_{i,j}^{proj}$  et les point 2D donnés  $p_{i,j}$ , soit :

$$E_{rap}(\{(x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j})\}) = \sum_{i,j} |M_i \cdot (x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j})^t - p_{i,j}|^2.$$

L'intérêt de cette formulation est de privilégier, lors de l'optimisation, les déplacements d'un point 3D le long de la ligne de vue correspondant au point image donné. En effet, le critère précédent ne pénalise que les distances orthogonales entre les points de la surface et les lignes de vue correspondantes. Les mouvements des points de la surface durant la phase de régularisation ne sont donc pas limités à un voisinage proche de chaque point, mais à un voisinage proche de chaque ligne de vue.

### 5.2. énergie de régularisation

La régularisation consiste à restreindre la classe des solutions d'un problème par l'introduction d'un *a priori* sur la nature des solutions. Cet *a priori* se traduit sous la forme d'un terme régularisant qui est fonction de l'application. Classiquement, le

terme régularisant utilisé pour une surface est [Pog 85, Ter 86] :

$$E_{reg} = \iint_{S} X_{uu}^2 + 2X_{uv}^2 + X_{vv}^2$$

où X(u,v) est la position d'un point P de la surface et  $X_u = \frac{\partial X(u,v)}{\partial X(u,v)}$ 

 $\overline{\partial u}$ . La détermination de cette énergie nécessite le calcul des dérivées ou des courbures de la surface en chacun des points. On peut, pour cela, approximer de manière discrète les dérivées (différences finies) [Wel 94] ou introduire des courbures discrètes [Mor 92], néanmoins les critères qui en découlent ne permettent pas de corriger un *plis* de la surface. Un angle plat n'est pas, en effet, pénalisé par une courbure discrète infinie, à la différence des courbures continues. De plus, la complexité des calculs à mettre parfois en œuvre rendent les fonctionnelles difficiles à minimiser.

Dans le cas présent, nous avons utilisé un terme régularisant faisant intervenir la surface des facettes. Ce critère se justifie pour les raisons suivantes :

- Notre but est de corriger les défauts de reconstruction avant d'imposer, à l'aide d'un terme de degré plus élevé, que la classe de la surface solution soit C<sup>n</sup> avec n ≥ 1.
- Ce critère est simple à mettre en œuvre, les dérivées sont, notamment, facilement déterminables.
- Les erreurs de reconstruction peuvent être importantes, comme dans le cas, par exemple, des plis de la surface. Le critère doit être assez fort pour permettre la correction de ce type d'erreur (déplier).
- L'énergie de rappel définie en tout point de la surface contraint de manière naturelle la régularisation et préserve la cohérence de la surface résultat avec les données.

La fonctionnelle finale s'écrit donc :

$$E = E_{rap} + \alpha \ E_{reg},$$

$$E(\{P_{i,j}\}) = \sum_{i,j} |M_i \cdot P_{i,j} - p_{i,j}|^2 + \alpha \sum_k S(T_k)^2, \quad (9)$$

où  $T_k$  représente la  $k^{\text{ième}}$  facette de la triangulation et  $S(T_k)$  sa surface. Seules les positions des points qui n'appartiennent pas au bord de la surface sont optimisées. Le coefficient de régularisation  $\alpha$  contrôle le compromis entre la régularisation et l'adéquation aux données et doit donc être fixé en fonction de l'application.

#### 5.3. résultats expérimentaux

Nous avons utilisé une méthode de gradient conjugué [Pre 92] pour minimiser E. Le résultat sur la séquence de la théière est montré dans la figure 8. Le nombre de points reconstruits pour cette séquence est :  $N_{tot} = 2107$ .  $N_{opt} = 1823$  de ces points



Figure 8. – La surface reconstruite initiale (a) et la surface régularisée (b).

n'appartiennent pas au bord de la surface et leurs positions ont donc été optimisées. Le coefficient de régularisation a été fixé à :  $\alpha = \frac{N_{opt}}{E_{init}} \times 15$ , où  $E_{init}$  représente l'énergie initiale. Celle-ci correspond à l'énergie de régularisation à l'état initial puisque l'énergie de rappel est alors nulle. On remarquera dans la figure 8 que les chevauchements de contours présents sur la surface ont été corrigés par la régularisation. Le tableau 2 donne les distances entre les positions optimisées et les positions initiales des points de la surface. En particulier, les projections dans les images des points de la surface régularisée sont, en moyenne, à moins de 1 pixel des points de contours initiaux. Cela montre que la cohérence avec les données initiales, les contours occultants, est ici préservée. La figure 9-a montre ensuite un rendu réaliste de la surface régularisée où les perturbations précédemment observées ont disparu. Enfin, dans le but d'estimer la qualité du modèle construit, nous avons reprojeté celui-ci dans une image de la séquence initiale. La projection a été effectuée à l'aide des paramètres déterminés durant l'étape de calibration. Les figures 9-bc montrent l'image initiale et l'image incrustée avec le modèle reconstruit. Ces dernières figures mettent en évidence la cohérence entre la surface reconstruite et la surface observée.



(a)



(b)



Figure 9. – La théière : (a) un rendu réaliste, (b) une image de la séquence, (c) projection de la surface reconstruite dans cette image.

Tableau 2. – Distances aux positions initiales après optimisation : la distance entre la projection image d'un point de la surface régularisée et le point de contour initial (distance 2D), la distance entre un point de la surface régularisée et le point de la surface non-régularisée (distance 3D) et la distance entre un point de la surface régularisée et la ligne de vue initiale en ce point (distance à la ligne de vue).

	distances 2D	distances 3D	distances à la
1	(pixel)	( <i>mm</i> )	ligne de vue
			( <i>mm</i> )
$\bar{m}$	0.842	0.724	0.290
σ	0.631	0.595	0.163
max	6.80	4.16	0.872

L'ensemble de la méthode de reconstruction a été appliquée à d'autres séquences d'images réelles concernant divers objets : vase, cruche, etc.. Les modèles construits sont accessibles en différents formats (VRML, OOGL) sur le site WEB du CRIN à l'adresse http://www.loria.fr/~boyere. Nous présentons ici les résultats pour une calebasse. Pour cette séquence d'images, nous avons utilisé une table micro-métrique de rotation sur laquelle est posé l'objet à reconstruire. L'intérêt majeur de ce dispositif est de ne pas nécessiter la présence de points de référence dans la scène puisque le mouvement est connu avec précision. En particulier, il est alors possible d'effectuer une rotation complète autour de l'objet, ce qui n'est pas le cas avec la mire de calibration; la reconstruction partielle de la théière en étant une illustration. En revanche, le dispositif composé de la table micro-métrique et de la caméra doit être calibré au préalable pour déterminer les positions relatives de ces deux éléments ainsi que les paramètres intrinsèques de la caméra. Cette opération requiert une bonne précision (sub-pixel) en raison de la sensibilité du processus de reconstruction et peut être réalisée à l'aide de procédures standards de calibration de caméra [Fau 86, Tsa 87].

La figure 10-a montre une image de la séquence. Les figures 10cd et 10-ab montrent différentes vues du maillage résultant du processus de reconstruction. On remarquera que le haut de la calebasse n'est que partiellement reconstruit (figure 11-a), ceci en raison des difficultés de mise en correspondance épipolaire dans cette région de la surface.

# 6. conclusion

La reconstruction de surfaces à partir des contours occultants constitue une approche fiable et robuste qui offre des perspectives intéressantes, en particulier dans l'optique de la modélisation d'objets. Les algorithmes de reconstruction existants permettent une reconstruction locale, et nous avons montré [Boy 96] que le modèle local de la quadrique osculatrice était le plus précis et le plus robuste dans ce cadre. Le passage, par la suite, de l'ensemble des points reconstruits à une description surfacique, nécessite le

587



Figure 10. – (a) Une image de la séquence, (b) les contours extraits, (c-d) deux vues de la surface reconstruite.



Figure 11. - Surface reconstruite : (a) vue de dessus, (b) vue de dessous, (c) rendu réaliste, (d) reprojection dans l'image de la figure 10-a.

choix d'un modèle de surface. Lorsqu'aucune information *a priori* sur l'objet, ou la partie de l'objet à reconstruire, n'est disponible, il apparaît difficile d'utiliser un modèle paramétrique (splines ...). Par contre, la représentation sous la forme de facettes polygonales semble bien adaptée dans ce cas :

- Aucune information *a priori* (topologique, paramétrique) n'est nécessaire.
- Une reconstruction seulement partielle de la surface de l'objet peut être traitée.
- Les données obtenues (les points 3D) peuvent être régularisées.

Nous avons proposé dans cet article une méthode de régularisation des surfaces reconstruites. L'intérêt d'utiliser un terme régularisant de degré 1 en présence de plis de la surface a été démontré. Les résultats sur des données réelles fortement bruitées, mettent en évidence la fiabilité de notre approche.

L'ensemble de la méthode de reconstruction qui a été présentée ne concerne que des objets à topologie simple (dont la surface est  $C^2$  et non localement plane). Une perspective intéressante serait d'élargir le domaine d'application de la méthode à des objets plus complexes. Une autre perspective concerne la reconnaissance et la localisation de modèles construits par cette méthode.

#### **Remerciements**

Je tiens à remercier Pascal Brand pour son aide précieuse concernant la calibration et Marie-Odile Berger ainsi que Sylvain Petitjean pour leurs nombreuses suggestions.

#### **BIBLIOGRAPHIE**

- [Ber 94] M.O. Berger. How to Track Efficiently Piecewise Curved Contours with a View to Reconstructing 3D Objects. In *Proceedings of the 12th International Conference on Pattern Recognition, Jerusalem (Israel)*, volume 1, 1994, pp. 32–36.
- [Boy 95] E. Boyer and M.-O. Berger. 3D Surface Reconstruction Using Occluding Contours. In Proceedings of 6th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, Prague (Czech Republic), September 1995. Lecture Notes in Computer Science, volume 970, pp. 198–205.
- [Boy 96] E. Boyer. Reconstruction de surfaces d'objets courbes en vision par ordinateur. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1996.
- [Cip 90] R. Cipolla and A. Blake. The Dynamic Analysis of Apparent Contours. In Proceedings of 3rd International Conference on Computer Vision, Osaka (Japan), December 1990, pp. 616–623.
- [dB 78] C. de Boor. A Practical Guide to Splines. Springer-Verlag, 1978.

- [Fau 86] O.D. Faugeras and G. Toscani. The Calibration Problem for Stereo. In Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Miami, (USA), 1986, pp. 15–20.
- [Fau 93] O. Faugeras. Three-Dimensional Computer Vision : A Geometric Viewpoint. Artificial Intelligence. MIT Press, Cambridge, 1993.
- [Fuc 77] H. Fuchs, Z.M. Kedem, and S.P. Uselton. Optimal Surface Reconstruction from Planar Contours. *Communications of the ACM*, 20(10) : 1977, pp. 693–702.
- [Gib 87] P.J. Giblin and R. Weiss. Reconstruction of Surfaces from Profiles. In Proceedings of the First International Conference on Computer Vision, London, 1987, pp. 136–144.
- [Gib 94] P.J. Giblin and R.S. Weiss. Epipolar Fields on Surfaces. In Proceedings of Third European Conference on Computer Vision, Stockholm, (Sweden), volume I, pages 14–23, May 1994. Lecture Notes in Computer Science, volume 801.
- [Jos 95] T. Joshi, N. Ahuja, and J. Ponce. Structure and Motion Estimation from Dynamic Silhouettes under Perspective Projection. In Proceedings of 5th International Conference on Computer Vision, Boston (USA), June 1995, pp. 290–295.
- [Kas 88] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos. Snakes : Active Contour Models. International Journal of Computer Vision, 1: 1988, 321–331.
- [Koe 84] J.J. Koenderink. What Does the Occluding Contour Tell us About Solid Shape? Perception, 13 :1984, 321–330.
- [Lou 92] Michael Lounsbery, Stephen Mann, and Tony DeRose. Parametric Surface Interpolation. *IEEE Computer Graphics & Applications*, September 1992, pages 45–52.
- [Mor 92] H.P. Moreton and C.H. Séquin. Functional Optimization for Fair Surface Design. In ACM Computer Graphics (Proceedings Siggraph), Vol. 26(2), July 1992, pages 167–176.
- [Pog 85] T. Poggio, V. Torre, and C. Koch. Computational Vision and Regularization Theory. *Nature*, 317: 1985, 314–319.

- [Pre 85] F. Preparata and M.I. Shamos. Computational Geometry, an Introduction. Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [Pre 92] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, and W.T. Vetterling. Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Second Edition. Cambridge University Press, 1992.
- [Sch 93] L.L. Schumaker. Triangulations in CAGD. *IEEE Computer Graphics & Applications*, 13(1): January 1993, pp. 47–52.
- [Sea 95] W.B. Seales and O.D. Faugeras. Building Three-Dimensional Object Models From Image Sequences. Computer Vision and Image Understanding, 61(3): 1995, pp. 308–324.
- [Sze 93] R. Szeliski and R. Weiss. Robust Shape Recovery from Occluding Contours Using a Linear Smoother. In Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, New York (USA), 1993, pp. 666–667.
- [Ter 86] D. Terzopoulos. Regularization of Inverse Visual Problems Involving Discontinuities. *IEEE Transactions on PAMI*, 8: 1986, pp. 413–424.
- [Tsa 87] R.Y. Tsai. A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Off-the-Shelf TV Cameras and Lenses. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, RA-3(4): 1987, pp. 23–344.
- [Vai 92] R. Vaillant and O. Faugeras. Using Extremal Boundaries for 3-D Object Modeling. *IEEE Transactions on PAMI*, 14(2) : February 1992, pp. 157– 173.
- [Wel 94] W. Welch and A. Witkin. Free-Form Shape Design Using Triangulated Surfaces. In ACM Computer Graphics (Proceedings Siggraph), pages July 1994, pp.247–256.
- [Zha 94] C. Zhao and R. Mohr. Relative 3D Regularized B-Spline Surface Reconstruction Through Image Sequences. In Proceedings of Third European Conference on Computer Vision, Stockholm, (Sweden), volume 2, pages 417–426, May 1994. Lecture Notes in Computer Science, volume 801.

Manuscrit reçu le 17 juillet 1996.

#### L' AUTEUR

#### Edmond BOYER



Edmond Boyer travaille actuellement au sein de l'équipe ISA du CRIN-CNRS & INRIA Lorraine. Ancien élève de l'École Nationale Supérieure d'Électronique et de Radio-électricité de Bordeaux, il a obtenu le titre de Docteur de L'institut National Polytechnique de Lorraine en 1996. Il s'intéresse aux problèmes de reconstruction en vision par ordinateur, au calibrage de caméra et à la réalité augmentée.