

Modélisation et suivi par modèle d'état harmonique du mouvement ventriculaire gauche du cœur en Imagerie par Résonance Magnétique

Modeling and tracking of the cardiac left ventricular motion by a linear harmonic model in MRI sequence

par M. OUMSIS ^{1,2}, A. D. SDIGUI ¹, B. NEYRAN ², I. E. MAGNIN ²

¹ Laboratoire d'informatique, Equipe des Interfaces Homme-Machine
ENSIAS, Université Mohammed V Souissi Rabat Maroc

² CREATIS, UMR CNRS 5515, affilié à l'INSERM, Lyon, France
INSA 502/69621 Villeurbanne Cedex (France)

résumé et mots clés

Dans cet article, nous proposons une nouvelle méthode de modélisation du mouvement ventriculaire gauche du cœur à partir d'une séquence d'images acquises en imagerie par résonance magnétique (IRM). Nous proposons de modéliser la trajectoire spatio-temporelle des points appartenant au contour endocardique (respectivement épicaudique) du ventricule gauche (VG) à l'aide d'un modèle de mouvement harmonique, linéaire, capable de décrire la dynamique du VG sur l'ensemble du cycle cardiaque. Ce modèle s'appuie sur l'hypothèse de quasi-périodicité du rythme cardiaque. Il utilise un filtre de Kalman comme outil d'estimation.

Après une analyse commentée des travaux récents dans le domaine, nous détaillons les différentes étapes de la méthode. L'obtention des trajectoires spatio-temporelles des points de contours est décrite. Nous présentons le vecteur d'état canonique retenu et les équations d'état correspondantes, suivies de l'estimation des paramètres du mouvement par filtrage de Kalman. Nous proposons deux méthodes de calcul du modèle d'état harmonique, l'une directe qui fournit une solution pour un ordre fixé du modèle harmonique, l'autre récursive qui permet le passage progressif d'un ordre n à l'ordre $n + 1$ du modèle. Ce modèle est validé sur des données simulées par comparaison directe avec l'approche classique utilisant la décomposition de Fourier. On montre qu'il est nettement plus robuste en présence du bruit sur les trajectoires étudiées. Les résultats obtenus sur des séquences d'images cardiaques réelles sont particulièrement intéressants car ils permettent déjà d'identifier sans ambiguïté les cas normaux des cas pathologiques.

Modélisation, suivi du mouvement, ventricule gauche, modèle harmonique, filtre de Kalman

abstract and key words

In this article, we propose a new method for modeling the left ventricular motion of the heart from a magnetic resonance imaging (MRI) sequence. We propose to model the space-time trajectory of the points of the endocardial (respectively epicardial) contour of the left ventricle (LV) using a harmonic model of movement, which is linear and can describe the dynamics of the left

ventricle throughout the cardiac cycle. This new model is based on the assumption of quasi-periodicity of the cardiac cycle and uses a Kalman filter as estimation tool.

We first refer to the main works in the field, then describing our method. We give the way to get the space-time trajectories of the contour points of the LV. We present the model with the selected state equations and the Kalman filter based motion estimate. We propose two methods of calculation. The direct one provides a solution for a fixed rank of the harmonic model. The recursive one allows progressively go from rank n to rank $n + 1$ without prior choice. The model is validated on simulated data by direct comparison with the traditional Fourier decomposition approach. It is shown that it fits well the studied trajectories. The results obtained on real cardiac sequences are particularly interesting because they demonstrate the capability of our method to discriminate unambiguously normal cases from pathological cases.

Modeling, tracking of the movement, left ventricle, harmonic model, Kalman filter

1. introduction

Une majorité des troubles de la fonction cardiaque a pour conséquence une perturbation du mouvement qui peut se traduire par des anomalies locales de la contraction pariétale. Le suivi et l'analyse de l'évolution spatio-temporelle des paramètres du mouvement cardiaque constituent donc un excellent moyen de détection et d'identification de ces pathologies. Les différentes techniques d'imagerie telles que l'imagerie Ultrasonore, et plus récemment l'Imagerie par Résonance Magnétique IRM [1][3][14] jouent un rôle majeur dans cette évaluation. Elles permettent d'acquérir des séquences temporelles d'images 2D (voir 3D) du cœur durant tout le cycle cardiaque. L'analyse de ces séquences, en particulier l'étude de la paroi ventriculaire gauche qui constitue l'élément clé de la pompe cardiaque comprend généralement trois étapes : une étape de segmentation de la paroi dans les images successives de la séquence, étape difficile souvent réalisée en partie manuellement à cause de la qualité insuffisante des images, une étape de quantification des paramètres de la contraction ou du mouvement par mesure directe ou modélisation adaptée, et une étape d'analyse conduisant à déterminer le caractère sain ou pathologique de la fonction cardiaque étudiée.

Dans ce travail nous nous intéressons aux étapes deux et trois à savoir la modélisation du mouvement du ventricule gauche (VG) en vue de son analyse.

Plusieurs auteurs ont déjà proposé des modèles descripteurs de la fonction cardiaque. Nous proposons de les répertorier en trois classes. La *décomposition harmonique* en série de Fourier du mouvement cardiaque constitue la première classe. Elle a été largement utilisée dans plusieurs travaux [4][5][6][18][25][29]. Elle se base sur l'hypothèse de quasi-périodicité du rythme cardiaque dont un descripteur $s(t)$ peut être décomposé en série de Fourier de la manière suivante :

$$s(t) = \bar{s} + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \dots + A_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \quad (1)$$

Où $s(t)$ est un attribut extrait de la séquence d'images, qui peut être local comme les coordonnées d'un point de la paroi du VG, ou plus global comme le rayon ou les axes principaux du VG et \bar{s} sa valeur moyenne. Ce modèle de mouvement dit modèle harmonique se présente donc sous la forme d'une série harmonique à l'ordre n .

Les coefficients A_i et φ_i représentent respectivement les amplitudes et les phases des différents harmoniques du modèle. Elles sont estimées par transformée de Fourier à partir des mesures de l'attribut étudié, mesures généralement réparties uniformément à travers le cycle cardiaque.

Les paramètres A_i et φ_i permettent de reconstruire le mouvement cardiaque, de l'analyser et d'en détecter d'éventuelles anomalies [4][5][18][25][29]. Le premier harmonique approche l'évolution de l'attribut par une sinusoïde. Il traduit l'évolution, à une échelle grossière, de ce paramètre au cours du temps. L'amplitude et la phase de certains attributs locaux caractérisent l'état du myocarde : les valeurs d'amplitudes très faibles permettent d'identifier les régions hypokinétiques ou akinétiques, soit en d'autres termes les régions animées d'un mouvement réduit ou inexistant [9]. Les valeurs de phases distinguent les régions dyskinétiques, qui sont des régions généralement passives évoluant avec un retard sur les parties saines [9]. Le calcul des coefficients par ce type de méthode est rapide mais présente l'inconvénient majeur de ne pas prendre en compte la présence du bruit dans les mesures. Le seul filtrage possible est la limitation de l'ordre du modèle. De plus la contrainte d'uniformité, en terme d'échantillonnage temporel des mesures de l'attribut étudié n'est pas toujours vérifiée.

La deuxième classe de modèles concerne les méthodes de *modélisation dynamique linéaire par vecteur d'état*. Dans ce type d'approches, le modèle de mouvement est caractérisé par un vecteur d'état décrivant complètement le système étudié [7][10][11][20]. En temps continu, l'évolution du système est régie par une équation différentielle linéaire. En temps discret, l'état du système à l'instant $k + 1$ suivant k est donné par l'équation d'évolution linéaire suivante :

$$S(k + 1) = F S(k) + \zeta(k) \quad (2)$$

où k est la variable temporelle, F est la matrice de transition permettant le passage du vecteur d'état $S(k)$ d'un instant à l'autre et $\zeta(k)$ un bruit gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance $Q(k)$ [7][10][11] [20]. Outre leur généralité, les modèles d'état sont le support de la théorie de l'estimation par filtre de Kalman. A partir de mesures bruitées, ce filtre estime le vecteur d'état $S(k)$ grâce à une approche statistique [8][19] [24][26]. Il prend en compte le modèle dynamique du système et des informations statistiques sur d'une part, l'erreur entre le modèle du système et la réalité, et d'autre part l'incertitude associée aux mesures. Le filtre de Kalman permet alors de filtrer le bruit en tenant compte de la confiance obtenue dans les mesures. Il est optimal au sens où il minimise l'erreur quadratique entre l'état observé et l'état estimé. Dans le cadre de l'estimation de mouvement par filtrage de Kalman, on rencontre de manière classique le modèle de mouvement à vitesse constante [23] et le modèle de mouvement à accélération constante [12], mais ces types de modèles sont inadaptés pour suivre et modéliser le mouvement cardiaque dont, ni la vitesse ni l'accélération ne sont constantes [20]. Une autre approche a été proposée par Meyer *et al.* [16], dans laquelle le modèle d'état correspond à un mouvement sinusoïdal de la forme :

$$s(t) = \bar{s} + A \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

où $s(t)$ est un attribut mesuré au cours du temps, \bar{s} sa valeur moyenne, $\omega/2\pi$ la fréquence du phénomène observé, A et φ respectivement son amplitude et sa phase. Le modèle d'état discret correspond à l'équation (2) avec :

$$S(k) = (\bar{s}, s, \dot{s})^T(k) \quad (4)$$

où \dot{s} représente la dérivée première de l'attribut étudié. La matrice de transition est de la forme suivante :

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 - \cos(\omega \Delta T) & \cos(\omega \Delta T) & \frac{1}{\omega} \sin(\omega \Delta T) \\ \omega \sin(\omega \Delta T) & -\omega \sin(\omega \Delta T) & \cos(\omega \Delta T) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Un filtre de Kalman estime les composantes du vecteur vitesse d'un ensemble de points répartis sur la paroi ventriculaire et permet de suivre le mouvement de la paroi ventriculaire gauche au cours du cycle cardiaque. Néanmoins ce modèle harmonique d'ordre 1 décrit d'une manière très approchée le mouvement cardiaque. Ce dernier n'est en effet pas sinusoïdal. Il est de plus non-symétrique à l'intérieur de chaque cycle car la phase de contraction ou « systole » est plus rapide que la phase de dilatation ou « diastole ».

Les modèles de mouvement cités dans la première et seconde classe, sont des modèles uniquement temporels (1D), indépen-

dants de toute représentation géométrique du VG. Ils décrivent le comportement temporel d'un attribut quelconque et peuvent par conséquent être fusionnés avec un modèle spatial 2D ou 3D qui modélise la forme du VG pour fournir des *modèles spatio-temporels* 3D ou 4D [4] [18] [30]. Ces modèles font partie de la troisième classe de modèles mouvement. D'autres approches, dans cette même classe, utilisent des lois de mouvement liées à la structure du modèle 3D utilisé [5][17][18][21][22]. Les lois sont formulées par des fonctionnelles qui dépendent des paramètres du modèle spatial et décrivent l'évolution temporelle de ces paramètres soit d'une manière locale entre deux instants du cycle cardiaque [5][17], soit d'une manière globale durant tout le cycle [18] [22]. Seules quelques études de suivi proposent de tenir compte de la continuité temporelle et de l'éventuelle périodicité du mouvement [15][27][28].

Dans cet article, nous proposons de modéliser le mouvement ventriculaire gauche par un modèle qui combine les trois caractéristiques suivantes : choix d'attributs dont l'interprétation physique directe permet de mieux appréhender la fonction ventriculaire gauche, prise en compte de la dynamique sur l'ensemble du cycle cardiaque et robustesse au bruit présent dans les mesures. L'article est organisé comme suit : dans la section II, nous détaillons les différentes étapes de la méthode. Après une brève description des éléments de la dynamique ventriculaire gauche, nous présentons le modèle avec les équations d'états choisies, suivies de l'estimation des paramètres du mouvement par filtrage de Kalman. Dans la section III, l'évaluation de la méthode est réalisée tout d'abord sur une simulation puis sur une base de données constituée de séquences d'images de 10 patients. Ces séquences concernent aussi bien des volontaires sains que des cas pathologiques. Dans la section IV, nous terminons par une discussion et une conclusion.

2. méthode

2.1. description du mouvement ventriculaire gauche

Le mouvement global du VG est relativement complexe. Il peut être décomposé en mouvements élémentaires dont certains forment une composante non rigide (torsion, mouvement de contraction/dilatation radiale orienté grosso modo en direction du centre de la cavité du VG, et mouvement de contraction/dilatation longitudinale selon la direction du grand axe du VG) et d'autres forment une composante rigide (translation et rotation). L'importance relative de chaque mouvement élémentaire n'est pas la même et chacun n'est pas uniforme sur l'ensemble du VG. Le mouvement radial est de loin la composante dominante de la cinétique du VG. Les autres mouvements sont d'importance moindre et sont souvent ignorés lors des mesures de la fonction

contractile du VG. Nous proposons par conséquent d'étudier le mouvement radial du VG à travers une modélisation paramétrique globale, portant sur l'ensemble du cycle cardiaque, et dont l'interprétation physique des paramètres choisis est directe. Cet élément est important car l'anomalie de mouvement sera directement interprétable. Nous montrons d'ailleurs que ces paramètres permettent d'identifier sans ambiguïté les cas normaux des cas pathologiques de la base que nous avons analysée. Le cycle du mouvement se décompose en deux grandes phases : la **phase diastolique** qui correspond à une dilatation de la cavité ventriculaire gauche, et la **phase systolique** caractérisée par une contraction rapide du VG. Le temps écoulé pendant chaque phase n'est pas le même. Pour un cycle cardiaque moyen de 800 ms, la systole dure 300 ms environ et la diastole 500 ms.

– calcul des trajectoires des points du contour VG

La méthode de suivi adoptée dans le cadre de notre approche exploite les contours internes et externes du VG extraits manuellement, par un expert, à partir d'une séquence d'images IRM petit axe (Figure 1). Une mise en correspondance des points échantillons du contour dans toutes les images de la séquence permet de déterminer leur trajectoire temporelle. Celles-ci constituent les entrées de notre système dynamique. La méthode est décrite plus en détail dans la section 3.2.

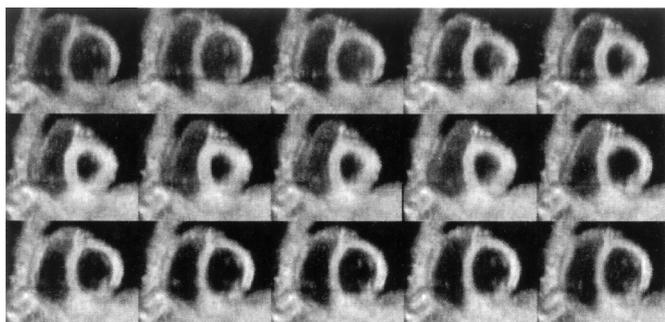


Figure 1. – Une séquence d'images Ciné_IRM petit axe « sang noir ».

2.2. modélisation du mouvement ventriculaire gauche

En observant la quasi-périodicité du rythme cardiaque, nous pouvons faire l'hypothèse que le mouvement du ventricule gauche est également quasi-périodique. Soit $s(t)$ un attribut du ventricule gauche extrait à partir d'une séquence temporelle d'images du cœur. L'attribut peut être par exemple les coordonnées d'un point de la paroi, un rayon du VG ou encore l'axe principal. Cet attribut possède une valeur qui évolue au cours du cycle de façon périodique et qui peut être assimilée à la version

échantillonnée d'un signal monodimensionnel continu. Ce signal peut se décomposer dans le domaine de Fourier en une somme d'harmoniques selon l'équation (1). Le nombre maximal n d'harmoniques considérés correspond à l'ordre du modèle. Nous recherchons un modèle d'état linéaire sous la forme de l'équation (2) qui correspond à la décomposition harmonique de l'équation (1) sans limitation sur le nombre d'harmoniques.

Nous montrons que la matrice de transition F du modèle d'état harmonique peut être calculée par deux méthodes, soit directe, soit récursive. La première permet de trouver un modèle d'ordre n par des inversions matricielles directes. Cependant, l'ordre du modèle n'est généralement pas connu par avance, et sa détermination se fait de manière progressive depuis l'ordre 1 jusqu'à un ordre satisfaisant un critère d'optimalité qui dépend de l'application. La seconde méthode, récursive, est alors la mieux adaptée, car elle permet de progresser dans l'ordre du modèle plus facilement que la méthode directe. Le calcul direct et récursif de la matrice d'état du modèle harmonique est détaillé dans cette section. Par la suite, nous appelons Modèle d'État Harmonique (MEH), le modèle dynamique calculé par l'une ou l'autre des deux méthodes. Un modèle état n'est jamais unique et sa forme dépend du vecteur d'état choisi pour décrire le système. Nous proposons ici un modèle d'état canonique qui présente le grand intérêt d'avoir pour composantes du vecteur d'état les dérivées successives du paramètre mesuré.

2.2.1. choix d'un vecteur d'état pour le modèle

Pour le numéro d'échantillon k correspondant à l'instant t , le mouvement du VG est décrit par l'équation (1) :

$$s_n(k) = s_n(t) = \bar{s} + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \dots + A_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \quad (6)$$

L'échantillon $k + 1$ correspond à l'instant $t + \Delta t$:

$$s_n(k + 1) = s_n(t + \Delta t) = \bar{s} + A_1 \sin(\omega(t + \Delta t) + \varphi_1) + \dots + A_n \sin(n\omega(t + \Delta t) + \varphi_n) \quad (7)$$

après développement on obtient :

$$s_n(t + \delta t) = \bar{s} + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \cos(\omega \Delta t) + A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \sin(\omega \Delta t) + \dots + A_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \cos(n\omega \Delta t) + A_n \cos(n\omega t + \varphi_n) \sin(n\omega \Delta t) \quad (8)$$

Notre objectif ici est de trouver un vecteur d'état S_n qui contient l'élément s_n et permette de calculer $s_n(t + \Delta t)$ en fonction de $s_n(t)$. Nous observons que dans l'équation (6), $s_n(t)$ est une combinaison linéaire des termes $A_i \sin(i\omega t + \varphi_i)$. Dans l'équation (8) $s_n(t + \Delta t)$ est également exprimé par une combinaison linéaire des mêmes $A_i \sin(i\omega t + \varphi_i)$ et $A_i \cos(i\omega t + \varphi_i)$.

La fonction $s_n(t)$ est une fonction continue, infiniment dérivable. En considérant $s_n^{(i)}(t)$ la dérivée de $s_n(t)$ à l'ordre i par rapport à t , on peut écrire le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} s_n(t) = \bar{s} + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \dots + A_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \\ s_n^{(2)}(t) = -\omega^2 A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) - \dots - (n\omega)^2 A_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \\ \vdots \\ s^{(2(n-1))}(t) = (-1)^{n-1} \omega^{2(n-1)} A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \\ + \dots + (-1)^{n-1} (n\omega)^{2(n-1)} A_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \end{cases} \quad (9)$$

Ce système linéaire de n équations a n inconnues représentées par le vecteur $V_n(t)$:

$$V_n(t) = (A_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \dots, A_n \sin(n\omega t + \varphi_n))^T \quad (10)$$

La résolution de ce système permet d'écrire chaque élément du vecteur $V_n(t)$ comme combinaison linéaire des éléments du vecteur $(\bar{s}, s_n(t), s_n^{(2)}(t), s_n^{(4)}(t), \dots, s_n^{(2(n-1))}(t))^T$ de dimension $n + 1$. Soit \bar{r}_i et $r_{i,j}$ ($i = 1, \dots, n, j = 0, \dots, n - 1$) les coefficients de cette combinaison :

$$A_i \sin(i\omega t + \varphi_i) = \bar{r}_i \bar{s} + \sum_{j=0}^{n-1} r_{i,j} s_n^{(2j)}(t) \quad (11)$$

Par dérivation de l'équation (11), on obtient l'expression de $A_i \cos(i\omega t + \varphi_i)$:

$$A_i \cos(i\omega t + \varphi_i) = \frac{\sum_{j=0}^{n-1} r_{i,j} s_n^{(2j+1)}(t)}{i\omega} \quad (12)$$

Si on remplace dans (8) les éléments $A_i \sin(i\omega t + \varphi_i)$ et $A_i \cos(i\omega t + \varphi_i)$ par leurs expressions obtenues dans (11) et (12), le résultat est une expression de $s_n(t + \Delta t)$ fonction du vecteur $S_n(t) = (\bar{s}, s_n(t), s_n^{(1)}(t), s_n^{(2)}(t), \dots, s_n^{(2(n-1))}(t), s^{(2n-1)}(t))^T$ de dimension $2n + 1$. Soient \bar{a}_1 et $a_{1,j}$ ($j = 0, \dots, 2n - 1$) les coefficients de cette relation linéaire qui s'écrit :

$$\begin{aligned} s_n(k + 1) = s_n(t + \Delta t) &= \bar{a}_1 \bar{s} + \sum_{j=0}^{2n-1} a_{1,j} s_n^{(j)}(t) \\ &= \bar{a}_1 \bar{s} + \sum_{j=0}^{2n-1} a_{1,j} s_n^{(j)}(k) \end{aligned} \quad (13)$$

Par dérivations successives de l'équation (6) et répétition du même processus, on obtient les expressions de $s_n^{(i)}(t + \Delta t)$ pour

pour ($i = 1, \dots, 2n - 1$) en fonction du vecteur $V_n(t)$ et par suite du vecteur $S_n(t)$. On détermine ainsi un ensemble de relations linéaires correspondant au modèle d'état (2).

On constate donc que pour un modèle harmonique d'ordre n , le vecteur $S_n(t)$ de dimension $2n + 1$ peut être choisi comme vecteur d'état du modèle d'état harmonique :

$$S_n(t) = (\bar{s}, s_n(t), \dots, s_n^{(2n-1)}(t))^T \quad (14)$$

2.2.2. calcul de la matrice de transition

a) méthode directe

Soit l'équation d'évolution du MEH d'ordre n :

$$S_n(t + \Delta t) = F_n S_n(k) + \zeta(k) \quad (15)$$

La matrice de transition F_n peut être calculée directement par résolution du système (9). Ce système nous fournit l'expression du vecteur $V_n(t)$ en fonction du vecteur $S_n(t)$. Ainsi en remplaçant dans l'équation (8), et aussi dans ses dérivées, les éléments du vecteur $V_n(t)$ par leurs expressions en fonction du vecteur $S_n(t)$, on détermine directement les expressions des éléments de la matrice de transition F_n .

La matrice de transition F_n du modèle harmonique d'ordre n , peut également être déterminée récursivement à partir de la matrice de transition du modèle harmonique d'ordre $n - 1$. Dans ce cas, les calculs sont simplifiés. Dans le paragraphe suivant, nous expliquons en détail les étapes de ce calcul récursif.

b) méthode récursive

Dans cette section, nous notons avec un indice n le vecteur d'état et la matrice de transition du modèle d'état linéaire obtenu à partir d'un développement harmonique jusqu'à l'ordre n . Nous expliquons le passage d'un modèle d'ordre n à un modèle d'ordre supérieur $n + 1$. Dans ce passage, la résolution du système linéaire (9) se réduit à une triangularisation supérieure de la matrice de ce système. Supposons qu'on dispose d'un modèle d'état linéaire d'ordre n déjà calculé décrivant l'équation (1) :

$$\begin{aligned} s_n(t) &= \bar{s} + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \dots + A_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \\ S_n(t) &= (\bar{s}, s_n(t), \dots, s_n^{(2n-1)}(t))^T \\ S_n(t + \Delta t) &= F_n S_n(t) \end{aligned} \quad (16)$$

avec
$$F_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \bar{a}_1 & a_{1,0} & \dots & a_{1,2n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{a}_{2n} & a_{2n,0} & \dots & a_{2n,2n-1} \end{pmatrix}$$

On doit calculer le modèle d'état d'ordre $n + 1$ décrivant l'équation (1) arrêtée à l'ordre $n + 1$:

$$\begin{aligned} s_{n+1}(t) &= \bar{s} + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \dots + A_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \\ &\quad + A_{n+1} \sin((n+1)\omega t + \varphi_{n+1}) \\ S_{n+1}(t) &= (\bar{s}, s_{n+1}(t), \dots, s_{n+1}^{((2n+1)-1)}(t))^T \\ S_{n+1}(t + \Delta t) &= F_{n+1} S_{n+1}(t) \end{aligned} \quad (17)$$

L'équation (17) du modèle harmonique peut se décomposer :

$$s_{n+1}(t) = s_n(t) + s_{n+1}^*(t) \quad (18)$$

avec $s_{n+1}^*(t) = A_{n+1} \sin((n+1)\omega t + \varphi_{n+1}) \quad (19)$

En utilisant le vecteur d'état $(s_{n+1}^*(t), s_{n+1}^{*(1)}(t))^T$, on cherche le modèle d'état décrivant l'harmonique $n + 1$. Il peut être calculé par application de la méthode expliquée pour le modèle harmonique d'ordre 1. On obtient alors :

$$\begin{pmatrix} s_{n+1}^* \\ s_{n+1}^{*(1)} \end{pmatrix} (t + \Delta t) = \begin{pmatrix} \cos((n+1)\omega\Delta t) & \frac{\sin((n+1)\omega\Delta t)}{(n+1)\omega} \\ -(n+1)\omega \sin((n+1)\omega\Delta t) & \cos((n+1)\omega\Delta t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{n+1}^* \\ s_{n+1}^{*(1)} \end{pmatrix} (t) \quad (20)$$

D'autre part le système (9) à l'ordre $n + 1$ peut s'écrire :

$$\begin{cases} s_{n+1}(t) = \bar{s} + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \dots + A_{n+1} \sin((n+1)\omega t + \varphi_{n+1}) \\ S_{n+1}^{(2)}(t) = -\omega^2 A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \\ \quad - \dots - ((n+1)\omega)^2 A_{n+1} \sin((n+1)\omega t + \varphi_{n+1}) \\ \vdots \\ S_{n+1}^{(2n)}(t) = (-1)^n \omega^{2n} A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \\ \quad + \dots + (-1)^n ((n+1)\omega)^{2n} A_{n+1} \sin((n+1)\omega t + \varphi_{n+1}) \end{cases} \quad (21)$$

La triangularisation supérieure de la matrice de ce système nous permet de déterminer $s_{n+1}^*(t) = A_{n+1} \sin((n+1)\omega t + \varphi_{n+1})$ en fonction du vecteur $S_{n+1}(t) = (\bar{s}, s_{n+1}(t), \dots, s_{n+1}^{(2n)}(t))^T$. On peut alors écrire :

$$s_{n+1}^*(t) = \bar{r} \bar{s} + \sum_{j=0}^n r_j s_{n+1}^{(2j)}(t) \quad (22)$$

En dérivant on a :

$$s_{n+1}^{*(1)}(t) = \sum_{j=0}^n r_j s_{n+1}^{(2j+1)}(t) \quad (23)$$

A partir des équations (18) et (22) nous pouvons calculer $s_n(t)$ en fonction de $s_{n+1}(t)$:

$$s_n(t) = s_{n+1}(t) - \bar{r} \bar{s} - \sum_{j=0}^n r_j s_{n+1}^{(2j)}(t) \quad (24)$$

En dérivant l'équation (18) :

$$\begin{aligned} s_n^{2i}(t) &= s_{n+1}^{2i}(t) - (-1)^i ((n+1)\omega)^{2i} s_{n+1}^*(t) \\ s_n^{2i}(t) &= s_{n+1}^{2i}(t) - (-1)^i ((n+1)\omega)^{2i} \left[\bar{r} \bar{s} + \sum_{j=0}^n r_j s_{n+1}^{(2j)}(t) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

Et aussi :

$$\begin{aligned} s_n^{2i+1}(t) &= s_{n+1}^{2i+1}(t) - (-1)^i ((n+1)\omega)^{2i} s_{n+1}^{*(1)}(t) \\ s_n^{2i+1}(t) &= s_{n+1}^{2i+1}(t) - (-1)^i ((n+1)\omega)^{2i} \left[\sum_{j=0}^n r_j s_{n+1}^{(2j+1)}(t) \right] \end{aligned} \quad (26)$$

Ecrivons à présent l'équation (18) à l'instant $t + \Delta t$.

$$s_{n+1}(t + \Delta t) = s_n(t + \Delta t) + s_{n+1}^*(t + \Delta t) \quad (27)$$

$s_n(t + \Delta t)$ est déjà calculé par le modèle d'ordre n . Soit \bar{a}_1 et $a_{1,i} (i=0, \dots, 2n-1)$ les coefficients qui déterminent $s_n(t + \Delta t)$ en fonction du vecteur $S_n(t)$. Ces coefficients constituent la deuxième ligne de la matrice F_n (la première ligne est composée du vecteur $[1, 0, \dots, 0]$) :

$$s_n(t + \Delta t) = \bar{a}_1 \bar{s} + \sum_{i=0}^{2n-1} a_{1,i} s_n^{(i)}(t) \quad (28)$$

$s_{n+1}^*(t + \Delta t)$ est déjà calculé par l'équation d'état de l'harmonique $(n + 1)$ (20), ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned} s_{n+1}(t + \Delta t) &= \bar{a}_1 \bar{s} + \sum_{i=0}^{2n-1} a_{1,i} s_n^{(i)}(t) + \cos((n+1)\omega\Delta t) \\ &\quad s_{n+1}^*(t) + \frac{\sin((n+1)\omega\Delta t)}{(n+1)\omega} s_{n+1}^{*(1)}(t) \end{aligned} \quad (29)$$

Il ne nous reste à présent qu'à remplacer $s_n^{(i)}$, $s_{n+1}^*(t)$, et $s_{n+1}^{*(1)}(t)$ par leurs expressions déjà calculées dans (25), (26), (22) et (23).

Le résultat final est l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 s_{n+1}(t + \Delta t) = & \left[\bar{a}_1 - \bar{r} \sum_{j=0}^{n-1} (-1)^j a_{1,2j} ((n+1)\omega)^{2j} + \bar{r} \cos((n+1)\omega\Delta t) \right] \bar{s} \\
 & + \sum_{i=0}^{n+1} \left[a_{1,2i} - r_i \sum_{j=0}^{n-1} (-1)^j a_{1,2j} ((n+1)\omega)^{2j} + r_i \cos((n+1)\omega\Delta t) \right] s_{n+1}^{(2i)}(t) \\
 & + \sum_{i=0}^{n+1} \left[a_{1,2i+1} - r_i \sum_{j=0}^{n-1} (-1)^{j+1} a_{1,2j+1} ((n+1)\omega)^{2j+1} \right. \\
 & \quad \left. + r_i \frac{\sin((n+1)\omega\Delta t)}{(n+1)\omega} \right] s_{n+1}^{(2i+1)}(t) \\
 & + \left[-r_n \sum_{j=0}^{n-1} (-1)^j a_{1,2j} ((n+1)\omega)^{2j} + r_n \cos((n+1)\omega\Delta t) \right] s_{n+1}^{(2n)}(t) \\
 & + \left[-r_n \sum_{j=0}^{n-1} (-1)^{j+1} a_{1,2j+1} ((n+1)\omega)^{2j+1} + r_n \frac{\sin((n+1)\omega\Delta t)}{(n+1)\omega} \right] \\
 & \quad s_{n+1}^{(2n+1)}(t)
 \end{aligned} \tag{30}$$

Cette expression exprime la deuxième ligne de la matrice F_{n+1} . Les expressions de $s_{n+1}^{(i)}(t + \Delta t)$ se calculent par dérivation de cette expression par rapport à Δt .

En conclusion nous avons pu déterminer les coefficients reliant le vecteur $s_{n+1}^{(i)}(t + \Delta t)$ en fonction du vecteur $s_{n+1}^{(i)}(t)$. Ces coefficients constituent les éléments de la matrice de transition F_{n+1} . Le modèle d'état ainsi obtenu est un modèle canonique qui présente l'avantage d'avoir pour vecteur d'état les dérivées successives du paramètre observé. Il est différent d'un modèle où les composantes du vecteur d'état ne seraient issues que de la juxtaposition du modèle d'état des différents harmoniques.

2.3. estimation récursive et optimale des paramètres du modèle de mouvement

Les mesures obtenues à partir des séquences d'images cardiaques sont caractérisées par un facteur de bruit important rendant l'exploitation directe de ces mesures très difficile. Pour pallier ce problème, un filtre de Kalman est construit à partir du modèle d'état harmonique MEH calculé dans le paragraphe précédent. Le filtre estime les composantes du vecteur d'état du modèle.

2.3.1. construction d'un filtre récursif

Le filtre de Kalman est un filtre récursif qui permet d'estimer le vecteur d'état $S(k)$ d'un système à partir de mesures bruitées grâce à une approche statistique [4][7][10][11][19][26]. Il prend en compte un modèle dynamique du système et des informations statistiques sur, d'une part l'erreur entre le modèle du système et la réalité, et d'autre part l'incertitude associée aux mesures. Le modèle d'état complet d'un système linéaire est constitué de l'équation d'état (2) et de l'équation de mesure qui relie le vecteur d'état aux grandeurs mesurées, dans notre cas la seule variable $s(k)$:

$$\begin{aligned}
 S(k+1) &= FS(k) + \zeta(k) \\
 s_z(k) &= HS(k) + \eta(k)
 \end{aligned} \tag{31}$$

avec $H = (0, 1, 0, \dots, 0)$

$\zeta(k)$ est un bruit additif blanc gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance $Q(k)$.

$s_z(k)$ est le vecteur de mesure qui regroupe les observations effectuées sur le système à l'instant k . Dans notre cas, ce vecteur est réduit à une seule composante : la mesure de l'attribut $s(k)$. Il est relié au vecteur d'état par l'équation de mesure H . $\eta(k)$ est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance $R(k)$. On suppose que les deux bruits $\zeta(k)$ et $\eta(k)$ sont non corrélés.

A chaque instant k , le filtre de Kalman calcule récursivement la meilleure prédiction $\tilde{S}_{k/k-1}$ du vecteur d'état, à partir de l'estimation précédente $\tilde{S}_{k-1/k-1}$ ainsi que la matrice de covariance $P_{k/k-1}$ de cette prédiction

$$\begin{aligned}
 S_{k/k-1} &= F\tilde{S}_{k-1/k-1} \\
 P_{k/k-1} &= FP_{k-1/k-1}F^T + Q_{k-1}
 \end{aligned} \tag{32}$$

Il calcule la mesure prédite $\tilde{s}_z(k) = H\tilde{S}_{k/k-1}$. La différence entre la mesure réelle $s_z(k)$ et la prédiction $\tilde{s}_z(k)$ donne l'erreur résiduelle $r_z(k)$:

$$r_z(k) = s_z(k) - H\tilde{S}_{k/k-1} \tag{33}$$

Cette erreur est ensuite multipliée par le gain $K(k)$ du filtre de Kalman pour générer une correction. Celle-ci est ajoutée à la prédiction $\tilde{S}_{k/k-1}$ pour obtenir finalement l'estimation du vecteur d'état $\tilde{S}_{k/k}$ et de sa matrice de covariance $P_{k/k}$:

$$K(k) = P_{k/k-1}H^T(H P_{k/k-1}H^T + R(k))^{-1} \tag{34}$$

$$\tilde{S}_{k/k} = \tilde{S}_{k/k-1} + K_k(r_z(k) - H\tilde{S}_{k/k-1}) \tag{35}$$

$$P_{k/k} = (1 - K_k H)P_{k/k-1} \tag{36}$$

L'utilisation d'un tel filtre permet de faire converger l'estimation du vecteur d'état à partir d'une initialisation même aberrante, vers des estimations optimales des paramètres du système dynamique. Ainsi, après convergence sur un nombre suffisant de périodes, l'information contenue dans le vecteur d'état qui, dans notre modèle, est constitué des dérivées successives du paramètre estimé, permettra de décrire l'évolution de ce paramètre. On ne mesure que la valeur du paramètre étudié, la matrice $R(k)$ est donc réduite à une matrice 1×1 d'un seul élément. Celui-ci représente la variance du bruit de mesure. Cette valeur est estimée au cours de la détection des contours du VG. La matrice $Q(k)$ est choisie comme matrice diagonale $(2n + 1) \times (2n + 1)$, les valeurs de la diagonale représentent le bruit présent dans le système. Elles peuvent être ajustées pour obtenir différents niveaux de lissage temporel.

3. expériences

Notre approche est dans un premier temps évaluée en simulation avec différents niveaux de bruit afin d'étudier l'influence de celui-ci sur l'ordre du modèle. Elle est ensuite comparée avec l'approche de modélisation par transformée de Fourier. Dans un second temps, elle est mise en œuvre sur des données réelles issues de séquences d'images IRM. Elle est appliquée sur le mouvement des parois interne et externe du ventricule gauche.

3.1. simulation

Le mouvement d'un rayon du VG a été simulé par une équation harmonique d'ordre 3 :

$$s(t) = \bar{s} + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + A_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) \quad (37)$$

où $\bar{s}, \omega, A_1, \varphi_1, A_2, \varphi_2, A_3, \varphi_3$ sont fixés.

Le bruit de mesure est simulé par addition d'un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance σ^2 pour obtenir le rapport signal sur bruit (RSB) souhaité. On retient 16 échantillons sur un cycle du signal. Ce nombre correspond aux conditions d'acquisition d'une séquence d'images cardiaque IRM qui est souvent de l'ordre de 16 images réparties uniformément sur le cycle cardiaque. Ces données sont fournies au filtre de Kalman qui estime le vecteur d'état $S_n(t)$ du modèle d'état harmonique (MEH).

\bar{s}	A_1	φ_1	A_2	φ_2	A_3	φ_3	$\omega/2\pi$
48.26	13.02	-0.64	4.33	-1.37	1.66	0.65	100/60

De par le nombre relativement élevé des composantes du vecteur d'état $(2n + 1)$, le filtre peut ne pas converger sur 16 mesures. L'hypothèse de périodicité permet de dupliquer les 16 mesures et de travailler sur un nombre de données plus important jusqu'à convergence du filtre sur environ 4 périodes dans notre cas.

Les deux méthodes présentées précédemment permettent de calculer un modèle d'état harmonique d'ordre quelconque. L'implantation de la méthode récursive permet de progresser dans l'ordre du modèle et de développer plusieurs filtres avec des modèles d'ordres différents $(1, 2, 3, \dots, n)$. Chaque filtre est ensuite mis en œuvre pour estimer les paramètres du mouvement simulé. L'objectif ici est d'étudier le comportement de chaque modèle d'état harmonique et l'influence de son ordre sur l'estimation du mouvement.

La figure 2 illustre le comportement du filtre (construit ici à partir du modèle d'ordre 3), depuis une initialisation quelconque, jusqu'à la convergence. Après une période d'apprentissage dont la durée augmente avec l'ordre du modèle, le filtre de Kalman converge.

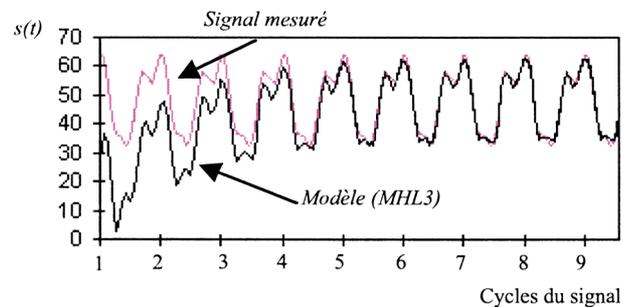


Figure 2. – Comportement du filtre construit à partir du modèle d'ordre 3, depuis l'initialisation, jusqu'à la convergence. Après un temps d'apprentissage, le modèle converge.

Pour chaque filtre, deux erreurs d'estimation sont calculées : l'erreur quadratique moyenne ε_1 entre l'estimation du filtre et les valeurs exactes du signal (sans bruit), et l'erreur quadratique moyenne ε_2 entre l'estimation du filtre et les mesures bruitées.

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|\tilde{s}_{k/k} - s(k)\|^2}$$

et

$$\varepsilon_2 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|\tilde{s}_{k/k} - s_z(k)\|^2} \quad (38)$$

Notons que les estimations, considérées dans ce calcul, sont prises lorsque le filtre est en mode reconstruction du signal :

après convergence du filtre on annule l'innovation présente à l'entrée du filtre en mettant le gain de Kalman K à zéro. Le filtre régénère le signal grâce à son modèle d'état. Dans ce cas, les estimations du filtre ne sont en réalité que des prédictions procurées par le modèle du mouvement. Le but ici est d'étudier l'influence de l'ordre du modèle sur sa précision.

La figure 3 montre l'évolution des deux erreurs ε_1 et ε_2 en fonction de l'ordre du modèle harmonique et pour différentes valeurs du rapport signal sur bruit. On remarque que le modèle d'ordre 3 assure la plus petite erreur ε_1 , ce qui est logique, l'ordre du modèle d'état correspond au nombre d'harmoniques du signal. L'erreur ε_1 est impossible à calculer en pratique, elle ne permet donc pas de choisir cet ordre. L'erreur ε_2 diminue en fonction de la croissance de l'ordre du modèle d'état harmonique. L'augmentation de l'ordre du modèle permet de prendre en considération les composantes hautes fréquences du bruit.

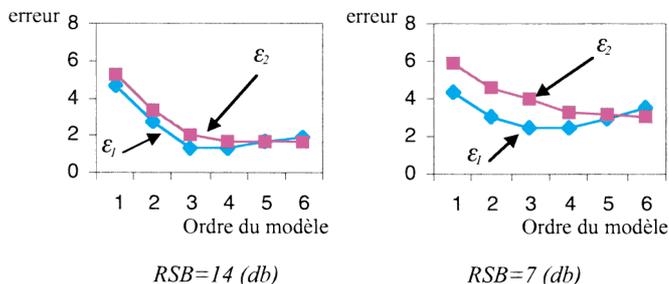


Figure 3. – Evolution des erreurs ε_1 et ε_2 en fonction de l'ordre du modèle pour différentes valeurs du RSB. Le signal non bruité est de moyenne $\bar{r} = 48.25$ et d'écart type $\sigma_{signal} = 10.04$.

3.1.1. comparaison avec une décomposition en série de Fourier

L'utilisation de la TFD (Transformée de Fourier Discrète) sur un signal périodique comportant N données revient à décomposer ce signal en série de Fourier d'ordre $N/2$. Un filtrage possible consiste à tronquer la décomposition harmonique à un ordre n . Dans la figure 4 nous comparons le degré de filtrage du bruit de notre méthode avec celui de la décomposition en série de Fourier. Dans cette figure, nous avons tracé l'erreur ε_1 pour différentes valeurs de rapport signal sur bruit (RSB) pour le modèle harmonique d'ordre 3 (notre approche), et pour une TFD tronquée à trois harmoniques (fréquence fondamentale, harmonique 1 et harmonique 2). Nous constatons que le modèle d'état harmonique assure un degré de filtrage supérieur à celui de la méthode de la transformée de Fourier. L'estimation optimale par un filtrage de Kalman des paramètres du modèle d'état har-

monique permet de tenir compte par l'intermédiaire des matrices R et Q des propriétés statistiques des données. Le filtre estime le vecteur d'état du modèle tout en filtrant le bruit. Cela constitue une combinaison simultanée entre la modélisation du mouvement et le filtrage de bruit d'acquisition. Au niveau du temps de calcul, sur un PC Pentium 250MHz, le calcul des paramètres du signal par une FFT prend 110 ms. La méthode proposée travaille sur plusieurs cycles (un seul dupliqué plusieurs fois) chaque cycle prenant un temps moyen de 60 ms, la convergence est généralement obtenue au bout de 5 cycles (figure 2).

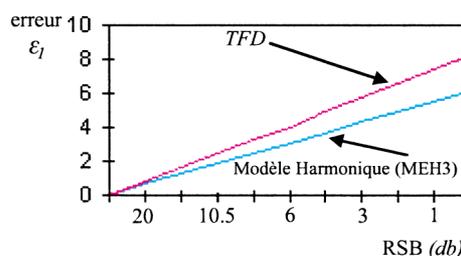


Figure 4. – Comparaison entre les erreurs de modélisation ε_1 du modèle harmonique et de la TFD pour différentes valeurs du rapport signal sur bruit. Le modèle harmonique est de l'ordre 3 (MEH3) et le résultat de la TFD est tronqué à 3 harmoniques. Le signal non bruité est de moyenne $\bar{r} = 48.25$ et d'écart type $\sigma_{signal} = 10.04$.

3.1.2. cas de données manquantes

Le processus d'acquisition d'images cardiaques est, dans certains cas, très influencé par le bruit de sorte que certaines images dans la séquence sont inexploitable. Ceci provoque une rupture dans la série de mesures. Dans d'autres cas, tels que celui des séquences d'images en IRM marquée par exemple, les systèmes d'acquisition ne peuvent fournir que des images réparties sur une partie du cycle cardiaque (systole). Sur de tels cas, la modélisation par une transformée de Fourier discrète classique ne peut s'appliquer car elle requiert des mesures uniformément réparties sur tout le cycle du signal. Il faudrait alors utiliser des méthodes spécifiques de calcul de transformée de Fourier discrète d'un signal non uniformément échantillonné (Nonuniform

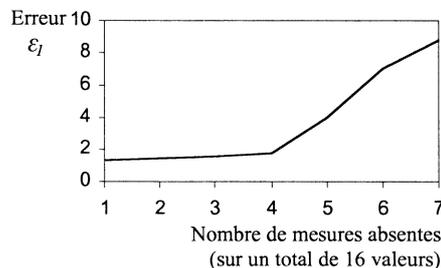


Figure 5. – Erreur ε_1 en fonction du nombre d'absence consécutif des mesures pour le modèle harmonique (MEH3). Le signal de base est de moyenne $\bar{r} = 48.25$ et d'écart type $\sigma_{signal} = 10.04$, $RSB = 14(db)$.

Fast Fourier Transform ou NUFFT) [13]. Ce problème est résolu dans le cas d'un filtre de Kalman, en remplaçant la mesure par sa prédiction donnée par le modèle d'état tenant compte des estimations précédentes. Dans la figure 5 nous remarquons que l'erreur de modélisation ε_1 change légèrement en fonction du nombre de mesures consécutives qui sont absentes.

3.2. données réelles

Le modèle est validé sur des mesures obtenues à partir d'une base de données constituée de séquences d'images de 10 patients. Ces données, rendues anonymes, proviennent d'exams cliniques classiques réalisés à l'Hôpital de Genève. Elles concernent aussi bien des volontaires sains que des cas pathologiques. L'acquisition des images est faite en Ciné-IRM « sang noir » et « sang blanc » selon des coupes « petit axe ». Les séquences d'images sont acquises dans un seul plan de coupe du VG (séquence 2D) et couvrent l'ensemble du cycle cardiaque (du début de la systole jusqu'à la fin de la diastole). La figure 1 montre une des séquences étudiées. Le calcul des trajectoires temporelles des points de contrôle des contours est réalisé par une méthode qui combine des contours VG extraits de chaque image et des informations de mouvement issues d'une cartes de champs de vitesse des points de l'image pour tous les instants du cycle cardiaque. La méthode est subdivisée en trois étapes :

a) extraction de contours

Pour chaque image de la séquence, les parois interne et externe du VG sont localisées par des contours modélisés par B-spline. Pour les travaux présentés dans cet article, les points de contrôles des B-splines sont extraits de l'image par un processus manuel réalisé par 4 experts différents. La différence entre les contours obtenus permet d'estimer sur l'ensemble des points des contours une erreur quadratique de segmentation qui sera prise en compte dans le modèle comme un bruit de mesure.

b) calcul du champ de vitesses

Pour chaque point de l'image, et pour chaque instant du cycle cardiaque, nous calculons le vecteur vitesse par une méthode de calcul du flot optique [2] appliqués sur deux images successives (figure 6).

c) mise en correspondance point à point

La correspondance entre un point P_i de la courbe à l'instant k et le même point à l'instant $k + 1$ est obtenue par l'intersection de la droite orientée selon la direction du vecteur vitesse du point P_i à l'instant k et le contour extrait à l'instant $k + 1$. Cependant,

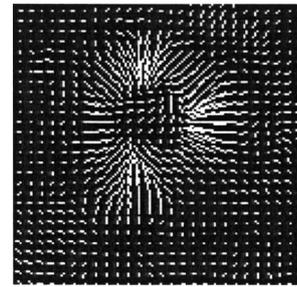


Figure 6. – Champ de vitesse des points image calculé par flot optique entre deux instants du cycle cardiaque.

la répétition de cette démarche pour toutes les paires d'images de la séquence entraîne une accumulation d'erreur de calcul de la trajectoire du point concerné. En effet la position d'un point P_i à l'instant k est déterminée par rapport à sa position précédente à l'instant $k - 1$. La précision dépend donc de celles du calcul précédent et du calcul courant. La confiance dans les mesures décroît au fur et à mesure de la recherche de la trajectoire d'un point. Pour atténuer les effets de ce phénomène, le suivi est réalisé selon deux sens opposés : un sens direct suivant le mouvement réel du VG, et un sens inverse selon le mouvement inverse. Pour chaque étape du cycle cardiaque comprenant N images, la position du point est calculée par pondération des deux positions trouvées par les parcours direct et inverse. La pondération privilégie de manière linéaire le point le plus proche en temps du point initial.

$$P_{i,k} = \frac{(N - k + 1)p_{i,k}^{direct} + (k - 1)^{inverse} p_{i,(N-k)+2}}{N} ;$$

avec $k \in [1; N]$ (39)

Les points $P_{i,k}$ ($i = 1, \dots, M$ et $k = 1, \dots, N$) décrivent la trajectoire de M points du contour interne ou externe du VG durant tout le cycle. Chaque trajectoire décrit la dynamique d'un point qui représente une région du VG et fera l'objet d'une modélisation paramétrique dans le but d'analyser son mouvement et juger son comportement.

3.2.1. choix de l'ordre du modèle

Les méthodes présentées dans la section II sont des méthodes de calcul d'un modèle d'état harmonique d'ordre général. Pour une application au mouvement cardiaque, il faut choisir un modèle contenant suffisamment d'harmoniques pour modéliser le mouvement. Des études existantes sur le mouvement du VG utilisent des fonctions périodiques de 1 à 2 harmoniques (la fréquence fondamentale et un harmonique secondaire) [5][18]. Pour notre application, et afin de choisir l'ordre du modèle d'état harmonique, nous étudions la valeur moyenne de l'amplitude de

chaque harmonique des signaux formés par la variation, au cours du temps, des différents rayons du VG pour toutes les séquences de la base de données. Dans la figure 7 la valeur moyenne des amplitudes des sept premiers harmoniques est tracée. On observe que les trois premiers harmoniques (fréquence fondamentale et deux harmoniques secondaires) suffisent pour décrire les variations temporelles des rayons internes du VG. Le même nombre d'harmoniques est également suffisant pour modéliser les variations temporelles des rayons externes ainsi que les épaisissements du VG. On retiendra donc un MEH d'ordre 3.

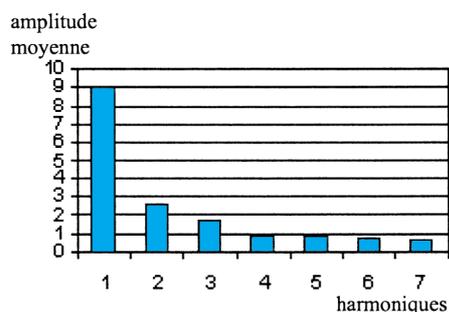


Figure 7. – Amplitude moyenne des harmoniques des signaux formés par la variation temporelle des différents rayons du VG.

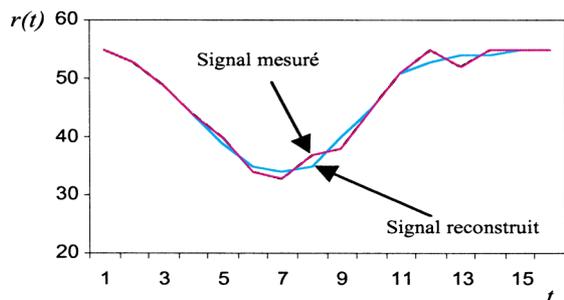


Figure 8. – Evolution temporelle mesurée et signal reconstruit par un MEH3 pour un rayon du VG.

La figure 8 montre l'évolution temporelle mesurée d'un rayon du VG ainsi que le signal reconstruit, pour le même rayon, par un modèle d'état harmonique d'ordre 3 (MEH3).

Les figures 9.a et 9.b tracent les contours internes et externes reconstruits par le modèle MEH3 en diastole (Figure 9.a) et en systole (Figure 9.b). Les figures 9.c et 9.d tracent l'erreur quadratique (erreur ε_2) entre les contours internes (Figure 9.c) (respectivement externes (Figure 9.d)) reconstruits par le modèle MEH3 et les mêmes contours tracés par l'expert pour tous les instants du cycle cardiaque.

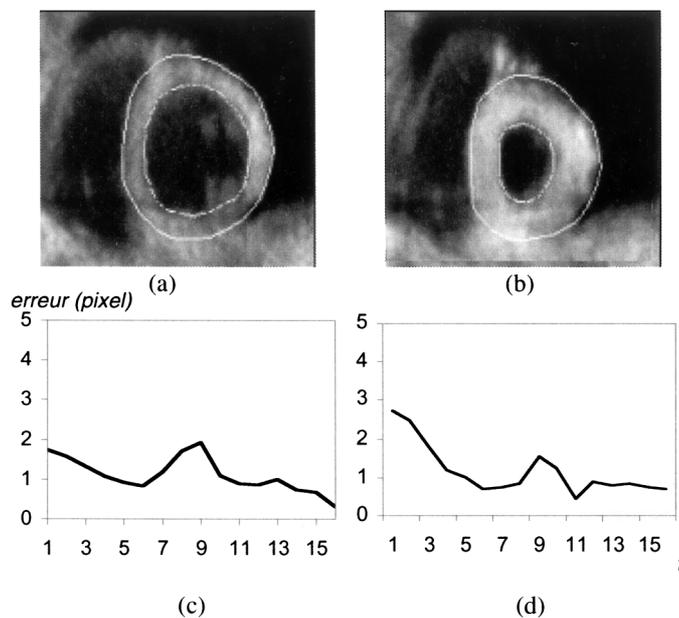


Figure 9. – (a) Image du VG en diastole et contours de la paroi interne et externe reconstruits par le modèle MEH3. (b) Image du VG en systole et contours de la paroi interne et externe reconstruits par le modèle MEH3. (c) Erreur quadratique entre les contours internes reconstruits par le MEH3 et les contours internes tracé par l'expert pour tous les instants du cycle cardiaque. (d) Même erreur pour les contours externes.

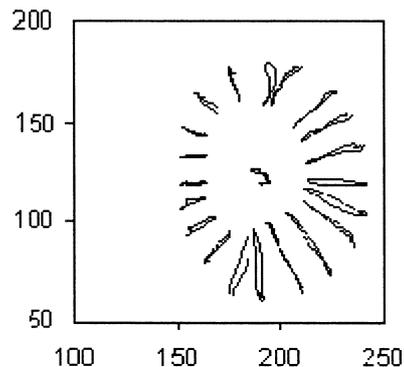


Figure 10. – Trajectoires estimées par le MEH3 de 20 points et du centre de gravité de la paroi interne du VG

Sur la figure 10 sont tracées les trajectoires de 20 points et du centre de gravité de la paroi interne du VG calculées par notre modèle durant tout le cycle cardiaque. Notons que cette figure ne présente qu'une allure de ces trajectoires, car afin d'avoir une bonne visibilité du mouvement, les trajectoires ont été sur dimensionnées.

3.2.2. analyse du mouvement

A partir de l'information du mouvement fournie par le modèle d'état, nous proposons une analyse du mouvement des

séquences de la base de données. L'analyse est basée sur l'étude du mouvement radial à l'aide des mesures de la variation du rayon de la paroi interne et de l'épaisseur du muscle ventriculaire gauche. Grâce au modèle du mouvement, nous pouvons estimer de manière robuste la variation au cours du temps, la vitesse et l'accélération de chaque attribut étudié (rayon du VG, épaisseur du muscle) à tout instant du cycle cardiaque. Pour plus d'informations, nous avons également calculé les phases des différents harmoniques du modèle par une transformée de Fourier sur les données estimées.

Les figures 12 et 13 montrent, pour un cœur normal, l'évolution de ces paramètres au cours du cycle cardiaque. Les figures 14 et 15 montrent les mêmes planches pour un cœur pathologique. Notons que les figures sont des images paramétriques en « œil de bœuf » (figure 11) coloré par les variations des paramètres de 20 régions du VG. Le sens de la variation est de l'intérieur vers l'extérieur. Les variations du rayon et l'épaisseur sont calculées par rapport à leurs valeurs moyennes estimées également par le modèle. Concernant les images de phases, elles représentent respectivement la phase de la fréquence fondamentale, du second et du troisième harmonique.

Une nette différence est constatée entre les paramètres extraits pour le cœur normal et pour le cœur pathologique :

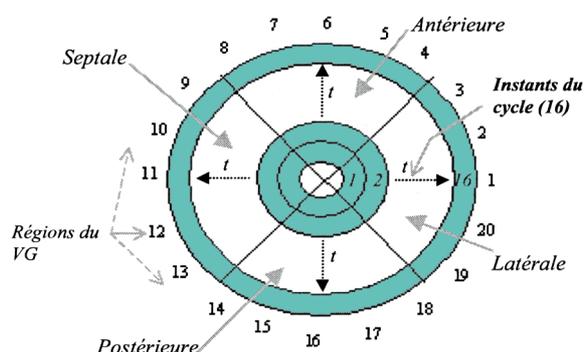


Figure 11. – Découpage du VG en 20 régions élémentaires regroupées ensuite en 4 régions principales. Chaque anneau représente un instant donné du cycle cardiaque (1 à 16).

– Cas normal

Dans les images des figures 12 et 13, une contraction importante est observée. Le mouvement est parfaitement synchronisé dans toutes les régions. Nous constatons également que les valeurs des paramètres dans le septum (la partie gauche du VG) sont plus faibles que dans les autres régions, cela provient d'une mobilité un peu faible de cette partie du VG à cause de son voisinage avec le ventricule droit.

– Cas pathologique

Les paramètres du VG représentés dans les figures 14 et 15 révèlent une akinésie dans la partie postérieure du VG. Cette akinésie (absence du mouvement) est visible sur les images paramétriques par un très faible changement de la couleur des paramètres dans cette région.

4. discussion et conclusion

Dans ce travail, nous avons proposé un nouveau modèle pour une modélisation temporelle de la déformation du VG. Il est générique et peut être utilisé pour estimer et modéliser toute loi d'évolution pseudo-périodique. L'hypothèse de périodicité est utilisée ici afin de faire converger le filtre de Kalman. Elle permet de dupliquer la mesure d'une seule période du cycle cardiaque qui est ensuite modélisée afin d'en extraire des paramètres. Le choix judicieux de la période étudiée est du domaine du clinicien.

Ce modèle d'état harmonique est capable de modéliser le mouvement du VG sur l'ensemble du cycle cardiaque. Les composantes de son vecteur d'état présentent l'intérêt majeur d'avoir une signification physique (position, vitesse, accélération,...) directement interprétable pour l'analyse du mouvement normal et pathologique. Elles fournissent des paramètres quantitatifs qui ont permis d'évaluer la méthode sur des données simulées puis sur des données réelles. Dans la simulation, nous avons montré que notre modèle est plus robuste aux bruits que la transformée de Fourier. En effet, par définition le filtre de Kalman prend en compte le bruit dans le processus d'estimation. De plus, par sa capacité à prédire le signal, il permet également de pallier l'absence de quelques mesures manquantes dans le cycle d'analyse. Sur les séquences d'images IRM, les paramètres extraits du modèle ont permis de discriminer les régions saines des régions pathologiques. Les expériences menées sur la totalité de la base de données (10 séquences temporelles) ont confirmé les capacités de notre modèle à détecter des anomalies du mouvement liées aux pathologies cardiaques. Ce sont cependant des résultats préliminaires qui établissent la faisabilité de l'approche et qui nécessitent la mise en place d'une stratégie plus large d'évaluation et de validation clinique de la méthode.

Dans ce travail, le modèle a été exploité dans une dimension temporelle pour modéliser le mouvement du VG. La périodicité des contours VG (contours fermés) nous permettrait également une transposition directe du modèle dans une dimension spatiale à un instant donné introduisant ainsi des contraintes de forme et de lissage via la décomposition harmonique. Cette double caractéristique révèle l'intérêt potentiel d'un tel modèle pour le suivi 3D de la paroi du VG dans une séquence d'images.

L'analyse du mouvement réalisée dans ce travail portait sur l'étude de la dynamique du VG sur un cycle cardiaque issu d'une séquence IRM. En réalité, ce cycle du mouvement n'est qu'une moyenne, du fait que l'acquisition des images IRM se fait généralement sur plusieurs cycles après synchronisation à l'ECG. L'application du modèle sur des données issues d'une modalité différente telle que l'échocardiographie par exemple, permettra d'étudier le mouvement du VG sur plusieurs cycles consécutifs réels. La comparaison des paramètres du modèle, relatives à chaque cycle, fournira des informations sur la périodicité du mouvement cardiaque et rendra possible la détection des anomalies relative au rythme cardiaque.

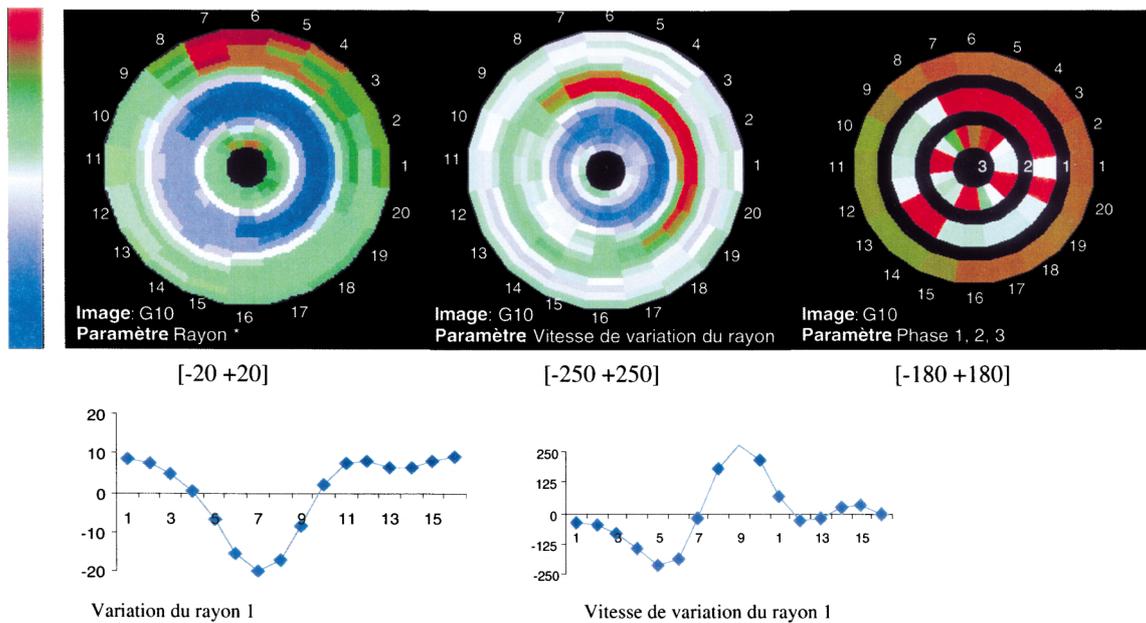


Figure 12. – Représentation paramétrique de la variation du rayon interne du VG au cours du cycle de mouvement (cas sain).

Les images sont colorées par : la variation du rayon (image 1), la vitesse de variation du rayon (image 2) et les phases de la variation du rayon (image 3) (les phases représentées sont celles de la fréquence fondamentale (1), l'harmonique 1 (2) et l'harmonique 2 (3)). Les graphes montrent la variation du paramètre représenté pour le rayon de la région 1 du VG au cours des 16 instants du cycle, et permettent de déterminer le sens du mouvement (contradiction / relachement) * les variations du rayon sont calculées par la différence entre la valeur du rayon $r(t)$ estimée par le modèle à l'instant t et la valeur moyenne $r(t)$ également estimée par le même modèle (voir vecteur d'état du modèle).

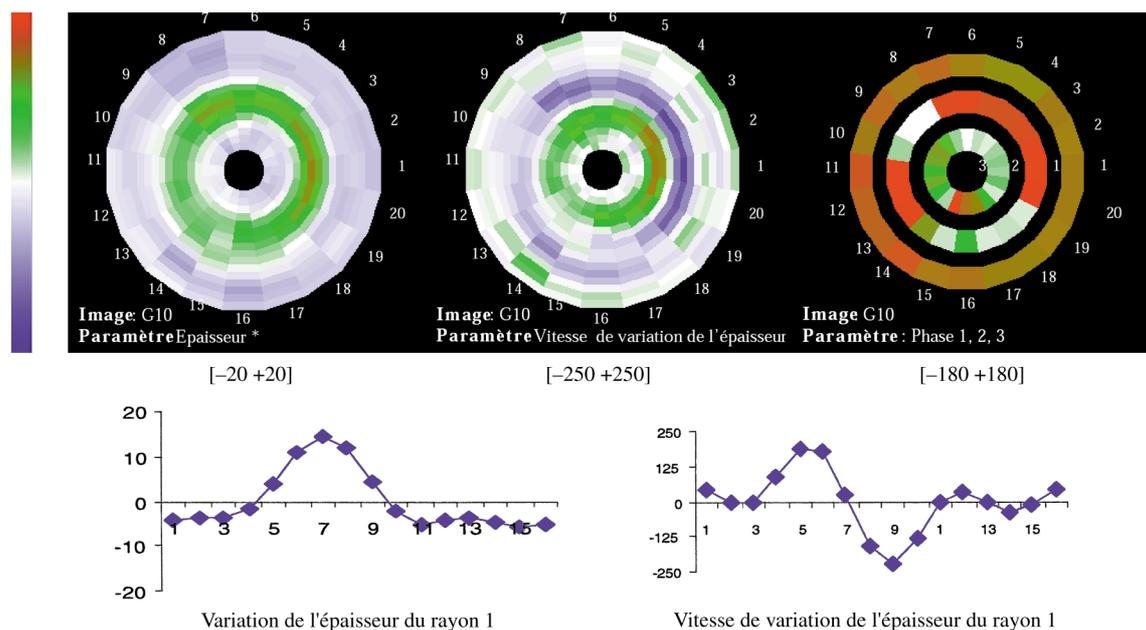


Figure 13. – Représentation paramétrique de la variation du rayon interne du VG au cours du cycle de mouvement (cas sain).

Les images sont colorées par : la variation de l'épaisseur du rayon (image 1), la vitesse de variation de l'épaisseur du rayon (image 2) et les phases de la variation de l'épaisseur du rayon (image 3) (les phases représentées sont celles de la fréquence fondamentale (1), l'harmonique 1 (2) et l'harmonique 2 (3)). Les graphes montrent la variation du paramètre représenté pour l'épaisseur du rayon de la région 1 du VG au cours des 16 instants du cycle, et permettent de déterminer le sens du mouvement (contradiction / relachement)

* les variations de l'épaisseur sont calculées par la différence entre la valeur de l'épaisseur estimée par le modèle à l'instant t et la valeur moyenne également estimée par le même modèle (voir vecteur d'état du modèle).

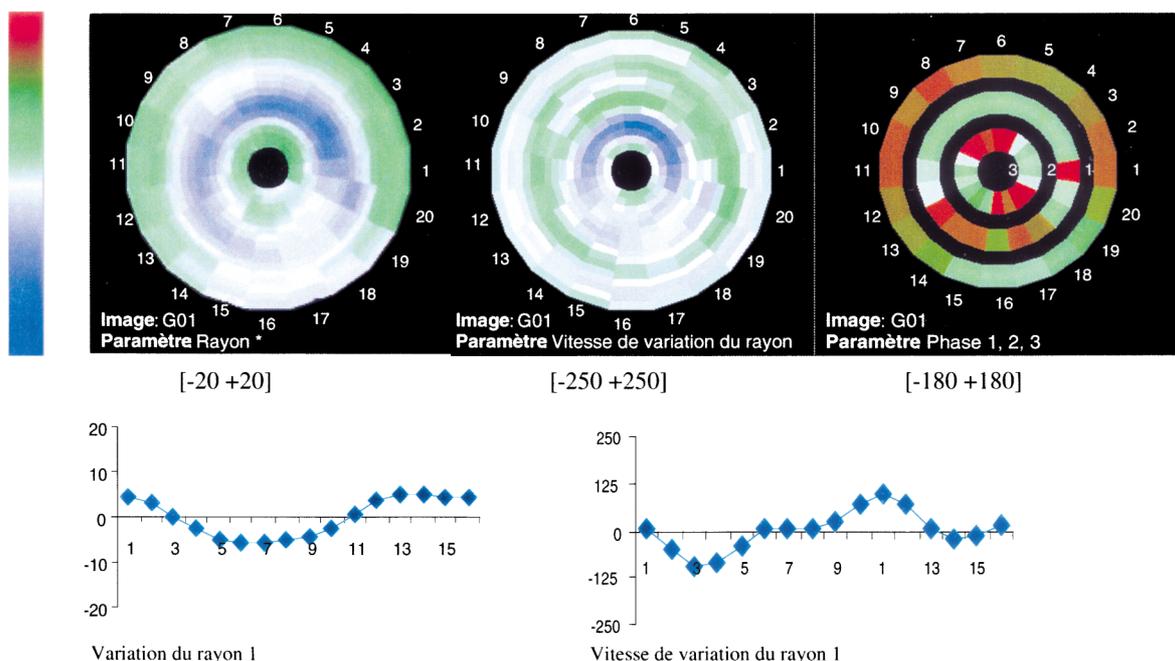


Figure 14. – Représentation paramétrique de la variation du rayon interne du VG au cours du cycle de mouvement (cas pathologique). Les images sont colorées par : la variation du rayon (image 1), la vitesse de variation du rayon (image 2) et les phases de la variation du rayon (image 3) (les phases représentées sont celles de la fréquence fondamentale (1), l’harmonique 1 (2) et l’harmonique 2 (3). Les graphes montrent la variation du paramètre représenté pour le rayon de la région 1 du VG au cours des 16 instants du cycle, et permettent de déterminer le sens du mouvement (contradiction / relachement) * les variations du rayon sont calculées par la différence entre la valeur du rayon $r(t)$ estimée par le modèle à l’instant t et la valeur moyenne $r(t)$ également estimée par le même modèle (voir vecteur d’état du modèle)

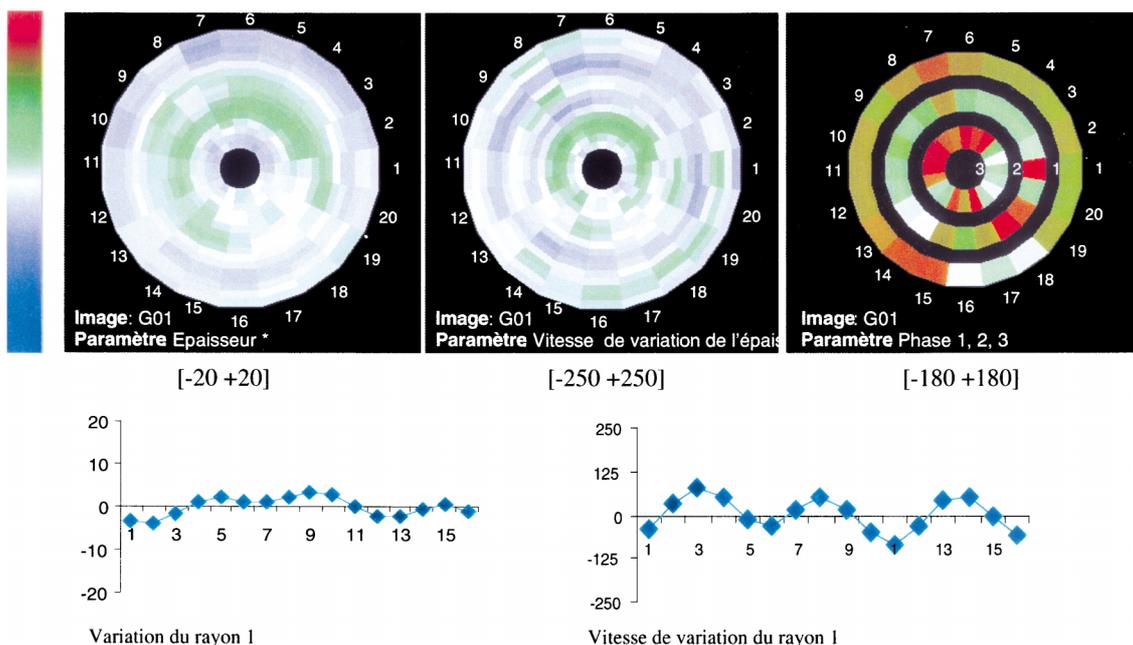


Figure 15. – Représentation paramétrique de la variation du rayon interne du VG au cours du cycle de mouvement (cas pathologique). Les images sont colorées par : la variation de l’épaisseur (image 1), la vitesse de variation de l’épaisseur (image 2) et les phases de la variation de l’épaisseur (image 3) (les phases représentées sont celles de la fréquence fondamentale (1), l’harmonique 1 (2) et l’harmonique 2 (3). Les graphes montrent la variation du paramètre représenté pour l’épaisseur de la région 1 du VG au cours des 16 instants du cycle, et permettent de déterminer le sens du mouvement (contradiction / relachement) * les variations de l’épaisseur sont calculées par la différence entre la valeur de l’épaisseur estimée par le modèle à l’instant t et la valeur moyenne également estimée par le même modèle (voir vecteur d’état du modèle).

Finalement, les extensions de notre approche peuvent concerner l'adaptation du modèle pour le traitement des séquences d'images 3D.

remerciements

Ce travail a pu être réalisé grâce au programme de formation de formateurs en informatique FFI établi entre le Maroc et la France. Il est partiellement soutenu par la région Rhône-Alpes dans le cadre du projet « santé et HPC » et, ponctuellement, d'un programme TEMPRA. Les auteurs remercient Mr Jean-Luc Bernou, ingénieur commercial de la société Digital Equipment Corporation France – Villeurbanne pour sa contribution au bon avancement du projet. La collaboration médicale avec l'Hôpital Cantonal de Genève et l'hôpital cardiologique de Lyon a permis de construire une base de données indispensable pour l'évaluation clinique de la méthode. A ce titre nous remercions le Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique pour son aide.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. Alais, M. Fink, B. Richard, Les images ultrasonores. *La recherche*, 1979 10(101) : p. 645-650.
- [2] J. Barron, D. Fleet, S. Deauchemin, Performance of optical flow techniques, *Int. J. Comput. Vis.*, 1994 12 : p. 43-77.
- [3] J. Bittoun, De la résonance magnétique nucléaire à l'imagerie par résonance magnétique, *La revue du Praticien*, Paris, 1996 46 : p. 803-810.
- [4] C. C. Bonciu, Restitution 4D du ventricule gauche du cœur par échocardiographie, *Thèse de doctorat, Université d'Orléans*, 1997, p. 265.
- [5] J. Declerck, Etude de la dynamique cardiaque par analyse d'images tridimensionnelles, *Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis*, 1997, p. 253.
- [6] C. Delhomme, D. Casset-Senon, D. Babuty, J. C. Charniot, Etude par tomographie cavitaire isotopique de 36 cas de prolapsus valvulaire mitral, *Archive des maladies du cœur et des vaisseaux*, ISBN 0003-9683, 1996 : p. 1127-1135.
- [7] B. Friedland, On the effect of incorrect gain in Kalman filter, *IEEE Transactions.*, 1967 AC12 : p. 610.
- [8] M. S. Grewal, A. P. Andrews, Kalman filtering, theory and practice, *Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, Info Syst. Sciences series*, 1993.
- [9] Y. Houdas, Physiologie cardio-vasculaire, Paris : Vigot, 1990, p. 365.
- [10] R. E. Kalman, A new approach to linear filtering and prediction problems, *Transactions. ASME*, 1960 82(D) : p. 35-45.
- [11] R. E. Kalman, R. S. Bucy, New results in linear filtering and prediction theory, *Transactions . ASME, J. Bas. Eng.*, 1961 83(D) : p. 95-108.
- [12] A. Lingamneni, P. A. Hardy, K. A. Powell, N. J. Pelc, R. W. White, Validation of cine phase-contrast MR imaging for motion analysis, *J. Magn. Reson. Imaging*, 1996 : 625-635.
- [13] Q.H. Liu, X.M. Xu, B. Tian, Z.Q. Zhang, Applications of nonuniform fast transform algorithms in numerical solutions of differential and integral equations, *IEEE Transaction on geoscience and remote sensing*, 2000 38 (4) Part 1: p. 1551-1560.
- [14] I. E. Magnin, C. Mathieu, D. Friboulet, P. Clarysse, Intérêt de l'imagerie cardiaque 3D : acquisition, segmentation, quantification, *Symposium Echocardiographique et analyse d'images ventriculaires*, 1993: p. 112-132.
- [15] J. McEachen, A. Nehorai, J. Duncan, A recursive filter for temporal analysis of cardiac motion, *IEEE workshop on Biomedical Image analysis*, 1994 : p. 124-133.
- [16] F. G. Meyer, R. T. Constable, A. J. Sinusas, J. S. Duncan, Tracking Myocardial Deformation Using Phase Contrast MR Velocity Fields: A Stochastic Approach, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1996 15(4) : p. 453-465.
- [17] J. Murcia, Reconstruction d'images cardiaques en tomographie d'émission monophotonique à l'aide de modèles spatio-temporels, *Thèse, Spécialité : Signal-Image-Parole, Institut National Polytechnique de Grenoble*, 1996, p. 179.
- [18] C. Nastar, Modèles physiques déformables et modes vibratoires pour l'analyse du mouvement non-rigide dans les images multidimensionnelles, *Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et des Chaussées*, 1994, p. 181.
- [19] S. J. Orphanidis, Optimum signal processing ; an introduction, *Mc Graw-Hill*, New-York, 1988.
- [20] M. Oumsis, Modélisation et suivi du mouvement d'objets élastiques dans une séquence d'images en imagerie cardiaque, *Thèse de 3^{ème} cycle, Université Mohammed V Rabat*, 1999, p. 115.
- [21] J. Park, D. Metaxas, A. Young, Deformable models with parameter functions : application to heart-wall modeling, *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, 1994 : p. 437-442.
- [22] J. Park, D. Metaxas, L. Axel, Analysis of left ventricular motion based on volumetric deformable models and MRI-SPAMM, *Medical Image Analysis*, 1996 1(1) : p. 53-71.
- [23] N. J. Pelc, M. Drangova, L. R. Pelc, Y. Zhu, D.C. Noll, B. Bowman, R.J. Herfkens, Tracking of cyclic motion with phase-contrast cine RM velocity data, *J. Magn. Reson. Imaging*, 1995 5 : p. 339-345.
- [24] J. C. Radix, Filtrage et lissage statistiques optimaux linéaires, *CEPADUES-EDITIONS* 1984.
- [25] O. Ratib, B. Friedli, A. Righetti, I. Oberhaensli, Radionuclide evaluation of right ventricular wall motion after surgery in tertralogy of fallot, *Pediatric Cardiology*, 1989 10 : p. 25-31.
- [26] A. P. Sage, J. L. Melsa, Estimation theory with application to communication and control, *Mc Graw-Hill*, New-York, 1971.
- [27] J. P. Thirion, Fast non-rigid matching of 3D medical images, *Medical Robotics and Computer Aided Surgery*, 1995: p. 47-54.
- [28] R. C. Todd, K. Rath, A. Sinusas, J. Gore, Development and evaluation of tracking algorithms for cardiac wall motion analysis using phase velocity MR imaging, *Magnetic Resonance in Medicine*, 1994 32 : p. 33-42.
- [29] Y. D. Zhu, M. Drangova, N. J. Pelc, Fourier tracking of myocardial motion using Cine-PC velocity data, *Magnetic Resonance in Medicine*, 1996 35: p. 471-480.
- [30] Y. D. Zhu, M. Drangova, N. J. Pelc, Estimation of deformation gradient and strain from Cine-PC velocity data, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1997 16(6) : p. 840-851..

Manuscrit reçu le 18 mai 2000

LES AUTEURS

Mohammed OUMSIS



Diplômé en 1999 d'un diplôme de spécialité de troisième cycle de l'université Mohamed V de Rabat, spécialité « Informatique », il est actuellement maître assistant au département de Mathématiques et Informatique de la faculté des sciences de Fès. Il poursuit également un doctorat en sciences à l'ENSIAS (Ecole Nationale Supérieure d'Informatique et d'Analyse des Systèmes) en collaboration avec CREATIS. Il fait partie depuis 1996 de l'équipe IHM (Interfaces Homme-Machine) de l'ENSIAS et de l'équipe Imagerie Dynamique de CREATIS. Ses activités de recherche concernent la modélisation et le suivi d'objets déformables en imagerie dynamique 3D. Son domaine d'application est l'imagerie cardiaque IRM.

Abd Elaziz SDIGUI



Docteur en science de l'ingénieur de l'Institut National de Télécoms. Diplômé en 1993 d'un doctorat en sciences de l'ingénieur, spécialité « Imagerie Dynamique », Abd Elaziz SDIGUI a rejoint l'équipe IHM (Interfaces Homme-Machine) de l'ENSIAS (Ecole Nationale Supérieure d'informatique et d'Analyse des Système) en 1994. Ses axes de recherche actuelles s'articulent autour de l'Imagerie Dynamique, Modèles déformables, ainsi que l'estimation du mouvement 3D par des approches de type filtrage récursif.

Bruno NEYRAN



Après une thèse de doctorat en Automatique en 1987, Bruno NEYRAN a rejoint CREATIS en 1988. Il est actuellement Maître de conférence au département GEII de l'Institut Universitaire de Technologie B de l'Université Lyon 1. Il s'est intéressé à la reconstruction d'objet à partir de vues multiples et à la stéréoscopie. Il fait partie du thème Imagerie Dynamique et ses activités de recherche concernent l'étude de la perfusion du myocarde et la dynamique du mouvement cardiaque ainsi que la segmentation par contour actif.

Isabelle E. MAGNIN



Isabelle E. Magnin est diplômée Ingénieur de l'ECAM en 1977, Docteur Ingénieur en 1981 et Docteur d'Etat ès Sciences Physiques en 1987. Elle est actuellement Directeur de Recherche de l'INSERM à CREATIS, responsable du groupe Imagerie Dynamique. Elle est l'auteur de plus de 100 publications, expert auprès de plusieurs organismes nationaux et internationaux dont la Communauté Européenne et réferé de plusieurs revues nationales et internationales parmi lesquelles IEEE TMI et IEEE TBME. Elle est membre IEEE et membre actif du PRC-GDR ISIS.