

Filtrage des signaux à échantillonnage non uniforme

Digital filters for non-uniformly sampled signals

par **D. POULTON, J. OKSMAN**

SUPÉLEC, Service des Mesures, Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex

Email : daniel.poulton@supelec.fr, jacques.oksman@supelec.fr

résumé et mots clés

Nous traitons dans cet article de la conception et la réalisation temps réel de filtres numériques pour des signaux échantillonnés non uniformément sans reconstruction préalable du signal échantillonné de manière périodique. Nous proposons dans une première étape une méthode de filtrage fondée sur des approximations numériques de l'intégrale de convolution ou d'équations différentielles et applicable par exemple aux filtres à réponse impulsionnelle finie. La deuxième méthode utilise la discrétisation d'un filtre continu équivalent et s'applique au cas des filtres à réponse impulsionnelle infinie. Des exemples viennent enfin illustrer l'étude.

Échantillonnage non uniforme, filtrage numérique, temps réel.

abstract and key words

We consider in this paper the problem of designing digital filters for non-uniformly sampled signals without any previous reconstruction. In a first step, we propose a method based on a numerical approximation of the convolution integral, which is applicable to finite impulse response filters. The second method uses digitization of an equivalent analog filter. It may be applied to infinite impulse response filters. Numerical examples illustrate the theoretical analysis.

Non-uniform sampling, digital signal processing, digital filter, real time.

1. introduction

De nombreux phénomènes physiques conduisent à des mesures dans lesquelles les signaux ne sont connus que par l'intermédiaire d'échantillons pris à des instants non périodiques. C'est

ainsi le cas de la vélocimétrie laser ou de l'analyse Doppler par mesure de la vitesse de particules entraînées par un fluide en mouvement. On rencontre également ce type de problème lors de la transmission en temps réel d'informations par l'intermédiaire de réseaux asynchrones où l'on est amené à traiter le signal par paquets (contrôle à distance, reconstruction des

signaux dont des échantillons ont été par exemple perdus par suite d'erreurs, transmission de la voix...) ou plus généralement lorsque l'on échantillonne volontairement les signaux de manière non périodique en utilisant un échantillonnage adaptatif dans le but de compresser les données. Des applications typiques sont alors l'optimisation de l'utilisation de la bande passante d'un canal de transmission en « n'émettant que lorsque c'est nécessaire » ou la minimisation de consommation de micro systèmes CMOS travaillant sur piles.

Une distinction essentielle concerne les valeurs possibles des intervalles de temps séparant des échantillons successifs qui peuvent être soit quelconques, soit multiples entiers d'une « période d'échantillonnage cachée » dans le cas où un système synchrone serait susceptible de « considérer » périodiquement le signal, sans pour autant en effectuer un échantillonnage systématique.

Le traitement des signaux à échantillonnage non uniforme (SENU dans la suite du texte) s'est longtemps restreint au cas de la reconstruction préalable du signal échantillonné de manière uniforme. Diverses extensions du théorème de Shannon ont ainsi été démontrées (on pourra par exemple se référer à [Beutler] [Masry]). La reconstitution en temps réel a été moins étudiée, mais certaines méthodes sont applicables à cet effet [Seredinski][Bensaoud][Mirsaidi].

Comme dans le cas de l'échantillonnage périodique se pose le problème du filtrage de ces signaux (en particulier pour la simple réduction du bruit).

Dans le cadre de cet article, on s'intéresse à leur filtrage linéaire en temps réel, et plus particulièrement au passage continu-discret, bien classique dans le cas périodique, mais qui ne l'est plus dans le cas d'un échantillonnage non uniforme.

Après avoir décrit le modèle de signal utilisé, nous présentons en section 2 une méthode de filtrage fondée sur des approximations aux différences finies. La section 3 est consacrée à la discrétisation d'un filtre analogique quelconque. Des simulations numériques viennent corroborer l'analyse théorique dans la section 4.

cadre et modèles

Le modèle le plus général $\{x(t_k)\}$ d'un SENU [Leneman] est celui d'un processus aléatoire à temps continu $x(t)$ échantillonné par un processus ponctuel $\Pi_{t_k} = \{t_k\}$ selon :

$$x_k \equiv x(t_k)$$

Le processus aléatoire continu $x(t)$ peut être représenté par exemple par des modèles « ARMA à temps continu » [Lahalle] ou par tout autre procédé.

Le processus d'échantillonnage Π_{t_k} à considérer dépend des applications. On trouvera ainsi classiquement :

- des processus de Poisson (cas du comptage de particules) ;
 - des processus dont les lois de probabilité des intervalles de temps sont uniformes dans un certain intervalle (cas de certains types de transferts sur des réseaux) ;
 - des processus dont les lois sont centrées autour d'une valeur moyenne (cas typique de la gigue d'échantillonnage);
 - des processus dont les intervalles de temps sont des multiples entiers d'une période d'échantillonnage « cachée » (cas des échantillons perdus du fait d'erreurs, par exemple), ce qui permet de modéliser cette fois x_k par un processus à temps discret (classiquement AR ou ARMA) ;
 - des processus de Markov pouvant être obtenus par exemple lors de la transmission de données par paquets sur des réseaux asynchrones (protocoles HTTP, FTP...).
- On s'intéresse ici au problème le plus général, dans lequel Π_{t_k} est *a priori* quelconque.

2. méthodes de différences finies

Un filtre linéaire correspond mathématiquement à une convolution. En appelant $e(t)$, $h(t)$ et $s(t)$ respectivement l'entrée, la réponse impulsionnelle et la sortie du filtre, on cherche donc à calculer une intégrale de la forme :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau) e(\tau) d\tau$$

en supposant que les valeurs du signal $e(t)$ ne sont connues que pour certaines valeurs t_n de la variable d'intégration.

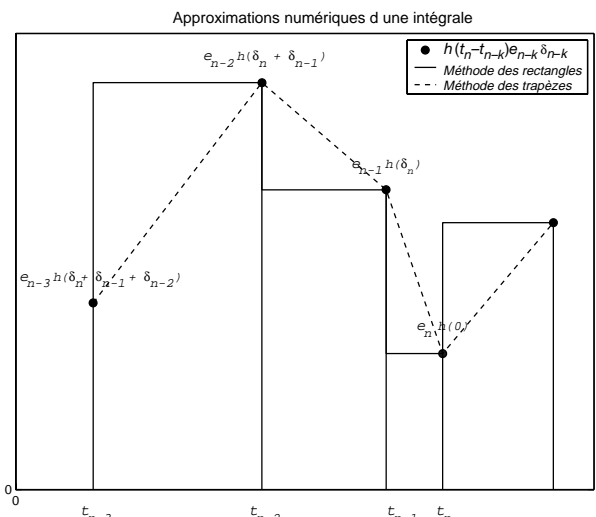


Figure 1. – Approximations numériques d'une intégrale.

À titre d'exemple, en appelant $\delta_n = t_n - t_{n-1}$ l'intervalle séparant deux échantillons successifs, l'approximation de l'intégrale précédente par la méthode des rectangles (figure 1) pour un système causal donne :

$$\hat{s}_n = \sum_{k=0}^{\infty} [h(t_n - t_{n-k}) \cdot e_{n-k} \cdot \delta_{n-k}]$$

Il est clair que l'estimation du signal obtenue par cette méthode possède un biais, la convergence des sommes de Rieman vers l'intégrale cherchée ne s'effectuant que pour un pas tendant vers 0.

Cette formule peut facilement être implantée et calculée en temps réel dans le cas d'un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF). Ainsi, pour un support borné de la réponse impulsionnelle, on aboutit à :

$$\hat{s}_n = \sum_{k=0}^{N-1} [h(t_n - t_{n-k}) \cdot e_{n-k} \cdot \delta_{n-k}]$$

Une autre estimation peut être obtenue en utilisant la méthode des trapèzes (figure 1) qui donne :

$$\hat{s}_n = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} [h(t_n - t_{n-k}) \cdot e_{n-k} + h(t_n - t_{n-k-1}) \cdot e_{n-k-1}] \delta_{n-k} \right\}$$

Cette formule, moins classique, peut donner de meilleurs résultats, en particulier si $h(0) \neq 0$ (figure 2).

Les approximations précédentes ne correspondent évidemment pas à des filtres RII exigeant une structure de réalisation récurrente. Dans le cas général d'un filtre RIF ou RII, on peut songer aux approximations suivantes.

En appelant $E(p)$, $H(p)$ et $S(p)$ les transformées de Laplace respectives des signaux $e(t)$, $h(t)$ et $s(t)$, on peut écrire :

$$S(p) = H(p) E(p)$$

et dans le cas que nous envisageons où $H(p)$ est une fraction rationnelle en p , soit :

$$H(p) = \frac{\sum_{i=0}^N b_i p^i}{\sum_{i=0}^N a_i p^i} \quad (a_N = 1) \quad (1)$$

la solution de l'intégrale précédente peut être obtenue en résolvant l'équation différentielle :

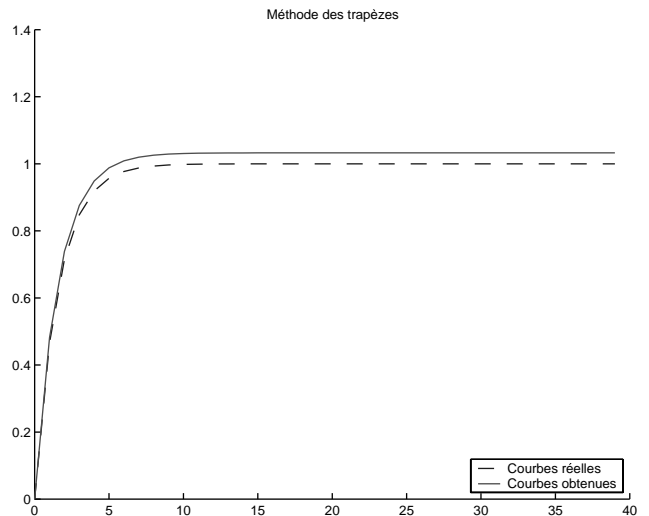
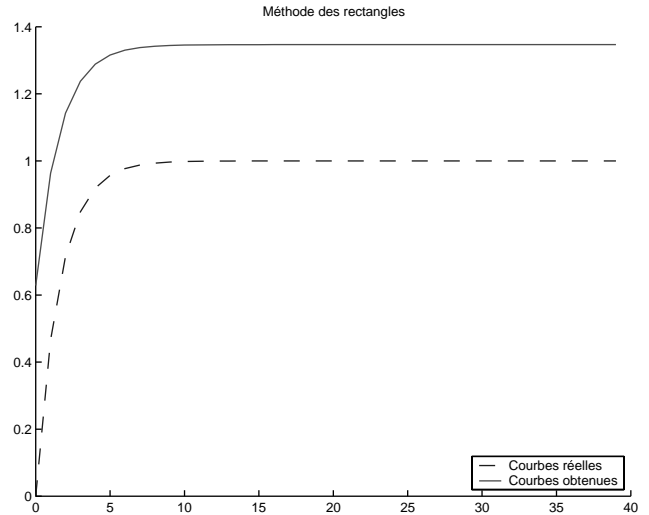


Figure 2. – Réponse indicielle d'un filtre du premier ordre.

$$\frac{d^{(N)}s(t)}{dt^{(N)}} + \dots + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_0 s(t) = b_N \frac{d^{(N)}e(t)}{dt^{(N)}} + \dots + b_1 \frac{de(t)}{dt} + b_0 e(t) \quad (2)$$

La première idée consiste à obtenir une simple approximation aux différences finies des dérivées apparaissant dans les équations différentielles. Malheureusement, comme l'exemple suivant va l'illustrer, on arrive rapidement à une complexité calculatoire élevée, sauf à se contenter d'une erreur importante sur la sortie.

Considérant ainsi le cas d'une transmittance du deuxième ordre :

$$H(p) = \frac{1}{p^2 + a_1 p + a_0}$$

l'équation différentielle correspondante s'écrit :

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_0 s(t) = e(t) \quad (3)$$

Si l'on conserve les contraintes de filtrage temps réel dans lequel un échantillon du signal de sortie à l'instant t_k est évalué uniquement à partir d'échantillons du signal d'entrée aux instants $t_{k'}$ avec $k' \leq k$ et d'échantillons du signal de sortie aux instants $t_{k''}$ avec $k'' < k$, l'approximation d'Euler permet par exemple d'estimer les dérivées aux instants t_k d'échantillonnage à partir des valeurs passées, soient :

$$\begin{aligned} \left. \frac{ds(t)}{dt} \right|_{t=t_k} &\approx \hat{s}'_k = \frac{s_k - s_{k-1}}{\delta_k} \\ \left. \frac{d^2 s(t)}{dt^2} \right|_{t=t_k} &\approx \hat{s}''_k = \frac{1}{\delta_k} \left(\frac{s_k - s_{k-1}}{\delta_k} - \frac{s_{k-1} - s_{k-2}}{\delta_{k-1}} \right) \\ &= \frac{1}{\delta_k^2 \delta_{k-1}} (s_k \delta_{k-1} - s_{k-1} \delta_{k-1} \\ &\quad - s_{k-1} \delta_k + s_{k-2} \delta_k) \end{aligned}$$

L'équation du filtre du deuxième ordre s'écrit alors sous la forme :

$$\begin{aligned} \hat{s}_k \left(a_0 + \frac{a_1}{\delta_k} + \frac{1}{\delta_k^2} \right) \\ = \hat{s}_{k-1} \left(\frac{a_1}{\delta_k} + \frac{1}{\delta_k^2} + \frac{1}{\delta_k \delta_{k-1}} \right) - \hat{s}_{k-2} \left(\frac{1}{\delta_k \delta_{k-1}} \right) + e_k \end{aligned}$$

dont on calcule la sortie en temps réel selon :

$$\hat{s}_k = \alpha_k \hat{s}_{k-1} + \beta_k \hat{s}_{k-2} + \gamma_k e_k \quad (4)$$

avec :

$$\begin{cases} \alpha_k = \frac{\frac{a_1}{\delta_k} + \frac{1}{\delta_k^2} + \frac{1}{\delta_k \delta_{k-1}}}{a_0 + \frac{a_1}{\delta_k} + \frac{1}{\delta_k^2}} \\ \beta_k = \frac{1}{\delta_k \delta_{k-1} \left[a_0 + \frac{a_1}{\delta_k} + \frac{1}{\delta_k^2} \right]} \\ \gamma_k = \frac{1}{a_0 + \frac{a_1}{\delta_k} + \frac{1}{\delta_k^2}} \end{cases} \quad (5)$$

La qualité de l'estimation obtenue dépend des instants d'échantillonnage. Le développement de $s(t)$ en série de Taylor nous donne en effet :

$$s(t_{k+1}) = s(t_k + \delta_{k+1}) = s(t_k) + \delta_{k+1} s'(t_k) + O(\delta_{k+1}^2)$$

En appelant :

$$\hat{s}_{k+1} = s(t_k) + \delta_{k+1} s'(t_k)$$

on obtient :

$$|s_{k+1} - \hat{s}_{k+1}| \propto \delta_{k+1}^1$$

Une bonne précision sur le résultat obtenu n'est alors assurée que pour une faible valeur de l'intervalle d'intégration correspondant ici à l'intervalle de temps entre échantillons successifs. Pour augmenter cette précision, on pourrait par exemple songer à augmenter l'ordre des approximations des dérivées, comme dans le cas des méthodes d'Adams-Bashford [Press] en considérant une approximation polynômial sur les p derniers échantillons. Ceux-ci n'étant pas équirépartis, le calcul des seuls coefficients du polynôme nécessiterait alors l'inversion d'un système linéaire à chaque étape [Chua]. C'est pourquoi une autre approche a été suivie et va être présentée maintenant.

3. passage continu discret appliqué aux SENU

Classiquement, les systèmes numériques étant discrets, il est nécessaire, à partir de la transmittance $H(p)$ d'un système continu, d'obtenir le filtre discret correspondant.

Dans le cas de l'échantillonnage périodique, cela ne pose pas de problème particulier. En effet [Santina], un certain nombre de transformations $p = G(z)$ sont couramment utilisées pour passer de $H(p)$ à la transmittance $H(z)$ du filtre numérique. En revanche, dans le cas des SENU, le problème se pose et il est nécessaire de repartir de la notion d'approximations numériques de dérivées ou d'intégrales telles que rencontrées (de façon implicite) dans les transformations d'Euler ou bilinéaire.

Par exemple, en considérant la transformation d'Euler :

$$\left. \frac{dx(t)}{dt} \right|_{t=t_k} \approx \hat{x}'_k = \frac{x_k - x_{k-1}}{\delta_k}$$

on obtient pour l'équation (3) :

$$\begin{aligned} \hat{s}_k \left[a_0 + \frac{a_1}{\delta_k} + \frac{1}{\delta_k^2} \right] \\ = \hat{s}_{k-1} \left[\frac{a_1}{\delta_k} + \frac{1}{\delta_k^2} + \frac{1}{\delta_k \delta_{k-1}} \right] - \hat{s}_{k-2} \left[\frac{1}{\delta_k \delta_{k-1}} \right] + e_k \end{aligned}$$

On constate donc que cette transformation est possible et permet d'exprimer la sortie du filtre en fonction des échantillons aux instants d'échantillonnage, même si l'échantillonnage est non périodique.

Évidemment, les défauts bien connus de la transformation d'Euler vont se retrouver également dans le cas des SENU (en particulier, l'axe imaginaire et le cercle de centre (0,0) et de rayon unité du plan complexe ne se correspondent pas dans cette transformation ; cela entraîne un écrasement des surtensions du filtre numérique, ce qui est d'autant plus inacceptable que l'on s'approche de la fréquence de Nyquist) (figure 3).

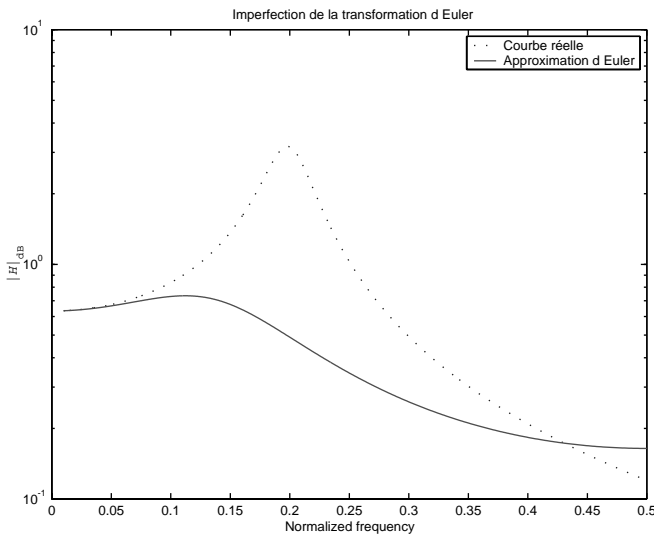


Figure 3. – Imperfection de la transformation d'Euler.

On peut donc s'attendre à de bonnes performances de cette méthode lorsque l'espérance mathématique des intervalles de temps δ_k entre échantillons est très inférieure à l'inverse de la fréquence maximale d'intérêt du signal d'entrée, correspondant dans le cas périodique à une fréquence maximale F_m du signal d'entrée très inférieure à la fréquence de Nyquist ($10 F_m \ll 1/\delta$).

Si l'on cherche maintenant à s'inspirer de la transformation bilinéaire qui donne, pour mémoire, dans le cas périodique :

$$p \xrightarrow{G} \frac{2}{\delta} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

la sortie du filtre dérivateur de transmittance :

$$H(p) = p$$

peut être estimée récursivement par :

$$s_k = -s_{k-1} + \frac{2}{\delta_k} (e_k - e_{k-1})$$

ce qui donne la formule d'approximation suivante pour la dérivée du signal dans le cas des SENU :

$$\hat{x}'_k = -\hat{x}'_{k-1} + \frac{2}{\delta_k} (x_k - x_{k-1})$$

Nous proposons donc de réécrire l'équation (2) sous la forme d'équation d'état :

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = A X(t) + B e(t) \\ s(t) = C X(t) + D e(t) \end{cases} \quad (6)$$

avec :

$X(t)$: vecteur d'état de dimensions $(1 \times N)$

$$A = \begin{pmatrix} -a_{N-1} & -a_{N-2} & \cdots & -a_1 & -a_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = (1 \ 0 \ \cdots \ 0)^T$$

$$C = (b_{N-1} - b_N a_{N-1} \quad b_{N-2} - b_N a_{N-2} \quad \cdots \quad b_0 - b_N a_0)$$

$$D = (b_N)$$

La discrétisation de ces équations en utilisant l'approximation déduite de la transformation bilinéaire nous donne alors :

$$\begin{cases} X'_k = -X'_{k-1} + \frac{2}{\delta_k} [X_k + X_{k-1}] \\ AX_k + Be_k = -(AX_{k-1} + Be_{k-1}) + \frac{2}{\delta_k} [X_k + X_{k-1}] \end{cases}$$

soit, après réduction :

$$\begin{cases} X_k = \Phi_k X_{k-1} + \Lambda_k (e_k + e_{k-1}) \\ s_k = C X_k + D e_k \end{cases} \quad (7)$$

avec :

$$\begin{cases} \Phi_k = \left[I - \frac{\delta_k}{2} A \right]^{-1} \left[I + \frac{\delta_k}{2} A \right] \\ \Lambda_k = \frac{\delta_k}{2} \left[I - \frac{\delta_k}{2} A \right]^{-1} B \end{cases}$$

où I est la matrice identité de dimensions $(N \times N)$.

L'application de cette formule au filtrage est maintenant immédiate : en partant de la transmittance continue souhaitée $H(p)$ sous la forme (1), on en déduit l'équation différentielle correspondante (2) écrite sous la forme (6). L'application de la formule d'approximation (7) permet alors d'obtenir une formulation récursive.

Le même exemple que précédemment donne alors des résultats bien meilleurs (figure 4).

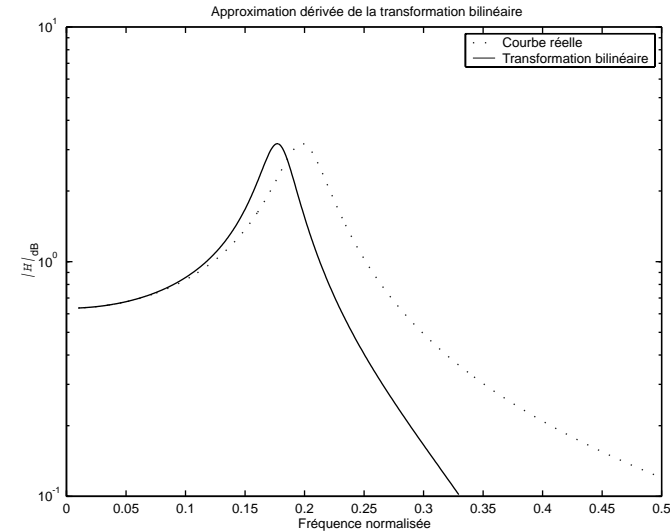


Figure 4. – Approximation dérivée de la transformation bilinéaire.

Il est bien sûr possible de tenir compte de la distorsion de fréquence inhérente à l’exploitation de la transformation bilinéaire lors de la discrétisation en remplaçant les pôles et les zéros ω_c de la transmittance $H(p)$ selon :

$$\omega_c = \frac{2}{\delta} \tan\left(\frac{\omega'_c \delta}{2}\right)$$

avant d’appliquer la formule d’approximation (7) et d’améliorer les performances du filtre obtenu (figure 5).

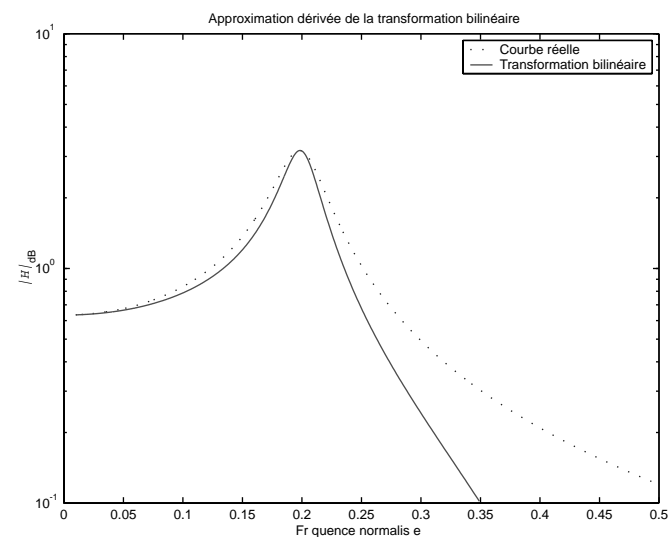


Figure 5. – Prise en compte de la distorsion de fréquence due à la transformation bilinéaire.

4. principaux résultats

Il faut tout d’abord noter la difficulté rencontrée pour valider les traitements des SENU. Il est en effet nécessaire de disposer de méthodes et d’outils permettant de générer des signaux synthétiques correctement caractérisés. Dans la littérature, il existe différentes méthodes permettant de générer des échantillons de signaux aléatoires à temps continu fondées sur des schémas d’intégration numérique d’équations différentielles stochastiques [Kloeden] ou à partir de la densité spectrale de puissance du signal continu et les caractéristiques du processus d’échantillonnage, cette dernière débouchant sur des méthodes d’analyse spectrale. Ces différentes méthodes ne permettant pas de maîtriser l’erreur d’intégration, nous avons utilisé la méthode développée dans [Nita].

4.1. signal sinusoïdal bruité

Le but recherché dans cet exemple est de restituer un signal utile après nettoyage du bruit additif.

Le signal d’entrée est constitué d’un signal sinusoïdal de fréquence $f_0 = 0,1$ Hz perturbé par un bruit blanc gaussien additif (rapport signal à bruit de 0,5 dB). Ce signal est échantillonné selon un processus d’échantillonnage suivant une loi uniforme dans l’intervalle $[0, 2\text{ s}]$, conduisant à une moyenne des intervalles de temps entre échantillons $\delta_{k_{moy}} = 1\text{ s}$ (figure 6).

Afin d’extraire le signal utile, on choisit de filtrer ce signal par un filtre sélectif spécifié par le gabarit suivant :

- bande passante : $[0,095, 0,105]$ (Hz) ;
- ondulation dans la bande passante : 3 dB ;

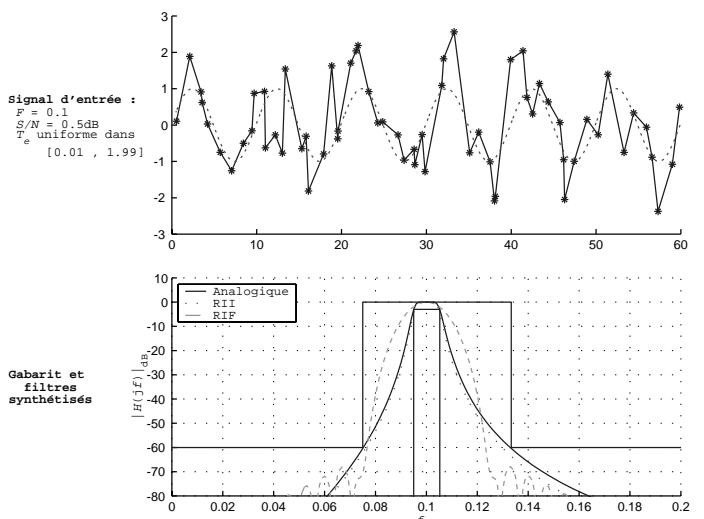


Figure 6. – Signal d’entrée, gabarit et réponses fréquentielles des filtres synthétisés.

- bande coupée : $[0.075, 0.133]$ (Hz) ;
- ondulation dans la bande coupée : -60 dB.

À partir de ce gabarit, la méthode classique de synthèse de filtre analogique utilisant l'approximation de Butterworth conduit à un filtre d'ordre 8 et de transmittance $H(p)$. Afin d'exploiter la première méthode proposée, la réponse impulsionnelle du filtre idéal de même bande passante a été tronquée en utilisant une fenêtre de Blackman, puis décalée dans le temps conduisant à un filtre RIF causal de support $[0, 140$ s] ; l'utilisation de la transformation bilinéaire conduit quant à elle à un filtre RII. Le gabarit du filtre et les réponses fréquentielles des filtres synthétisés sont données figure 6.

Nous présentons ci-dessous (figure 7) les résultats des filtrages SENU du signal d'entrée obtenus par les méthodes proposées. À titre de comparaison, les résultats obtenus en partant du même gabarit pour le filtre, d'un signal d'entrée de mêmes caractéristiques mais échantillonné uniformément ($\delta = 1$ s) et en utilisant les méthodes classiques de synthèse de filtre numérique (obtention d'un filtre RIF par fenêtre de Blackman, d'un filtre RII par la transformation bilinéaire) sont également représentées figure 7.

Nous constatons sur ces figures que, comme prévu, l'approximation d'Euler conduit à des résultats inexploitable et que les

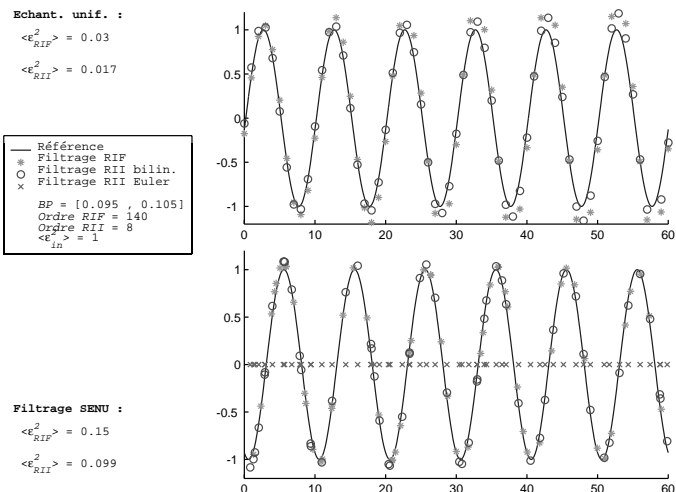


Figure 7. – Filtrage d'un signal sinusoïdal bruité.

méthodes proposées conduisent à des performances satisfaisantes, puisque ne dégradant le rapport signal à bruit que de 5 dB par rapport au filtrage de signaux échantillonnés uniformément.

4.2. application au comptage de particules

Nous avons mis en œuvre la technique que nous proposons à l'application de comptage de particules (par exemple des pho-

tons) dans laquelle l'information recherchée est portée par la valeur moyenne des intervalles de temps séparant l'arrivée de deux photons. Afin d'obtenir cette information, on considère le signal $x(t)$ obtenu à chaque instant t_k d'arrivée d'un photon par la mesure de l'intervalle δ_k :

$$x_k = \delta_k = t_k - t_{k-1}$$

Les deux processus générateurs du SENU sont donc liés (figure 8) et les lois de probabilité de $\{x(t_k)\}$ et $\{\delta_k\}$ sont les mêmes.

Le processus d'échantillonnage a été modélisé par un processus de Poisson de densité λ . La valeur de la densité a ensuite été estimée par un filtrage passe bas à réponse impulsionnelle finie (RIF), ce qui correspond en fait à la méthode classique d'estimation, et par un filtrage à réponse impulsionnelle infinie (RII) en exploitant la méthode proposée basée sur la transformation bilinéaire.

Comme il fallait s'y attendre, nous constatons (figure 9) les performances nettement supérieures du filtrage RII par rapport au filtrage RIF : il permet de suivre plus fidèlement les évolutions de la grandeur d'intérêt en général lié au coefficient λ de la loi de Poisson. Ceci conforte l'intérêt de la méthode présentée qui est donc de permettre le filtrage RII des SENU.

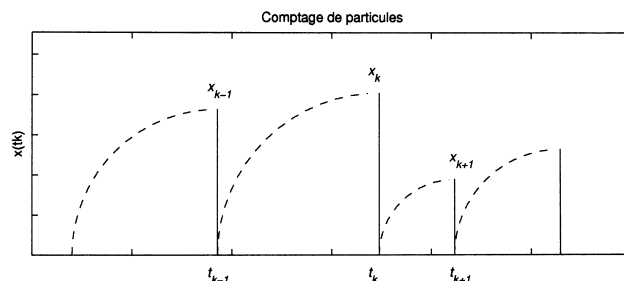


Figure 8. – Processus correspondant au comptage de photons.

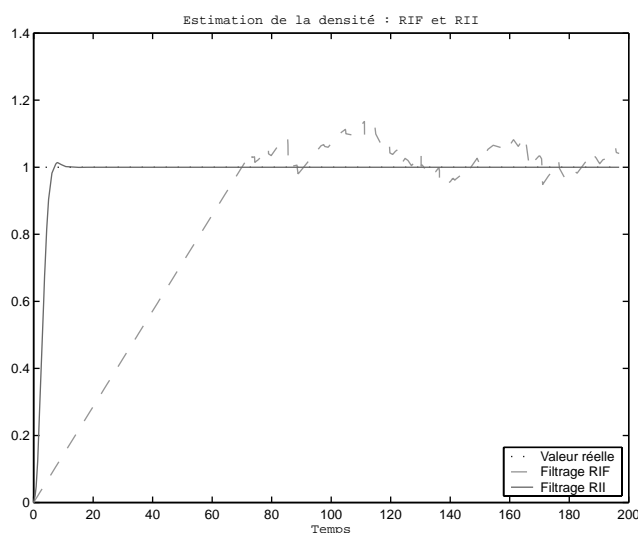


Figure 9. – Estimation de la valeur moyenne des intervalles de temps.

5. conclusion

Nous avons proposé deux méthodes de filtrage de signaux à échantillonnage non uniforme. L'une, fondée sur une approximation numérique de l'intégrale de convolution, est applicable aux filtres à réponse impulsionnelle finie. L'autre utilise la discrétisation d'un filtre continu équivalent et s'applique au cas des filtres à réponse impulsionnelle infinie.

L'exploitation de ces résultats peut servir lors de la conception de filtres pour des applications dans lesquelles les données sont intrinsèquement non périodiques. On peut penser par exemple à des méthodes d'analyse spectrale par batterie de filtres ou à des algorithmes de régulation portant sur des processus dans lesquels consignes et mesures sont véhiculées sur des supports de communications numériques asynchrones.

BIBLIOGRAPHIE

[Beutler] F. J. Beutler, « Alias-free randomly timed sampling of stochastic processes », *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. IT-16, March 1970, n° 2, pp. 147-152.

[Lahalle] E. Lahalle, G. Fleury, J. Oksman, « Real-time ARMA identification in the case of missing observations », *IEEE International Symposium on Information Theory*, Sorrento, Italy, June 25-30, 2000, to appear.

[Kloeden] P. E. Kloeden, E. Platen, « Numerical solution of stochastic differential equations », Springer-Verlag, Berlin, 1992.

[Leneman] Leneman, « Random sampling of random processes: Impulse processes », *IEEE-IC*, n° 9, 1966.

[Nita] L. Nita, J. Oksman, « Synthèse rapide de signaux aléatoires à temps continu échantillonnés non uniformément », *16^e Colloque Gretsi sur le traitement du signal et des images*, Grenoble, 15-19 septembre 1997.

[Masry] E. MASRY, « Alias-free sampling : an alternative conceptualization and its applications », *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. IT-24, May 1978, n° 3.

[Santina] M. S. Santina, G. H. Hostetter, A. R. Stubberud, « *Digital control system design* », Second Ed., Saunders College Publishing, 1994.

[Bensaoud] O. Bensaoud, J. Oksman, « Reconstruction en temps réel des signaux à échantillonnage non périodique », *Traitement du Signal*, Vol. 11, 1994, n° 3, pp. 283-293.

[Seredinski] Seredinski, « Principe de la méthode des asplines récurrentes pour l'interpolation et la compression des signaux », *Traitement du signal*, Vol. 9, 1992, n° 2, pp. 175-180.

[Mirsaidi] Mirsaidi, G. Fleury, J. Oksman, « LMS-like AR modeling in the case of missing observations », *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 45, 1997, n° 6, pp. 1574-1583.

[Press] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teulolsky, W. T. Vetterling, « *Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing* », Cambridge University Press, 1988.

[Chua] L. O. Chua, P.-M. Lin, « *Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits, Algorithms and Computational Techniques* », Prentice-Hall, Inc., Englewood, New Jersey, 1975.

Manuscrit reçu le 13 mars 2000

LES AUTEURS

Daniel POULTON



Daniel POULTON, ingénieur Supélec, est depuis 1977 enseignant chercheur au Service des Mesures de Supélec. Ses travaux de recherche concernent principalement le traitement des signaux à échantillonnage non périodique et les relations entre les algorithmes et architectures matérielles.

Jacques OKSMAN



Jacques OKSMAN, ingénieur Supélec, est professeur à l'École Supérieure d'Électricité, et chef de Service des Mesures. Ses domaines de recherche portent sur le traitement du signal appliqué aux problèmes de mesures (méthodes d'estimation précises dans un cadre non linéaire, traitement des signaux à échantillonnage non uniforme).