

---

# Un ensemble d'invariants bipolaires pour les surfaces de $\mathbb{R}^3$

## Application à la description du visage par une approche 3D

**Majdi Jribi, Faouzi Ghorbel**

*Laboratoire CRISTAL, Pôle GRIFT  
Ecole Nationale des Sciences de l'Informatique  
Université La Manouba, 2010 la manouba, Tunisie*

*{majdi.jribi, faouzi.ghorbel}@ensi.rnu.tn*

---

*RÉSUMÉ. Dans ce travail, nous introduisons une nouvelle représentation invariablement liée à une surface de l'espace tridimensionnel. Elle est construite à partir de la superposition de deux potentiels géodésiques correspondant à deux pôles préalablement fixés sur celle-ci. Un ensemble de points finis peut en être extrait sur une localité se trouvant autour et entre les deux pôles. Celui-ci peut être enrichi jusqu'à la couverture totale de ce lieu géométrique et cela par la mise en œuvre de résolutions de plus en plus fortes. Deux méthodes numériques sont étudiées et comparées au sens de la distance de Hausdorff généralisée à l'espace des formes. Le pouvoir discriminant de cette représentation est évalué sur la base Bosphorus de visages 3D par l'intermédiaire de la même distance de Hausdorff.*

*ABSTRACT. In this present work, we propose to introduce a novel curved surface representation which is relatively invariant under 3D motion group. It is constructed from the superposition of two geodesic potentials of two fixed surface points. From this representation, finite invariant points could be extracted locally in the neighborhood of such two points. Several numerical methods are implemented and compared using the generalized Hausdorff distance defined on the shape space to approximate the proposed representation. Experimentations are performed on the 3D facial database Bosphorus in order to evaluate the discrimination power of such representation.*

*MOTS-CLÉS : potentiel géodésique, invariant, maillage 3D, distance de Hausdorff, visage, espace des formes.*

*KEYWORDS: geodesic potential, invariant, 3D mesh, Hausdorff distance, face, shape space.*

---

DOI:10.3166/TS.29.51-63 © 2012 Lavoisier

### **Extended abstract**

The description of 3D shapes plays an important role in pattern recognition and surfaces analysis. Therefore, one of the major challenges faced today in the three dimensional imaging field is the construction of a surface representation that ensures several properties like the independence from the point of view, the robustness with respect to small local variations and the invariance under different parameterizations.

Several past works have been performed in the area of accurate 3D shapes description in order to verify as much as possible the criteria described above. We propose, in this paper, a new surface representation that we qualify by bipolar consisting on the construction of levels sets by the superposition of two geodesic potentials generated from two reference points. Thus, an imprecision of one of the two reference points detection will have fewer inferences on such representation.

Let consider a manifold  $S$  of dimension two and two reference points from  $S$ . A geodesic potential generated from a reference point  $r$  is the function that associates for each point of the surface the length of the geodesic curve joining it to  $r$ . The first step of the bipolar representation construction consists on the determination of the geodesic potentials relatively to these two reference points. The corresponding geodesic level curves which are materialized by the mesh points that have the same geodesic distance to the reference points are computed with a constant geodesic step. Subsequently, the intersection points between these level curves are determined and the corresponding tangent vectors to level curves are computed.

The geometric locations with the same angular opening formed by the two tangent vectors form a family of invariant points of the surface. We propose to retain a finite set of these families obtained by angular opening levels set.

In practice, a common representation of surfaces is the triangular mesh. Thus, different numerical methods have been studied and compared in order to approximate the new representation on 3D meshes. By experimentations performed on analytical surfaces, the method based on the approximation of tangent vectors using the B-splines functions was retained.

We propose to apply this new representation for the description of 3D human faces surfaces. Indeed three dimensional faces shapes analysis has been an area of ongoing interest and research in image processing in the last two decades. It is attracting more and more attention with the development of 3D shape scanners and the availability of 3D faces databases.

In order to evaluate the performance of this new representation, Hausdorff distance in the shape space is implemented. We test its accuracy on the 3D meshes of the database Bosphorus. The two outer corners of the eyes were chosen to be the two reference points. This representation was determined only in the static area of the face. Experimental results show the discrimination power of such new representation.

The perspectives of this work will involve a theoretical study of the bipolar representation extend limits and its robustness under small variations in reference points detection. We propose also to develop this representation for other types of applications (medical, archeological...) and to extend it to a number of reference points greater than two.

## 1. Introduction

Une des problématiques et un des enjeux des travaux de recherche actuels dans le domaine de l'imagerie tridimensionnelle résident dans la construction d'une représentation surfacique qui vérifie un certain nombre de propriétés telles que :

- l'indépendance vis-à-vis du point de vue ;
- la robustesse relative à certaines petites variations de formes locales ;
- l'invariance par rapport aux différents paramétrages ;
- la pertinence de la représentation qui peut être traduite par l'aboutissement à la propriété de complétude absolue ou du moins une sorte de complétude locale.

En pratique, la description des surfaces de  $\mathbb{R}^3$  reste une question ouverte dans le sens des quatre critères définis ci-avant et essentiellement en raison du fait que les mesures par la multitude des capteurs 3D numériques aboutissent à des données non organisées ou du moins faiblement organisées comme la représentation par des maillages triangulaires. Plusieurs travaux plus ou moins récents ont abordé cette question en essayant d'extraire des descripteurs invariants de surfaces 3D relativement aux transformations rigides de l'espace tridimensionnel à l'image des travaux menés sur les zones de hautes courbures (Faugeras, Hebert, 1986 ; Hallinan *et al.*, 1999), l'extraction de primitives invariantes et stables des surfaces par les descripteurs de Fourier généralisés au cas 3D (Burdin *et al.*, 1992), la description des objets 3D à niveaux de gris par des invariants stables (Zribi *et al.*, 2002), l'approximation par des surfaces paramétriques comme les superquadriques (Montagnat, 2000). Afin de vérifier le maximum de propriétés souhaitables, Bannour et Ghorbel (2000) ont introduit une description invariante par un calcul de descripteur sur les iso-courbures. D'autres auteurs ont proposé de généraliser la notion de SIFT, bien connue pour les images planes, au cas tridimensionnel (Scovanner *et al.*, 2007). Ces différentes méthodes restent sensibles aux petites déformations locales et aux erreurs dues à la quantification et ne vérifient pas souvent la complétude même localement. D'autres méthodes imposent l'utilisation des coordonnées locales soit par l'application exponentielle construite autour d'un point appartenant à la variété de dimension deux obtenues en enveloppant un voisinage de ce point par les coordonnées polaires du plan tangent en ce même point ou encore par la construction des cercles géodésiques définis comme les différents ensembles de points se trouvant à une même distance géodésique du point de référence (Spivak, 1999 ; Samir *et al.*, 2006 ; Srivastava *et al.*, 2008). La stabilité de ces deux dernières méthodes demeure tributaire de la robustesse de la méthode d'extraction du point de référence. A titre d'exemple en reconnaissance faciale, le bout du nez est souvent retenu comme le point d'origine. Par ailleurs, pour la

détermination de la courbe géodésique entre deux points de la surface, Cohen et Kimmel (1997) ont évoqué la notion de potentiel géodésique.

Dans l'objectif de stabiliser ces représentations différentielles et d'étendre les lieux géométriques qu'elles décrivent, nous proposons dans ce travail, une nouvelle représentation que nous qualifions de bipolaire consistant en la construction d'un ensemble de niveaux calculé à partir de la superposition de potentiels géodésiques de la surface provenant de deux points de référence. Une imprécision du lieu géométrique d'un des deux points de référence aura moins d'impacts sur la présente représentation.

Ainsi, dans cet article, la deuxième section décrit le formalisme mathématique du descripteur proposé. Une troisième section compare deux types d'approximation de la représentation bipolaire proposée à partir des maillages 3D. Dans la quatrième section, nous appliquons cette représentation à la description des surfaces du visage humain. Par la suite, nous évaluons au sens de la distance de Hausdorff dans l'espace des formes les performances de cette méthode. Celle-ci sera calculée à l'aide d'une version adaptée de l'algorithme ICP (*Iterative Closest Point*) introduit par Besl et McKay (1992).

## 2. Construction du descripteur invariant proposé

Dans cette section, nous formulons la description bipolaire des surfaces relativement à deux points de référence préalablement fixés. Ainsi, nous considérons une variété différentielle  $S$  de dimension deux. Le potentiel géodésique issu d'un point de référence  $r$  que nous notons par  $U_r$  est la fonction qui à chaque point  $p$  de  $S$  associe la valeur de la longueur de la courbe géodésique le joignant à  $r$ . Une telle fonction existe puisqu'une courbe géodésique entre deux points quelconques d'une surface est toujours bien définie. Il est immédiat de constater qu'à une valeur  $\lambda$  réelle donnée, correspond un ensemble de points qui constitue une courbe appelée géodésique de niveau  $\lambda$  relative au potentiel issu de  $r$ .

Fixons maintenant deux points de références  $r$  et  $q$  de  $S$  et notons par  $U_r$  et  $U_q$  leurs fonctions potentielles respectives. Leurs gradients sont orthogonaux aux tangentes des courbes de niveaux associées. Cela provient des équations de retro-propagations qui leur sont associées (Cohen, Kimmel, 1997). Ainsi, nous pouvons relever le fait que le long d'une géodésique entre  $r$  et  $q$ , les vecteurs tangents aux courbes de niveaux relatives aux deux potentiels sont parallèles.

En notant par  $C_r^\lambda$  et  $C_q^\lambda$  les deux ensembles de courbes de niveaux associés aux deux potentiels géodésiques issus respectivement de  $r$  et  $q$ , il devient possible de prouver qu'il existe toujours deux niveaux  $\lambda^*$  et  $\lambda'^*$  pour lesquels l'intersection des deux courbes de niveaux extraites de  $r$  et de  $q$  est non vide. Désignons par  $p^*$  un élément de cette intersection. Ainsi, l'angle formé par les deux vecteurs tangents correspondants en ce point d'intersection est nul quand il appartient à la géodésique. Il augmente de manière continue lorsque l'on s'écarte progressivement de celle-ci.

Ainsi les lieux géométriques ayant la même ouverture angulaire forment une famille de points invariablement liés à la surface. Nous proposons de retenir un ensemble fini de ces familles obtenu par des niveaux d'ouverture angulaire fixés. Dans ce qui suit, ces niveaux seront choisis de sorte qu'ils varient avec un pas constant de 0 à  $K$ , une valeur maximale. Celle-ci est fixée par l'étendue de la région d'intérêt sur la surface qui se trouve entre et aux voisinages immédiats des deux points de référence. Ainsi, le descripteur sera défini par des niveaux que nous désignons par :

$$N_{r,q}^K(S) = \left\{ p^* \in S; \left| \left\langle T_{C_{\lambda^*,r}(t)}(p^*), T_{C_{\lambda^*,q}(t')}(p^*) \right\rangle \right| = \alpha \frac{k}{K}, k = 0, \dots, K \right\} \quad (1)$$

où  $T_{C_{\lambda^*,r}(t)}$  représente le vecteur unitaire tangent à la courbe de niveau relative au point de référence  $r$  en un point d'intersection  $p^*$ ,  $\langle, \rangle$  désigne le produit scalaire de l'espace vectoriel  $\mathbb{R}^3$  et  $\alpha$  représente l'ouverture angulaire maximale.

En résumé, pour la mise en place de la représentation bipolaire se traduisant par la résolution de l'équation (1), une première étape consiste en l'extraction de deux points de référence préalablement choisis à partir de la surface. Dans une seconde étape, les potentiels géodésiques relatifs aux points de référence sont calculés. Les courbes de niveaux par rapport à ces points sont, par conséquent, déterminées avec un pas géodésique constant. Une phase de calcul des points d'intersection entre les courbes de niveaux ainsi que de leurs vecteurs tangents en ces points est réalisée. L'ouverture angulaire formée par deux vecteurs tangents à deux courbes de niveaux qui peut être traduite par le produit scalaire de ces deux vecteurs est par la suite calculée. Les points d'intersection dont les valeurs d'ouverture angulaire formée par les deux vecteurs tangents correspondent à un ensemble de niveaux préalablement fixés de ces ouvertures sont, ainsi, retenus pour la construction du descripteur bipolaire proposé.

### 3. Discussion de l'approximation de la représentation proposée

La construction de la représentation proposée suppose que la surface est une variété différentielle de dimension deux. Dans l'imagerie tridimensionnelle, la représentation la plus courante des surfaces est celle des maillages triangulaires. Dans cette section, nous ajustons deux méthodes numériques différentes pour la mise en œuvre de cette représentation bipolaire à partir de données 3D de type maillage triangulaire. La différence essentielle entre ces deux algorithmes réside dans l'approximation de la tangente.

La première méthode consiste à estimer le vecteur tangent par la différentielle des points voisins d'une courbe de niveau discrète. En pratique la définition d'une courbe de niveau géodésique  $\lambda$  est élargie pour inclure une couronne mince plutôt qu'une courbe. Elle est composée de tous les points du maillage dont les distances géodésiques par rapport au point de référence appartiennent à l'intervalle  $[\lambda - \varepsilon, \lambda + \varepsilon]$  avec  $\varepsilon$  est une valeur choisie de manière adaptée à la résolution du

maillage de sorte qu'il n'y aura pas de chevauchement entre deux ensembles de points associés à deux courbes de niveaux géodésiques successives.

La seconde méthode repose sur une approximation par les fonctions B-splines (Demengel, Pouget, 1998) de la courbe de niveau. Celle-ci est matérialisée par l'ensemble des points de la  $\varepsilon$ -couronne de rayon géodésique. Ainsi l'expression de la courbe approximante s'écrit comme suit :

$$C_k^\lambda(t) = \sum_{i=1}^{N_\lambda} B_{i,k-1}(t) \left( \left(1 - \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i}\right) p_{i-1}^{r,\lambda} + \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i} p_i^{r,\lambda} \right) \quad (2)$$

où  $B_{i,k}(t)$  sont les fonctions de base des B-splines et  $\{p_i^{r,\lambda}, i=0..N_\lambda\}$  est l'ensemble des points constituant la courbe discrète de niveau géodésique  $\lambda$  par rapport au point de référence  $r$ .

En dérivant analytiquement cette expression, les vecteurs tangents sont, par conséquent, calculés.

Afin de retenir la méthode qui approche le mieux la représentation bipolaire proposée, des expérimentations ont été réalisées sur des surfaces paramétriques à partir desquelles les étapes de la construction de la représentation proposée peuvent être analytiquement déterminées. En considérant la représentation paramétrique canonique de la sphère unité et en prenant comme points de références deux pôles orthogonaux, il est aisé de montrer que les courbes de niveaux géodésiques issues de chacun des deux pôles sont les cercles d'axe central, la droite passant par le pôle et le centre de la sphère. La robustesse de l'extraction des courbes de niveaux est évaluée au sens de la distance de Hausdorff généralisée à l'espace des formes introduite par Ghorbel (1998 ; 2011). Dans le contexte des morceaux de surfaces difféomorphes au plan réel  $R^2$  sur lesquels agissent les déplacements de l'espace tridimensionnel noté  $M(3)$ , la distance de Hausdorff dans l'espace des formes correspondant s'écrit, pour  $S_1$  et  $S_2$  deux morceaux de surfaces de ce type et  $g_1$  et  $g_2$  deux déplacements de  $R^3$ , comme suit :

$$\Delta(S_1, S_2) = \max(\rho(S_1, S_2), \rho(S_2, S_1)) \quad \text{avec} \quad (3)$$

$$\rho(S_1, S_2) = \sup_{g_1 \in M(3)} \inf_{g_2 \in M(3)} \|g_1 S_1 - g_2 S_2\|_{L^2}$$

Grâce au fait que les déplacements euclidiens conservent la norme, il a été prouvé dans (Ghorbel, 1998 ; 2011) que cette distance se réduit à la quantité suivante :

$$\Delta(S_1, S_2) = \inf_{h \in M(3)} \|S_1 - h S_2\|_{L^2} \quad (4)$$

La figure 1 montre une même courbe de niveau géodésique déterminée analytiquement et à partir de différents maillages de la sphère.

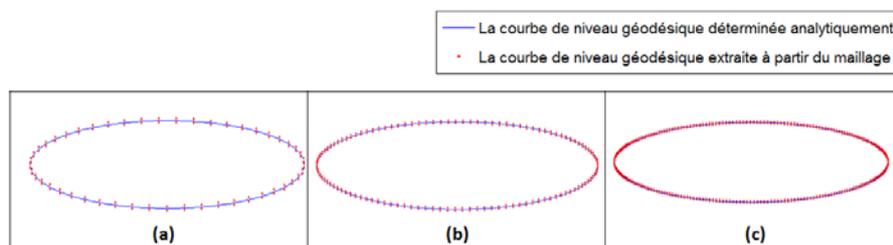


Figure 1. Une même courbe de niveau déterminée analytiquement et à partir du maillage. (a) Un maillage de 3 000 points. (b) Un maillage de 15 000 points. (c) Un maillage de 65 000 points

La figure 2 illustre l'évolution de la distance de Hausdorff entre la même courbe de niveau déterminée analytiquement et à partir du maillage en fonction de la densité de ce maillage.

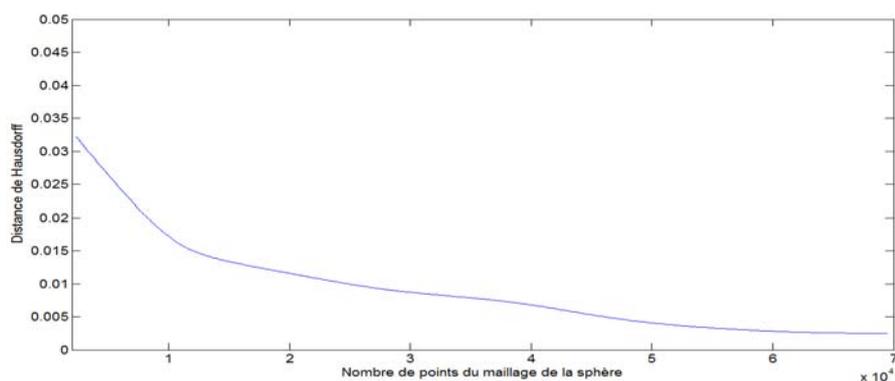


Figure 2. Évolution de la distance de Hausdorff en fonction de la densité du maillage de la sphère

Cette figure montre que la distance de Hausdorff entre les deux courbes décroît avec l'augmentation du nombre de points du maillage. Elle devient pratiquement stable à partir d'une densité de 60 000 points.

Ayant déterminé les courbes de niveaux provenant de chaque point de référence, les points d'intersection entre ces courbes et les vecteurs tangents correspondants peuvent être, par conséquent, déduits. Ce fait est illustré par la figure 3. Les deux méthodes d'approximation de la représentation proposée sont par la suite appliquées au maillage de la sphère et comparées à la représentation analytique. La performance est évaluée au sens de cette même distance de Hausdorff.

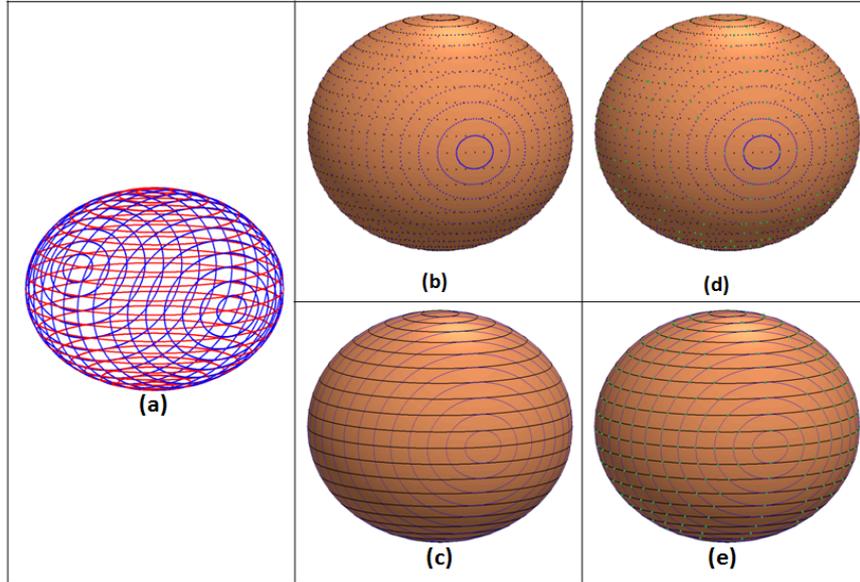


Figure 3. (a) Les courbes de niveaux géodésiques calculées analytiquement. (b) Les courbes de niveaux géodésiques extraites à partir du maillage (méthode 1). (c) Les courbes de niveaux géodésiques extraites à partir du maillage (méthode 2). (d) Les points d'intersection entre les courbes de niveaux géodésiques (méthode 1). (e) Les points d'intersection entre les courbes de niveaux géodésiques (méthode 2)

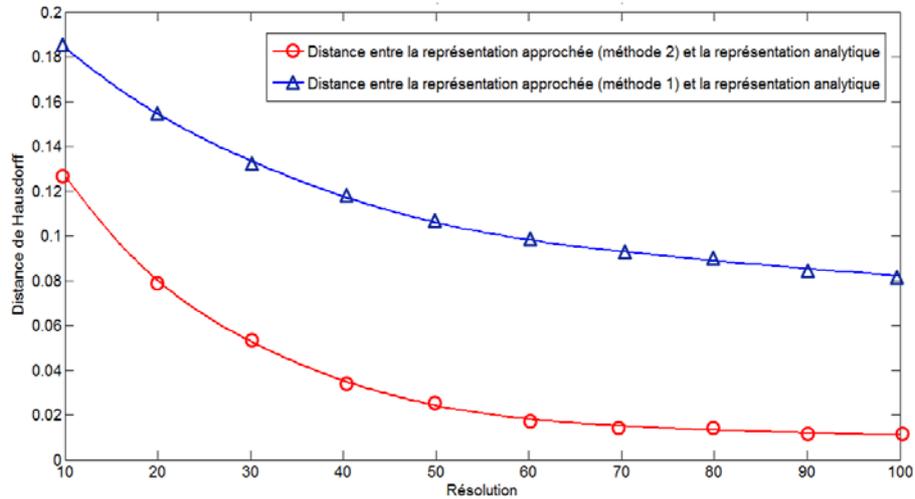


Figure 4. Les deux distances de Hausdorff selon la résolution entre chaque représentation approchée et l'analytique

Cette distance est calculée pour différentes résolutions de courbes de niveaux géodésiques (nombre de courbes de niveaux relatives à un potentiel géodésique issu d'un point de référence). Les résultats obtenus sont illustrés par la figure 4.

Ces résultats montrent que la deuxième méthode approche mieux la représentation proposée. En effet, quelle que soit la résolution, la distance de Hausdorff entre la représentation analytique et la représentation obtenue par la deuxième méthode d'approximation a un meilleur comportement.

#### 4. Description des surfaces du visage humain

La dernière décennie a vu un intérêt croissant pour l'analyse des formes des surfaces du visage par l'approche 3D visant ainsi de nombreuses applications. La biométrie en est une des plus récentes. Nous testons dans ce contexte la pertinence de la représentation bipolaire introduite dans cet article à partir des maillages des visages 3D de la base de données Bosphorus (Savran *et al.*, 2008) en utilisant la seconde méthode d'approximation. Une évaluation au sens de la distance de Hausdorff dans l'espace des formes est mise en œuvre afin de valider ses performances. Nous avons utilisé au total dix visages qui peuvent être groupés en deux classes. Une première classe contient cinq visages de la même personne avec différentes expressions faciales et une seconde classe, contient cinq visages de cinq personnes différentes.

La première étape de la construction du descripteur consiste à extraire des courbes de niveaux issues des deux points de référence qui sont les deux coins extérieurs des yeux. La figure 5 montre la représentation proposée pour différentes résolutions.

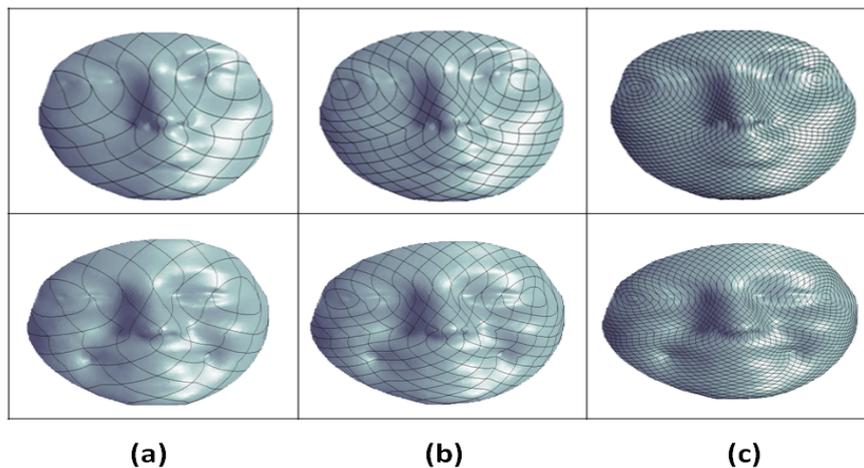


Figure 5. Ligne 1 : un visage neutre. Ligne 2 : un visage avec une expression de joie. (a) Cinq courbes de niveaux entre les deux points de référence. (b) Dix courbes de niveaux entre les deux points de référence. (c) Trente courbes de niveaux entre les deux points de référence

L'étude anatomique a montré que le visage peut être décomposé en deux zones : une statique et une mimique. Pour cela, il est d'usage de limiter le calcul du descripteur seulement à la zone statique. La figure 6 qui illustre les lieux géométriques de la représentation bipolaire proposée (a), montre aussi les points invariants de la zone statique obtenue par sélection de cette région grâce à une segmentation 3D préalable (b).

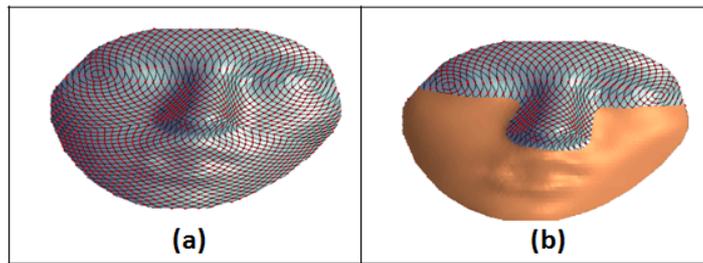


Figure 6. (a) Les points d'intersection déterminés sur toute la surface du visage.  
(b) Les points d'intersection seulement sur la zone statique

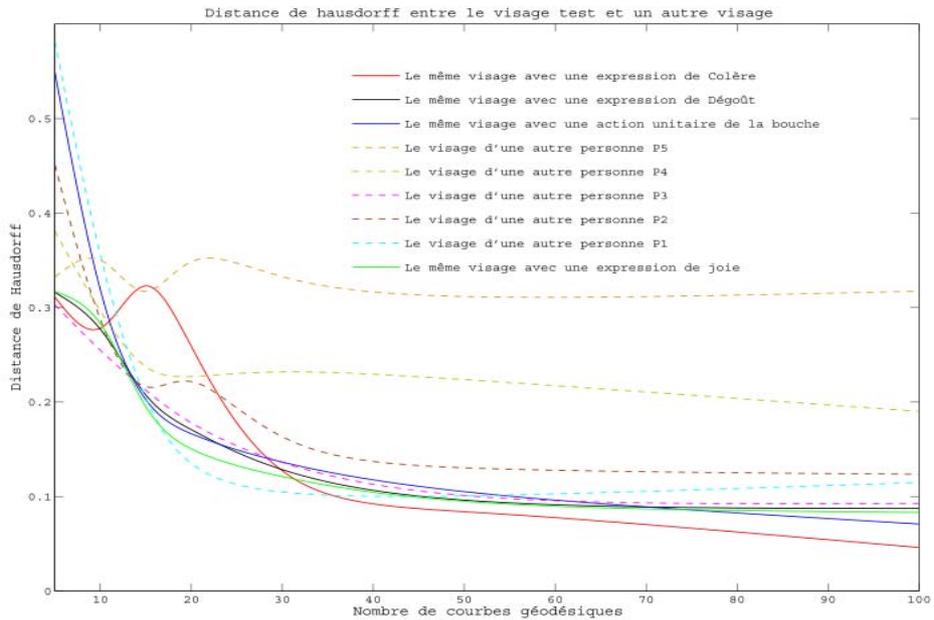
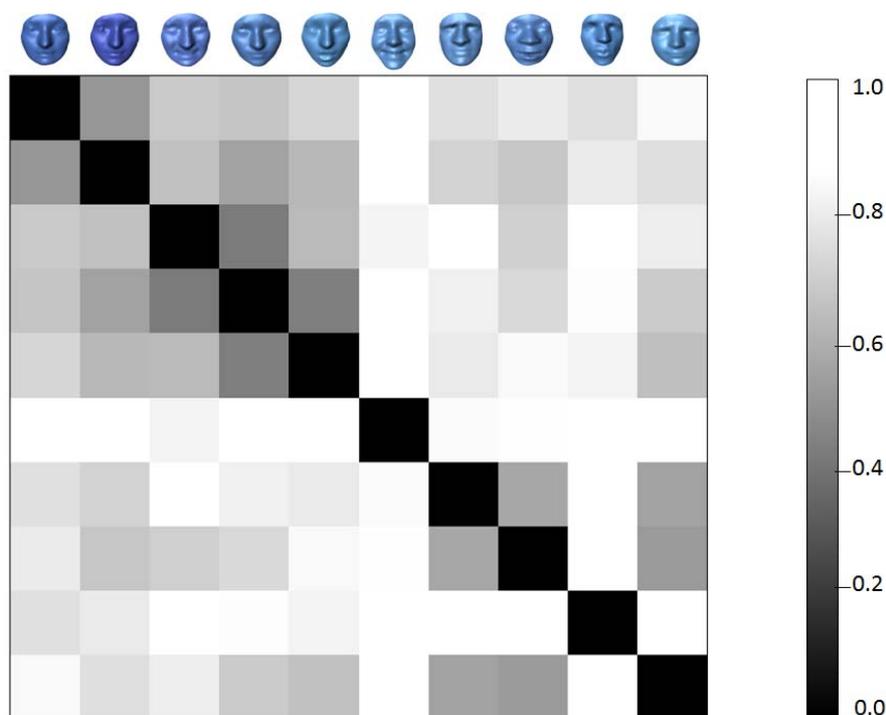


Figure 7. Evolution de la distance de Hausdorff selon la résolution

Afin d'évaluer les performances de cette représentation, le calcul de la distance de Hausdorff dans l'espace des formes est mis en œuvre. L'algorithme ICP est un moyen qui tente de calculer cette distance entre les représentations de chacune des deux surfaces et cela à un déplacement tridimensionnel près car la convergence d'un tel algorithme n'est pas garantie (minimums locaux...). La figure 7 représente les différentes valeurs de cette distance en fonction de la résolution. Le visage neutre de la première classe est pris comme test et les autres sont supposés des visages de la galerie.

La figure 7 montre que la distance de Hausdorff traduit bien la différence de formes (entre le visage test et chacun des visages de la première classe, entre le visage test et chacun des visages de la deuxième classe).

En effet, à partir de la résolution 70, les distances entre le visage test et chacun des visages de la première classe demeurent inférieures à celles calculées entre le visage test et chacun des visages de la deuxième classe.



*Figure 8. Matrice normalisée de la distance de Hausdorff entre chacune des paires de visages. Les cinq premiers visages correspondent à la même personne alors que les cinq restants sont des visages de différents individus*

Afin d'illustrer la performance de l'introduction conjointe dans ce contexte des deux notions : la représentation bipolaire et la distance de Hausdorff sur l'espace des formes, la matrice représentant les distances entre chacune des paires de visages est calculée. La figure 8 illustre cette matrice après normalisation. Les cinq premiers visages correspondent à la première classe de visages. Le reste appartient à la deuxième classe.

Cette matrice montre que les distances entre les visages de la même personne sont plus faibles par rapport aux distances entre des visages de différentes personnes.

## 5. Conclusion

Dans cet article, nous avons introduit une nouvelle représentation des surfaces relativement invariante vis-à-vis des mouvements rigides de l'espace tridimensionnel. Celle-ci est basée sur la superposition de deux champs de potentiels géodésiques issus de deux points de référence. Cette tentative de généralisation de ce qui est connu par les coordonnées locales d'une surface autour d'un point donné, a pour objectif d'une part, d'étendre la localité de celle-ci, et, d'autre part, de construire une description moins sensible aux petites variations que peut subir le point de référence. Différentes méthodes numériques ont été étudiées et comparées afin de retenir celle qui approche mieux la représentation proposée à partir des maillages 3D. Une série d'expérimentations sur les bases de visages ont permis de relever de bonnes perspectives de son pouvoir discriminant au sens de la distance de Hausdorff généralisée à l'espace des formes. L'étendue de cette localité a été observée sur cette base d'images.

Les perspectives de ce premier travail vont concerner d'une part, une étude sur la robustesse vis-à-vis des petites variations de positions des points de références et, d'autre part, une analyse théorique sur les limites de l'étendue de cette localité. Des expérimentations sur des bases plus larges feront l'objet des travaux futurs. La suite de ce travail consistera aussi à valoriser ce descripteur pour d'autres types d'applications (médicale, archéologique...) et à étudier plusieurs aspects importants à savoir penser à ordonner le nuage de points du descripteur et étendre cette description à un nombre de points de référence supérieur à deux.

## Bibliographie

- Bannour M. T., Ghorbel F. (2000). Isotropie de la représentation des surfaces ; Application à la description et la visualisation d'objets 3D. *RFIA 2000*, Paris (France), p. 275-282.
- Besl P.J., McKay N.D. (1992). A method for registration of 3-D shapes. *IEEE PAMI*, vol. 14, n° 2, p. 239-256.
- Burdin V., Ghorbel F., Tognaye J.D.B.D.L., Roux C. (1992). A three-dimensional primitive extraction of long bones obtained from bi-dimensional Fourier descriptors. *Pattern recognition letters*, vol. 13, n° 3, p. 213-217.

- Cohen L.D., Kimmel R. (1997). Global minimum for active contour model: A minimal path approach. *International Journal of Computer Vision*, vol. 24, n° 1, p. 57-78.
- Demengel G., Pouget J.P. (1998). *Mathématiques des courbes et des surfaces : Modèles de Bézier, des B-splines et des nurbs*. Edition Ellipses.
- Faugeras O. D., Hebert M. (1986). *The representation, recognition and positioning of 3D shapes from range data, techniques for 3D machine perception*. Edition A, Rosenfield, Hollande.
- Ghorbel F. (2011). *Invariants de formes et de mouvements: onze cas passant du 1D au 4D et de l'eulidien aux projectifs*. Edition Arts-pi, Tunis, Tunisie.
- Ghorbel F. (1998). Towards a unitary formulation for invariant image description: application to image coding. *Annales des telecommunications*, vol. 53, n° 5-6, p. 242-260.
- Hallinan P.W., Gordon G.G., Yuille A.L., Giblin P., Munford D. (1999). *Two and Three dimensional patterns of face*. A.K. Peters Wellesley.
- Montagnat J. (2000). *Representation, shape, topology and evolution of deformable surfaces; Application to 3D medical image*. Rapport de recherche INRIA n° 3954.
- Samir C., Srivastava A. Daoudi M. (2006). Three dimensional face recognition using shapes of facial curves. *IEEE PAMI*, vol. 28, n° 11, p. 1858-1863.
- Savran A., Alyz A., Dibeklioglu H., Eliktutan O., Gkberk B., Sankur B., Akarun L. (2008). Bosphorus Database for 3D Face Analysis. *The First COST 2101 Workshop on Biometrics and Identity Management (BIOID2008)*, Roskilde University, Denmark.
- Scovanner P., Ali S., Shah M. (2007). A 3-dimensional sift descriptor and its application to action recognition. *MULTIMEDIA'07*, New York, USA.
- Spivak M. (1999). *A comprehensive introduction to differential geometry*, Publish or Perish, INC, Houston Texas.
- Srivastava A., Samir C., Joshi S.H., Daoudi M. (2008). Elastic shape models for face analysis using curvilinear coordinates. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 33, n° 2, p. 253-265.
- Zribi M., Ghorbel F., Moché R., Hillion A., Burdin V. (2002). Une famille d'invariants stables pour l'analyse des objets 3D à niveaux de gris. *Traitement du signal*, vol. 19, n° 2, p. 91-100.

**Majdi Jribi** est ingénieur en Informatique de l'Ecole Nationale des Sciences de l'Informatique (ENSI) et titulaire du diplôme de Master PRISM option image. Il est actuellement doctorant au Groupe de Recherche en Images et Formes de Tunisie (GRIFT) du laboratoire CRISTAL et assistant contractuel à l'ENSI. Ses travaux actuels concernent l'analyse et la description des surfaces tridimensionnelles.

**Faouzi Ghorbel** est diplômé de l'ENST-Bretagne, Docteur de l'université de Rennes I et Habilité à diriger des Recherches (HDR) de la même université (95). Ancien Professeur à Telecom Lille I (de 1991 à 1997). Il est actuellement Professeur à l'Ecole Nationale des Sciences de l'Informatique de Tunis depuis 1996, président de l'Association de Recherche Tunisienne des Sciences Pour l'Image (ARTS PI) depuis 2004 et Directeur du Laboratoire CRISTAL (Centre de Recherche en Réseau Image Système Architecture et Multimédia) depuis 2007.

