

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Jun 2012

Marc ANTONINI

Quelques notions en compression

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Marc Antonini

Directeur de Recherche CNRS

am@i3s.unice.fr

<http://www.i3s.unice.fr/~am>

Laboratoire I3S

EQUIPE MULTIMEDIA IMAGE CODING AND PROCESSING

Université de Nice-Sophia Antipolis - CNRS



MediaCoding
Multimedia Image Coding and Processing

Plan de la présentation

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

- 1 Compression des données multimédia : les motivations
- 2 Un peu de théorie débit/distorsion...
- 3 Le changement d'espace de représentation

Plan de la présentation

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

1 Compression des données multimédia : les motivations

2 Un peu de théorie débit/distorsion...

3 Le changement d'espace de représentation

Pourquoi le numérique et la compression ?

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

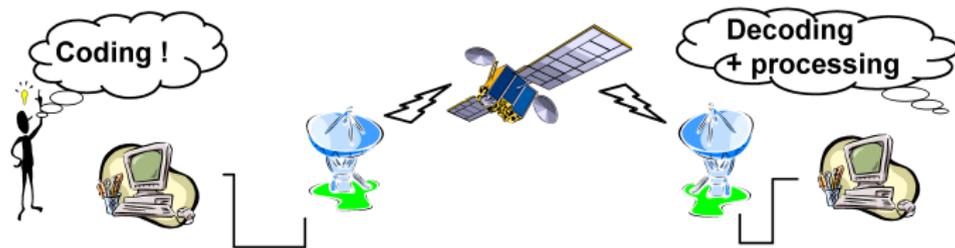
Le changement
d'espace de
représentation

Avantages

- Facile à manipuler
- Moins sensible au bruit de transmission que l'analogique

Inconvénients

- Nécessité d'une grande bande passante pour la transmission
- Problème de stockage



Compression : les motivations

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Objectifs

- Réduire la quantité de bits nécessaire pour représenter des données (images, vidéos...) avec le minimum de pertes d'information.

Applications

- Base de données
- Visio-conférences
- Télé-médecine
- Télévision à haute définition
- Cinéma numérique
- ...

Comprimer pour transmettre...

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

... sur les réseaux

- Informatiques (Internet) :
 - fichiers texte, images, son, vidéo...
- Téléphoniques :
 - voix numérisée...
- Radio-mobiles :
 - GSM, UMTS, 3G, 4ème génération de téléphonie mobile...
- Satellites :
 - Sondes spatiales, observation de la Terre, télévision à haute définition...
- ...

Comprimer pour stocker...

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

... sur des supports du type

- Disques durs, clés USB :
 - fichiers...
- CD :
 - sons, images...
- DVD (4,7 Go) :
 - 2 heures de vidéo (*Standard Definition*)
- Disque "Blu-Ray" (25 Go) :
 - 2 heures de HDTV
- ...

Applications et contraintes

ÉCOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

"Temps réel"

- e.g. Téléphone, vidéo :
 - **COMPRESSION / DECOMPRESSION RAPIDES**

"Temps différé"

- Stockage sur disque (CD, CD ROM, DVD...
 - **COMPRESSION LENTE / DECOMPRESSION RAPIDE**
- Imagerie satellitaire ou embarquée
 - **COMPRESSION RAPIDE / DECOMPRESSION LENTE**

Applications et contraintes

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

- **Médical**
 - Pas d'artefact (erreur de diagnostic)
- **Militaire**
 - Conservation des détails (détection de cibles)
 - Aspect mouvement (suivi de mobiles)
- **Vidéo "grand public"**
 - Effet de masquage de l'œil (espace et temps)
- **Vision par ordinateur**
 - Détection des contours (ex. guidage d'un robot...)
- ...

Position du problème

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Les performances d'un système de compression s'évaluent par :

- **Le taux de compression :**
 - Débit initial / débit après compression
- **La qualité du signal comprimé :**
 - Critère subjectif (visuel)
 - Critère objectif (EQM, SNR...)
- **La complexité du système**
 - Coût calcul, mémoire requise

PROBLEME

- Optimiser ces 3 facteurs en même temps

La chaîne de compression

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

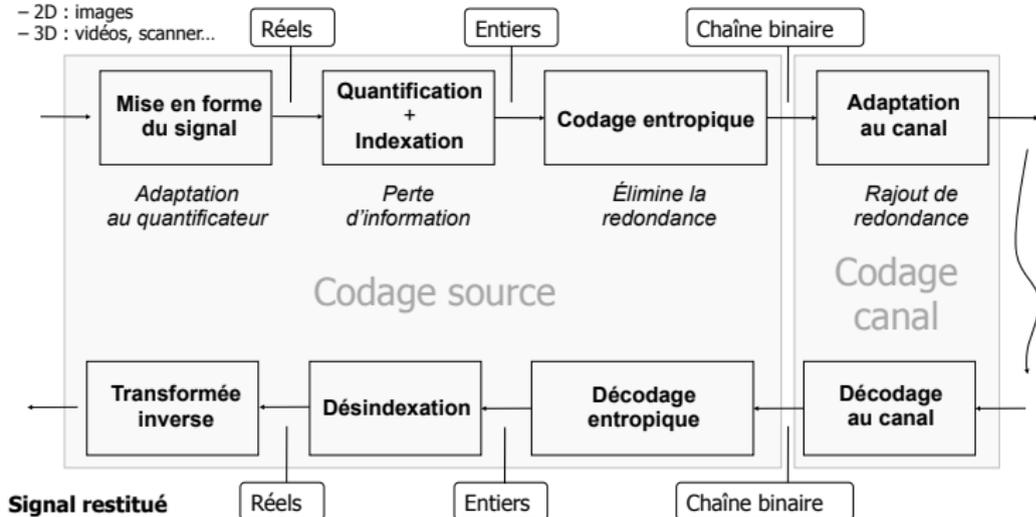
Compression des données
multimédia : les motivations

Un peu de théorie
débit/distorsion...

Le changement d'espace de représentation

Signal :

- 1D : son
- 2D : images
- 3D : vidéos, scanner...



Les outils

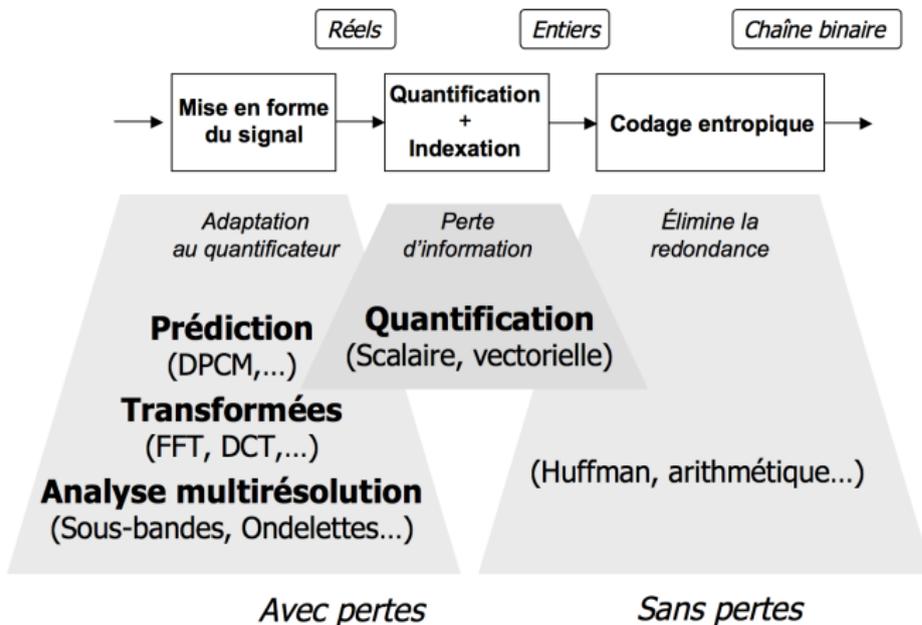
ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des données
multimédia : les motivations

Un peu de théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation



Plan de la présentation

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

1 Compression des données multimédia : les motivations

2 Un peu de théorie débit/distorsion...

3 Le changement d'espace de représentation

Quantification : principe

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

But : représenter un signal numérisé sur L_1 niveaux
par L_2 niveaux avec $L_2 < L_1$



Adaptation optimale des niveaux au signal

Le quantificateur de dimension N et de taille L

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Définition

- Un quantificateur Q de dictionnaire C est défini par :

$$Q : \mathbf{R}^N \rightarrow C \text{ avec } C = \{\hat{s}^1, \hat{s}^2, \dots, \hat{s}^L\} \text{ avec } \hat{s}^i \in \mathbf{R}^N \quad (1)$$

- $Q(s) = \hat{s}^i$ si $s \in P^i$
- On crée ainsi **une partition** de l'espace en L régions définies par

$$P^i = \{s : Q(s) = \hat{s}^i\} \quad (2)$$

L'opération de quantification

Consiste à chercher le **plus proche voisin** de s parmi tous les éléments du dictionnaire C

Principe général de la quantification/codage

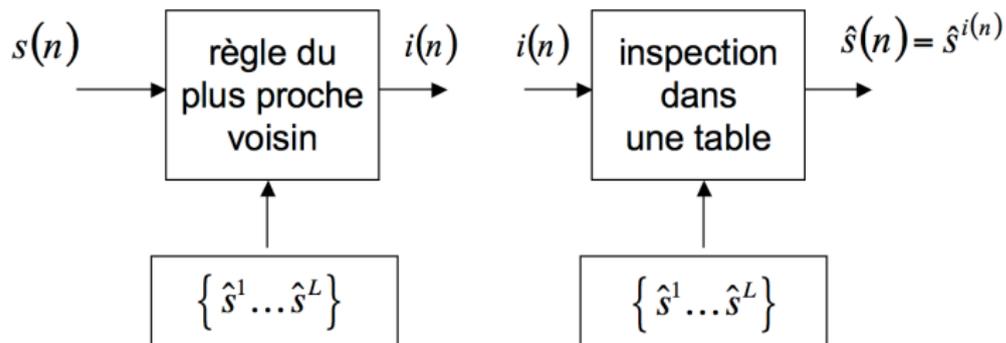
ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation



Exemple de quantificateurs

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

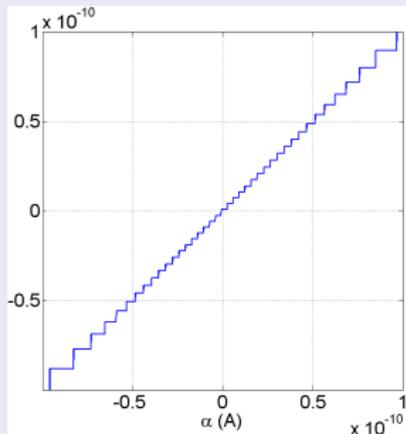
Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

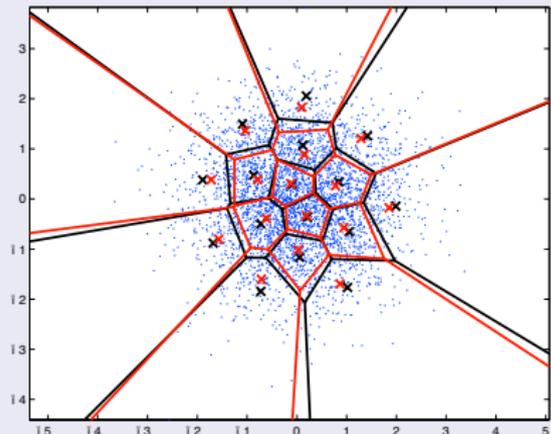
Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Quantification SCALAIRE VS VECTORIELLE



Quantificateur scalaire [Lloyd]



Quantificateur vectoriel - NON STRUCTURE

- P^i = cellule de quantification
- La partition $P = \cup_i P^i$ with $P^i \cap P^j = \emptyset, \forall i \neq j$

Exemple de quantificateurs

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

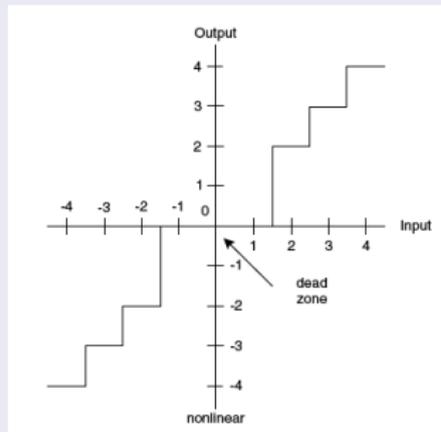
Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

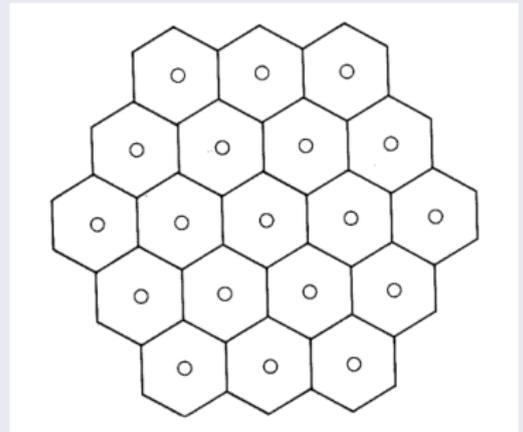
Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Quantification SCALAIRE VS VECTORIELLE



Quantificateur scalaire



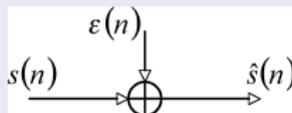
Quantificateur vectoriel - STRUCTURE

- P^i = cellule de quantification
- La partition $P = \cup_i P^i$ with $P^i \cap P^j = \emptyset, \forall i \neq j$

La distorsion de quantification

- La quantification introduit un bruit additif :

$$\epsilon = s(n) - Q(s(n)) = s(n) - \hat{s}(n) \quad (3)$$



- La distorsion entre l'entrée et la sortie du quantificateur est estimée par l'erreur quadratique moyenne (EQM) :

$$\begin{aligned} D &= E[\epsilon^2] \\ &= \int_{\mathbf{R}^N} (s - Q(s))^2 f_S(s) ds \\ &= \sum_{i=1}^L \int_{P_i} (s - \hat{s}_i)^2 f_S(s) ds \end{aligned} \quad (4)$$

où $f_S(s)$ est la densité de probabilité de la source (pdf)

La quantification optimale

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Objectif

Pour définir un quantificateur il s'agit de trouver la partition $\{P_1, P_2, \dots, P_L\}$ et les représentants $\{\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_L\}$ qui **minimisent** la distorsion de quantification D

Les conditions nécessaires d'optimalité (Lloyd)

- Si l'on connaît les représentants $\{\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_L\}$, on peut calculer la meilleure partition $\{P_1, P_2, \dots, P_L\}$: règle du **plus proche voisin**
- Si l'on se donne la partition, on peut en déduire les meilleurs représentants : **condition du centroïde**

Ces deux conditions d'optimalité fournissent les bases pour les algorithmes d'optimisation généralement utilisés en quantification

Les 2 conditions d'optimalité

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

La condition du plus proche voisin

Etant donné des représentants $\{\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_L\}$, la meilleure partition est celle qui vérifie :

$$P_i = \{s / (s - \hat{s}_i)^2 \leq (s - \hat{s}_j)^2 \forall j \in \{1 \dots L\}\} \quad (5)$$

La condition du centroïde

Etant donné une partition $\{P_1, P_2, \dots, P_L\}$, le meilleur dictionnaire est celui qui vérifie :

$$\hat{s}_i = \frac{\int_{x \in P_i} x f_S(x) dx}{\int_{x \in P_i} f_S(x) dx} \quad \forall i \in \{1, \dots, L\} \quad (6)$$

L'itération de Lloyd

ÉCOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

L'idée fondamentale de cet algorithme est de **construire de façon itérative** un dictionnaire de quantification afin de **minimiser** la distorsion D . Pour cela, l'algorithme :

- Utilise un **dictionnaire initial**
- Modifie itérativement sa structure en fonction de la partition obtenue à chaque itération.

L'itération de Lloyd

- (1) Pour un dictionnaire C_m donné $\{\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_L\}$, trouver la partition optimale $P = \{P_1, P_2, \dots, P_L\}$ en utilisant la règle du plus proche voisin
- (2) A partir de la partition trouvée en (1) et de la condition du centroïde, trouver le dictionnaire optimal C_{m+1}

L'algorithme de Lloyd généralisé

Erreur quadratique moyenne (EQM)

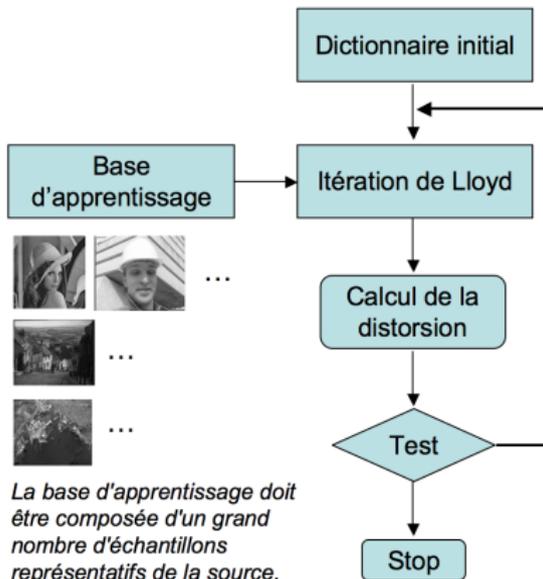
ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation



La base d'apprentissage doit être composée d'un grand nombre d'échantillons représentatifs de la source.

1. Connaissant le dictionnaire, on étiquette chaque échantillon de la base d'apprentissage, par le numéro de son plus proche voisin. On détermine ainsi implicitement la partition optimale ;
2. A partir de tous les échantillons étiquetés par le même numéro, on en déduit un nouveau représentant par un calcul de moyenne.

L'algorithme de Lloyd généralisé

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Un exemple de convergence (algorithme LBG)

L'algorithme de Lloyd généralisé

ÉCOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Remarques

- Il est montré que cet algorithme assure la décroissance de la distorsion moyenne, mais ne tend pas toujours vers le minimum global de distorsion. On atteint simplement un **minimum local**
- Le test d'arrêt peut être pris égal à $\frac{(D_m - D_{m+1})}{D_m} < \epsilon$. Il suffit de choisir une valeur correcte pour ϵ de façon à assurer la convergence de l'algorithme vers la valeur optimale
- **Le choix du dictionnaire initial est important** de façon à converger vers un minimum local proche du minimum global

Entropie de Shannon

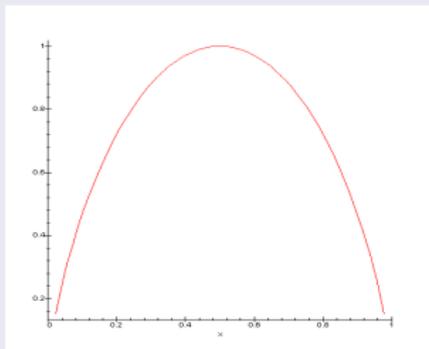
$$H(C) = - \sum_{i=1}^L p_i \log_2(p_i) \text{ bits/symbole} \quad (7)$$

- $p_i = \Pr\{Q(S) = \hat{s}_i\}$ est la probabilité d'apparition du représentant \hat{s}^i du dictionnaire C
- Les codeurs entropiques (e.g. Huffman) s'approchent de l'entropie de Shannon ($R \geq H$)
- Les codeurs contextuels (e.g. le codeur de JPEG2000, arithmétique) permettent généralement d'obtenir $R \leq H$

Entropie de Shannon : exemple

Prenons l'exemple d'une source binaire, $X(n) \in \{x^1, x^2\}$, sans mémoire et notons pour simplifier $p = p_X(1)$. L'entropie de cette source vaut :

$$H(X) = -p \log_2 p - (1 - p) \log_2 (1 - p) \text{ bits/symbole} \quad (8)$$



- $p = 0,5$
 $\implies H(X) = H_{\max}(X) = 1 \text{ bit/s}$
- $p = 0$ ou $p = 1$
 $\implies H(X) = H_{\min}(X) = 0 \text{ bit/s}$
source "certaine" ou totalement prédictible

Le débit et la distorsion sont liés

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

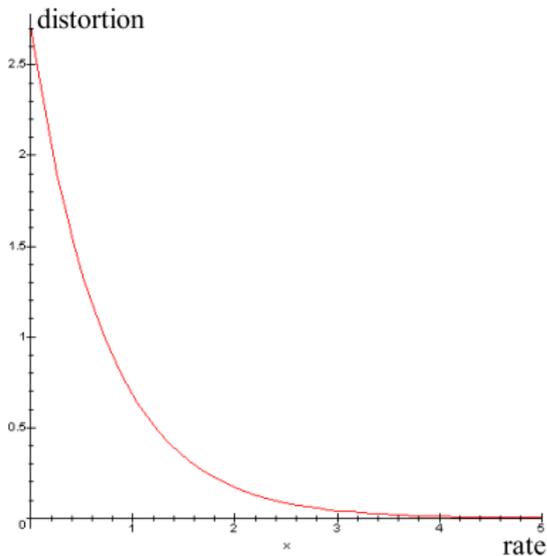
Approximation asymptotique

$$D(R) = \sigma_S^2 2^{-2R} \quad (9)$$

- R est le débit en bits par échantillon
- Approximation valide pour des **forts débits** R
- Problème ouvert : trouver des modèles analytiques valides pour tous les débits

Courbe débit/distorsion

Enveloppe convexe



ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Plan de la présentation

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

1 Compression des données multimédia : les motivations

2 Un peu de théorie débit/distorsion...

3 Le changement d'espace de représentation

Un plus pour la compression

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Objectifs

- Passer du domaine spatial au domaine fréquentiel ou spatio-fréquentiel
- Réorganiser l'information
 - exemple : séparer les basses fréquences (zones homogènes) des hautes fréquences (contours nets)
- Compacter l'énergie
 - répartir l'énergie du signal d'origine sur peu de coefficients

Principales méthodes

- Transformée : *Karhunen Loeve, Hadamard, DCT, FFT*
- Sous-bandes : *bancs de filtres*
- **Analyse multirésolution** : *ondelettes*

Les ondelettes : définition

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Les ondelettes sont des fonctions générées par **TRANSLATIONS** et **DILATATIONS** à partir d'une fonction appelée l'**ONDELETTE MERE**.

L'ensemble de ces fonctions d'ondelettes forme une famille permettant d'analyser le signal dans un espace transformé.

Une base d'ondelette est donc définie par :

$$\psi_{a,b}(x) = |a|^{-1/2} \cdot \psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$$

avec

$$(a,b) \in \mathbf{R}^2, a \neq 0$$

Conditions d'admission

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Soit le cas d'un signal mono-dimensionnel; l'ondelette mère doit satisfaire les conditions d'admission suivantes :

$$\int \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$$

où $\Psi(\omega)$ est la transformée de Fourier de l'ondelette mère

et

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx = 0$$

La valeur moyenne est nulle. Ce qui veut dire que l'ondelette possède des oscillations et qu'il existe un grand choix possible de fonctions pour ψ .

Bases de $L^2(\mathbb{R})$

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Y. Meyer [MEY 90] a montré qu'il existe des fonctions qui forment une base orthonormale de $L^2(\mathbb{R})$. Elles sont définies par :

$$\psi_{m,n}(x) = 2^{-m/2} \psi(2^{-m}x - n) \quad (m,n) \in \mathbf{Z}^2$$

On peut alors définir les coefficients d'ondelettes par la relation suivante :

$$c_{m,n}(f) = \langle f, \psi_{m,n} \rangle = \int f(x) \bar{\psi}_{m,n}(x) dx$$

L'idée de base est de représenter toute fonction f comme une superposition d'ondelettes :

$$f(x) = \sum_{m,n} c_{m,n}(f) \psi_{m,n}(x)$$

L'analyse multirésolution : concept

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Idee générale : représenter une image en une hiérarchie de "sous-images" de résolutions inférieures

→ chaque "sous-images" correspond à une bande spatio-fréquentielle particulière



L'analyse multirésolution : formalisme

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Le concept d'analyse multirésolution a été introduit by S. Mallat [MAL 89]. L'analyse multirésolution consiste à considérer une série d'espaces emboîtés :

$$V_m \subset L^2(\mathbf{R}) \quad m \in \mathbf{Z}$$

$$\dots \subset V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \subset \dots$$

Ces espaces décrivent des approximations successives d'une fonction f . Les projections successives sur les sous espaces donnent des approximations de f à une résolution donnée 2^{-m} .

L'analyse multirésolution : la fonction d'échelle

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Pour définir une analyse multirésolution, on introduit une **FONCTION D'ECHELLE** ϕ . Comme pour les ondelettes, on définit des versions dilatées et translattées :

$$\phi_{m,n}(x) = 2^{-m/2} \phi(2^{-m}x - n) \quad (m,n) \in \mathbf{Z}^2$$

Il en résulte que pour tout m les fonctions d'échelle $(\phi_{m,n})_{n \in \mathbf{Z}}$ constituent une base orthonormale de V_m . L'approximation de f à la résolution 2^{-m} s'écrit alors :

$$Proj_{V_m}(f) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} \langle f, \phi_{m,n} \rangle \phi_{m,n}$$

On montre que ces applications sont des projecteurs continus qui dégradent l'information contenue dans f au fur et à mesure que m croît

Le changement de résolution

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Pour une résolution 2^{-m} , les ondelettes constituent une base orthonormale de l'espace W_m qui est le complément orthogonal de V_m dans V_{m-1} :

$$V_{m-1} = V_m \oplus W_m$$

Les coefficients d'ondelettes donnés par :

$$\left\{ c_{m,n}(f) = \langle f, \psi_{m,n} \rangle; n \in \mathbf{Z} \right\}$$

caractérisent alors la différence entre deux approximations de f à différentes résolutions, c'est-à-dire l'information perdue en passant de la résolution initiale à une approximation plus grossière :

$$Proj_{V_{m-1}}(f) = Proj_{V_m}(f) + \sum_{n \in \mathbf{Z}} \langle f, \psi_{m,n} \rangle \psi_{m,n}$$

Ondelettes et bancs de filtres

ÉCOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

On peut montrer que

$$h(n) = \langle \phi_{1,0}, \phi_{0,n} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} 2^{-1/2} \phi\left(\frac{1}{2}x\right) \phi(x-n) dx$$

est la réponse impulsionnelle d'un [filtre PASSE-BAS](#)

On peut montrer que

$$g(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} 2^{-1/2} \psi\left(\frac{1}{2}x\right) \phi(x-n) dx = (-1)^n h(-n+1)$$

est la réponse impulsionnelle d'un [filtre PASSE-HAUT](#)

Exemple : les filtres 9-7

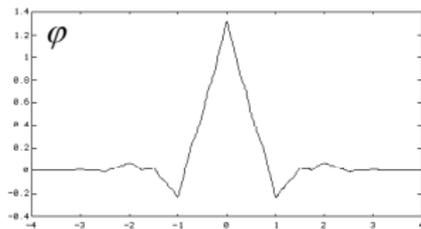
ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

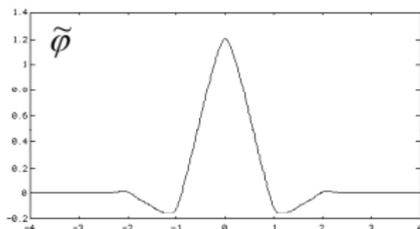
Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

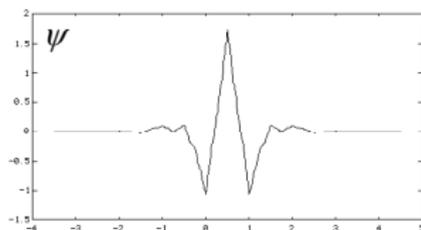
Le changement
d'espace de
représentation



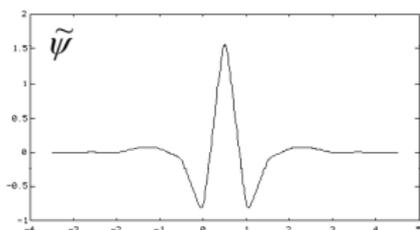
(a)



(b)



(c)



(d)

n	$h(n)$	$\tilde{h}(n)$
0	0,602949018236	0,557543526229
± 1	0,266864118443	0,295635881557
± 2	-0,078223266529	-0,028771763114
± 3	-0,016864118443	-0,045635881557
± 4	0,026748757411	0

La transformée en ondelettes : mise en œuvre ¹

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

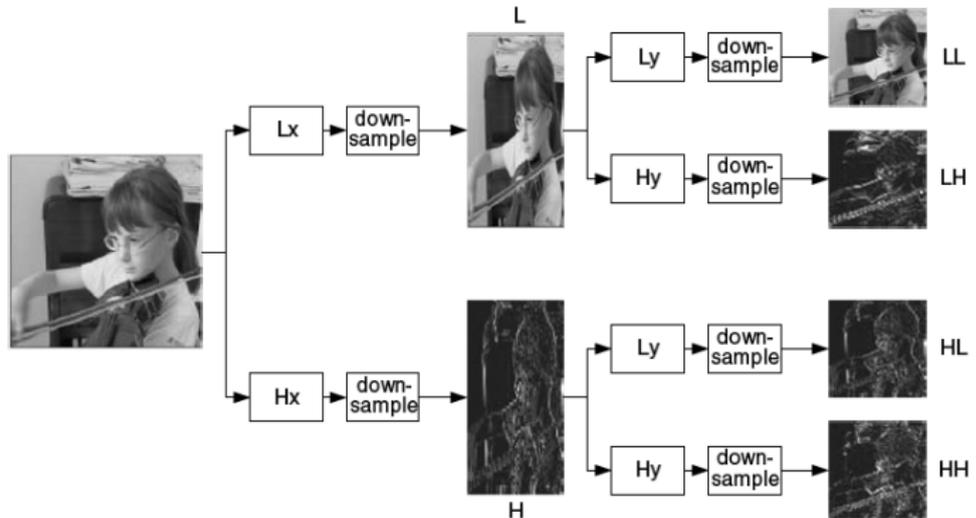
Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Banc de filtre d'analyse



1. Image extraite de H264 and MPEG4 video compression book, Wiley

La transformée en ondelettes

Un exemple

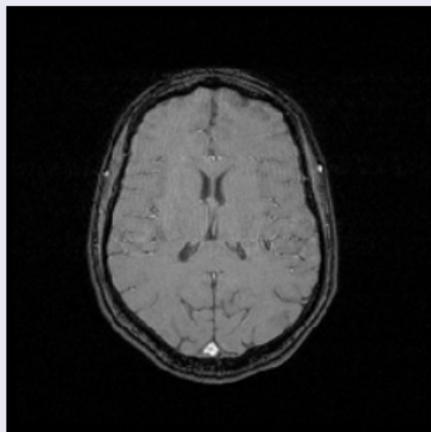
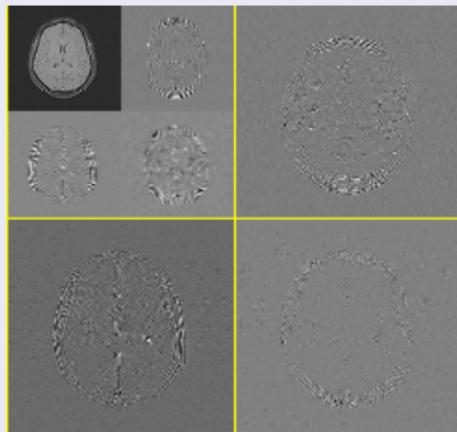


Image d'origine



DWT (ondelettes)

- Allocation des débits dans les différentes sous-bandes :
 - Minimiser la distorsion totale sous la contrainte d'un débit cible
 - Approche "force brutale" ou utilisation de modèles :
- Conception des quantificateurs :
 - Choix des pas de quantifications optimaux (QS uniforme)...

La transformée en ondelettes

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

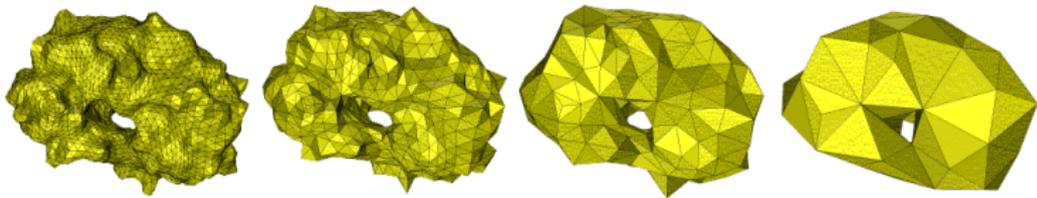
Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Sur les maillages



Avantages

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

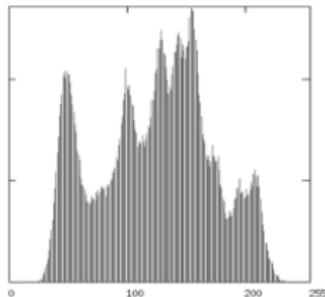
Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

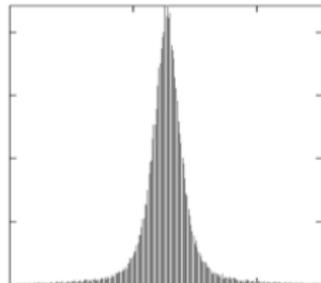
Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

Avantage du changement d'espace de représentation



histogramme de l'image



histogramme typique des
coefficients de la transformation

Bibliographie

ECOLE D'ÉTÉ
GRETSI
GdR ISIS
Peyresq
Juin 2012

Marc ANTONINI

Compression des
données
multimédia : les
motivations

Un peu de
théorie
débit/distorsion...

Le changement
d'espace de
représentation

- P.A. Chou, T. Lookabaugh, R.M. Gray, *Entropy Constrained Vector Quantization*, No.1, Vol. 37, p.31-42, 1989
- A. Gersho, R.M. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*, Norwell, MA : Kluwer Academic Publisher, 1992
- M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu, I. Daubechies, *Image Coding using Wavelet Transforms*, IEEE Transactions on Image Processing, No. 2, Vol. 1, p.205-220, 1992
- N. Moreau, *Techniques de compression des signaux*, CNET-ENST Collection Technique et Scientifique des Télécommunications, MASSON, 1995
- A. Said, W. Pearlman *A new, fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees*, IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, No. 3, Vol. 6, p.243-250, 1996
- I. Daubechies, W. Sweldens *Factoring Wavelet Transforms into Lifting Steps*, journal of J. Fourier Anal. Appl., p.245-267, 1998
- D. Taubman, *High Performance Scalable Image Compression with EBCOT*, IEEE Transactions on Image Processing, No. 7, Vol. 9, p.1158-1170, 2000
- *Compression et codage des images et des vidéos*, Traité IC2 (Information-Commande-Communication), éditeurs M. Barlaud et C. Labit, Hermes, Paris, 2002
- F. Payan, M. Antonini, *Mean Square Error Approximation for Wavelet-based Semiregular Mesh Compression*, IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (TVCG), No. 4, Vol. 12, 2006
- K. Masmoudi, M. Antonini, P. Kornprobst, *Streaming an image through the eye : The retina seen as a dithered scalable image coder*, à paraître dans Signal Processing : Image Communication, 2012