

Examen de traitement du signal

Feuille A4 recto-verso autorisée
Appareils électroniques personnels interdits

durée : 1 h 45
mardi 4 février 2020

Les réponses non justifiées ne seront pas prises en compte !

Questions de cours (11 %)

1. Tous les signaux numériques de durée limitée peuvent être représentés sous forme vectorielle : vrai ou faux ?
2. Quelle transformation de Fourier est calculée par l'algorithme FFT ?
3. Que mesure l'intercorrélacion $R_{x,y}(\tau)$ de deux signaux x et y ?
4. Un signal analogique de bande passante B (son spectre s'étale entre $-B$ et B) peut être reconstruit parfaitement à partir des valeurs issues de son échantillonnage à une fréquence strictement supérieure à $2B$: vrai ou faux ?

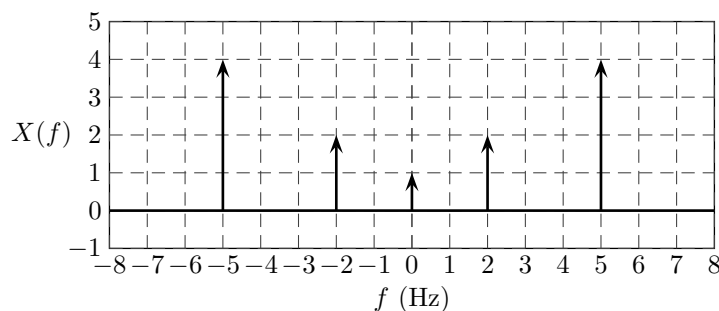
Exercice 1 (11 %)

Le signal w est une sinusoïde d'amplitude 1, de période 600 ms, de phase nulle, échantillonnée à 5 Hz.

1. Donnez l'équation définissant w .
2. Représentez w entre 0 et 1 s.

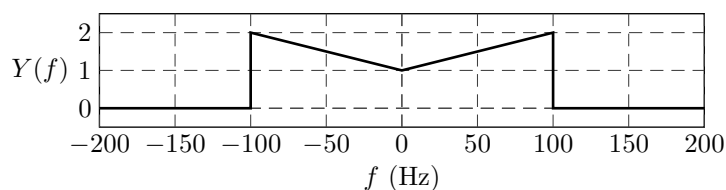
Exercice 2 (8 %)

Donnez l'expression du signal $x(t)$ dont la transformée de Fourier est représentée ci-dessous.



Exercice 3 (11 %)

Le spectre d'un signal $y(t)$ est représenté ci-dessous.



1. Représentez le spectre de $y(t)$ échantillonné à une fréquence de 300 Hz.
2. Représentez le spectre de $y(t) \times \cos(2\pi f_0 t)$ avec $f_0 = 100$ Hz.
3. Représentez le spectre de $y(t) \times e^{j2\pi f_1 t}$ avec $f_1 = 50$ Hz.

Exercice 4 (17 %)

On considère le créneau $z(t)$ de rapport cyclique $\alpha \in [0,1]$, de période T , défini par :

$$z(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [0, \alpha T[\\ 0 & \text{si } t \in [\alpha T, T[\end{cases}$$

1. Représentez $z(t)$ sur trois périodes dans le cas où $\alpha = 0,25$.
2. Calculez la série de Fourier de $z(t)$ en fonction de α et T . On rappelle que

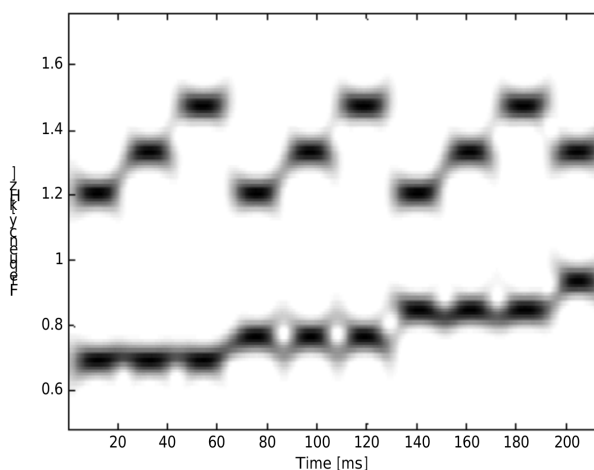
$$e^{2a} - e^0 = e^a(e^a - e^{-a}).$$

3. Comment varie la série de Fourier lorsque α varie ? En particulier, discutez des résultats obtenus pour les deux valeurs extrêmes de α .

Exercice 5 (14 %)

La figure ci-dessous est tirée de la publication scientifique

R. Reiz, C. Gordan, D. Purcaru & C. Kokkonis, « Using Advanced Signal Processing Methods for DTMF Detection », *Journal of Electrical and Electronics Engineering*, 2009.



La légende est : « STFT of a DTMF signal ».

1. Comment s'appelle cette représentation ?
2. Que représente les axes (et oui, le titre de l'axe des ordonnées n'est pas clair : c'est une maladresse des auteurs...)?
3. Que signifie « STFT » ?
4. Décrivez précisément (en français ou sous forme mathématique) quel est le signal analysé.

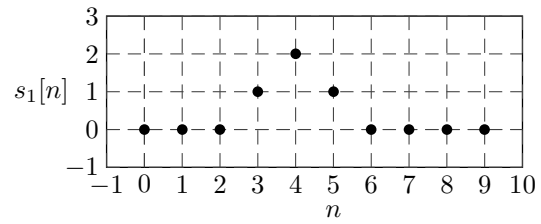
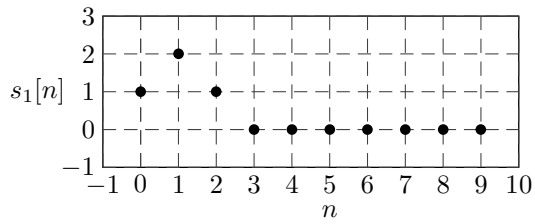
Exercice 6 (14 %)

Lorsqu'une question est posée à un assistant vocal (Siri, Alexa, OK Google...), le signal sonore est enregistré puis envoyé sur un serveur pour y être traité et analysé, lequel produit un fichier son répondant à la question qui sera lu par l'assistant vocal. Environ 250 ko sont nécessaires pour transmettre un message de 10 s¹. Proposez une valeur de fréquence d'échantillonnage et un nombre de niveaux de quantification nécessaires pour transmettre un tel message.

1. Source : J. Cheng, « Siri, how much data do you gobble up in a month? », *Ars Technica*, 2011. <http://arstechnica.com/apple/2011/11/how-data-heavy-is-siri-on-an-iphone-4s-ars-investigates/>.

Exercice 7 (14 %)

On considère les deux signaux s_1 et s_2 dans \mathbb{R}^{10} représentés ci-dessous. Ces deux signaux sont orthogonaux.



1. Proposez un signal s_3 orthogonal à s_1 et s_2 .
2. Proposez un signal s_4 orthogonal à s_1 , s_2 et s_3 .
3. Calculez la norme de ces quatre signaux.
4. Calculez la distance de s_1 à s_2 , puis à s_3 , puis à s_4 .
5. Combien de signaux sont nécessaires pour construire une base dans \mathbb{R}^{10} ?