



TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 1^{er} au 5 juin 1971

DETECTION d'un SIGNAL CERTAIN dans un BRUIT
GAUSSIEN de PUISSANCE inconnue.

II - COMPARAISON des PERFORMANCES de DIFFERENTS RECEPTEURS.

G. VEZZOSI et B. PICINBONO

Laboratoire d'Etude des Phénomènes Aléatoires
Université de Paris-Sud
91 - ORSAY -

RESUME

Pour comparer les performances des divers récepteurs étudiés dans la première partie, on calcule leurs caractéristiques opérationnelles de réception (courbes COR). Ces courbes ont été calculées dans les cas de signal à amplitude connue ou non. Le test de Student apparaît comme très bon dans ces deux cas.

SUMMARY

In order to compare the performances of the receivers studied in the previous part, we calculate their receiver operating characteristic curves. Calculations are performed for signals with known or unknown amplitude. We show that the receiver using the Student test is very efficient in the two cases.



Pour détecter un signal certain dans un bruit non stationnaire, et dont la non stationnarité n'est ni connue, ni prévisible, l'usage s'est répandu de normaliser artificiellement l'observation par un système à gain asservi, placé en amont du filtre adapté ; cet usage n'est pas fondé sur une analyse détaillée de la situation réelle ; il est plutôt inspiré par le souci de retrouver, grâce à un prétraitement approprié, la situation classique d'un bruit stationnaire et d'un signal connu à un facteur près ; c'est pourquoi il ne conduit à aucune optimisation statistique globale.

Une telle optimisation globale n'est, de toute façon, pas envisageable dans un système opérationnel, car elle conduit, comme nous l'avons montré dans la première partie, à un récepteur dont la structure dépend de la loi a priori de l'amplitude du signal. Le but de la présente étude est de montrer qu'elle n'est, de surcroît, pas rentable, et que, tant que la constante de temps des CAG est réglée à une valeur suffisante, le système actuel est très voisin de l'optimal.

Les récepteurs considérés sont des versions idéalisées de systèmes à CAG classiques ; ils diffèrent soit par le type de régulation adopté (régulation de puissance, de valeur efficace), soit par la valeur de certaines composantes continues placées à la sortie du filtre adapté. Les comparaisons sont effectuées sur la base des "caractéristiques opérationnelles de réception" (courbes COR), qui seules permettent d'apprécier correctement les qualités de chaque récepteur.

La section I présente les résultats des calculs numériques dans le cas où l'amplitude du signal est connue ; alors il existe un test asymptotiquement optimal, indépendant de toute



loi a priori ; le tracé des performances dans plusieurs cas particuliers montre que la supériorité de ce test par rapport au test de Student n'est pas très nette.

La section II est consacrée au cas où l'amplitude du signal est inconnue ; tous les récepteurs envisagés sont alors sous optimaux ; le test de Student se révèle supérieur, et la comparaison de ses performances à celles du "diable", i.e. à celles de l'observateur imaginaire qui connaît à chaque épreuve l'amplitude^{du} signal éventuel, montre qu'il est très proche du test optimal.

I - CAS OU L'AMPLITUDE DU SIGNAL EST CONNUE.

I - 1 - Choix des récepteurs envisagés :

Dans cette situation deux tests ont déjà été construits

- le test asymptotiquement optimal :

$$(1-1) \quad T_1(\vec{X}) = \frac{\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S} - \frac{1}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}}$$

- le test de Student :

$$(1-2) \quad T_2(\vec{X}) = \frac{\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\sqrt{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}}}$$

Si la structure de $T_2(\vec{X})$ est intuitivement satisfaisante, par contre celle de $T_1(\vec{X})$ contredit les idées couramment



admissibles puisque, dans ce récepteur, la sortie du filtre adapté $\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S}$ est diminuée d'une composante continue fixe $\frac{1}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}$, et est régulée par la puissance du bruit ; il est intéressant de mettre en évidence l'effet de ces deux opérations ; pour ce faire, il suffit d'étudier les performances des deux récepteurs :

$$(1-3) \quad T_3(\vec{X}) = \frac{\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}}$$

déduit de $T_1(\vec{X})$ par suppression de la composante continue

$$(1-4) \quad \text{et } T_4(\vec{X}) = \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S}$$

déduit de $T_1(\vec{X})$ par suppression de la régulation.

I - 2 - Comparaison des performances limites de $T_1(\vec{X}) \dots T_4(\vec{X})$

Les performances limites de $T_1(\vec{X})$, ..., $T_4(\vec{X})$ correspondent à la situation idéale où le bruit est gaussien à n'importe quelle échelle, et où l'observation est permanente. Même si cette situation est inaccessible physiquement, elle constitue néanmoins une référence commode, car elle permet de mettre en évidence les caractéristiques intrinsèques de chaque récepteur, toutes les opérations effectuées étant alors parfaites.

Détermination des performances limites.

Cette détermination s'effectue par la méthode usuelle ; dans une première étape, on calcule les performances conditionnelles à une certaine valeur de la puissance du bruit ; ce calcul est très simple car, dans la situation conditionnelle limite, les



quatre v.a. $T_1(\vec{X}), \dots, T_4(\vec{X})$ sont gaussiennes ; puis, dans une seconde étape, on pondère ces performances conditionnelles (qui s'expriment à l'aide de la fonction erreur) par la loi a priori $p(a)$.

Il apparaît alors que les performances des quatre récepteurs sont complètement déterminées par la donnée de :

- $d = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\vec{S}^T T_{\Gamma}^{-1} \vec{S}}$
- $p(a)$: loi a priori de la puissance du bruit.

Lorsque la puissance moyenne du bruit gaussien est connue, d peut être interprété comme le rapport $\left(\frac{S}{B}\right)$ de sortie du filtre adapté ; dans la situation présente, où la puissance moyenne est aléatoire, on peut donner à d une signification analogue, à condition de normaliser toutes les densités $p(a)$ par la condition :

$$E \frac{1}{\sqrt{A}} = 1 = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} p(a) da$$

Alors d est le rapport $\left(\frac{S}{B}\right)$ moyen de sortie du filtre adapté.

Tracé des courbes COR et résultats.

Les résultats des calculs numériques sont présentés dans les Fig. 1 à 3. Aux probabilités de fausse alarme faibles, qui seules sont intéressantes pour la pratique, on observe les phénomènes suivants :

1°) Le récepteur asymptotiquement optimal $T_1(\vec{X})$ est toujours supérieur aux trois autres récepteurs envisagés.



2°) Néanmoins, sa supériorité par rapport à $T_2(\vec{X})$ n'est pas très nette.

3°) Par contre, $T_3(\vec{X})$ et $T_4(\vec{X})$ sont très inférieurs aux deux récepteurs précédents.

a) Cas de $T_2(\vec{X})$

Le comportement de $T_2(\vec{X})$ est spécialement intéressant. En effet, $T_2(\vec{X})$ est seulement optimal dans la classe des tests semblables ; c'est pourquoi il est inférieur à $T_1(\vec{X})$. Mais, en contrepartie, son optimalité subsiste même lorsque l'amplitude du signal est inconnue.

Au contraire, $T_1(\vec{X})$ n'est (asymptotiquement) optimal que lorsque l'amplitude du signal est connue. Sa structure dépend de la valeur de cette amplitude, par la présence, au numérateur de la fonction de décision, de la polarisation constante $-\frac{1}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}$.

Ainsi, $T_2(\vec{X})$, qui n'exige, pour être mis en oeuvre, aucune information a priori sur la valeur de l'amplitude du signal est très voisin de $T_1(\vec{X})$, qui, lui, requiert cette connaissance a priori. Cela prouve que, dans tout problème de détection, une information a priori sur l'amplitude du signal attendu n'amène jamais une amélioration très sensible des performances.

b) Cas de $T_3(\vec{X})$ et $T_4(\vec{X})$

$T_3(\vec{X})$ comporte une estimation de la puissance du bruit ; au contraire, $T_4(\vec{X})$ ne comporte pas de telle estimation ; d'après les graphiques, $T_3(\vec{X})$ est inférieur à $T_4(\vec{X})$ dans une zone notable des fausses alarmes ; par conséquent, il ne suffit pas



d'adjoindre au filtre adapté une voie effectuant avec une grande précision l'estimation du paramètre inconnu pour que les performances s'en trouvent améliorées automatiquement, encore faut-il effectuer l'opération correcte.

Les mauvaises performances de $T_3(\vec{X})$ montrent le rôle essentiel joué par la polarisation constante $-\frac{1}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}$; ce rôle peut s'expliquer comme suit :

$$\text{Le récepteur } T_3(\vec{X}) = \frac{\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}} \text{ inverse la}$$

dynamique de l'observation ; à cause de cette inversion, les fausses alarmes dues aux niveaux faibles du bruit deviennent plus fréquentes ; pour réaliser une probabilité de fausse alarme faible, on est contraint de relever le seuil, ce qui dégrade la probabilité de détection.

Ce phénomène n'a pas lieu si, en même temps, on a pris soin de placer, à la sortie du filtre adapté, et avant la division par la puissance du bruit, une composante continue négative. Alors le numérateur de la fonction de décision est presque constamment négatif sous H_0 ; après la division, il reste inférieur au seuil positif.

Toutefois, cette composante continue ne doit pas être trop grande ; sinon, même sous H_0 , la statistique de sortie reste négative et la probabilité de détection devient mauvaise.

Le récepteur $T_1(\vec{X})$ réalise précisément le compromis entre les deux exigences contradictoires précédentes ; ce récepteur possède une polarisation fixe négative à la sortie du filtre adapté ; mais cette polarisation est égale à $\frac{1}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}$, c'est à dire à la moitié de la valeur moyenne de la tension de sortie du filtre adapté sous H_1 . Ainsi, sous H_1 , le numérateur



de $T_1(\vec{X})$ est positif, et $T_1(\vec{X})$ peut dépasser le seuil positif, ce qui est le but recherché.

I.- 3 Comparaison, pour n fini, des récepteurs $T_1^*(\vec{X})$ (optimal) $T_1(\vec{X})$ (asymptotiquement optimal) et $T_2(\vec{X})$ (CFAR optimal) dans un cas particulier.

Pour apprécier la perte de détection due à l'imprécision de la puissance du bruit, il est nécessaire d'évaluer les performances des récepteurs pour n fini. Cette évaluation est toujours possible analytiquement pour les trois récepteurs $T_1(\vec{X}), \dots, T_3(\vec{X})$; (pour $T_4(\vec{X})$ elle est immédiate); on est conduit en effet à intégrer les fonctions à symétrie sphérique

$$\frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \times \frac{1}{a^{n/2}} e^{-\frac{\sum_i \xi_i^2}{2a}}$$

et

$$\frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \times \frac{1}{a^{n/2}} e^{-\frac{\sum_i (\xi_i - \mu_i)^2}{2a}}$$

dans des boules de R^n [cas de $T_1(\vec{X})$ et $T_3(\vec{X})$], ou dans un cône de R^n d'axe $\vec{\mu}$ [cas de $T_2(\vec{X})$], ce qui est toujours possible. Les expressions analytiques correspondantes dépendent de n, $d_n = \sqrt{\vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}$, et p(a).

Toutefois, les calculs numériques sont difficiles lorsque la densité p(a) est quelconque.

Fort heureusement, lorsque p(a) est l'inverse de la loi exponentielle (normalisée par la condition $E \frac{1}{\sqrt{A}} = 1$):

$$p(a) = \frac{\pi}{4} \frac{1}{a^2} e^{-\frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{a}}$$

les expressions analytiques se simplifient remarquablement.



Ce cas offre même la possibilité d'atteindre les performances du récepteur optimal $T_1^*(\vec{X})$, qui utilise la forme exacte du rapport de vraisemblance ; en effet le r.d.v. s'écrit alors, dans l'espace des images orthogonales :

$$L(\vec{z}) = \left[\frac{\lambda_i |z_i|^2 + \frac{\pi}{2}}{\lambda_i (\varepsilon_i - u_i)^2 + \frac{\pi}{2}} \right]^{n/2 + 1}$$

et les régions critiques de $T_1^*(\vec{X})$ sont des boules de R^n , ce qui rend le calcul possible ; ce calcul est utile, car il nous permet de tester la validité de l'approximation d'où dérive $T_1(\vec{X})$.

Tracé des courbes COR et résultats.

Seuls ont été étudiés les récepteurs $T_1^*(\vec{X})$, $T_1(\vec{X})$ et $T_2(\vec{X})$; $T_3(\vec{X})$ et $T_4(\vec{X})$ ont été écartés, car les performances limites de ces récepteurs sont trop faibles.

Les calculs ont été exécutés pour différentes valeurs de n ($n = 500, 200, 100, 50, 20, 10$) et pour deux valeurs de d_n ($d_n = 2 = 6$ dB, $d_n = 4 = 12$ dB).

Volontairement, on n'a pas pris en compte la décroissance de d_n avec n ; en effet, notre objectif était de mettre en évidence la dégradation des performances due à l'imprécision de l'estimation de la puissance du bruit, et non celle due à l'imperfection du filtrage adapté.

Les courbes COR correspondantes sont présentées dans les graphiques 4 à 7.

Les résultats obtenus peuvent se résumer comme suit :



1°) la dégradation des performances avec n est pratiquement la même pour les trois récepteurs.

2°) dans la zone des probabilités de fausse alarme faible, elle ne devient sensible qu'à partir de $n = 100$.

3°) la supériorité de $T_1^*(\vec{X})$ sur $T_1(\vec{X})$ ne devient perceptible qu'à partir de $n = 20$.

Ainsi, pour que le récepteur fonctionne dans des conditions correctes, l'estimation de la puissance du bruit doit être effectuée à l'aide d'une centaine d'échantillons indépendants. Dans les CAG usuels, qui ne comportent pas de filtre blanchissant, le temps d'intégration doit donc être réglé à $100 \times \tau_c$, où τ_c désigne le temps de corrélation du bruit.

II - CAS OU L'AMPLITUDE DU SIGNAL EST INCONNUE.

Alors le récepteur optimal, même à la limite, dépend de la loi a priori de l'amplitude du signal ; on a en effet :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} L(\vec{X}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\mu}{2} \left(\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X} - \frac{\mu^2}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S} \right)} \frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X} q(\mu) d\mu$$

De plus ses performances sont inaccessibles analytiquement ; il faut avoir recours, pour les déterminer, à des méthodes de simulation ; or ces méthodes ne permettent pas d'atteindre la zone des fausses alarmes faibles, qui seules nous intéressent ici.



Il n'est donc plus possible d'évaluer exactement la perte consécutive à l'emploi de récepteurs sous optimaux à la place du récepteur optimal

Néanmoins, il est possible de majorer cette perte. Considérons l'observateur imaginaire qui connaît à chaque épreuve l'amplitude du signal éventuel (dans la suite, nous conviendrons d'appeler cet observateur imaginaire le diable). La stratégie optimale du diable consiste à calculer le rapport de vraisemblance conditionnel :

$$\exp \frac{\mu \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{\xi} - \frac{\mu^2}{2} \vec{\xi}^T \Gamma^{-1} \vec{\xi}}{a}$$

et à comparer ce rapport à un seuil fixe.

Les performances du diable sont accessibles analytiquement ; de plus elles sont évidemment supérieures à celles du récepteur optimal, car le diable atteint l'optimisation globale en optimisant chaque décision partielle. Dès lors, dans chaque cas particulier, on peut apprécier l'éloignement d'un récepteur au récepteur optimal en examinant l'écart entre sa courbe COR et celle du diable.

II - 1 Choix des récepteurs comparés.

Dans ce paragraphe, l'amplitude du signal est inconnue ; $\vec{\xi}$ désigne alors la "copie", c'est à dire la version normalisée du signal ; nous supposons $\vec{\xi}$ choisi de telle sorte que :

$$(2-1) \quad E_{\mu} = 1$$



grâce à cette condition, le paramètre $d_n = \sqrt{\vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}$ conserve sa signification de rapport $\left(\frac{S}{B}\right)$ moyen de sortie du filtre adapté.

Puisque le récepteur optimal est, de toute façon, inaccessible, les récepteurs considérés sont tous sous optimaux ; leur choix peut s'effectuer par analogie avec le cas où l'amplitude du signal est connue.

Considérons les fonctions de décision de $T_2(\vec{X})$, $T_3(\vec{X})$ et $T_4(\vec{X})$ (cf 1-2, 1-3, 1-4) ; le signal \vec{S} intervient alors linéairement ; nous pouvons donc conserver ces trois structures, en considérant que le signal \vec{S} est maintenant la copie.

Par contre le récepteur $T_1(\vec{X})$ (cf 1-1) ne peut pas s'adapter tel quel à la situation présente, car la polarisation de sortie du filtre adapté varie comme le carré de l'amplitude du signal. Nous sommes donc conduits à fixer une règle de choix de la polarisation.

Une première solution consiste à revenir sur l'interprétation du rôle de cette polarisation, indiqué précédemment, et à l'étendre au cas présent ; d'après cette interprétation, il semble avantageux de régler la composante continue à une valeur négative égale à la moitié de la valeur moyenne de la sortie du filtre adapté sous H_1 .

Conditionnellement à la valeur μ de l'amplitude du signal, cette moyenne s'écrit :

$$E(\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S} | \mu) = \mu \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}$$



et la moyenne inconditionnelle s'écrit donc :

$$E_{\mu} \times \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}$$

On aboutit ainsi au récepteur $T_{11}(\vec{X})$.

(2-2)

$$T_{11}(\vec{X}) = \frac{\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S} - \frac{E_{\mu}}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}}$$

La structure de ce récepteur dépend du moment d'ordre 1 de la loi a priori $q(\mu)$.

Une deuxième solution consiste à revenir à l'expression asymptotique du rapport de vraisemblance :

$$L(\vec{X}) = \int_0^{\infty} \exp \frac{\mu \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S} - \frac{\mu^2}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}} q(\mu) d\mu$$

à développer formellement l'exponentielle en série :

$$L(\vec{X}) = \int_0^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left[\frac{\mu \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S} - \frac{\mu^2}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}} \right]^k q(\mu) d\mu$$

et à ne retenir de ce développement que les deux premiers termes.

$$L(\vec{X}) = 1 + \frac{E_{\mu} \times \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S} - \frac{E_{\mu}^2}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}}$$



On aboutit ainsi au récepteur $T_{12}(\vec{X})$:

$$(2-3) \quad T_{12}(\vec{X}) = \frac{\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S} - \frac{1}{2} \frac{E_{\mu}^2}{E_{\mu}} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}}$$

La structure de ce récepteur dépend des deux premiers moments (supposés exister) de la loi a priori.

Les différents récepteurs étudiés sont récapitulés dans le tableau ci-dessous (dans le cas de $T_{11}(\vec{X})$ et $T_{12}(\vec{X})$, on a tenu compte de la condition 2-1).

Diabole	$\frac{\mu \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S} - \frac{\mu^2}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{a}$
$T_{11}(X)$: Super CAG N° 1	$\frac{\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S} - \frac{1}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}}$
$T_{12}(X)$: Super CAG N° 2	$\frac{\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S} - \frac{E_{\mu}^2}{2} \vec{S}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}}$
$T_2(X)$: CFAR optimal	$\frac{\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\sqrt{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}}}$
$T_3(X)$: Super CAG N° 3	$\frac{\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S}}{\frac{1}{n} \vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{X}}$



$T_4(X)$: Filtre adapté seul	$\vec{X}^T \Gamma^{-1} \vec{S}$
-------------------------------	---------------------------------

II - 2 - Tracé des courbes COR et résultats.

La comparaison des récepteurs a porté sur leurs performances limites ; la comparaison des performances pour n fini est possible, mais n'a pas été effectuée : elle n'aurait apporté, vraisemblablement, aucun résultat nouveau par rapport au résultat empirique observé antérieurement : la perte de détection due à l'incertitude sur la puissance du bruit est pratiquement négligeable tant que n est supérieur à 100.

Les calculs ont été exécutés pour une loi particulière de la puissance du bruit (la loi exponentielle), et pour trois lois de l'amplitude du signal (la loi exponentielle, la loi de Rayleigh, la demi-loi de Gauss). Les courbes COR correspondantes sont présentées dans les graphiques 8 à 13.

Les principaux résultats obtenus peuvent se résumer comme suit :

1) pour les valeurs faibles de d , les trois récepteurs $T_{11}(\vec{X})$, $T_{12}(\vec{X})$ et $T_2(\vec{X})$ sont pratiquement équivalents.

2) pour les valeurs fortes de d , on note une légère supériorité de $T_2(\vec{X})$ sur $T_{11}(\vec{X})$, et une supériorité nette de $T_{11}(\vec{X})$ sur $T_{12}(\vec{X})$ qui, pourtant utilise deux moments de la loi a priori au lieu d'un seul.



3) la courbe COR du diable n'est jamais très au-dessus de celle de $T_2(X)$.

4) $T_3(X)$ et $T_4(X)$ ont d'aussi mauvaises performances que lorsque l'amplitude du signal est connue.

Ces résultats confirment nos prévisions du paragraphe précédent : toute information a priori sur l'amplitude du signal, n'apporte pas une amélioration très sensible des performances ; cela explique pourquoi le test de Student, qui n'utilise pas cette information a priori, puisse être très proche du récepteur optimal en moyenne.

CONCLUSION

Pour détecter un signal dans un bruit non stationnaire, on considère généralement que l'observation doit être stationnarisée artificiellement par un système à gain asservi commandé par la valeur efficace du bruit. Les résultats précédents confirment le bien-fondé de ce principe ; la seule objection éventuelle concerne le temps de réponse qu'il faut donner au système de régulation ; ce temps doit être réglé de telle sorte que l'estimation de la puissance du bruit soit effectuée à l'aide d'une centaine d'épreuves indépendantes, provenant de la même population ; dans certaines conditions particulières, le temps de stationnarité locale du bruit ne permet pas la réalisation de cette centaine d'épreuves indépendantes ; on peut penser alors utiliser une régulation dont la constante d'intégration soit adaptative au temps de stationnarité locale, supposé mesuré en permanence, ou réglé en fonction de la source de bruit, lorsqu'on a pu l'identifier.



REMERCIEMENTS

=====

Une grande partie de ce travail a été effectuée au cours du séjour de l'un d'entre nous (G. Vezzosi), au laboratoire de Détection Sous-Marine du Brusac. Il n'aurait pu être mené à bien sans l'aide et l'appui constants de Messieurs Mermoz et Lefaudeux. Nous avons également bénéficié pour nos calculs de l'aide de Messieurs Gloux, Delattre et de Mademoiselle Teisseire.

=====



LOI DE LA PUISSANCE DU BRUIT : LOI EXPONENTIELLE — $E \frac{1}{\sqrt{A}} = 1$ — $D = 3,54 = 11 \text{ dB}$

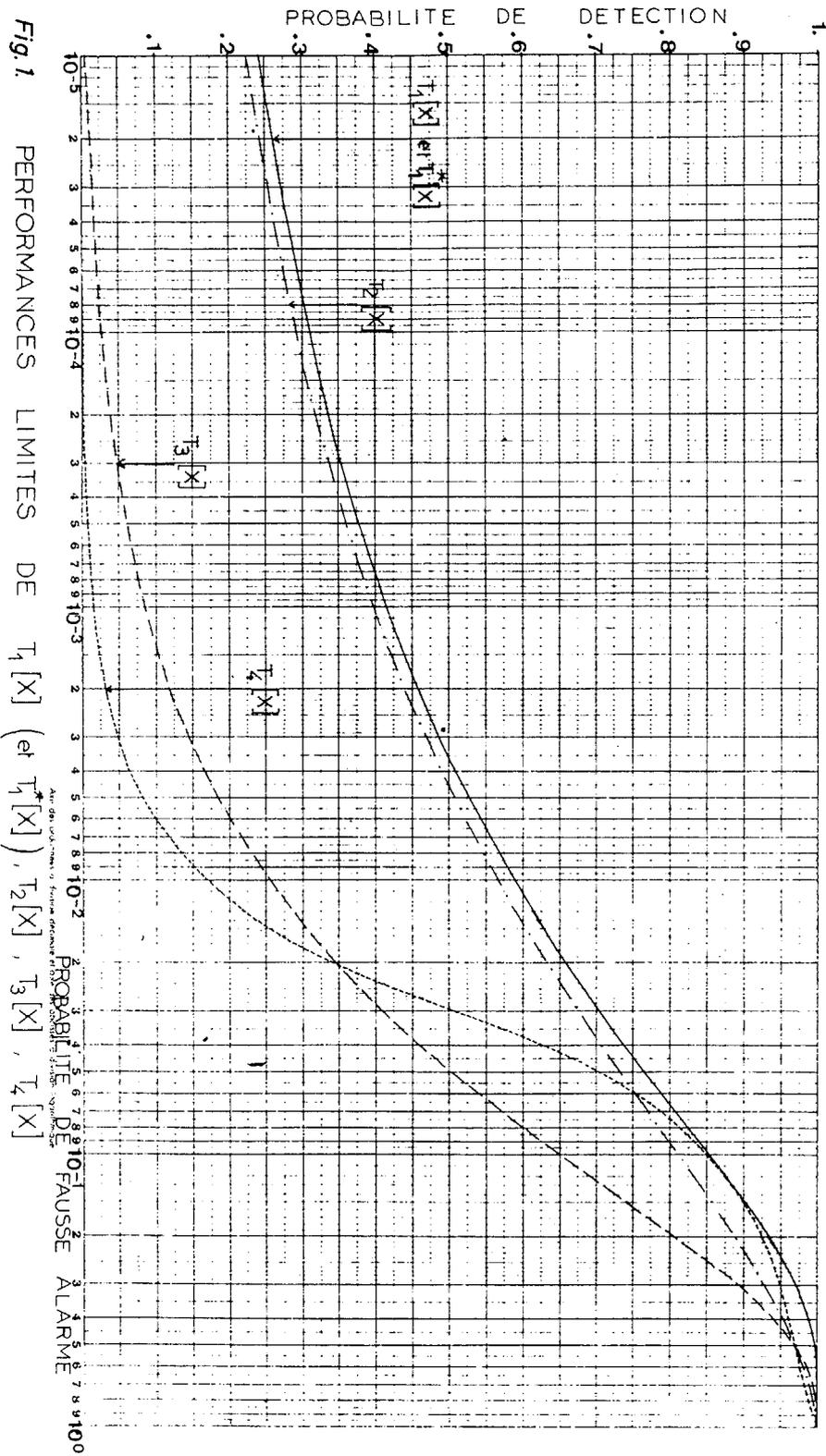
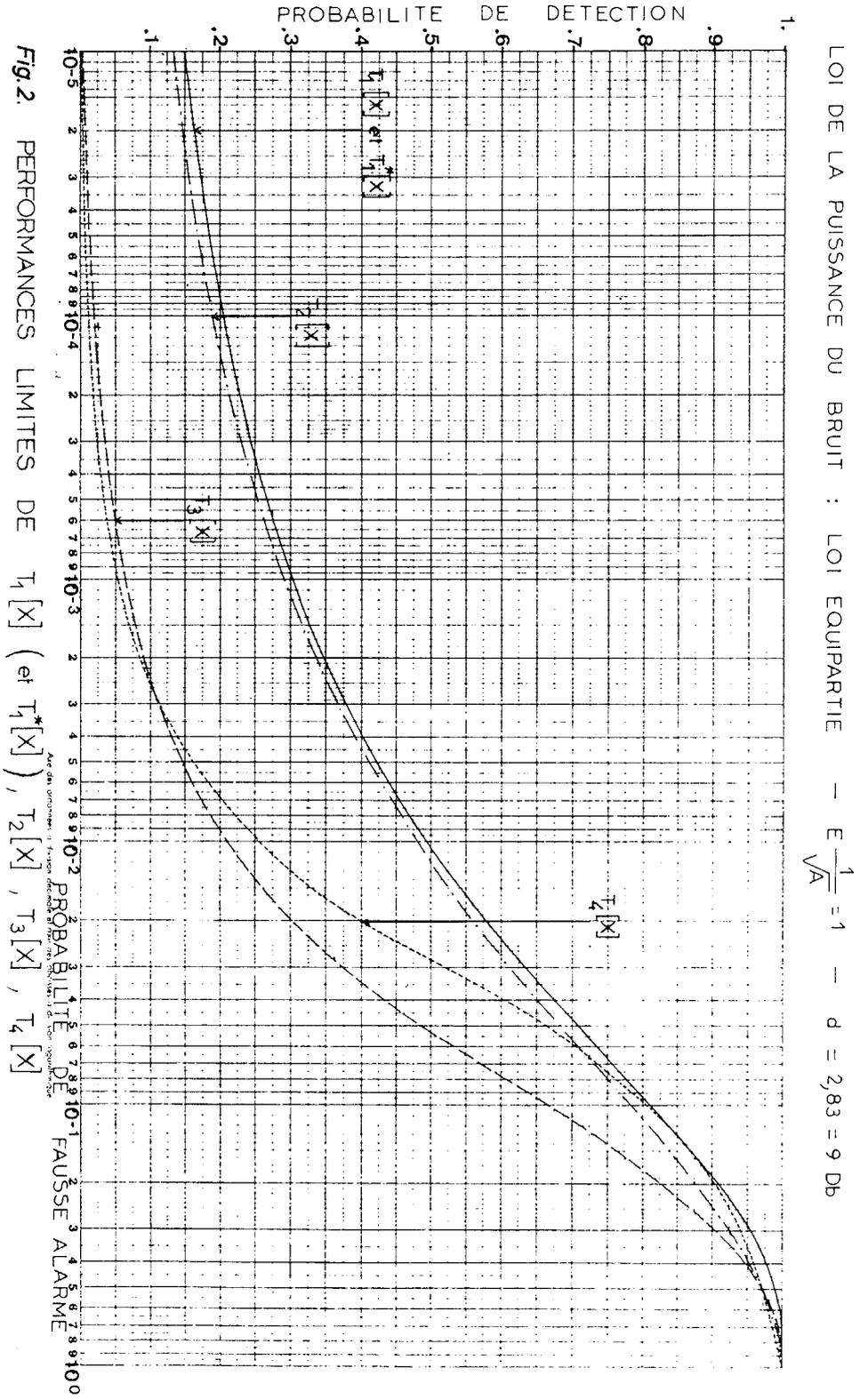


Fig. 1 PERFORMANCES LIMITES DE $T_1[X]$ (et $T_1^*[X]$), $T_2[X]$, $T_3[X]$, $T_4[X]$





LOI DE LA PUISSANCE DU BRUIT : LOI DE RAYLEIGH — $E \frac{1}{\sqrt{A}} = 1$ — $D = 2,31 = 7,26 \text{ DB}$

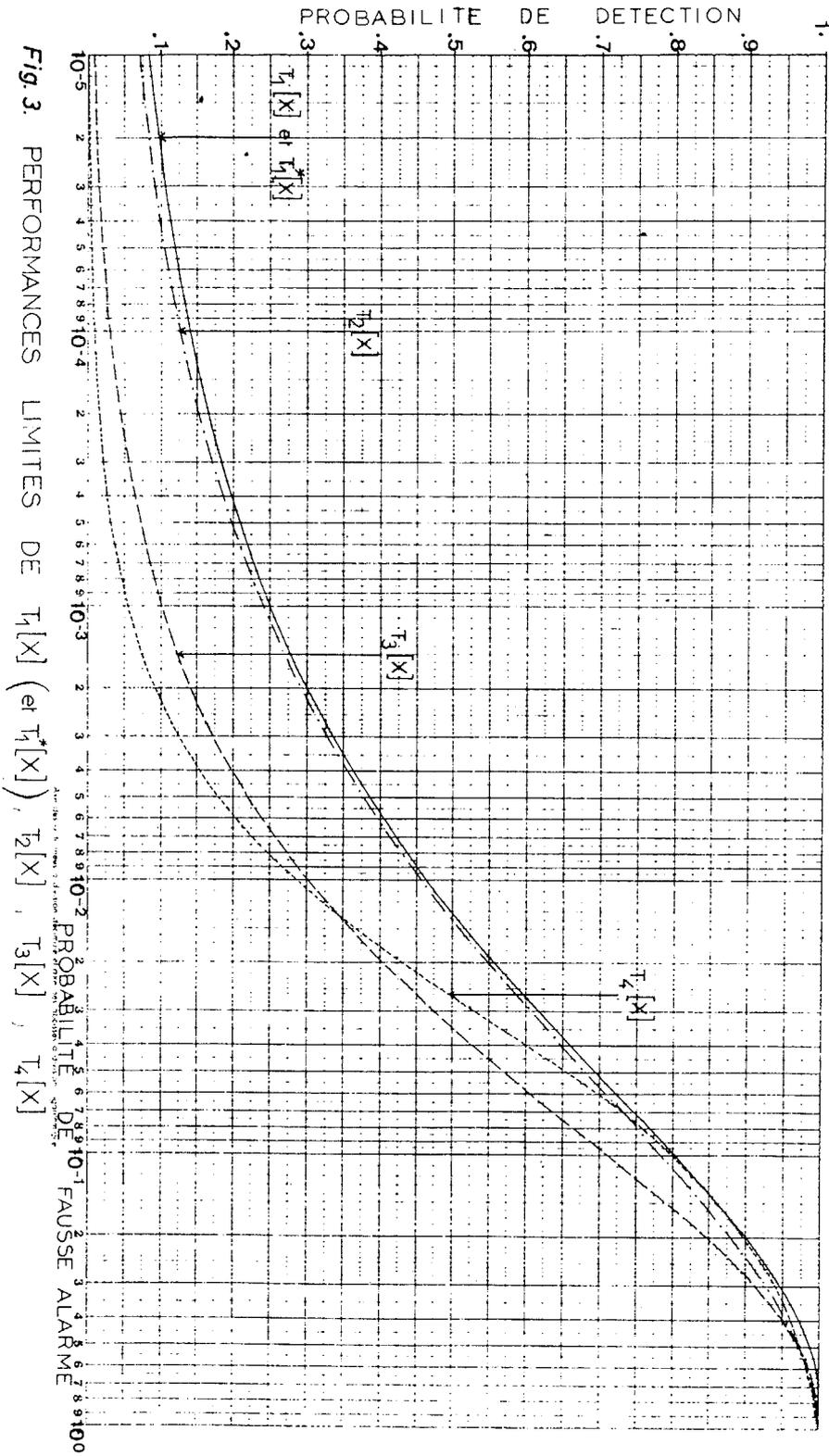
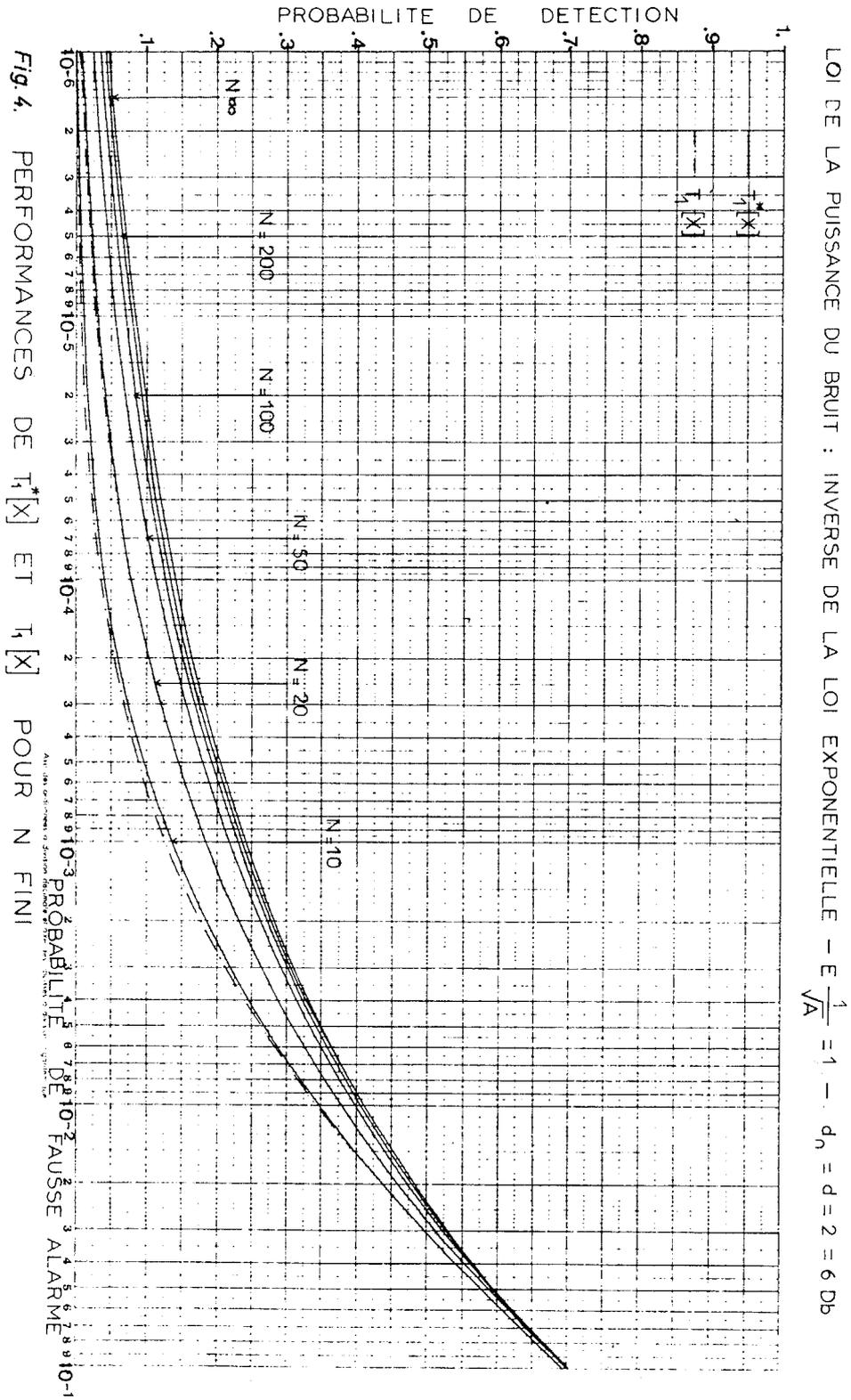


Fig. 3. PERFORMANCES LIMITES DE T₁[X] (et T₁*[X]), T₂[X], T₃[X], T₄[X]





LOI DE LA PUISSANCE DU BRUIT : INVERSE DE LA LOI EXPONENTIELLE -- $E \frac{1}{\sqrt{A}} = 1$ -- $d_n = d = 2 = 6 \text{ DB}$

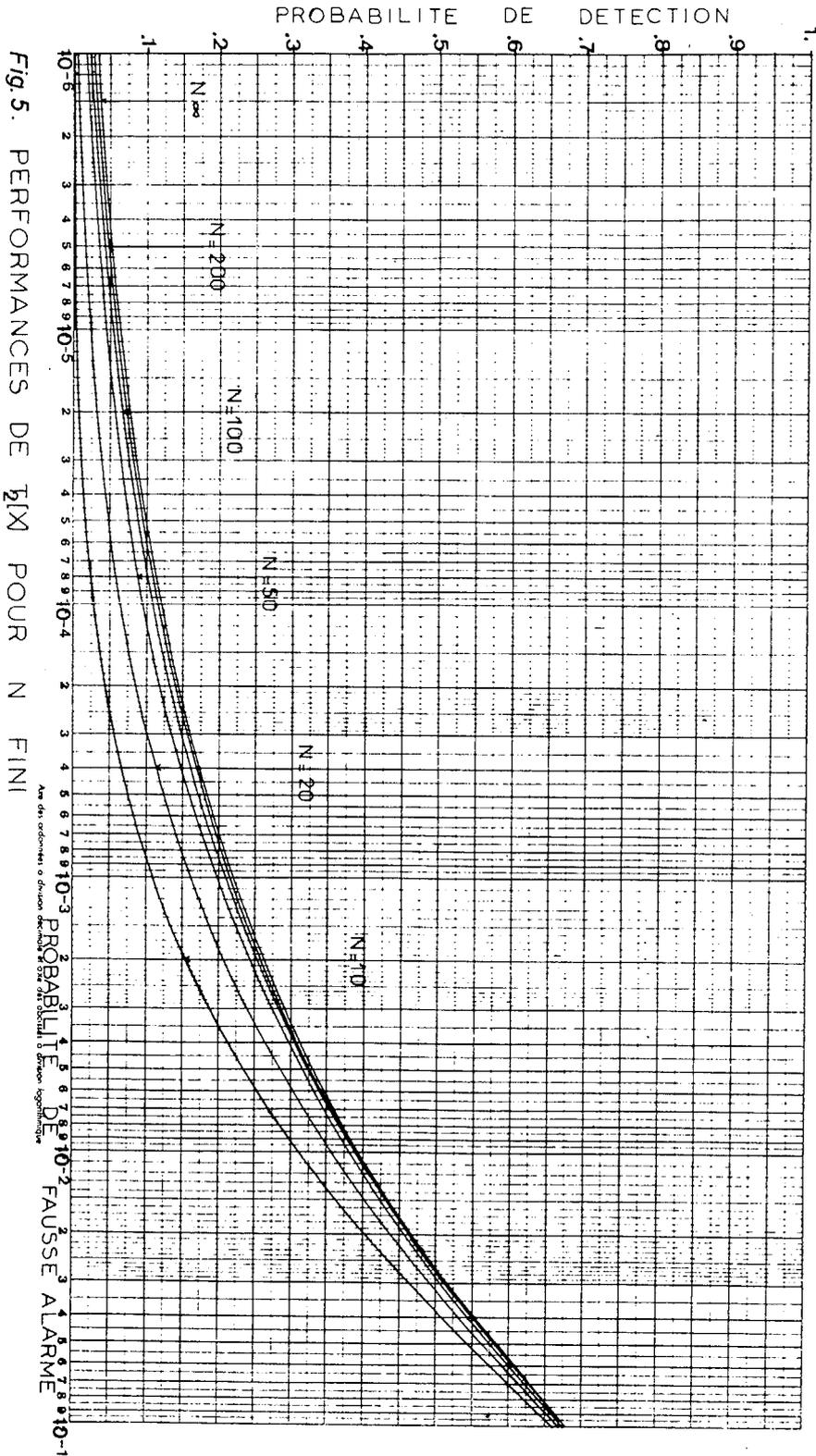


Fig.5. PERFORMANCES DE TIM POUR N FINI



LOI DE LA PUISSANCE DU BRUIT : INVERSE DE LA LOI EXPONENTIELLE - $E \frac{1}{\sqrt{A}} = 1$ - $d_n = d = 4 = 12 \text{ Db}$

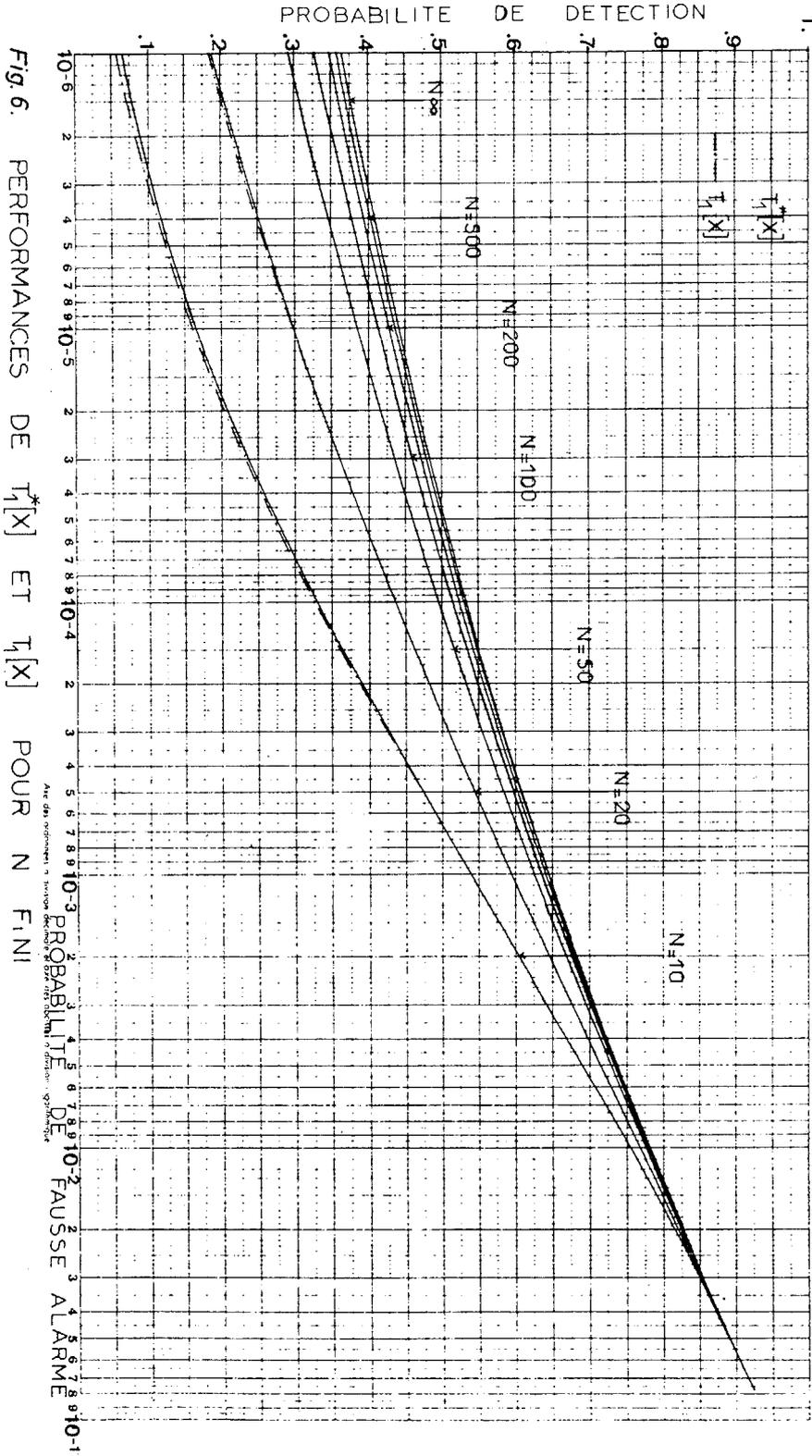


Fig. 6. PERFORMANCES DE $t_1^*[X]$ ET $t_1[X]$ POUR N FINI



LOI DE LA PUISSANCE DU BRUIT : INVERSE DE LA LOI EXPONENTIELLE — $E \frac{1}{\sqrt{A}} = 1$ — $d_n = d = 4 = 12$ Db

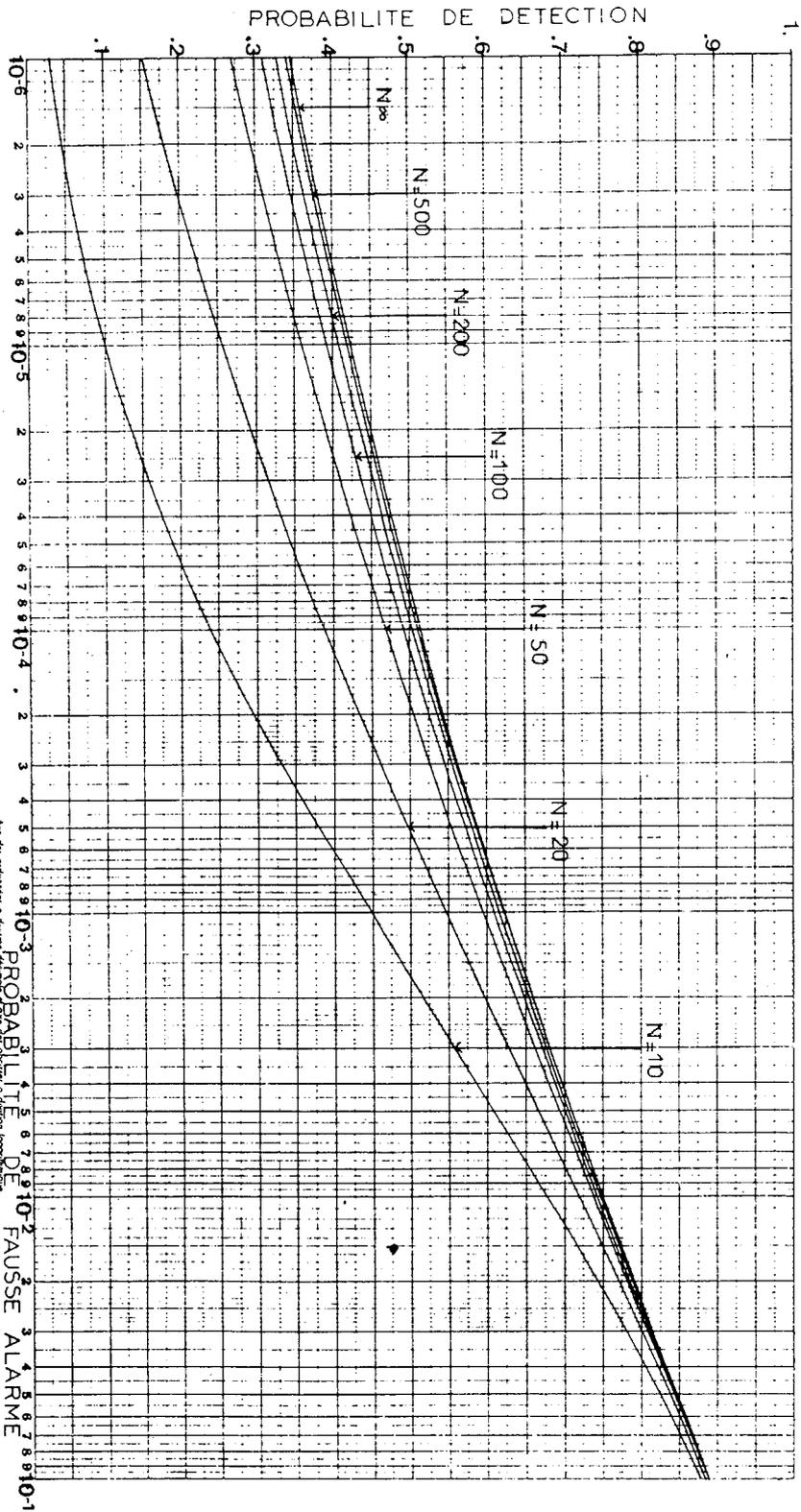
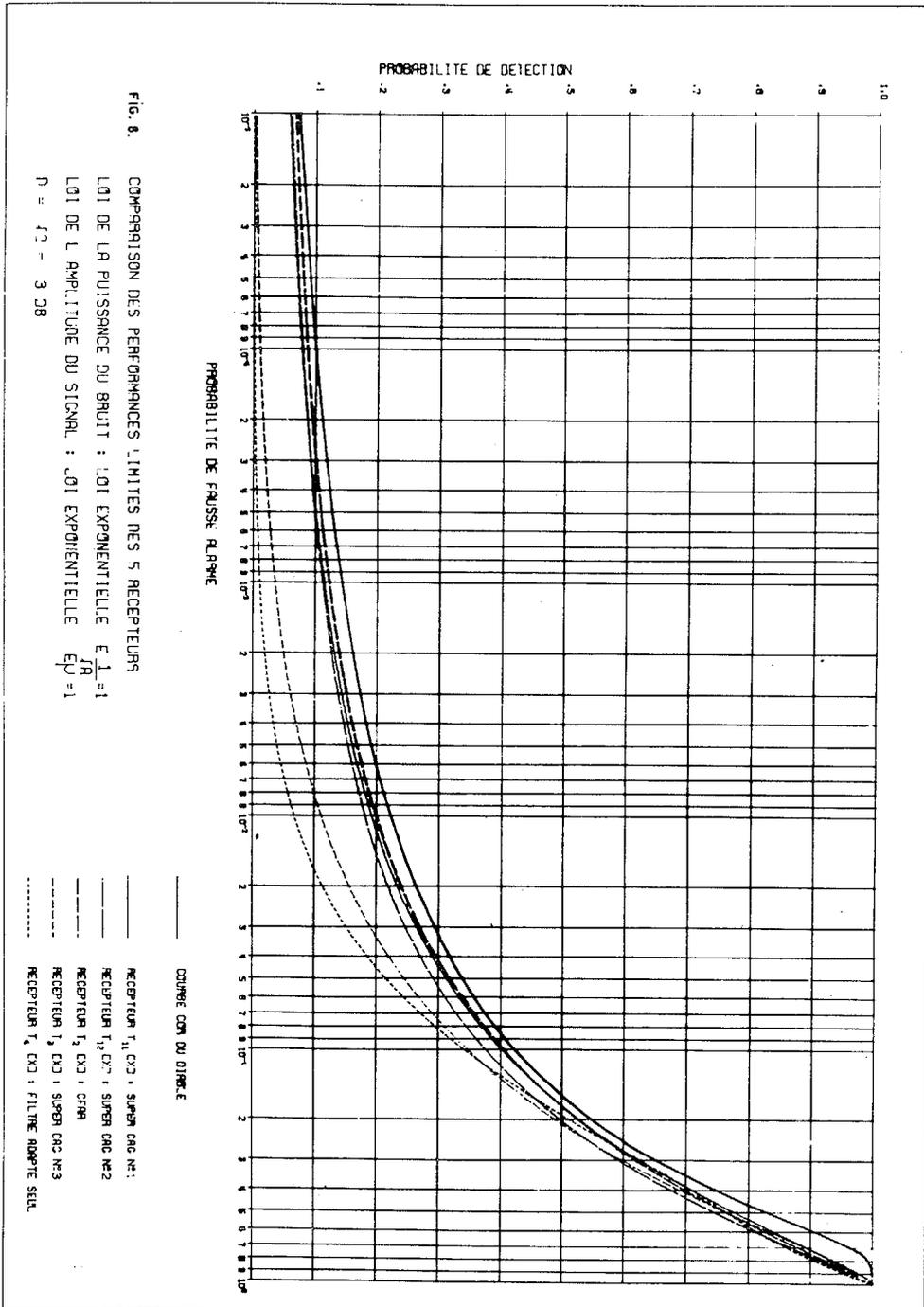
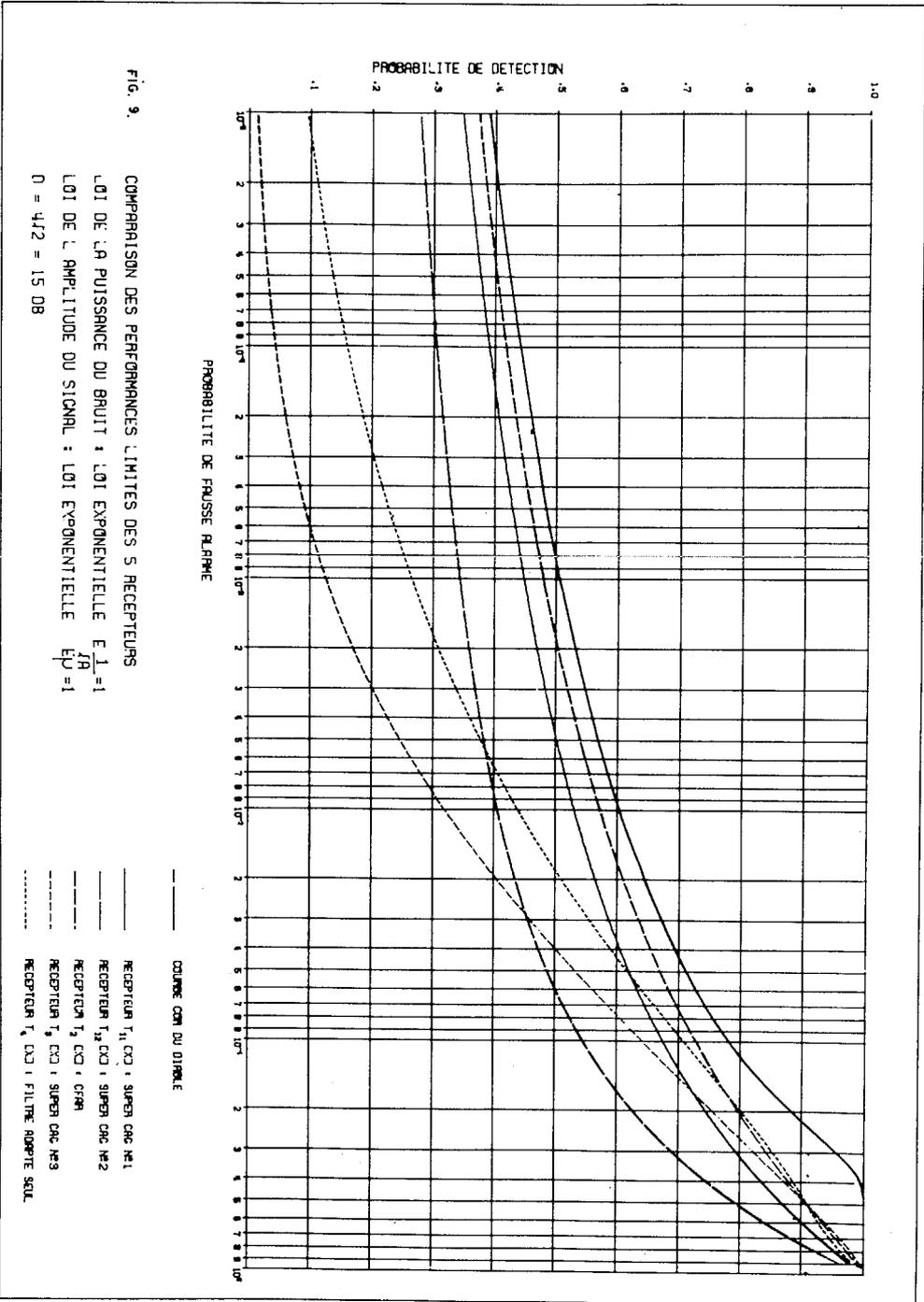
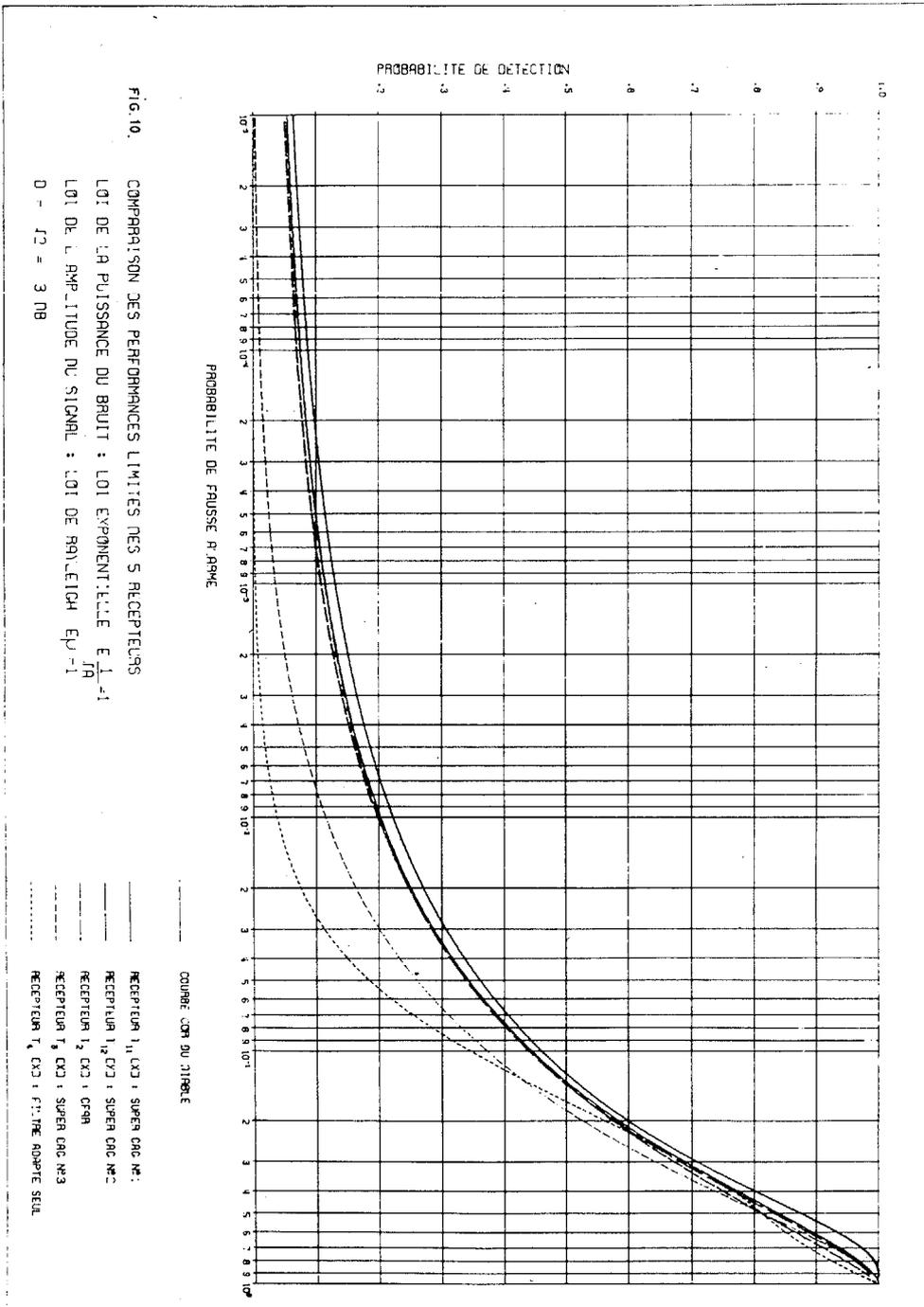


Fig.7. PERFORMANCES DE $t_2[X]$ POUR N FINI







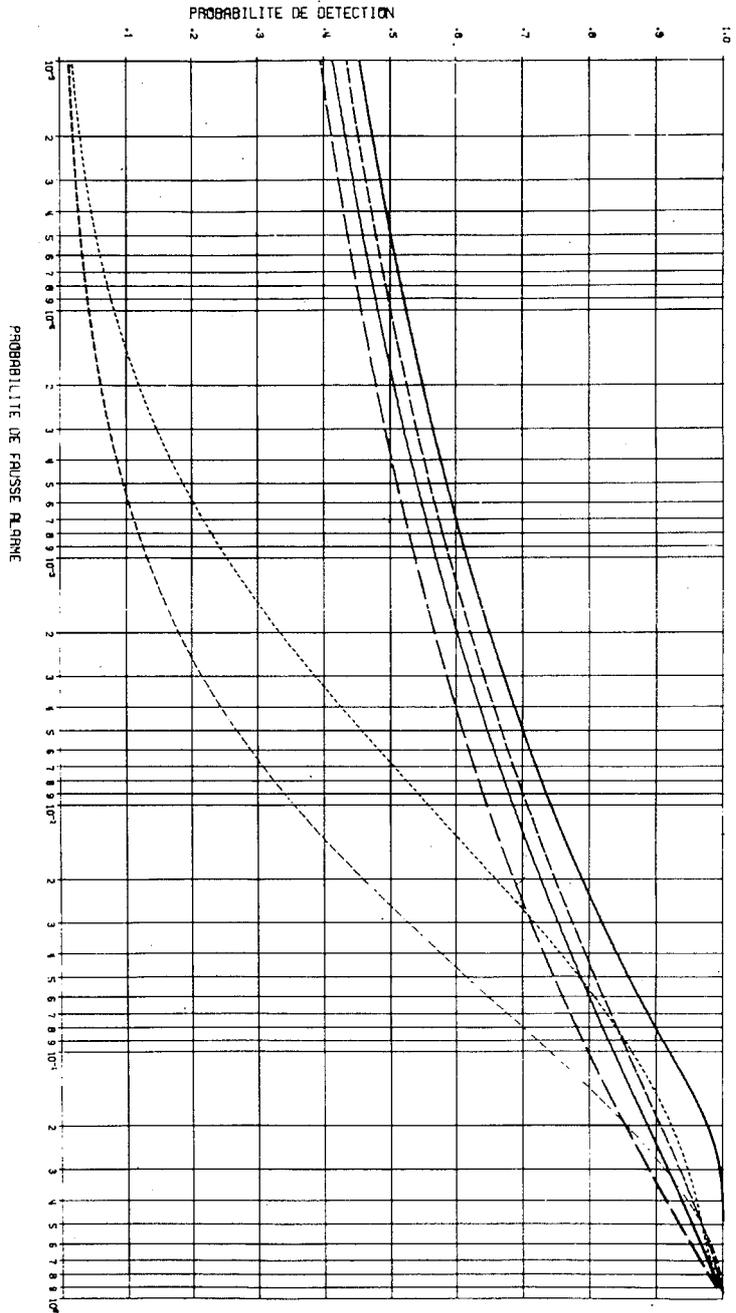
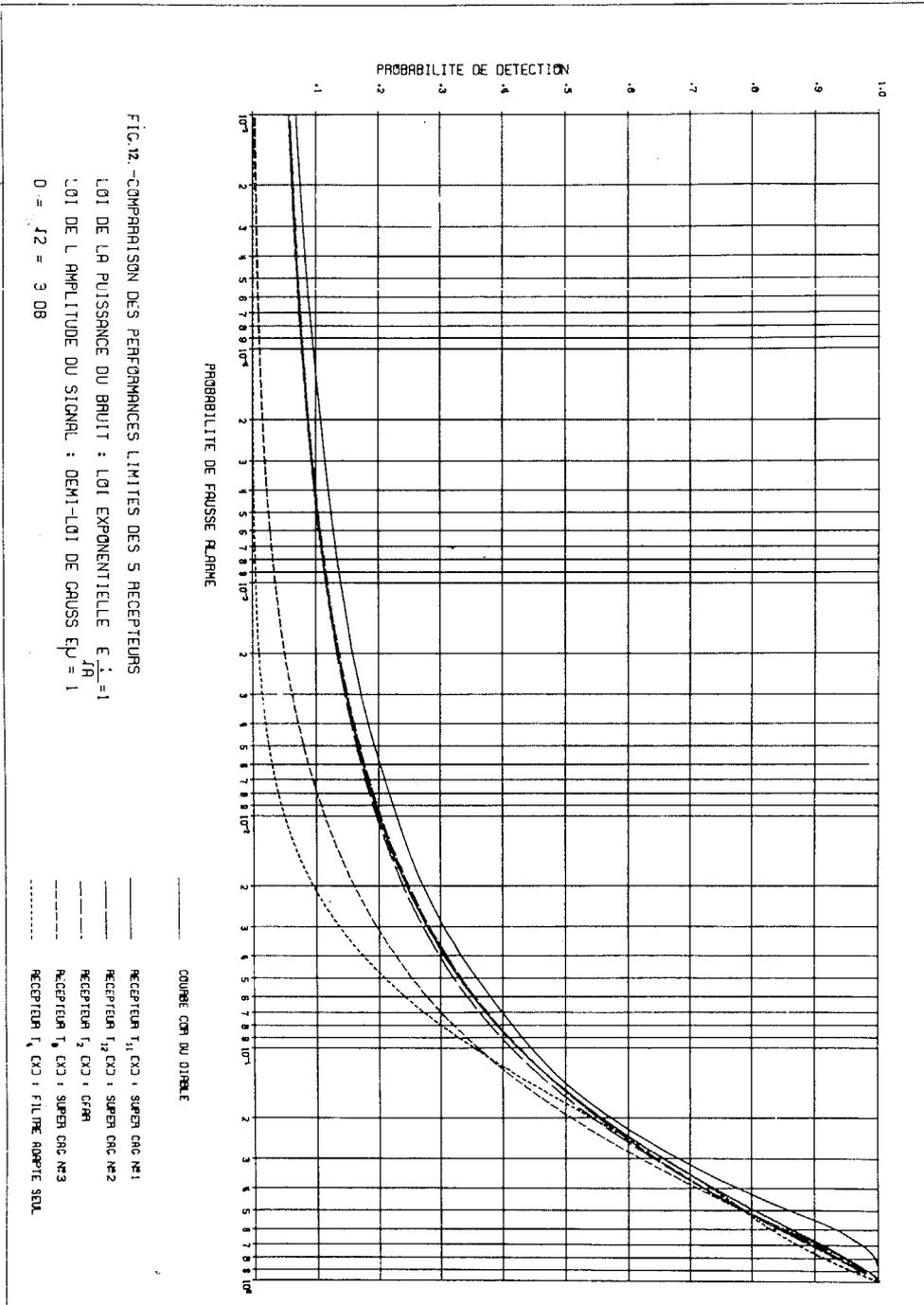


FIG. 11. COMPARAISON DES PERFORMANCES LIMITEES DES 5 RECEPTEURS
 LOI DE LA PUISSANCE DU BRUIT : LOI EXPONENTIELLE $E \cdot I = 1$
 LOI DE L'AMPLITUDE DU SIGNAL : LOI DE RAYLEIGH $E \cdot I = 1$
 $\sigma = 4/2 = 15 \text{ dB}$

_____ COUPE CDM OU DIFERRE
 _____ RECEPTEUR 1, C/D : SUPER CDM N°1
 _____ RECEPTEUR 2, C/D : SUPER CDM N°2
 _____ RECEPTEUR 3, C/D : OFDM
 _____ RECEPTEUR 4, L/C : SUPER CDM N°3
 _____ RECEPTEUR 5, C/D : FILTRE ADAPTE SEUL



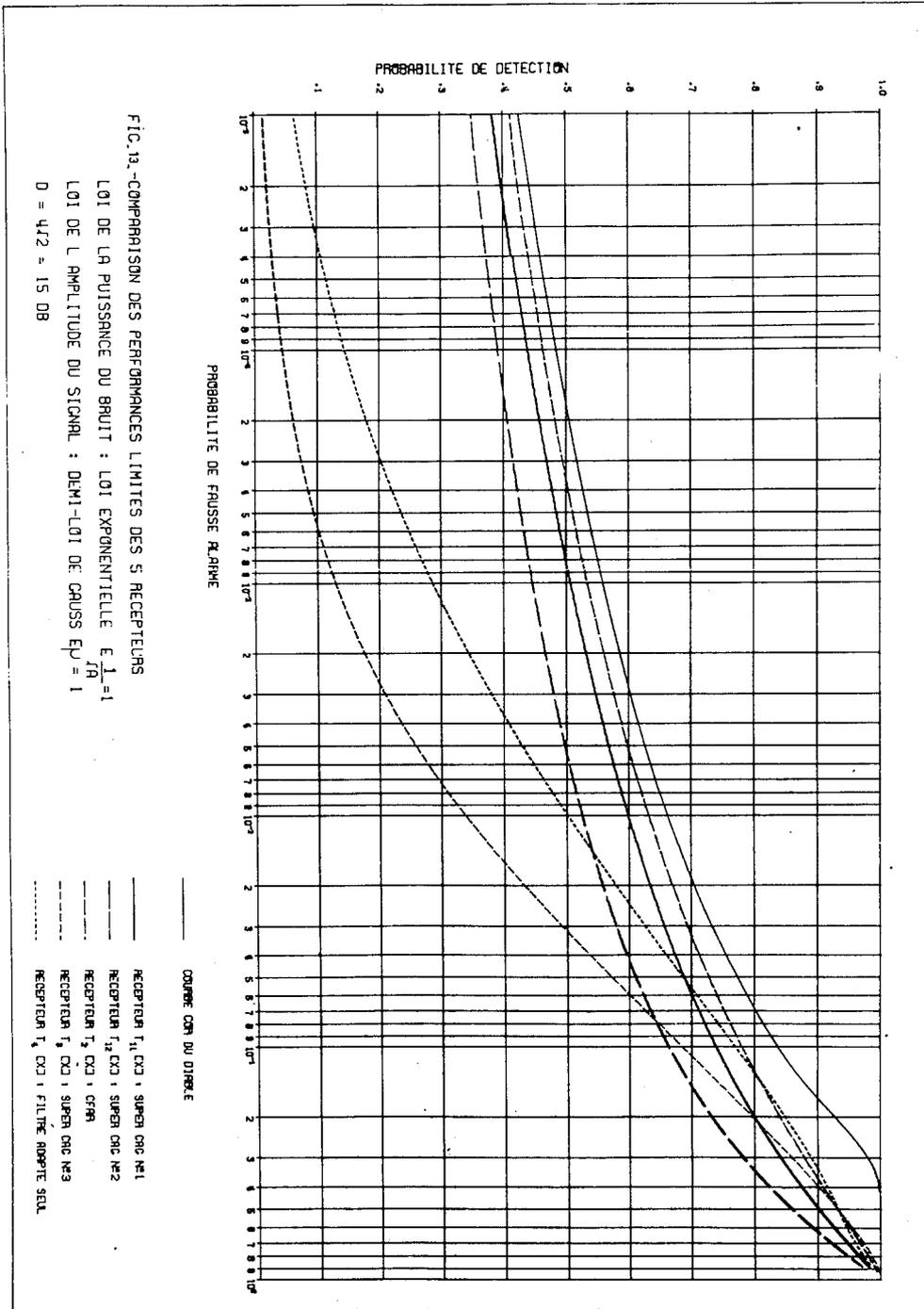


FIG. 13.-COMPARAISON DES PERFORMANCES LIMITES DES 5 RECEPTEURS
 LOI DE LA PUISSANCE DU BRUIT : LOI EXPONENTIELLE $E_{J1}=1$
 LOI DE L'AMPLITUDE DU SIGNAL : DEMI-LOI DE GAUSS $E_{J2}=1$
 $D = 442 \approx 15$ DB

RECEPTEUR I₁, CX1 : SUPER ORC N°1
 RECEPTEUR I₂, CX2 : SUPER ORC N°2
 RECEPTEUR I₃, CX3 : CFA
 RECEPTEUR I₄, CX4 : SUPER ORC N°3
 RECEPTEUR I₅, CX5 : FILTRE ADAPTE SEUL
 COMPRE COM DU DIBBLE