



TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 1^{er} au 5 juin 1971

TRAITEMENT DU SIGNAL PAR FILTRES DIFFERENTIELS
NON LINEAIRES ET QUELQUES APPLICATIONS

J. AGUILAR-MARTIN - G. ALENGRIN - J. PAGES

Laboratoire d'Automatique et de ses Applications Spatiales
du C.N.R.S.
7, Avenue du Colonel Roche 31 - TOULOUSE

RESUME

Dans cet article est abordée l'étude du filtrage de signaux à représentation markovienne à l'aide de leurs modèles différentiels stochastiques non linéaires. L'estimateur optimal est la moyenne conditionnelle aux observations. Une étude d'observabilité éclaire sur l'existence de filtres optimaux réalisables. Dans d'autres cas des filtres non linéaires approchés peuvent être proposés. Trois exemples de ces filtres concernent: des signaux de source linéaire variable, l'estimation continue d'une trajectoire spatiale, le traitement d'un signal de réacteur nucléaire.

SUMMARY

A signal processing technique for the filtering of markovian partially observed processes is considered from the point of view of their stochastic differential non linear representation. Conditionnal expectation upon observations is taken as optimal estimator. Some observability concepts lead to feasibility of finite optimal filters, otherwise approximated non linear filters can be proposed. Three examples of the latter are given : linear process with time varying parameters, continuous re-entry trajectory estimation and nuclear reactor signal processing.



TRAITEMENT DU SIGNAL PAR FILTRES
DIFFERENTIELS NON LINEAIRES ET
QUELQUES APPLICATIONS.

J. AGUILAR-MARTIN -G. ALENGRIN- J. PAGES

DEFINITION DU PROBLEME

Que ce soit d'une façon explicite ou implicite, toutes les méthodes de traitement du signal, prédiction, filtrage, interpolation ou détection, font appel à un modèle de l'évolution du signal utile par rapport aux signaux parasites ou bruits.

Dans les méthodes récursives de traitement du signal, qui prennent actuellement un développement important, la nécessité du modèle apparaît plus impérativement, mais il ne faut pas oublier que, si dans des méthodes globales, spectrales par exemple, qui ont déjà atteint un haut degré de perfectionnement et d'utilisation, le besoin de modèle paraît se faire moins sentir, c'est qu'il est donné de façon implicite par le domaine étroit d'application qui est celui des processus stationnaires markoviens au sens élargi et donc représentable par des modèles linéaires constants.

L'étude des processus de diffusion d'une part, et le calcul différentiel stochastique de Ito ou de Stratonovitch, ouvre les portes à l'analyse de processus dont le modèle est beaucoup plus général. Nous n'exposerons ici que l'incidence de ce point de vue sur le problème du filtrage, mais il faut signaler que le traitement des problèmes d'interpolation et de prédiction se déduit directement, et que le problème de détection se déduit en ajoutant des tests statistiques et une fonction de vraisemblance.

MODELE DU SIGNAL

Nous considérons le signal utile comme un processus de diffusion donné par l'équation (1)

$$dx = f(x, t) dt + \sigma(x, t) d\beta \quad (1)$$

L'observation de ce signal peut se faire de façon continue par le processus z donné par l'équation (2)

$$dz = h(x, t) dt + d\gamma \quad (2)$$

ou de façon discontinue par

$$z_k = h(x_k, t_k) + V_k \quad (3)$$

Pour utiliser la théorie existante sur les processus de diffusion, on considérera que β et γ sont des processus de Wiener Levy de covariances différentielles Qdt et Rdt et que V_k est une séquence de variables gaussiennes indépendantes.



EVOLUTION DE LA DENSITE DE PROBABILITE

A l'équation (1) est associée une équation aux dérivées partielles de la densité de probabilité de transition.

C'est l'équation de Fokker - Plank (4)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial (P f_i)}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial^2 [\sigma Q \sigma]_{ij} P}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4)$$

que l'on peut écrire à l'aide de l'opérateur direct de Kolmogorov

$$dP = \mathcal{L} P$$

La condition initiale est $P(x, t_0) = P(x(t_0))$. les conditions aux limites étant :

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} P(x, t) = 0 \quad \forall t$$

Si l'observation est discontinue, donnée par l'équation(3), on calcule à l'aide de (4) l'évolution entre deux instants d'observation et lors de la nouvelle mesure z_{k+1} à l'instant t_{k+1} la formule de Bayes donne la densité à postériori (5)

$$P(x_k, t_k | z_k, z_{k-1}, \dots, z_0) = \frac{P(z_k | x_k) P(x_k, t_k | z_{k-1}, \dots, z_0)}{\int P(z_k | x_k) P(x_k, t_k | z_{k-1}, \dots, z_0) dx} \quad (5)$$

La densité de probabilité $P(z_k | x_k)$ n'est autre chose que la valeur de la probabilité de V_k au point $y_k = h(x_k, t_k)$. La densité de probabilité $P(x_k, t_k | z_{k-1}, \dots, z_0)$ est calculée par l'évolution de l'équation (4) entre t_{k-1} et t_k en prenant comme condition initiale $P(x_{k-1}, t_{k-1} | z_{k-1}, \dots, z_0)$.

Si l'observation est donnée par l'équation continue (2) on montre que la densité conditionnelle instantanée

$$P = P \left\{ x(t) | z(t), t \in (t_0, t) \right\}$$

est donnée par l'équation intégral-différentielle (1)

$$dP = \mathcal{L} P dt + (h - \hat{h})^T R^{-1}(t) (dz - \hat{h} dt) P$$

où $\hat{h} = \int_X h(x, t) P dx$ (6)



La résolution exacte de l'équation (6) pose de grandes difficultés et fait l'objet de recherches dans le domaine des équations aux dérivées partielles. Bucy [3] a donné un théorème de représentation de la solution de (6) qui résoud théoriquement le problème mais qui est d'un usage malaisé.

A partir de l'équation (6) on peut déduire l'équation différentielle stochastique (7) satisfaite par l'espérance mathématique conditionnelle d'une fonction générale de x

$$\hat{g}(x) = E[g(x) | z(t), t \in [t_0, t]]$$

$$d\hat{g} : \mathcal{A}\hat{g} dt + (\hat{g}h - \hat{\hat{g}}h)^T R_t^{-1} (dz - \hat{h} dt) \quad (7)$$

\mathcal{A} désigne l'opérateur adjoint de \mathcal{L} ou opérateur inverse de Kolmogorov.

CHOIX DE L'ESTIMATEUR OPTIMAL

Le problème du filtrage optimal se trouve théoriquement résolu par l'application d'une propriété caractéristique de l'espérance mathématique conditionnelle par rapport aux observations. Si l'on prend comme critère la minimisation du critère quadratique généralisé (8) associé à une fonctionnelle vectorielle quelconque $l(z)$ des observations

$$z(t), t \in [t_0, t]$$

$$V(l) = E \left[\lambda^T [x - l(z)] \right]^2 | z(t), t \in [t_0, t] \quad (8)$$

on démontre que pour :

$$l = \hat{x} = E[x | z(t), t \in [t_0, t]]$$

le critère $V(\hat{x})$ est minimum.

L'équation (7) est donc directement utilisable pour déduire les équations différentielles du filtre optimal.

On verra par la suite que l'application de cette équation pour le calcul de \hat{x} fait intervenir les moments d'ordre croissant et peut entraîner un système différentiel d'ordre infini.



OBSERVABILITE DU SIGNAL

Pour que le filtre soit réalisable et convergent, il faut que les équations (1) et (2) définissent un système stochastiquement observable, c'est-à-dire que l'observation $z(t)$ contient une information sur toutes les composantes de $x(t)$

Si la séquence infinie (9)

$$h(x_0, t_0), \mathcal{A}h(x_0, t_0), \mathcal{A}^2 h(x_0, t_0), \dots \quad (9)$$

considérée comme une fonction vectorielle de x_0 est une bijection, l'état x_0 est observable. A partir de la séquence (9) on peut faire le changement de base [2] de l'espace d'état du système (1), (2) d'après les relations

$$y_i = \mathcal{A}^{i-1} h(x, t)$$

$$i = [1, 2, \dots, M]$$

on aura alors un système (10) à dynamique linéaire mais d'ordre infini et non linéaire quant aux perturbations :

$$dy_i = y_{i+1} dt + \alpha_i(x, t) d\beta$$

$$i = [1, 2, \dots, M] \quad (10)$$

$$dz = y_1 dt + d\gamma$$

Si la séquence (9) est telle que pour $n \geq M$ on a

$$\mathcal{A}^n h(x, t) = \sum_{i=0}^{M-1} \gamma_i \mathcal{A}^i h(x, t)$$

on aura un système d'ordre fini. Pour que ce système soit complètement linéaire, il faut que les $\alpha_i(x, t)$ ne dépendent pas de x , dans ce cas, sous réserve de considérer la condition initiale non gaussienne $x(t_0)$ comme une combinaison de variables gaussiennes, le filtre optimal de ce signal est donné par le filtre linéaire de Kalman Bucy.



PRINCIPALES APPROXIMATIONS

Dans les cas où l'on ne peut réduire le problème à un filtre linéaire avec distribution à priori non-gaussienne, une méthode générale consiste à étudier l'évolution des différents moments de la distribution de probabilité conditionnelle, les moments du premier ordre étant les estimateurs cherchés. Mais on est aussi conduit à une infinité d'équations différentielles couplées et des approximations sont nécessaires pour clore la suite des moments.

Une première méthode d'approximation consiste à développer en série de Taylor les fonctions vectorielles non-linéaires $f(x)$ et $h(x)$ (et d'une manière générale toute autre fonction non-linéaire $\in C^2$) autour de la valeur de l'estimateur \hat{x} et de limiter le développement au second ordre. On a ainsi pour l'espérance mathématique conditionnelle de la i ème composante du vecteur $f(x)$

$$\hat{f}_i(x) = f_i(\hat{x}) + \frac{1}{2} \sum_{j, k} \frac{\partial^2 f_i(\hat{x})}{\partial x_j \partial x_k} P_{jk}$$

le filtre non-linéaire obtenu par cette méthode est d'une mise en oeuvre relativement aisée dans les cas multidimensionnels [3], [4].

Ce filtre est limité à la connaissance des moments des deux premiers ordres comme le filtre linéaire optimal de Kalman-Bucy, l'approximation envisagée consiste donc à annuler les moments centrés d'ordres supérieurs à 2. Il faut remarquer que, contrairement au cas du filtre linéaire, les équations donnant les moments du second ordre contiennent en général les moments du premier ordre et l'on ne peut les intégrer séparément.

D'autres méthodes d'approximation ont été envisagées, faisant principalement apparaître des développements de polynômes orthogonaux pour la densité de probabilité conditionnelle. Dans le cas du développement en polynômes d'Hermite multidimensionnels les coefficients des polynômes correspondants, appelés quasi-moments par Stratonovich [5] peuvent être déduits de la connaissance des moments centrés [6].

Les approximations usuelles consistent à négliger les quasi-moments à partir d'un certain ordre.



FILTRE LINEAIRE ADAPTATIF

On a étudié le cas de l'estimation d'un signal provenant d'un système de structure connue mais de paramètres inconnus. L'équation stochastique pour le signal x est :

$$dx_1 = ax_1 dt + bu dt + \sigma_1 d\beta \quad (11)$$

dans laquelle a et b sont des paramètres fixes à déterminer. β est un processus de Wiener-Lévy et x_1 est supposé avoir une distribution à priori gaussienne et est indépendant de β .

Le processus gaussien Markovien est observé imparfaitement sous la forme

$$dz = x_1 dt + \sigma_2 d\gamma$$

où le bruit d'observation est supposé indépendant du bruit de la dynamique.

En considérant les paramètres a et b comme de nouvelles variables d'état du système, l'équation (11) s'écrit :

$$\begin{aligned} dx_1 &= x_1 x_2 dt + x_3 u dt + \sigma_1 d\beta \\ dx_2 &= 0 \\ dx_3 &= 0 \end{aligned}$$

Les équations du filtre correspondant limité au second ordre s'écrivent :

$$\begin{aligned} d\hat{x}_1 &= (\hat{x}_1 \hat{x}_2 + P_{12} + \hat{x}_3 u) dt + \frac{P_{11}}{\sigma_2^2} (dz - \hat{x}_1 dt) \\ d\hat{x}_2 &= \frac{P_{12}}{\sigma_2^2} (dz - \hat{x}_1 dt) \\ d\hat{x}_3 &= \frac{P_{13}}{\sigma_2^2} (dz - \hat{x}_1 dt) \end{aligned}$$

ou sous une forme plus condensée :

$$(12) \quad d\hat{x}_i = \int_{1i} (\hat{x}_1 \hat{x}_2 + P_{12} + \hat{x}_3 u) dt + \frac{P_{1i}}{\sigma_2^2} (dz - \hat{x}_1 dt)$$

avec

$$P_{ij} = E[(x_i - \hat{x}_i)(x_j - \hat{x}_j) | 0t]$$

on remarque que l'évolution des paramètres inconnus est dictée



par le processus d'innovation $dz - \hat{x}_1 dt$
différence entre la valeur prédite et la valeur réellement observée.
Les termes de la matrice de covariance sont donnés par les
équations :

$$(13) \quad dP_{ij} = \sigma_1^2 \delta_{1i} \delta_{1j} dt + \delta_{1j} (\hat{x}_1 P_{2i} + \hat{x}_2 P_{1i} + u P_{3i}) dt \\ + \delta_{1i} (\hat{x}_1 P_{2j} + \hat{x}_2 P_{1j} + u P_{3j}) dt - \frac{P_{1i} P_{1j}}{\sigma_2^2} dt$$

où δ est le symbole de Kronecker.

Sur la figure (1) on a représenté le système correspondant à l'équation (11) et le filtre du second ordre. On peut considérer le filtre comme un système adaptatif dont les paramètres \hat{a} et \hat{b} sont corrigés de la manière continue par le processus d'innovation.

Dans le cas où l'on veut étudier d'autres méthodes d'approximation pour le filtre, il faut faire intervenir les moments d'ordres supérieurs, l'équation (12) donnant les moments du premier ordre est une équation exacte, les modifications portent seulement sur les équations (13), ainsi le bloc-diagramme de la figure (1) représente encore le filtre, seuls les coefficients de pondération $\frac{P_{1i}}{\sigma_2^2}$ sont modifiés

Les équations exactes pour l'ordre 2 sont :

$$dP_{ij} = \sigma_1^2 \delta_{1i} \delta_{1j} dt + \delta_{1j} (\hat{x}_1 P_{2i} + \hat{x}_2 P_{1i} + u P_{3i} + P_{12i}) dt \\ + \delta_{1i} (\hat{x}_1 P_{2j} + \hat{x}_2 P_{1j} + u P_{3j} + P_{12j}) dt \\ - \frac{P_{1i} P_{1j}}{\sigma_2^2} dt + \frac{P_{1ij}}{\sigma_2^2} (dz - \hat{x}_1 dt)$$

Ces équations font intervenir les moments d'ordre 3 dont les équations exactes d'évolution sont données ci-dessous :

$$dP_{ijk} = \delta_{1i} [P_{12jk} + \hat{x}_1 P_{2jk} + \hat{x}_2 P_{1jk} + u P_{jk3} - P_{12} P_{jk}] dt \\ + \delta_{1j} [P_{12ik} + \hat{x}_1 P_{2ik} + \hat{x}_2 P_{1ik} + u P_{ik3} - P_{12} P_{ik}] dt$$



$$\begin{aligned}
& + \delta_{1k} [P_{12ij} + \hat{x}_1 P_{2ij} + \hat{x}_2 P_{1ij} + u P_{ij3} - P_{12} P_{ij}] dt \\
& - \frac{P_{1k} P_{1ij}}{\sigma_2^2} dt - \frac{P_{1j} P_{1ik}}{\sigma_2^2} dt - \frac{P_{1i} P_{1jk}}{\sigma_2^2} dt \\
& + [P_{1ijk} - P_{ij} P_{1k} - P_{ik} P_{1j} - P_{jk} P_{1i}] \frac{1}{\sigma_2^2} (dz - \hat{x}_1 dt)
\end{aligned}$$

Diverses approximations pourront être appliquées à ces dernières équations qui font apparaître les moments d'ordre 3 en fonction des moments d'ordre 4.

On peut en particulier faire l'approximation gaussienne pour les moments d'ordre 4 et les exprimer en fonction des moments du second ordre (ce qui est équivalent à l'annulation des quasi-moments d'ordre 4).

Dans le cas où les paramètres du système générateur du signal varient lentement avec le temps, le filtre étudié ci-dessus peut suivre ces variations moyennant des hypothèses supplémentaires.

Dans la figure (2) on a représenté la variation de la constante de temps d'un système du premier ordre

$$dx_1 = x_1 x_2 dt + c dt + d\beta_1$$

pour tenir compte des variations du paramètre x_2 on a supposé qu'il y avait un bruit fictif dans la dynamique de x_2

$$dx_2 = d\beta_2$$

bruit dont la variance est choisie de telle façon qu'elle puisse rendre compte des changements dans la valeur de x_2 .

La figure (2) montre l'allure de variation de l'estimateur de x_2 . Le choix de la variance du bruit semble assez critique puisque pour une variance trop faible, l'estimateur \hat{x}_2 ne peut pas suivre x_2 ; au contraire, pour une variance trop élevée \hat{x}_2 aura des variations de grande amplitude autour de la valeur exacte x_2 .

APPLICATION A UN PROBLEME DE RE-ENTREE

Pour démontrer les possibilités d'application du filtrage non linéaire, nous avons utilisé un exemple donné par WHISHNER et al [7]. Il s'agit d'un mobile retombant verticalement dans l'atmosphère.



phère ; x_1 et x_2 étant respectivement la position et la vitesse, les équations d'état sont :

$$\begin{aligned} dx_1 &= -x_2 dt \\ dx_2 &= -K_1 e^{-k_2 x_1} x_2 x_3 dt \\ dx_3 &= 0 \end{aligned}$$

x_3 étant un coefficient mal connu de K_1 et dont on veut estimer la valeur en même temps que x_1 et x_2 .

L'observation de la position est faite par un radar avec des mesures entachées de bruit et dans un des cas envisagées par les auteurs, on suppose que l'observation est linéaire et de la forme

$$dz = x_1 dt + d\eta$$

avec

$$E [d\eta^2] = \sigma_2^2 dt$$

Dans ce cas, l'application d'un filtre non linéaire du second ordre donne les résultats suivants :

$$\begin{aligned} d\hat{x}_1 &= -\hat{x}_2 dt + \frac{P_{11}}{\sigma_2^2} (dz - \hat{x}_1 dt) \\ d\hat{x}_2 &= -K_1 e^{-k_2 \hat{x}_1} \left[\hat{x}_2^2 \hat{x}_3 + \frac{1}{2} k_2^2 \hat{x}_2^2 \hat{x}_3 P_{11} - 2k_2 \hat{x}_2 \hat{x}_3 P_{12} \right. \\ &\quad \left. - k_2 \hat{x}_2^2 P_{13} + \hat{x}_3 P_{22} + 2\hat{x}_2 P_{23} \right] dt \\ &\quad + \frac{P_{12}}{\sigma_2^2} (dz - \hat{x}_1 dt) \\ d\hat{x}_3 &= \frac{P_{13}}{\sigma_2^2} (dz - \hat{x}_1 dt) \end{aligned}$$

les termes de la matrice de covariance sont donnés par l'équation matricielle (cf. [3])

$$dP = P \frac{\partial f^T}{\partial x} (\hat{x}) dt + \frac{\partial f}{\partial x} (\hat{x}) P dt - \left[\frac{\partial f^T}{\partial x} (\hat{x}) R^{-1} \frac{\partial f}{\partial x} (\hat{x}) \right] P dt$$

où R est dans le cas général la matrice de covariance du bruit d'observation et dans ce cas se réduit à la valeur scalaire σ_2^2 .

$\partial f / \partial x$ est ici la matrice 3 x 3 contenant les dérivées du vecteur $f(x)$ par rapport aux composantes du vecteur x .



FILTRAGE DU SIGNAL D'UN REACTEUR NUCLEAIRE

Les équations locales correspondantes du réacteur nucléaire thermique étudié sont, dans l'hypothèse de la théorie d'un groupe :

$$\begin{aligned}\frac{dn}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{\ell^*} n + \lambda C \\ \frac{dC}{dt} &= \frac{\beta}{\ell^*} n - \lambda C\end{aligned}$$

dans lesquelles

- β représente la fraction de neutrons retardés
- λ constante de désintégration des précurseurs de neutrons retardés
- ρ réactivité que l'on fait varier en fonction du temps
- ℓ^* temps de génération des neutrons instantanés
- C concentration de précurseurs
- n concentration de neutrons

le signal observé est proportionnel au nombre de neutrons et est dans ce cas fortement bruité.

Le problème posé est d'estimer n , C et aussi le paramètre $\frac{1}{\ell^*}$ dont la valeur est mal connue.

En désignant par x_1 , x_2 et x_3 ces quantités, on a :

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= (\rho - \beta) x_1 x_3 + \lambda x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \beta x_1 x_3 - \lambda x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= 0\end{aligned}$$

l'équation d'observation étant

$$dz = x_1 dt + d\eta$$

on désignera par σ^2 la variance du bruit d'observation.

les équations exactes des moments des deux premiers ordres sont :

$$\begin{aligned}d\hat{x}_1 &= \left[\delta_{1i} \rho(t) (\hat{x}_3 \hat{x}_1 + P_{13}) + (\delta_{2i} - \delta_{1i}) (\beta \hat{x}_3 \hat{x}_1 + \beta P_{13} - \lambda \hat{x}_2) \right] dt \\ &+ \frac{P_{1i}}{\sigma^2} (dz - \hat{x}_1 dt)\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
dP_{ij} = & \rho(t) \delta_{1i} [\hat{x}_1 P_{3j} + \hat{x}_3 P_{1j} + P_{13j}] dt \\
& + \rho(t) \delta_{1j} [\hat{x}_1 P_{3i} + \hat{x}_3 P_{1i} + P_{13i}] dt \\
& + (\delta_{2i} - \delta_{1i}) [\beta \hat{x}_3 P_{1j} + \beta \hat{x}_1 P_{3j} + \beta P_{13j} - \lambda P_{2j}] dt \\
& + (\delta_{2j} - \delta_{1j}) [\beta \hat{x}_3 P_{1i} + \beta \hat{x}_1 P_{3i} + \beta P_{13i} - \lambda P_{2i}] dt \\
& + \frac{P_{1ij}}{\sigma^2} (dz - \hat{x}_1 dt) - \frac{P_{1i} P_{1j}}{\sigma^2} dt
\end{aligned}$$

Le filtre du second ordre déduit de ces relations a été utilisé à partir de données provenant d'une simulation numérique - le signal de sortie correspondant à des observations accumulées les conditions initiales sur x_2 et x_3 ont été prises en supposant que l'on connaissait les valeurs de ces paramètres avec une erreur de 10 %.

La figure (3) montre l'amélioration de la connaissance des valeurs des paramètres x_2 et x_3 en fonction des observations.

La figure (4) donne les variations des covariances des erreurs d'estimation sur les valeurs de x_1 , x_2 et x_3 .



REFERENCES -

- [1] C.G. PFEIFFER - D.D. MORRISON - R.E. MORTENSEN
Sequential processing techniques for trajectory estimation - NASA C R 1 360
- [2] J. TING - HO LO
Finite dimensional sensor orbits and optimal non linear filtering
Thèse University of Southern California - Los Angeles
Departement of Aerospace Eng
- [3] R.S. BUCY - P.D. JOSEPH
Filtering for stochastic processes with applications to guidance
Interscience publishers 1968
- [4] R.W. BASS - V.D. NORUM - L. SCHWARTZ
Optimal multichannel non linear filtering
Journal Math. Analysis and Appl. 16 152-164 (1966).
- [5] P.I. KUZNETSOV - R.L. STRATONOVICH -
V.I. TIKHONOV
Some problems in conditional probability and quasi-moment functions. In non linear transformations of stochastic processes Pergamon Press N. Y. 1965.
- [6] J.R. FISCHER
Optimal non linear filtering
In advances on control systems volume 5 1967
Academic Press
- [7] R.P. WISHNER - J.A. TABACZYNSKI - M. ATHANS
A comparison of three non - linear filters
Automatica vol 5 p 487-496 1969.

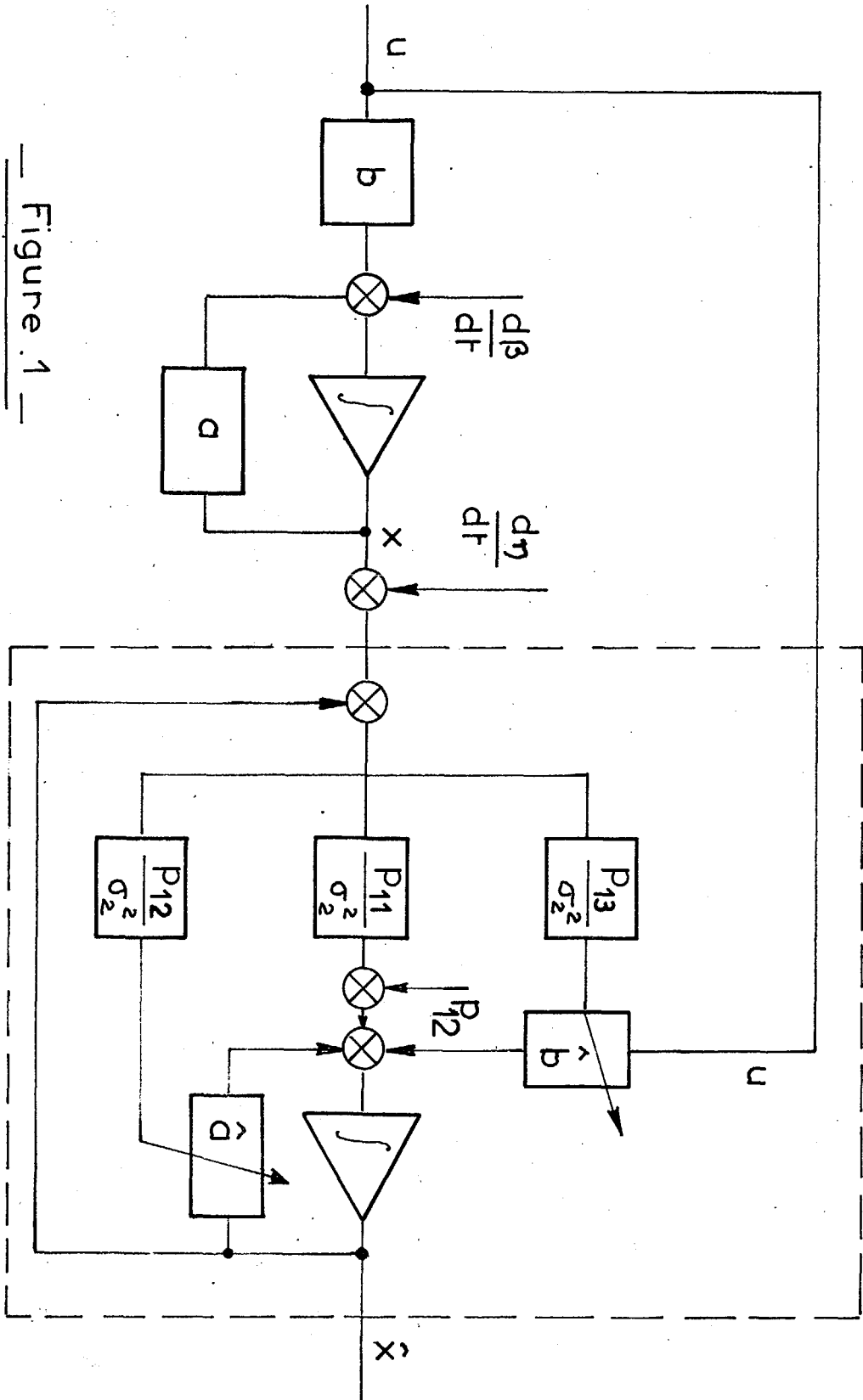
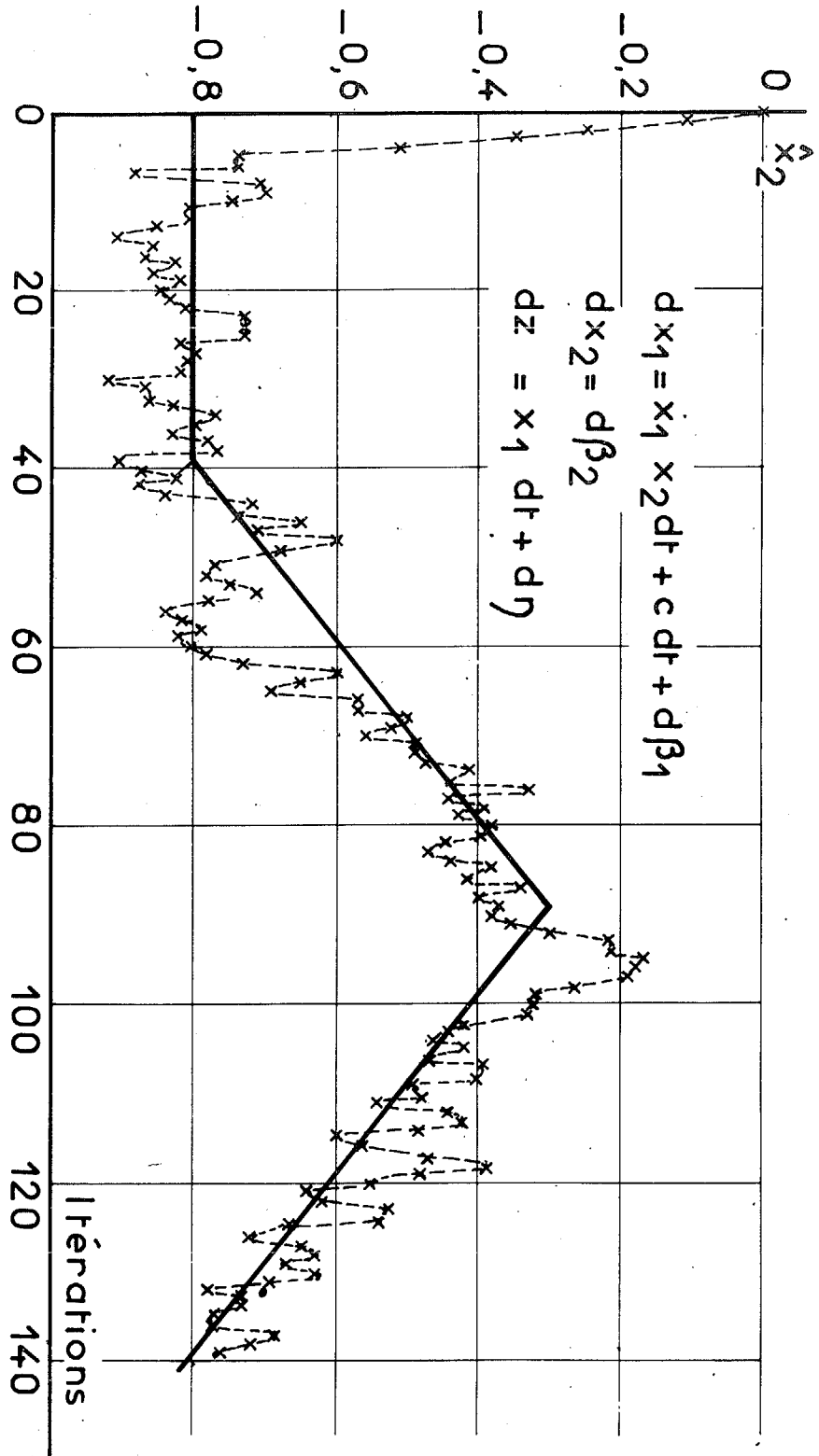


Figure 1



— Figure .2 —

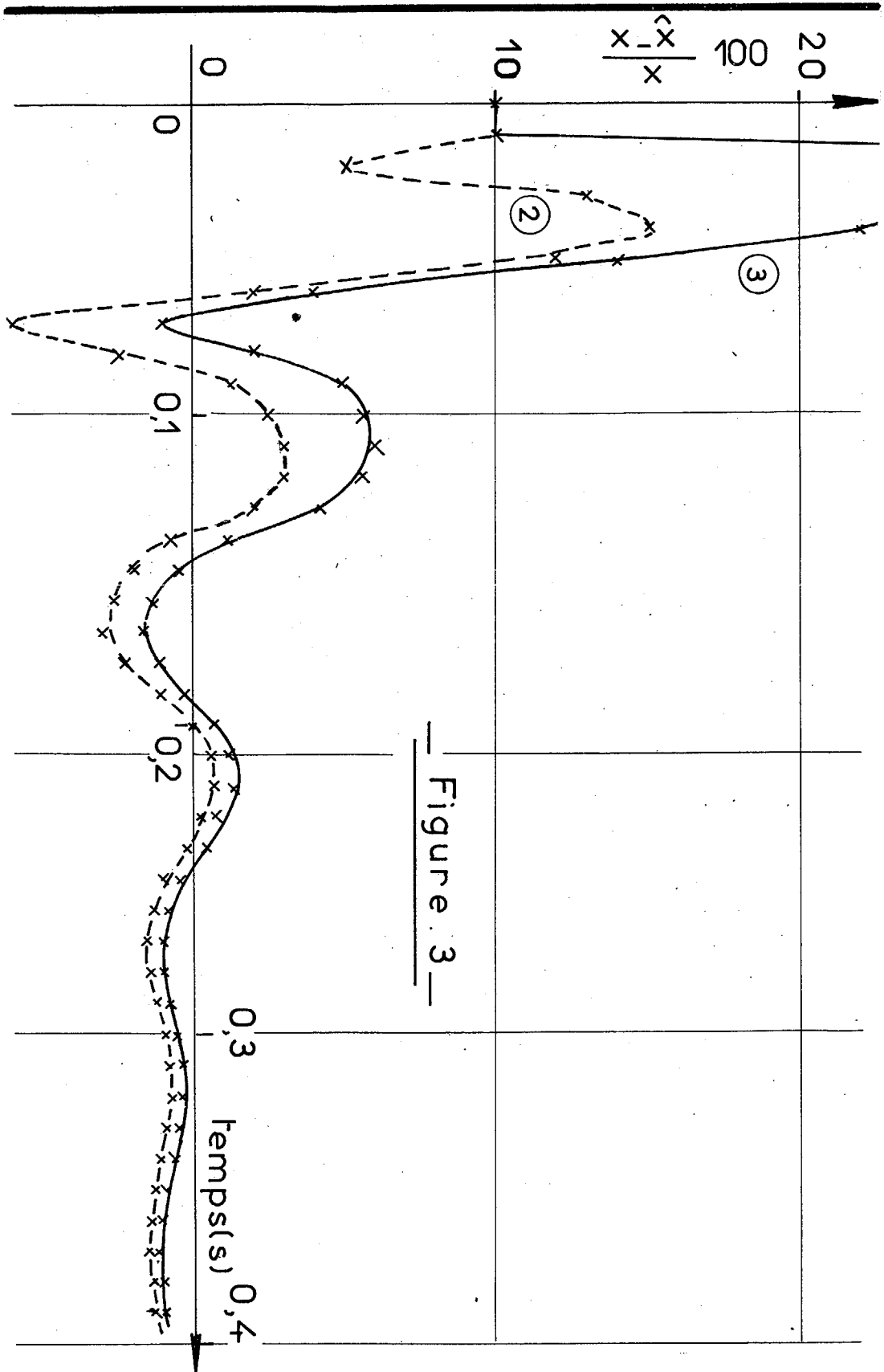
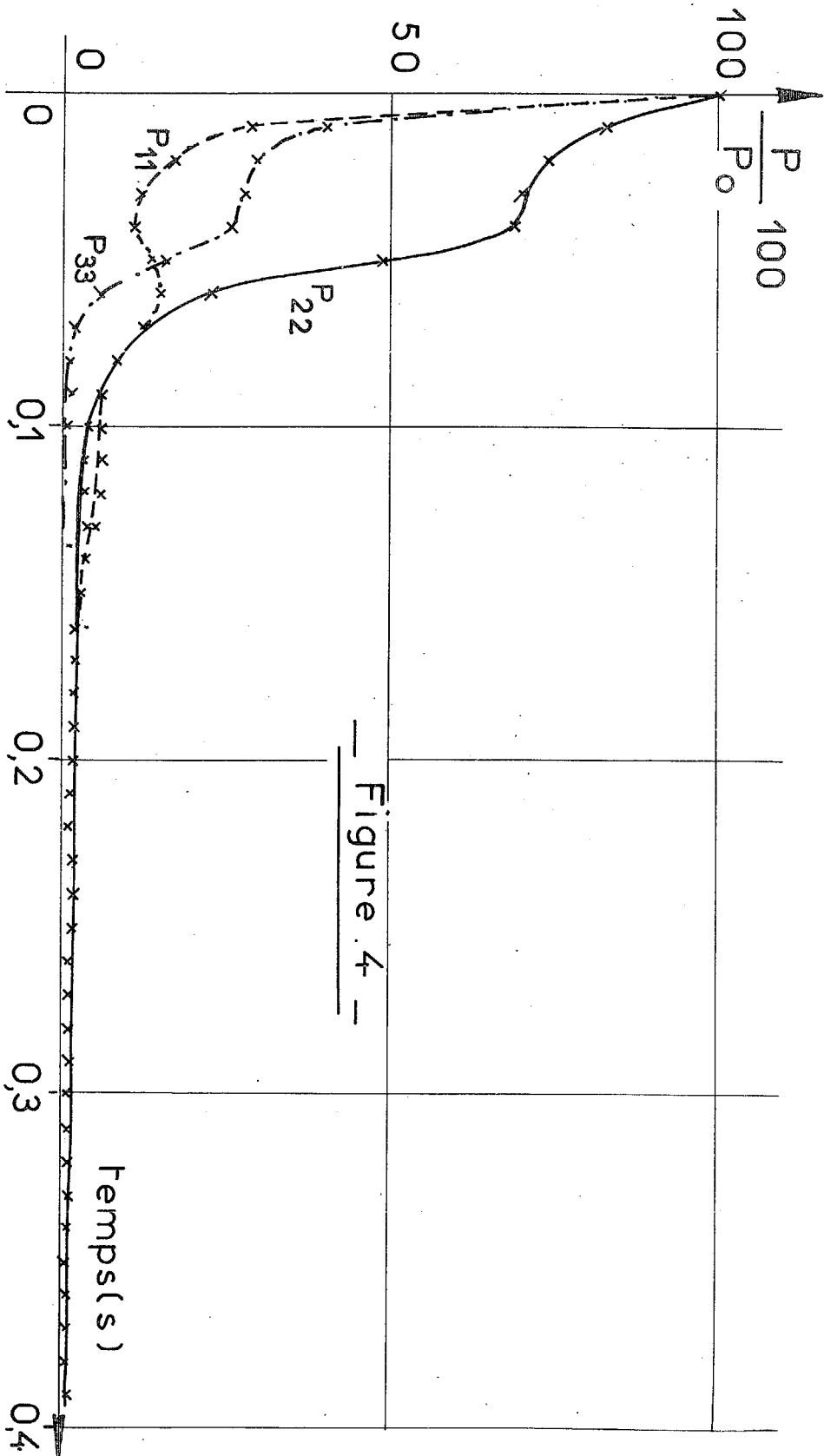


Figure 3



— Figure 4 —