



TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 1^{er} au 5 juin 1971

" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "

Paul LEFEVRE
Professeur à l'ENSTA et à l'E.S.E.

RESUME

On présente une méthode de synthèse approchée applicable au système dynamique variable, comportant des contraintes sévères sur la commande et évoluant dans un environnement aléatoire.

Fondée sur une généralisation de la méthode d'optimisation de WIENER-NEWTON et impliquant le recours à une simulation numérique de la boucle d'asservissement, elle engendre un correcteur analogique pseudo-optimal à coefficients variables.

Par ailleurs, on utilise une version modifiée de la méthode de KALMAN, tenant compte des contraintes sur la commande, pour évaluer les ultimes performances réalisables par le système dynamique considéré.

SUMMARY

We present a method for an approximate synthesis for the time varying stochastic dynamical systems with strong constraints on the control variables.

Our approach uses a generalization of the WIENER-NEWTON method and needs numerical simulations for the control loop. It generates an analog pseudo-optimal compensator with time varying coefficients.

Then, a modified version of Kalman's method is used, including constraints on the control variables, to compute the optimal performances that can be realized with the given dynamical system.



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

I - INTRODUCTION -

La synthèse des systèmes linéaires et invariants, dans le domaine déterministe où l'on se contente de performances modestes, relève de méthode aussi nombreuses que variées.

En revanche, la synthèse des systèmes linéaires à hautes performances, évoluant dans un environnement aléatoire, s'avère beaucoup plus délicate et requiert des hypothèses assez contraignantes. Elle s'effectue par l'intermédiaire de l'une des deux méthodes d'optimisation quadratique suivantes :

- La méthode d'optimisation fréquentielle [4], [5],* développée à partir des travaux de WIENER et de NEWTON et qui suppose notamment :
 - l'ergodicité et la stationnarité des signaux aléatoires ;
 - l'invariance du système ;
 - une faible probabilité de saturation.

Son extension aux systèmes variant lentement dans le temps donne encore de bons résultats. Mais elle demeure inapplicable pour le traitement des systèmes à variations rapides ;

- La méthode d'optimisation temporelle des systèmes variables qui trouve son origine dans les travaux de KALMAN [1], [2], [3], sur l'estimation optimale et le principe de séparation. En plus de la linéarité du système, elle impose la nature gaussienne des signaux aléatoires.

Par ailleurs, il n'existe actuellement aucune méthode rigoureuse+permettant d'opérer la synthèse d'un système à hautes performances, variant rapidement dans le temps et comportant des contraintes sévères sur la commande.

Cette situation nous a incité à élaborer une méthode de synthèse approchée applicable à des problèmes de cette nature.

Cette méthode, qui fait l'objet de la présente communication, a déjà conduit à des réalisations pratiques intéressantes.

* Voir annexe bibliographique

+ exploitable

" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

Elle va être décrite en considérant l'asservissement d'un mobile se déplaçant dans un plan vertical.

La boucle d'asservissement comporte une non-linéarité sévère sur la commande et demeure soumise à des perturbations extérieures déterministes ou aléatoires.

Certaines caractéristiques du mobile varient au cours du temps, d'abord très rapidement (phase I), puis lentement (phase II).

La synthèse de l'asservissement s'effectue alors sur les bases suivantes :

- a) optimisation du correcteur, en phase II, par la méthode de WIENER-NEWTON généralisée ;
- b) adaptation, à la phase I, du correcteur précédent, à l'aide d'une simulation numérique reproduisant les évolutions du mobile.

Elle procure un correcteur pseudo-optimal à coefficients variables dont les vrais mérites doivent être appréciés pour la phase I.

A cette fin, on évalue les ultimes performances réalisables par le mobile en procédant à une optimisation temporelle du problème considéré. Comme nous le verrons, cette optimisation exige notamment une modification du filtre de KALMAN pour tenir compte de la contrainte s'exerçant sur la commande.

2. - PRESENTATION DU PROBLEME -

2.1. Equations du mobile -

On considère un mobile M dont le mouvement dans le plan vertical est régi par les équations

$$\begin{cases} (1) & \ddot{y}(t) = \kappa_1(t) \dot{y}(t) + \kappa_2(t) \theta(t) - g \\ (2) & \ddot{\theta}(t) = \kappa_3(t) \dot{y}(t) - \kappa_4(t) \theta(t) - \kappa_5(t) \dot{\theta}(t) + \kappa_6(t) m(t) . \end{cases}$$



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFÈVRE

L'altitude, $z(t)$, du mobile et la variable auxiliaire, $\theta(t)$, sont des fonctions continues du temps.

Les six paramètres $v_i(t)$ varient au cours du temps, d'abord très rapidement, lorsque

$$0 \leq t \leq t_R \quad \Rightarrow \quad \underline{\text{Phase I,}}$$

puis beaucoup plus lentement, lorsque

$$t_R \leq t \quad \Rightarrow \quad \underline{\text{Phase II.}}$$

La constante g désigne l'accélération de la pesanteur.

L'ordre de gouverne, $m(t)$, est soumis à un double écrêtage :

$$(3) \quad \boxed{0 \leq m(t) \leq 1}$$

2.2. Trajectoire assignée -

On impose au mobile de suivre une trajectoire assignée $\alpha(t)$.

$$(4) \quad \alpha(t) \text{ désigne une fonction continue et continûment dérivable du temps.}$$

2.3. Dispositif écartométrique -

On utilise un dispositif écartométrique procurant, à chaque instant, une mesure bruitée de l'écart entre la position assignée et la position du mobile ;

$$(5) \quad e(t) = \alpha(t) - z(t) + w(t)$$

où $w(t)$ représente un bruit blanc $*$ centré et de variance $w\delta(t)$ connue.

* La méthode décrite plus loin s'applique aussi bien en présence d'un bruit coloré.

" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFÈVRE

2.4. Loi de commande $u(t)$

Le problème consiste alors à déterminer, à partir de l'écart $e(t)$, une loi de commande $u(t)$ obligeant le mobile à suivre au plus près la trajectoire qui lui est assignée.

$$u(t) = f(e(t))$$

En vertu des écrêtages définis en (3), l'ordre de gouverne $m(t)$ se déduit de la commande $u(t)$ par les relations suivantes :

$$(6) \quad m(t) = \begin{cases} u(t) & 0 < u(t) < 1 \\ 1 & u(t) > 1 \\ 0 & u(t) < 0 \end{cases}$$

2.5. Conditions initiales -

Le mobile part, à l'instant $t = 0$, avec les conditions initiales suivantes :

$$x(0) = x_0 \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \quad \theta(0) = \theta_0 \quad \text{grandeurs déterministes}$$

connues ;

$\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0$ variable aléatoire gaussienne, de moyenne $\bar{\theta}_0$ et d'écart-type $\sigma_{\dot{\theta}_0}$ également connus.

Il suit d'abord une trajectoire balistique, jusqu'à l'instant t_0 ,

$$u(t) = 0 \quad \forall t < t_0, \text{ avec } t_0 < t_R,$$

et demeure ensuite guidé jusqu'à la fin du vol.



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

2.6. Structure de la boucle d'asservissement -

Les spécifications précédentes conduisent à la représentation fonctionnelle de la figure 1, dans laquelle EC désigne l'élaborateur de commande. La détermination de cet élaborateur relève de la méthode de synthèse décrite ci-dessous.

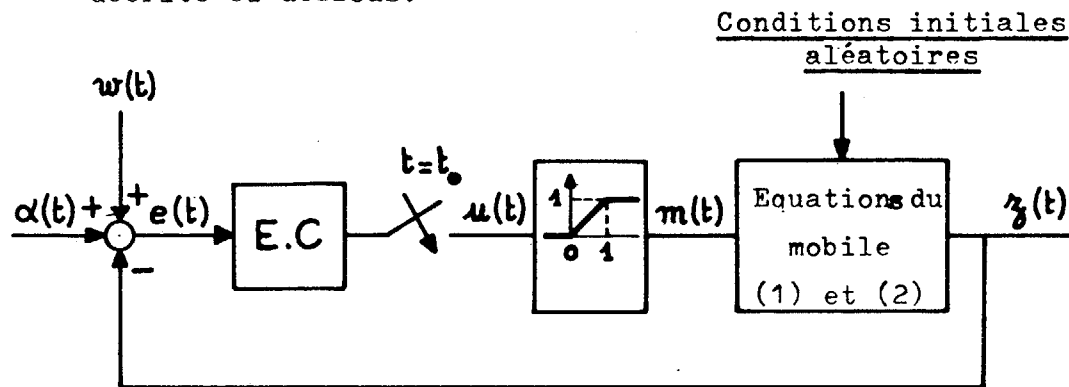


Figure 1 : Représentation de la boucle d'asservissement

3 - SYNTHÈSE DU CORRECTEUR PSEUDO-OPTIMAL -

On s'intéresse à la version analogique de l'élaborateur de commande EC, qui joue alors rôle de correcteur dans la boucle d'asservissement.

La synthèse de ce correcteur s'effectue sur les bases suivantes :

- 1°) détermination, à l'aide de la méthode de Wiener-Newton généralisée, du correcteur optimal pour la phase II ;
- 2°) adaptation, à la phase I, des coefficients du correcteur précédent, à l'aide d'une simulation numérique reproduisant l'évolution du mobile, dans son environnement aléatoire.

3.1. Optimalisation du correcteur en phase II -

3.1.1. Représentation du mobile -

On exploite le fait que les paramètres $r_i(t)$, liés au mobile, ne varient que lentement au cours du temps, pour attribuer au mobile un modèle invariant, en divers instants $t = h$, de la phase II.

" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFÈVRE

Ce modèle découle des équations différentielles (1) et (2), en supposant figées aux instants h les caractéristiques du mobile. Il revêt la structure analogique représentée à la figure 2, laquelle tient compte de l'annulation, en phase II, du terme $r_1 r_4 + r_2 r_3$.

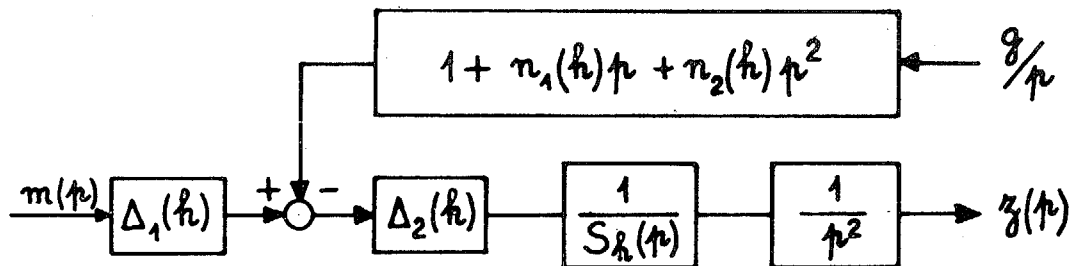


Figure 2 : Modèle invariant du mobile à l'instant $t=h$ de la phase II =

On a :

$$\Delta_1(h) = \frac{r_2(h)r_6(h)}{r_4(h)} \quad ; \quad \Delta_2(h) = \frac{r_4(h)}{r_4(h) - r_1(h)r_3(h)}$$

$$n_1(h) = \frac{r_3(h)}{r_4(h)} \quad ; \quad n_2(h) = \frac{1}{r_4(h)}$$

$$S_h(p) = \frac{1}{1 + \Delta_1(h)p + \Delta_2(h)p^2} \quad , \quad \text{avec}$$

$$\Delta_1(h) = \frac{r_3(h) - r_1(h)}{r_4(h) - r_1(h)r_3(h)} \quad ; \quad \Delta_2(h) = \frac{1}{r_4(h) - r_1(h)r_3(h)}$$

3.1.2. Application de la méthode de WIENER-NEWTON généralisée -

L'optimisation du correcteur $C(p)$, à chaque instant h de la phase II, relève de la méthode

" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

de WIENER-NEWTON généralisée, décrite à la référence [4].

Cette optimisation suppose la boucle d'asservissement de la figure 3 munie du modèle invariant défini au § 3.1.1.

Elle est fondée sur le critère de performance rendant minimale la fonction de coût suivante :

$$Q = I_{\varepsilon} + \sigma_{\varepsilon}^2 + \lambda (I_{\beta} + \sigma_m^2)$$

dans laquelle :

$$I_{\varepsilon} = \int_0^{\infty} \varepsilon_d^2(t) dt \quad \text{- intégrale du carré de l'erreur déterministe ;}$$

$$I_{\beta} = \int_0^{\infty} \left[m_d(t) - \frac{g}{\Delta_1} \right]^2 dt \quad \text{- intégrale du carré de l'ordre déterministe transitoire ;}$$

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \text{variance de l'erreur aléatoire}$$

$$\sigma_m^2 = \text{variance de l'ordre aléatoire}$$

$$\lambda = \text{paramètre de Lagrange.}$$

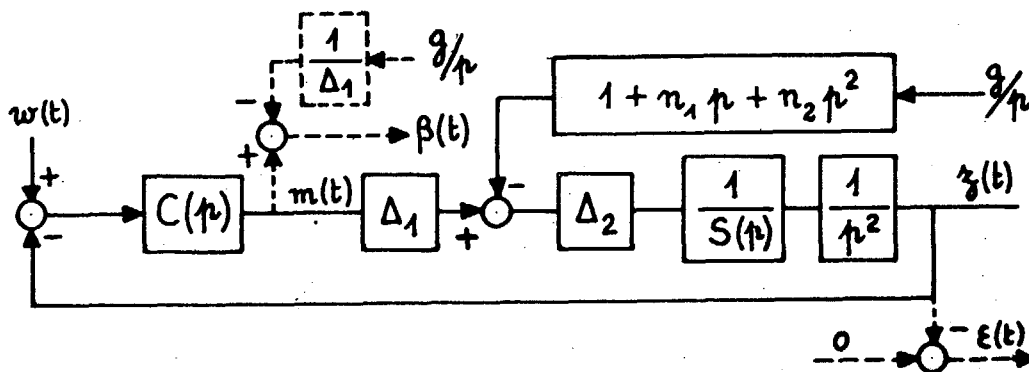


Figure 3 : Représentation fonctionnelle concernant l'optimisation du correcteur $C(p)$



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFÈVRE

Le correcteur optimal revêt la structure suivante :

$$(7) \quad C_o(p) = K \frac{(1 + \mu_1 p + \mu_2 p^2)(1 + \delta_1 p + \delta_2 p^2)}{p(1 + \nu_1 p + \nu_2 p^2)(1 + \varphi_1 p + \varphi_2 p^2)}$$

Tous les coefficients de ce correcteur varient avec l'instant h auquel est réalisée l'optimisation. A l'exception des δ_i , ils varient également avec le paramètre λ pondérant l'énergie de la commande.

3.2. Interprétation physique du correcteur optimal-

En écrivant la structure (7) sous la forme

$$(8) \quad C_o(p) = L(p) \cdot A(p) \cdot F(p)$$

avec

$$L(p) = k_P + k_D p + k_I \frac{1}{p} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} k_P = K \mu_1 \\ k_D = K \mu_2 \\ k_I = K \end{cases}$$

$$A(p) = \frac{1 + \delta_1 p + \delta_2 p^2}{1 + \nu_1 p + \nu_2 p^2}$$

$$F(p) = \frac{1}{1 + \varphi_1 p + \varphi_2 p^2}$$

on met en évidence les trois fonctions accomplies par le correcteur optimal :

- La loi de commande, $L(p)$, assumant la fonction (PDI) :

- L'adaptation du mobile, $A(p)$, dont les zéros s'identifient aux pôles de $\frac{1}{S(p)}$. L'optimisation substitue donc, au mobile réel, un mobile "adapté" doté de la

transmittance $\frac{1}{1 + \nu_1 p + \nu_2 p^2}$



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

- Le filtre $F(\nu)$ procurant une atténuation de 12 db/oct.

Le paramètre λ varie avec l'instant d'optimalisation h considéré.

Le choix de ce paramètre doit tenir compte de l'obligation de maintenir suffisamment petite la probabilité de saturation de la commande ($\bar{\sigma}_m \sim 0,3$ par exemple).

En outre, le choix peut le plus souvent être réalisé de telle sorte que les fonctions $A(\nu)$ et $F(\nu)$ demeurent indépendantes de l'instant d'optimalisation ; ce qui entraîne l'invariance de ces fonctions au cours du temps.

Dans cette éventualité, le correcteur optimal relatif à la phase II possède la structure (8), dans laquelle seule la loi de commande varie au cours du temps.

Cette structure ne renferme alors que trois paramètres variables, à savoir $k_p(t)$, $k_D(t)$ et $k_I(t)$.

Il reste alors à déterminer l'asservissement du guidage au cours de la phase I, durant laquelle les paramètres du mobile, $r_i(t)$, subissent des variations très rapides, interdisant l'emploi de la méthode de synthèse précédente.

3.3. Adaptation à la phase I du correcteur C_0

L'élaboration de l'asservissement en phase I tient compte de la nécessité technologique de conserver la même structure de correcteur durant tout le vol.

Elle consiste donc en la recherche des lois de variations qu'il convient d'attribuer aux trois coefficients de la loi de commande pour réaliser un ralliement convenable.

La détermination des lois des variations $k_p(t)$, $k_D(t)$ et $k_I(t)$, en phase I, s'opère par approximations successives en simulant numériquement la boucle d'asservissement représentée à la figure 1, dans laquelle l'élaboration de commande EC s'identifie au correcteur C_0 , défini en (8). Cette simulation doit tenir compte de toutes les spécifications formulées au § 2 : équations



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

du mobile, écrêtage des ordres, bruits de mesure, conditions initiales etc....

•
• •

Une méthode de synthèse de ce genre respecte les contraintes technologiques imposées aux éléments physiques mis en jeu. Cependant, il y a lieu de constater qu'elle procure seulement un correcteur pseudo-optimal, l'optimalité de ce dernier n'étant acquise que pour la phase II.

Pour apprécier les vrais mérites d'un correcteur de ce genre il faut pouvoir situer les performances auxquelles il conduit par rapport aux ultimes performances réalisables, en phase I, par le mobile évoluant dans l'environnement aléatoire considéré.

L'évaluation de ces ultimes performances s'effectue à l'aide de la méthode d'optimisation temporelle des systèmes variables décrite ci-après.

4 - OPTIMALISATION STOCHASTIQUE D'UN SYSTEME VARIABLE MUNI D'UNE CONTRAINTE SUR LA COMMANDE -

L'optimisation de la boucle de guidage peut être réalisée, aussi bien en phase I qu'en phase II, par la méthode de KALMAN [2], [3], [4], sous la seule réserve que le fonctionnement de cette boucle demeure linéaire.

Or, il arrive parfois que, pour certaines valeurs initiales de θ , la commande sature en phase I, pendant de courts intervalles de temps.

Pour tenir compte de cette éventualité, nous avons été amenés à modifier la théorie classique, en procédant de la façon suivante :

1°) Optimisation stochastique du système linéarisé, ne comportant donc aucune contrainte sur la commande ;

2°) Insertion dans le filtre de KALMAN, engendré par l'optimisation précédente, d'un double écrêtage sur la commande analogue à celui du système dynamique commandé, de façon à replacer le mobile simulé dans les mêmes conditions de fonctionnement que le mobile réel.

" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

4.1. Optimalisation stochastique du système linéarisé -

Le système linéarisé se déduit du système défini au § 2, en négligeant l'écrêtage de la commande, ce qui revient à poser $m = u$ dans l'équation (2).

4.1.1. Formulation du problème en variables d'état -

Afin d'obtenir un ralliement en position et en vitesse sur la trajectoire assignée ainsi qu'un assagissement du mobile sur sa trajectoire, on considère le vecteur d'état suivant :

$$(9) \quad x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} x_1 = \alpha(t) - z(t) \\ x_2 = \dot{\alpha}(t) - \dot{z}(t) \\ x_3 = \beta(t) - \theta(t) \\ x_4 = \dot{\beta}(t) - \dot{\theta}(t) \end{cases}$$

$$\text{où} \quad \beta(t) = \frac{1}{n_2} \left[\ddot{\alpha}(t) - n_1 \dot{\alpha}(t) + g \right]$$

En vertu des équations du mobile (1) et (2), l'équation d'état s'écrit

$$(10) \quad \dot{x}(t) = A(t) x(t) + B(t) u(t) + l(t)$$

en posant :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & n_1 & n_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & n_3 & -n_4 & -n_5 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -n_6 \end{bmatrix}; \quad l = \begin{bmatrix} 0 \\ (\ddot{\alpha} - n_1 \dot{\alpha} - n_2 \beta + g) \\ 0 \\ (\dot{\beta} + n_3 \beta + n_4 \dot{\beta} - n_5 \dot{\alpha}) \end{bmatrix}$$

" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFÈVRE

On connaît les variations en fonction du temps des éléments contenus dans les matrices A et B et des composantes du vecteur \mathbf{l} .

D'après (5), on dispose d'une mesure bruitée de l'état \mathbf{x}_1 :

$$(11) \quad y(t) = C x(t) + w(t) \quad \text{avec} \quad C = [1, 0, 0, 0]^T$$

où $w(t)$ est un bruit blanc gaussien centré et de covariance :

$$\text{Cov}[w(t), w(\tau)] = W(t) \delta(t-\tau) \text{ connue.}$$

À l'instant t_0 , sur lequel débute le guidage, $\mathbf{x}(t_0)$ est un vecteur aléatoire gaussien caractérisé par sa moyenne $\bar{\mathbf{x}}_0$ et sa matrice de variance Λ_0 .

4.1.2. Fonction de coût -

L'indice de performance est constitué par la minimalisation de la fonction de coût suivante :

$$(12) \quad J = E \left\{ \int_{t_0}^{t_1} [x^T(t) Q(t) x(t) + \lambda u^2] dt + x^T(t_1) S x(t_1) \right\}$$

où E = Espérance mathématique

Q = matrice diag $\{q_{11}, \dots, q_{44}\}$ pondérant les erreurs transitoires

S = matrice diag $\{s_{11}, \dots, s_{44}\}$ pondérant les erreurs terminales

λ = paramètre de Lagrange pondérant l'énergie de la commande

t_0 = début du guidage

t_1 = fin du vol guidé.



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

4.1.3. Détermination de la commande optimale -

En vertu du principe de séparation, l'optimisation de la boucle d'asservissement se scinde en deux problèmes indépendants.

A - Optimalisation de la commande déterministe

La commande déterministe optimale revêt la forme suivante [6] :

$$(13) \quad \bar{u}_d(t) = -\frac{1}{\lambda} B^T(t) [P(t)x(t) - v(t)]$$

où $P(t)$, matrice symétrique (4 x 4), est solution de l'équation de RICCATI matricielle

$$\dot{P}(t) + P(t)A(t) + A^T(t)P(t) - \frac{1}{\lambda} P(t)B(t)B^T(t)P(t) + Q(t) = 0$$

avec $P(t_1) = S$

et $v(t)$, vecteur (4 x 1), est solution de l'équation associée

$$\dot{v}(t) + \left[A^T(t) - \frac{1}{\lambda} P(t)B(t)B^T(t) \right] v(t) - P(t)l(t) = 0$$

avec $v(t_1) = 0$

B - Estimation des variables d'état, à partir de la mesure $y(t)$

La meilleure estimée \hat{x} du vecteur d'état x déduite de la mesure $y(t)$ est donnée par l'équation différentielle suivante [7] :

$$(14) \quad \dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B(t)u^*(t) + l(t) + K(t)[y(t) - C\hat{x}(t)]$$

avec :

$$(15) \quad K(t) = \Sigma(t)C^T W^{-1}(t)$$

$\Sigma(t)$, matrice de variance de l'erreur d'estimation, est solution de la nouvelle équation de RICCATI matricielle :



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

$$\dot{\Sigma}(t) = A(t)\Sigma(t) + \Sigma(t)A^T(t) - \Sigma(t)C^T W^{-1}(t)C\Sigma(t)$$

avec $\Sigma(t_0) = \Lambda_0$

La commande stochastique optimale se trouve alors définie par :

$$(16) \quad \mu^*(t) = -\frac{1}{\lambda} B^T(t) \left[P(t) \hat{x}(t) - v(t) \right]$$

4.2. Modification du filtre de KALMAN -

La validité de l'optimisation précédente implique le fonctionnement linéaire de la boucle d'asservissement, ce qui interdit notamment l'écrtage de la commande $\mu^*(t)$, définie en (16).

Dans la pratique, on peut toujours obtenir un régime linéaire, en phase II, par un choix convenable du paramètre λ pondérant l'énergie de la commande.

En revanche, certaines conditions initiales du mobile rendent inévitables un écrtage, plus ou moins persistant, de la commande en phase I.

Dès lors que l'écrtage intervient, le mobile simulé ne dispose plus du même signal de commande que le mobile réel ($\mu^*(t) \neq m(t)$).

Il en résulte une divergence entre l'état x du système et son estimée \hat{x} , laquelle engendre des écarts importants dans le ralliement.

Afin de supprimer cette divergence, nous avons dû modifier le filtre de KALMAN, en insérant dans ce dernier un écrtateur de commande analogue à celui du mobile réel.

Cette modification, qui s'avère très efficace, revient à remplacer l'équation du filtre (14) par

$$(17) \quad \dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B(t)m(t) + l(t) + K(t)[y(t) - C\hat{x}(t)],$$

où $K(t)$ conserve la définition (15).

Par ailleurs, $m(t)$ se déduit de $\mu^*(t)$ par les relations (6).

Cette modification du filtre de KALMAN conduit à la représentation fonctionnelle de la figure (4).



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL " par P. LEFEVRE

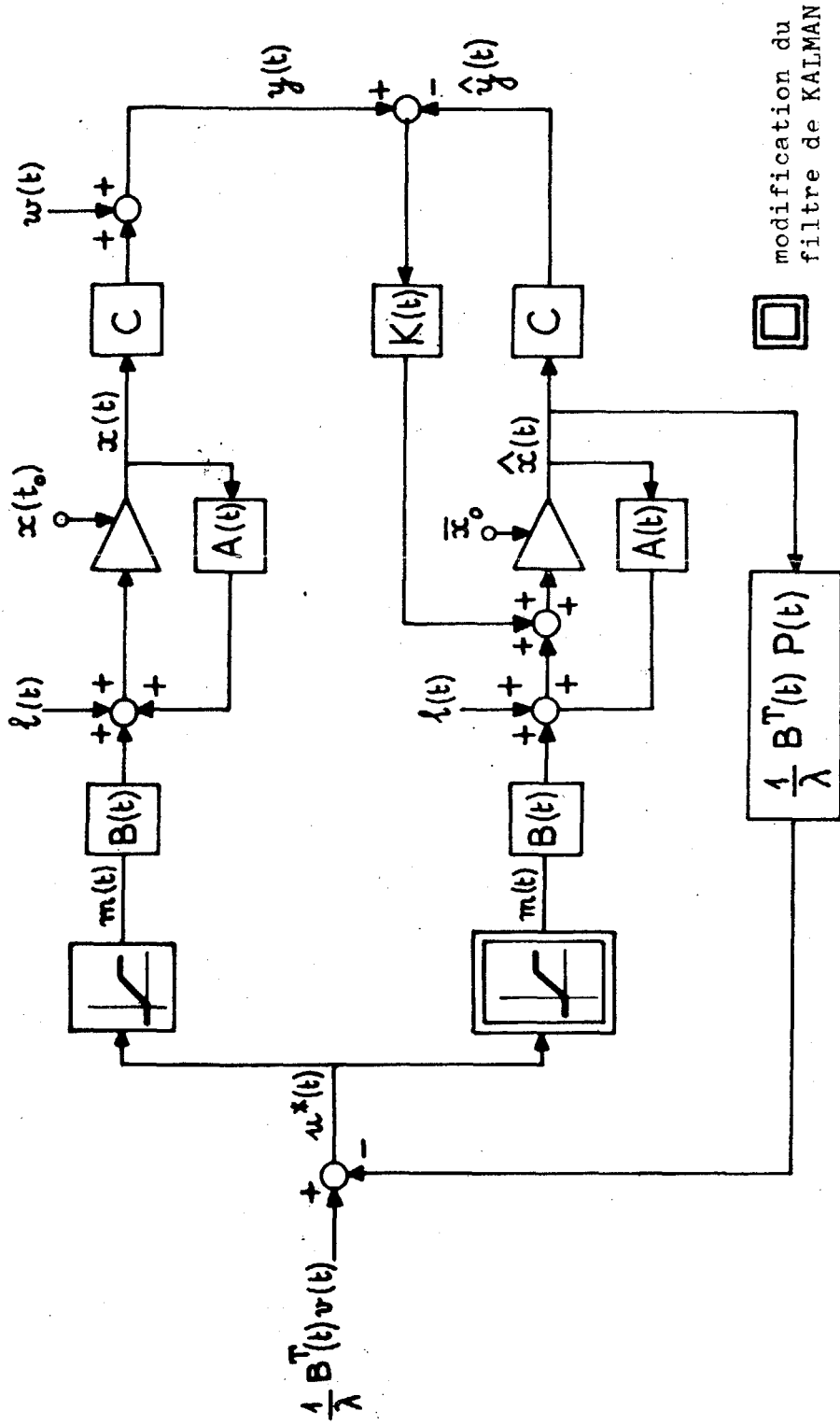


Figure 4 - Optimisation stochastique de la commande du mobile



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFÈVRE

Il y a lieu d'observer que \hat{x} reste, en toute circonstance, l'estimée optimale, au sens des moindres carrés, de l'état x .

Par ailleurs, l'ordre de gouverne m n'est plus une fonction linéaire de l'estimée lorsque le système sature; ce qui, a priori, n'exclut pas la possibilité que cet ordre m soit tout de même optimal.

Dans tous les cas, on constate que la modification du filtre de KALMAN proposée oblige effectivement l'estimée \hat{x} à converger beaucoup plus vite vers l'état x : ce qui était le but recherché.

L'amélioration très nette qui en résulte pour les trajectoires de ralliement est illustrée à la figure 5

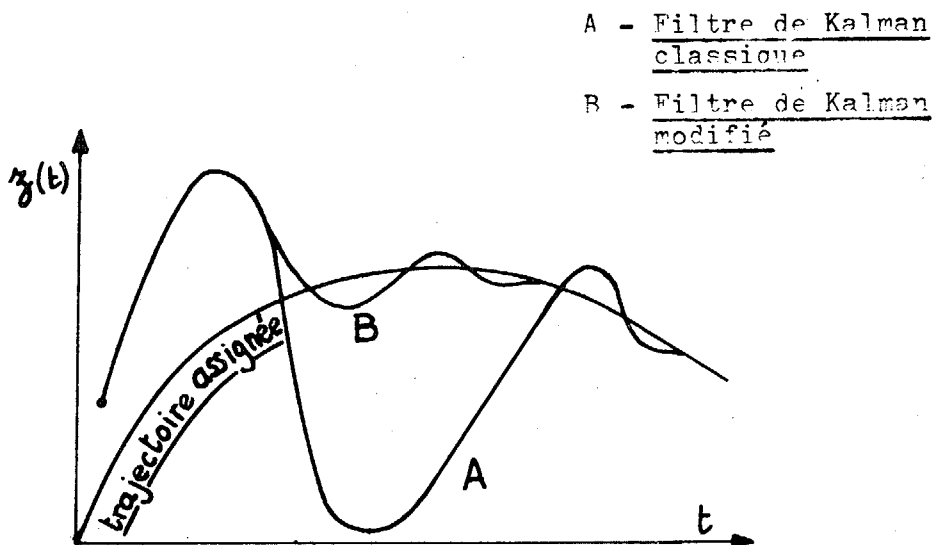


Figure 5 - Allure des trajectoires du mobile

5 - CONCLUSIONS -

La méthode d'optimisation stochastique applicable au système variable, avec contrainte sur la commande, présente un intérêt évident lorsque l'on a la possibilité de mettre en oeuvre un ordinateur en temps réel suffisamment puissant pour la commande du mobile.



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

Par ailleurs, elle offre aussi un intérêt pratique indéniable pour l'évaluation des ultimes performances réalisables par le système dynamique commandé. A cet égard, elle nous a permis de constater que les performances accomplies par le correcteur analogique pseudo-optimal, élaboré au § 3, demeurent toujours assez voisines de celles obtenues par l'intermédiaire du filtre de KALMAN modifié.

Dès lors que l'on envisage une réalisation technologique simple et relativement peu onéreuse de la compensation, le mérite de l'efficacité revient donc, sans conteste, à la méthode de WIENER-NEWTON généralisée.

St-Cloud, le 25 Mars 1971



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

LISTE DES REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES
=====

- [1] R.E. KALMAN
" A new approach to linear filtering and prediction problems"
Trans. A.S.M.E., series D, Jour. Bas. Eng,
Vol 82 pp 34-45 - march 1960
- [2] R.E. KALMAN and R. BUCY
" New results in linear filtering and prediction theory"
Trans. A.S.M.E., series D, Jour. Bas. Eng,
Vol 83 pp 95-108 - march 1961
- [3] P. FAURRE
" Méthodes d'optimisation stochastiques par vecteur d'état "
E.S.E. fascicule n° 5130 - 1968
- [4] P. LEFEVRE
" Optimisation statistique des systèmes dynamiques "
DUNOD - 1965
- [5] P. LEFEVRE
" Optimisation quadratique des systèmes linéaires"
Cours E.S.E. - N° 2102 - 1967



" SYNTHÈSE D'UN CORRECTEUR ANALOGIQUE PSEUDO-OPTIMAL "
par P. LEFEVRE

[6] P. LEFEVRE

" Optimisation déterministe de la commande "

Cours E.N.S.T.A. - 1970

[7] P. LEFEVRE

" Estimation récursive optimale - Filtre de
KALMAN "

Cours E.N.S.T.A. - 1970