



## TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 1<sup>er</sup> au 5 juin 1971

---

LINEARITE ET FILTRAGE ACOUSTIQUES  
DES SEDIMENTS MEUBLES

-0-0-0-0-0-0-

par Jean-Pierre MIZIKOS

Laboratoire de Sédimentologie, Université de NICE  
Institut Océanographique de MDNACO

---

**RESUME**

La linéarité des lois mécaniques ou acoustiques des sédiments meubles, marins ou terrestres, se justifie par la dynamique du mouvement des particules individuelles. Elle existe pour les états élastiques et viscoélastiques. Dans ce cas, la vitesse de phase ne dépend que des caractéristiques élastiques, tandis que l'absorption dépend des frottements solides, de la viscosité ou des relaxations internes selon l'amplitude de l'onde et la nature du sédiment.

**SUMMARY**

The linearity of mechanical or acoustical laws in marine or terrestrial unconsolidated sediments results from the dynamics of individual particles displacements. Such a property is valable for elastic and viscoelastic states. In that case, the phase velocity only depends on elastical parameters, while attenuation results from solid slidings, viscosity or internal relaxations according to the wave amplitude and the nature of the sediments.



LINEARITE ET FILTRAGE ACOUSTIQUES  
DES SEDIMENTS MEUBLES  
par Jean-Pierre MIZIKOS

---

Lorsqu'une onde de pression acoustique traverse un sédiment meuble, celui-ci se déforme selon des lois encore empiriques illustrées par les relations contrainte-déformation. L'expérience montre que l'équation d'onde peut rester linéaire même si ces relations ne le sont pas. L'existence de la linéarité ressort du fait que le système évolue au voisinage d'un équilibre. Les amplitudes acoustiques étant relativement faibles, on admet habituellement que l'état d'équilibre initial du sédiment n'est pas modifié. La linéarité est ainsi posée en hypothèse initiale, implicite ou explicite, que l'accord éventuel entre prévision théorique et expérimentation sera chargé d'authentifier.

Or, les sédiments meubles sont généralement étudiés sans tenir compte de la notion d'échelle, c'est-à-dire du fait que les propriétés macroscopiques résultent univoquement des propriétés microscopiques (qu'elles intègrent). Si l'on ne tient pas compte de cette filiation, on est amené à caractériser le milieu macroscopique à l'aide d'hypothèses diverses ou de modèles. Dans cette communication, nous justifierons la propriété de linéarité et la notion de "voisinage" à partir de la dynamique microscopique, c'est-à-dire des lois du mouvement des grains ou particules élémentaires. Nous nous limiterons au cas des sédiments granuleux (ex : sable) parce que la formulation mathématique et la présentation sont beaucoup plus simples que pour les sédiments argileux (ex : vase marine, argile terrestre). En toute rigueur, la linéarité n'est qu'une approximation : en régime dynamique, à cause de la dissipation d'énergie, les matériaux sont plutôt quasi-linéaires. Le filtrage provient de l'absorption. Les sédiments meubles ne paraissent pas dispersifs. Les formules de vitesse seront présentées en appendice.

I - DESCRIPTION DES COURBES EXPERIMENTALES CONTRAINTE-  
DEFORMATION

Nous allons analyser d'abord les courbes expérimentales illustrant les différents types de déformation d'un sable (figure 1) et d'une argile terrestre (figure 2) sous l'influence de charges et de décharges variables. Les vases marines sont trop fragiles pour supporter les essais géotechniques actuels.

Les définitions suivantes sont utilisées :



- élasticité : domaine des déformations linéaires et réversibles,
- viscoélasticité : domaine des déformations irréversibles, mais linéaires,
- viscoplasticité : domaine non-linéaire irréversible préparant l'état plastique,
- plasticité : domaine de la déformation permanente linéaire. La vitesse de déformation est indépendante de la charge, à l'opposé de l'état viscoélastique.

Ces définitions sont illustrées par les figures 1 à 3.

Sur la figure 1, on observe que le cycle OAB est affecté par la viscoélasticité durant la charge, tandis que la décharge est élastique (la branche AB est un segment). Bien que le système s'éloigne peu de l'équilibre, une déformation permanente OB existe. A la deuxième charge BE, on passe du domaine élastique (BC) aux domaines viscoélastique (CD : pente à peu près constante), viscoplastique (DE), puis plastique (EF). Les seconde et troisième charges de forte amplitude (GH et IJ) paraissent viscoélastiques et produisent une déformation permanente beaucoup plus réduite que pour la première charge (BF). Lorsque la contrainte revient à la valeur pour laquelle la déformation plastique avait été interrompue (F et J), cette dernière reprend comme si rien ne s'était passé ou presque.

On retrouve les quatre états mécaniques sur la figure 2. Pour cet essai, la charge a été augmentée uniformément de 5 psi (0,35 kg/cm<sup>2</sup>) par 5 minutes, ce qui a permis de construire la courbe de vitesse de déformation uniaxiale  $\frac{de}{dt}$  en fonction de la charge p (figure 3).

La figure 3 montre que la déformation élastique est indépendante de la vitesse (OM). Dans le domaine viscoélastique (MN), contrainte et vitesse sont proportionnelles. Ensuite vient le domaine viscoplastique (NP) et, lorsque l'accélération  $\frac{d^2e}{dt^2}$  semble devenir infinie, le domaine plastique (PQ). Pour ce dernier, la vitesse de déformation est constante.

La linéarité caractérise donc trois états, mais l'état plastique ne peut donner lieu à aucune propagation puisque les déformations y deviennent permanentes. Analysons maintenant les déformations microscopiques au sein des domaines élastiques et viscoélastiques.



## II - LE DOMAINE ELASTIQUE

Nous assimilerons les grains à des sphères chaque fois que cela ne nuit pas à la démonstration, de façon à simplifier l'écriture des formules et les figures.

Lorsque deux grains de sable sont appuyés l'un contre l'autre par deux forces égales et opposées  $F$ , il se produit une déformation aux alentours immédiats du point de contact : les grains se gauchissent autour de ce point, ce qui engendre une surface de contact et provoque un rapprochement des centres de gravité (figure 4). Cette déformation, qui reste élastique tant que la limite élastique du matériau des grains n'est pas atteinte, a été étudiée par HERTZ (cf. LOVE, 1924). Dans le cas particulier simple de deux sphères identiques, le rapprochement  $W$  des centres de gravité est donné par la formule :

$$(2W)^{2/3} = \frac{3}{(D)^{1/2}} \cdot \frac{1 - P^2}{E} \cdot N \quad (2-1)$$

$N$  : composante de  $F$  normale au plan de contact,  
 $D$  : diamètre des sphères,  
 $P$  : coefficient de POISSON des sphères,  
 $E$  : module d'élasticité des sphères.

On remarquera que cette relation élastique n'est pas linéaire.

Lorsque la composante tangentielle  $T$  d'une force d'appui  $F$  quelconque (située dans le plan de la surface de contact) est telle que :

$$T \geq f \cdot N \quad (2-2)$$

( $f$  représente le coefficient de frottement de COULOMB), les deux grains commencent à glisser l'un sur l'autre dans le sens de  $T$ .

Distinguons d'abord l'importance du rôle du gauchissement et du glissement dans le cas de la déformation illustrée en figure 1. La courbe correspond à un sable parfaitement trié de 0,1 millimètre de diamètre. Les grains de quartz étant assimilés à des sphères, la formule (2-1) donne alors pour  $E = 10^{12}$  dyne/cm<sup>2</sup> et  $P = 0,15$  :

$$(2W)^{2/3} \approx 3 \cdot 10^{-11} N \quad \text{en unités c.g.s.}$$

Pour l'arrangement hexagonal (figure 5), qui est le



plus compact, le nombre de grains empilés sur une hauteur H est :

$$\frac{2H}{D\sqrt{3}}$$

et la compression  $\Delta H$  correspondante vaut :

$$\Delta H = \frac{2H}{D\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3 \cdot 10^{-11} \cdot N \cdot \frac{\sqrt{3}}{2})^{3/2}$$

où :

$$\frac{\Delta H}{H} \simeq 7,7 \cdot 10^{-15} \cdot N^{3/2}$$

Pour  $N = 2 \text{ kg/cm}^2 \simeq 2 \cdot 10^6 \text{ dynes/cm}^2$

$$\frac{\Delta H}{H} \simeq 2 \cdot 10^{-5} \text{ contre } \frac{\Delta H}{H} = 5 \cdot 10^{-4}$$

d'après la figure 1, pour la branche OA.

La contribution du gauchissement n'est donc pas négligeable. Néanmoins, la déformation d'un échantillon de sable provient essentiellement des glissements entre grains. Les contraintes acoustiques étant bien inférieures à la limite élastique du quartz (ou de la calcite), la déformation de HERTZ sera toujours élastique. Seuls les glissements vont donc déterminer la réversibilité et, dans une large mesure, la linéarité. Les courbes expérimentales s'avérant linéaires au voisinage de l'origine, nous ignorerons l'effet de gauchissement autour des contacts dans la suite de la démonstration.

Considérons maintenant le glissement relatif des deux grains lorsqu'une onde acoustique les traverse. Le contact sera soumis à une force vibratoire  $f$  de composantes  $n$  et  $l$  (amplitude maximale  $n^*$  et  $l^*$ ).

Supposons d'abord que le glissement s'effectue sans changer le plan de contact. Dans ce cas, les déplacements par glissement  $u_1$  et  $u_2$ , correspondant respectivement à  $l$  croissant de  $-l^*$  à  $l^*$  et décroissant de  $l^*$  à  $-l^*$ , s'écrivent (MIZIKOS, 1971a)

$$u_1 = \frac{3(2-P) \cdot l}{8 r \cdot D} \left( \begin{array}{c} ( \\ 1 - (1 - \frac{\text{tg } i}{f})^{2/3} \\ ) \end{array} \right) = -u_2 \quad (2-3)$$



$i$  représentant l'angle de la résultante des forces statique  $F$  et dynamique  $f$  avec la normale au plan de contact.

Cette relation montre qu'il existe, à l'échelle élémentaire, une proportionnalité entre le déplacement par glissement et la force appliquée :  $l = f \cdot \sin i$

Pour passer à l'échelle macroscopique et dans le cas d'une contrainte uniaxiale, considérons une tranche de sédiment perpendiculaire à cette direction et d'épaisseur petite (de l'ordre de la largeur d'un grain). Les différents déplacements  $u_i$  (2-3) se projettent sur ces directions selon des angles  $a_i$  indépendants. En conséquence, l'espérance mathématique des projections  $U_i$  s'écrit :

$$E(U_i) = E(u_i \cos a_i) = E(u_i) \cdot E(\cos a_i)$$

Les études de WIENDIECK (1964) impliquent que la loi de probabilité des angles  $a_i$  est uniforme ou presque.  $E(\cos a_i)$  sera alors une constante, plus ou moins inférieure à 1 parce que les grains glisseront selon des plans de contact plus ou moins parallèles à la direction de contrainte. Si l'on écrit (2-3) sous la forme :  $u_i = C_i \cdot l_i$  où  $C_i$  dépend de la courbure des grains, en admettant que tous les grains possèdent sensiblement les mêmes propriétés mécaniques, il vient :

$$E(U_i) = E(C_i) \cdot l \cdot E(\cos a_i) = C \cdot f \quad (2-4)$$

où  $C = E(C_i) \cdot E(\cos a_i) \cdot E(\sin i)$

La linéarité se conserve lorsque l'on somme sur l'empilement de tranches élémentaires.

Par ailleurs, la théorie des fluctuations, en thermodynamique, (ex : PRIGOGINE, 1968) indique que le processus sera réversible si :

$$\overline{u_i(t) \cdot u_j(t+s)} = \overline{u_j(t) \cdot u_i(t+s)} \quad (2-5)$$

avec :  $\overline{u_i(t) \cdot u_j(t+s)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u_i(t) \cdot u_j(t+s) \cdot dt$  (2-6)

Ici,  $u_i(t)$  symbolise la valeur de la fluctuation autour de l'équilibre à l'instant  $t$ , et  $u_j(t+s)$  la valeur prise après un intervalle de temps  $s$ . Lorsque tous les glissements sont des translations du type analysé précédemment, tous les  $u_i(t)$  et  $u_j(t)$  se corrèlent et l'égalité (2-5) est vérifiée.



Par contre, dès que les glissements provoqueront des réarrangements irréversibles entre grains, certaines fluctuations ne se corrèleront plus. Nous pénétrons alors dans le domaine non-élastique.

### III - LE DOMAINE NON-ELASTIQUE

L'étude du domaine non-élastique s'identifie à celle du passage de l'état élastique à l'état plastique. Elle repose sur des éléments de physique fondamentale appliquée à la mécanique des sols que nous ne pouvons trop développer dans le cadre d'un colloque sur le traitement du signal, mais qui vont être publiés prochainement.

Nous avons vu qu'à l'intérieur d'un sédiment élastique, tous les glissements se corrèlent. Par contre, le déplacement irréversible d'un grain va influencer les voisins sur une certaine échelle. Ce dernier terme doit être entendu au sens de MATHERON (1969) : durée ou distance à partir de laquelle la covariance des propriétés en deux dates ou deux points devient nulle. Les domaines limités extérieurement par l'échelle que nous venons de définir, ou domaines de perturbation, ressemblent aux domaines de WEISS en ferromagnétisme et aux approximations de DEBYE et INGARD en mécanique statistique (ex : RIEF, 1965).

Sous l'effet des contraintes croissantes appliquées, les domaines de perturbation vont croître selon une loi analogue à celle de la dilatation volumique. L'augmentation de déformation irréversible  $ds$ , produite par un accroissement  $df$  de la contrainte à partir de la valeur  $f$  (pour laquelle la déformation permanente valait  $s$ ), est alors :

$$ds = K \cdot S \cdot df \quad (K = \text{cte})$$

$$\text{d'où} \quad s = \exp. K(f - f_0) \quad (3-1)$$

$f_0$  désignant la limite élastique.

Cette loi ne se vérifie que pour l'état viscoplastique (figure 6). Nous sommes ainsi conduits à admettre que, pour cet état, les domaines de déplacements irréversibles se joignent pour constituer un réseau continu qui isole des domaines où l'élasticité se conserve. L'inverse se produit pour l'état visco-élastique. Dans ce dernier cas, le long d'une verticale sur laquelle s'échelonnent  $N$  domaines dont  $n$  sont le siège de déformations irréversibles :



$$s \simeq (1 + K(f - f_0)) \cdot n \quad (3-2)$$

tandis que la déformation élastique totale sera, selon (2-4) :

$$U = (N - n) \cdot C \cdot f \quad (3-3)$$

La déformation totale  $q = s + u$  sera donc linéaire.

Dans le cas de la figure 3 :

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{df} = K \cdot \exp C(f - f_0)$$

$$\text{Au voisinage de } f_0 : \frac{ds}{dt} = K (1 + K(f - f_0)) \quad (3-4)$$

alors que la déformation élastique est indépendante de la vitesse.

On montre facilement qu'une relation sur les fluctuations du type (2-5) s'applique aux déformations non-réversibles, ainsi que la relation :

$$\overline{s_i(t) \cdot \frac{ds_j(t)}{dt}} = \overline{s_j(t) \cdot \frac{ds_i(t)}{dt}} \quad (3-5)$$

En résumé, la linéarité est liée à la prépondérance des déformations élastiques décrites au chapitre précédent. Il est équivalent de dire que les points instables sont peu nombreux ou que les domaines de perturbations restent petits. Le terme "voisinage de l'équilibre" correspond aux états élastiques et viscoélastiques. Remarquons qu'en fait, pour le premier, l'équilibre n'est pas remis en question. La prévision de la valeur de pression pour laquelle on passe de l'état viscoélastique à l'état viscoplastique est encore à l'étude.

Macroscopiquement, et sous l'influence de pressions mécaniques ou acoustiques, un sédiment évoluera le plus généralement en quittant l'état d'équilibre initial. Lorsque cessera la propagation ou l'accroissement de charge mécanique, le système recherchera un nouvel état d'équilibre et des phénomènes de relaxation apparaîtront, comme le montrent les cycles dynamiques (figure 7). Dans ces conditions, l'évolution de l'agrégat devra être décrite selon la thermodynamique des processus irréversibles. Nous en déduirons les formules de coefficient d'atténuation et de vitesse.






---

Remarque : cas des argiles

Les propriétés macroscopiques des argiles étant identiques à celle des sables, comme le montrent les figures 1 et 2, la démonstration ressemblerait à celle qui vient d'être présentée. La cohésion des vases provient des liaisons électriques entre la surface des particules, chargée négativement, et leur périphérie, chargée positivement (figure 8). Pour les argiles terrestres, la cohésion provient de la double couche et dépend de la quantité d'eau liée (ex : VAN OLPHEN, 1963). La formulation des déplacement nécessite beaucoup d'hypothèses et de simplifications et il est impossible physiquement de négliger l'influence des particules voisines, ce qui rend malcommode l'analyse théorique.

IV - FILTRAGE PAR LES SEDIMENTS MARINS MEUBLES

4 - 1 - Les fondements thermodynamiques

Nous assimilerons un échantillon de sédiment meuble à un système thermodynamique fermé, à  $n$  degrés de liberté définis par  $n$  variables d'état  $q_i$ . Ces degrés de liberté pourraient être les températures locales, les charges électriques sur les parois des pores, les déformations, etc. Simultanément, le système est soumis à l'action des forces externes  $Q_i$ , prises dans un sens très général (contraintes, forces électromotrices, champ magnétique, etc.). Aucune force extérieure n'est associée aux températures.

La connaissance expérimentale actuelle de la physique des sédiments poreux semble indiquer que, durant la déformation, les transferts de chaleur, réactions chimiques internes ou effets électrochimiques ne jouent pas de rôle notable, du moins dans le domaine des faibles et rapides déformations acoustiques. Nous admettrons donc que notre système thermodynamique sera parfaitement caractérisé par les contraintes extérieures  $Q_i$  et par les déformations internes ou externes comme variables d'état  $q_i$ .

En thermodynamique (PRIGOGINE, 1968), on montre que la production d'entropie  $S$  peut s'écrire comme une somme de produits de forces généralisées ou affinités,  $Q_i$ , par les vitesses  $J_i$  correspondantes des processus irréversibles ( $dq_i$ ) ou flux généralisés :

$$\frac{d_i S}{dt} = \sum_i J_i \cdot Q_i > 0 \quad (t : \text{temps}) \quad (4-1)$$



A l'équilibre thermodynamique qui existe avant la propagation :

$$J_i = Q_i = 0 \quad (4-2)$$

Dans le cas élastique, la figure 3 montre que  $J_i$  n'est pas nul, mais très petit et :

$$\frac{d_i S}{dt} \approx 0$$

En outre, si les relations (2-5), (3-4) et (3-5) sont vérifiées, le théorème d'ONSAGER s'applique : lorsque le flux correspondant au processus irréversible  $i$  est influencé par l'affinité  $Q_j$  du processus irréversible  $j$ , alors le flux  $j$  est aussi influencé par l'affinité  $Q_i$  de façon symétrique.

Il résulte de cet important théorème que les termes de couplage statique et dynamique ( $d_0$ ) entre les mouvements de la matrice granulaire et ceux de l'eau saturante sont symétriques (BIOT, 1954).

#### 4.2 - Coefficients d'atténuation

Dans les sables (MIZIKOS, 1971a), l'expression (2-3) permet de montrer que l'angle de perte  $h$ , défini par le rapport :

$$\text{tg } h = \frac{\Delta E}{E} \quad (4-3)$$

$\Delta E$  : énergie perdue par cycle

$E$  : énergie totale emmagasinée pendant le même cycle

est indépendant de la fréquence et de l'amplitude. L'angle  $h$  a été calculé pour une amplitude considérablement plus élevée que celle d'une onde : il valait  $14^\circ 5'$ . Dans ces conditions, nous pouvons confondre l'arc et sa tangente et admettre que, durant la propagation, le sédiment se comporte comme un matériau quasi-élastique. Le coefficient d'atténuation  $a_1$  de l'onde longitudinale, dite de première espèce (qui se propage à travers la matrice) est alors donné par la formule :

$$a_1 = \frac{\pi \cdot h \cdot f}{2V} \quad (4-4)$$

$f$  : fréquence

$V$  : vitesse de phase

Simultanément, une autre onde longitudinale (très absorbée) se propage à travers le fluide des pores. Son coefficient est de la forme :  $a'_1 = K' \cdot f^n$  (avec  $0,5 \leq n \leq 2$ ) et d'expression analytique compliquée.



Les vases (porosité comprise entre 90 et 70 à 60 pour cent) vibrent comme un système fermé, c'est-à-dire que vibrations de l'eau et de la matrice argileuse sont en phase (MIZIKOS, 1971b). Le coefficient d'atténuation s'écrit :

$$a_2 = \frac{w^2}{2V} \cdot \frac{n_1 + n_2}{G_2 + \frac{n_1^2 \cdot w^2}{G_1}} \quad (4-5)$$

w représente la pulsation,  $G_2$  le module d'élasticité (l'inverse de la compressibilité) et  $n_2$  le coefficient de viscosité.  $n_1$  et  $G_1$  représentent les mêmes grandeurs pour le modèle de MAXWELL (ressort et amortisseur linéaire en série) équivalent aux phénomènes de relaxation interne. Dans ces conditions :

$$a_2 = K \cdot f^n$$

l'indice n variant entre 0 et 2. n = 2 correspond à une vase purement visqueuse. En général, l'expérience indique que n est compris entre 1,4 et 2. Lorsque l'exposant devient inférieur à 1, l'atténuation croît considérablement.

Les formules (4-4) et (4-5) se composent dans les silts (porosité comprise entre 60-70 et 50 pour cent) formés d'une alternance de passées sableuses et vaseuses d'épaisseur inférieure à la longueur d'onde (MIZIKOS et MANGIN, 1971). Elles se composent également pour des sables purs lorsque l'amplitude de l'onde atteint le domaine viscoélastique. Ainsi, Mc CANN et Mc CANN (1969) ont noté que, pour des sables :

$$\begin{aligned} a &= 0,13 \cdot f^{1,26} & f \text{ en kHz} \\ \text{et} \quad a &= 0,27 \cdot f^{1,17} & a \text{ en dB/m} \end{aligned}$$

Pour tous les sédiments marins, les formules de vitesse ne font intervenir que les constantes élastiques et le milieu n'est pas dispersif (voir appendice).

## V - CONCLUSION

La linéarité des sédiments meubles et, en particulier, des sédiments marins saturés en eau, s'explique à partir des lois de la mécanique du mouvement des particules individuelles. La prévision de la limite de linéarité à partir des caractéristiques des grains élémentaires est encore à l'étude. Cependant, l'analyse



des résultats expérimentaux déjà publiés indique que les amplitudes des ondes acoustiques (transducteurs, explosifs, sparkers) ne provoquent aucune réponse viscoplastique, donc non-linéaire, du milieu. Les sédiments se comportent comme des matériaux quasi-linéaires, non-dispersifs, en ce sens que, tous les nombres d'onde

$$k = \frac{\omega}{V} + ia$$

sont toujours tels que  $a$  soit nettement plus petit que  $\frac{\omega}{V}$ .

L'atténuation est couramment proportionnelle à la fréquence pour les sables, et du type :

$$a = K \cdot f^n$$

$n$  variant entre 0 et 2 pour les autres sédiments.

## VI - APPENDICE

### . Vitesse des ondes P dans les vases (MIZIKOS, 1971b)

$$V = \left( \frac{\frac{1}{K} + \frac{4}{3} N}{d} \right)^{1/2}$$

$K$  : compressibilité =  $c \cdot p + (1-p) \cdot g$

$c$  : compressibilité de l'eau

$g$  : compressibilité de l'argile ( $2,3 \cdot 10^{-12}$  cm<sup>2</sup>/dyne)

$p$  : porosité

$N$  : module de rigidité

$d$  : densité de la vase =  $d_f \cdot p + d_s \cdot (1-p)$

$d_f$  : densité de l'eau

$d_s$  : densité de l'argile

Pour les flocculats ( $p$  approximativement supérieur à 80 pour cent),  $N = 0$  et il n'existe pas d'onde transversale. Sinon, la vitesse de ces dernières est donnée par la formule :

$$V_s = \left( \frac{N}{d_0} \right)^{1/2}$$

### . Vitesse des ondes P<sub>1</sub> (matrice) et P<sub>2</sub> (pores) dans les sables

- porosité dépassant 50 pour cent environ -

- Coefficient de Lamé de la matrice :



$$A = \frac{(1-p)^2 + \frac{p \cdot c - (1-p)g}{K}}{p \cdot c + (1-p) \cdot g} - \frac{2}{3} N$$

- Coefficient de couplage :

$$Q = \frac{p(1-p) \cdot \frac{g}{K}}{p \cdot c + (1-p)g}$$

- Compressibilité apparente des pores :

$$R = \frac{p^2}{p \cdot c + (1-p)g}$$

$$\text{On pose } H = A + 2N + 2Q + R \quad V_c^2 = \frac{H}{d}$$

$$m_{11} = \frac{A + 2N}{H} \quad m_{12} = \frac{Q}{H} \quad m_{22} = \frac{R}{H}$$

$$q_{11} = \frac{(1-p)d_s + d_o}{d} \quad q_{12} = -\frac{d_o}{d} \quad q_{22} = \frac{p \cdot d_f + d_o}{d}$$

$d_o$  : masse couplée dynamiquement par unité de volume.

$$d = p \cdot d_f + (1-p)d_s$$

Les vitesses des deux ondes longitudinales sont respectivement :

$$V_1 = \frac{V_c}{(z_1)^{1/2}} \quad V_2 = \frac{V_c}{(z_2)^{1/2}}$$

$z_1$  et  $z_2$  étant les solutions de l'équation ( $z_1$  désigne la plus petite racine et correspond à l'onde longitudinale habituellement étudiée) :

$$(m_{11} \cdot m_{22} - m_{12}^2) z^2 - (m_{11} \cdot q_{22} + m_{22} \cdot q_{11} - 2 m_{12} \cdot q_{12}) z + (q_{11} \cdot q_{22} - q_{12}^2) = 0$$



Cette équation et la formule de constantes mécaniques ont été initialement établies par BIOT (1956) et BIOT et WILLIS (1957) pour les solides poreux élastiques. Leur emploi pour les sables a été justifié par l'auteur (1971a).

. Vitesse des ondes transversales dans les sables

$$V_s \simeq \left( \frac{N}{(1 - \rho)d_s + d_o} \right)^{1/2}$$

. Cas des silts

Les sédiments marins désignés comme silts étant constitués d'une alternance de passées quasi-élastiques et viscoélastiques, les formules de vitesse correspondantes se composent (MIZIKOS et MANGIN, 1971).

-o-o-o-o-o-o-o-

REFERENCES

- BIAREZ (J.), 1961. - Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et matériaux pulvé-  
rulents.  
Thèse Doct. Etat, Fac. Sci. Grenoble,  
239 p.
- BIOT (M.A.), 1954. - Theory of stress-strain relations in  
anisotropic viscoelasticity and rela-  
xation phenomena.  
J. appl. Phys., 25, n° 11, pp. 1385-1391.
- BIOT (M.A.), 1956. - Theory of propagation of elastic waves  
in a fluid saturated porous solid.  
J. acoust. Soc. Amer., 28, n° 2,  
pp. 168-191.
- BIOT (M.A.) et WILLIS (D.G.), 1957. - The elastic coefficients  
of the theory of consolidation.  
J. appl. Mech., 24, pp. 594-601.



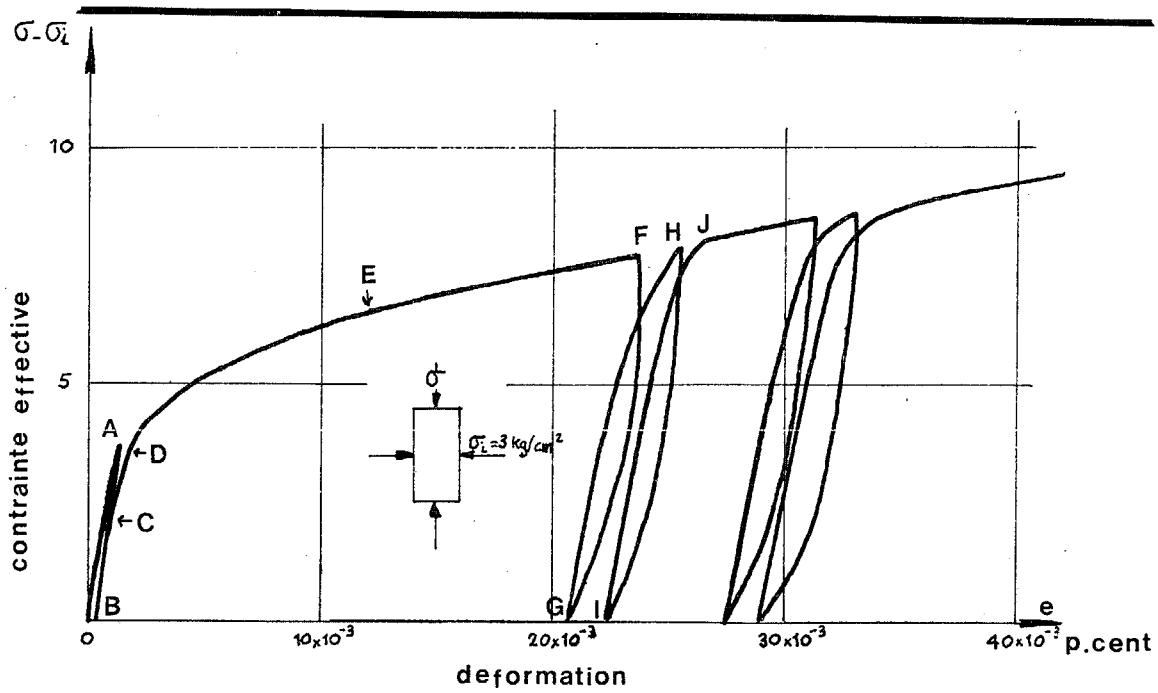
- 
- LOVE (A.E.H.), 1927. - A treatise on the mathematical theory of elasticity.  
4th ed., Dover Public., New-York, 643 p.
- MATHERON (G.), 1969. - Cours de géostatistique.  
Cah. Centre Morphol. math. Fontainebleau,  
2, 82 p.
- Mc CANN (C.) et Mc CANN (D.M.), 1969. - The attenuation of  
compressional waves in marine sediments.  
Geophysics, 34, n° 6, pp. 882-892.
- MIZIKOS (J.P.), 1971a. - Propriétés mécaniques et acoustiques  
des sédiments marins granuleux.  
Cah. océanogr. (sous presse)
- MIZIKOS (J.P.), 1971b. - Propriétés acoustiques des vases marines.  
Acustica (sous presse).
- MIZIKOS (J.P.) et MANGIN (J.Ph.), 1971. - Propriétés acoustiques  
des silts marins.  
Rev. Inst. franc. Pétrole, (sous presse)
- PRIGOGINE (I.), 1968. - Introduction à la thermodynamique des  
processus irréversibles.  
Monographie Dunod, Paris, 160 p.
- REIF (F.), 1965. - Fundamentals of statistical and thermal  
physics.  
Mc Graw-Hill Book Comp., 651 p.
- SHERIF (M.A.) et TIEN (Y.B.), 1968. - Cylinder pile design on  
the basis of new soil test procedures.  
Univ. Wash., Soil Engrg Res. Rep. n° 2,  
70 p.
- VAN OLPHEN (H.), 1963. - An introduction to clay colloid chemistry  
Interscience Publishers, New-York, 301 p.



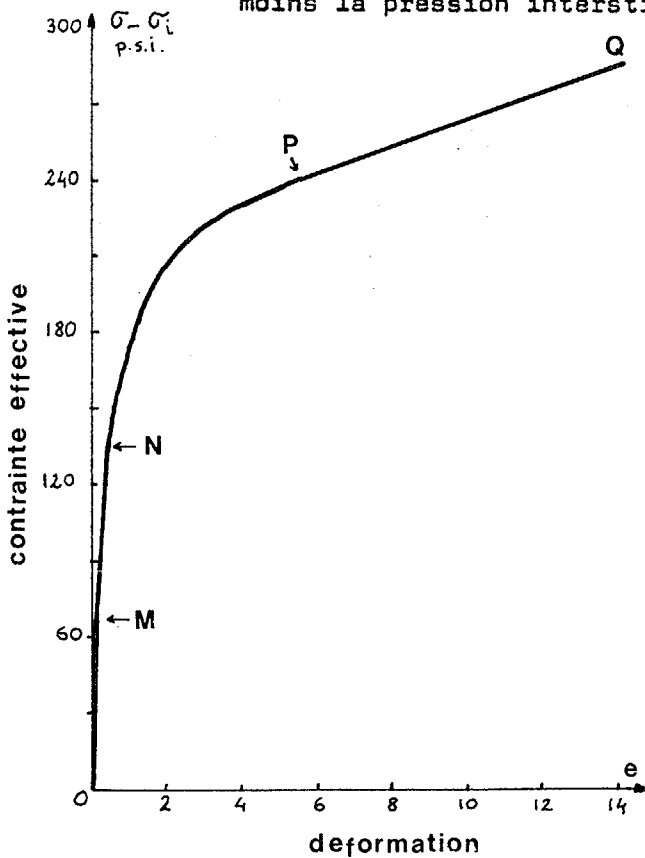
---

WIENDIECK (K.), 1964. - L'anisotropie des milieux pulvérulents  
et son influence sur les tassements.  
Thèse Doct. Ing., Fac. Sci. Grenoble,  
127 p.

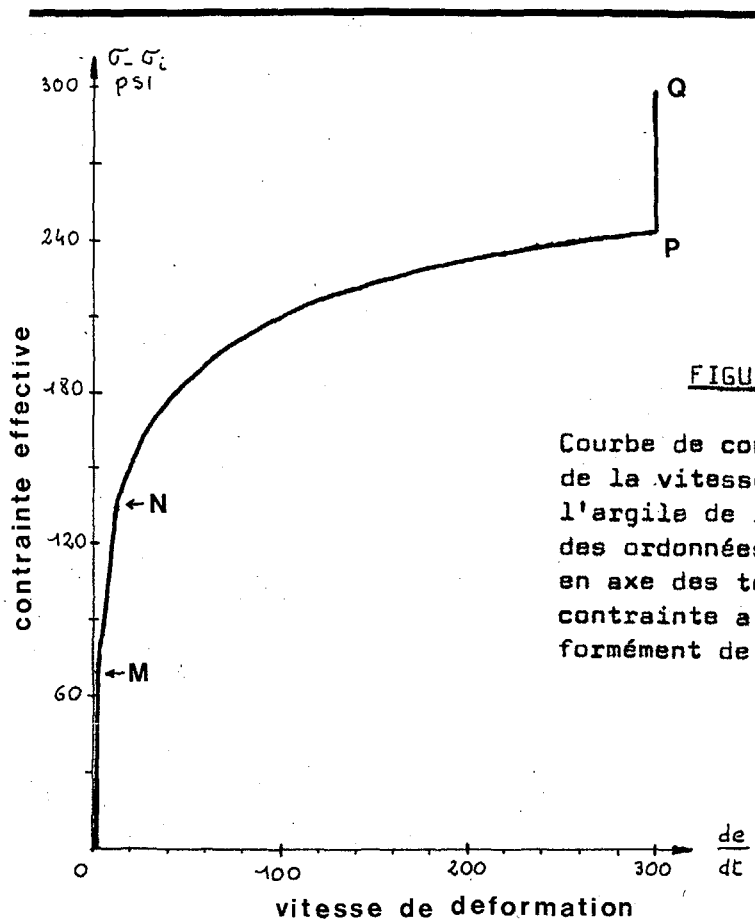




**FIGURE 1** : Courbe de contrainte effective uniaxiale en fonction de la déformation pour un sable constitué de grains de même diamètre 0,1 millimètre (selon BIAREZ, 1961). En ordonnée figure la contrainte effective, c'est-à-dire la contrainte appliquée moins la pression interstitielle.

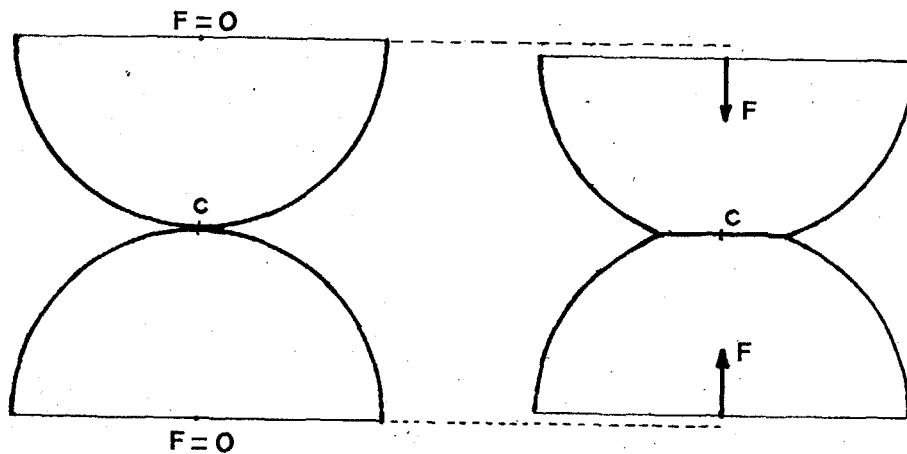


**FIGURE 2**  
 Courbe de contrainte effective uniaxiale en fonction de la déformation dans le cas d'une argile terrestre (selon SHERIF et TIEN, 1968).



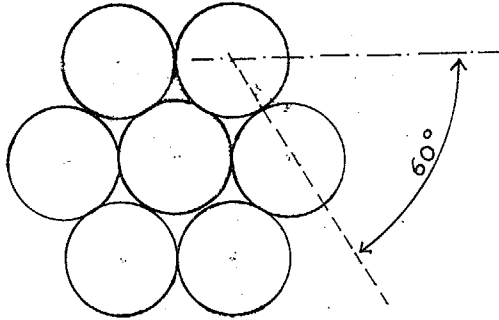
**FIGURE 3**

Courbe de contrainte en fonction de la vitesse de déformation pour l'argile de la figure 2. L'axe des ordonnées peut être transformé en axe des temps puisque la contrainte a été augmentée uniformément de 5 psi/3 minutes.



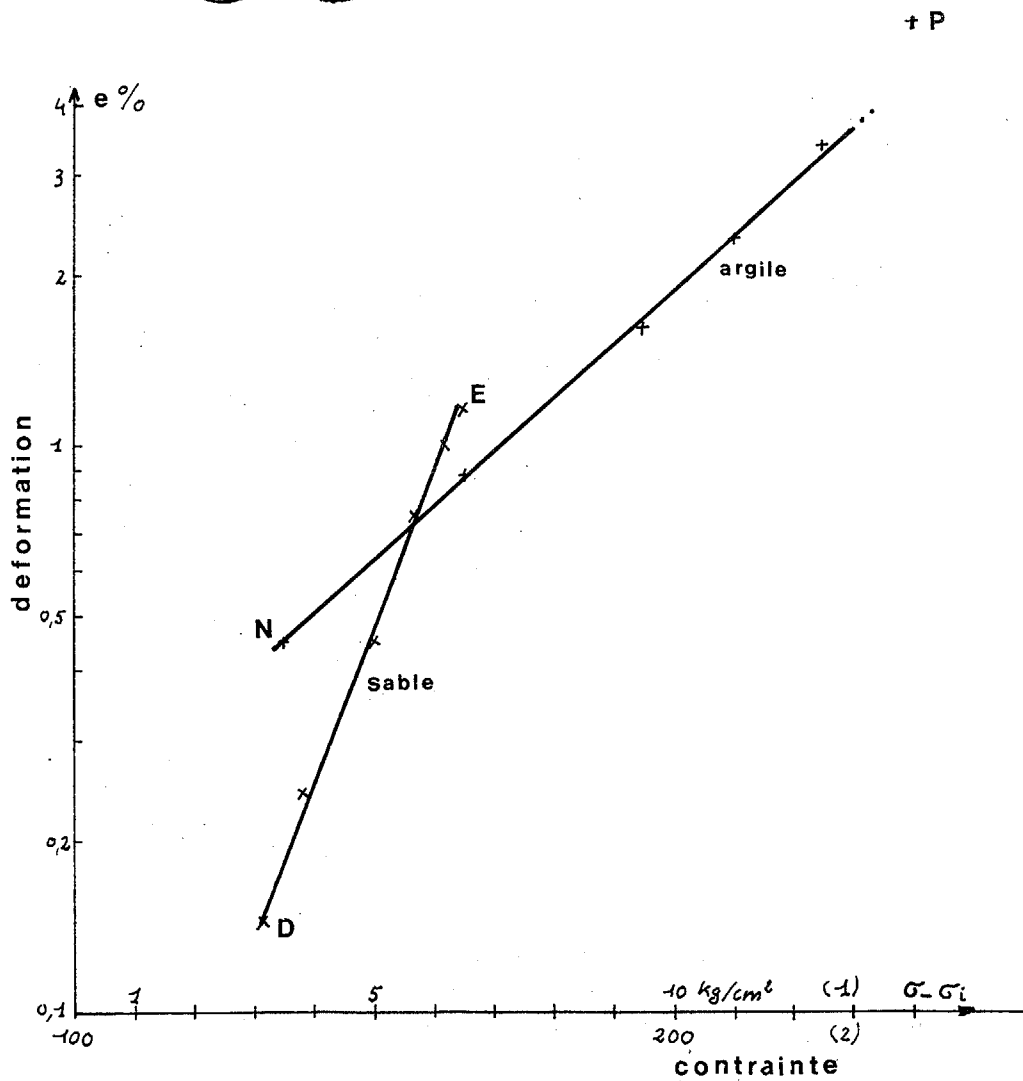
**FIGURE 4**

Illustration (exagérée) de la déformation de HERTZ dans le cas de deux sphères identiques appuyées l'une contre l'autre par des forces égales et opposées F.



**FIGURE 5**

Empilement hexagonal de sphères identiques



**FIGURE 6**

Mise en évidence de la variation exponentielle de la déformation en fonction de la contrainte dans le domaine viscoplastique pour le sable de la figure 1 et l'argile de la figure 2.

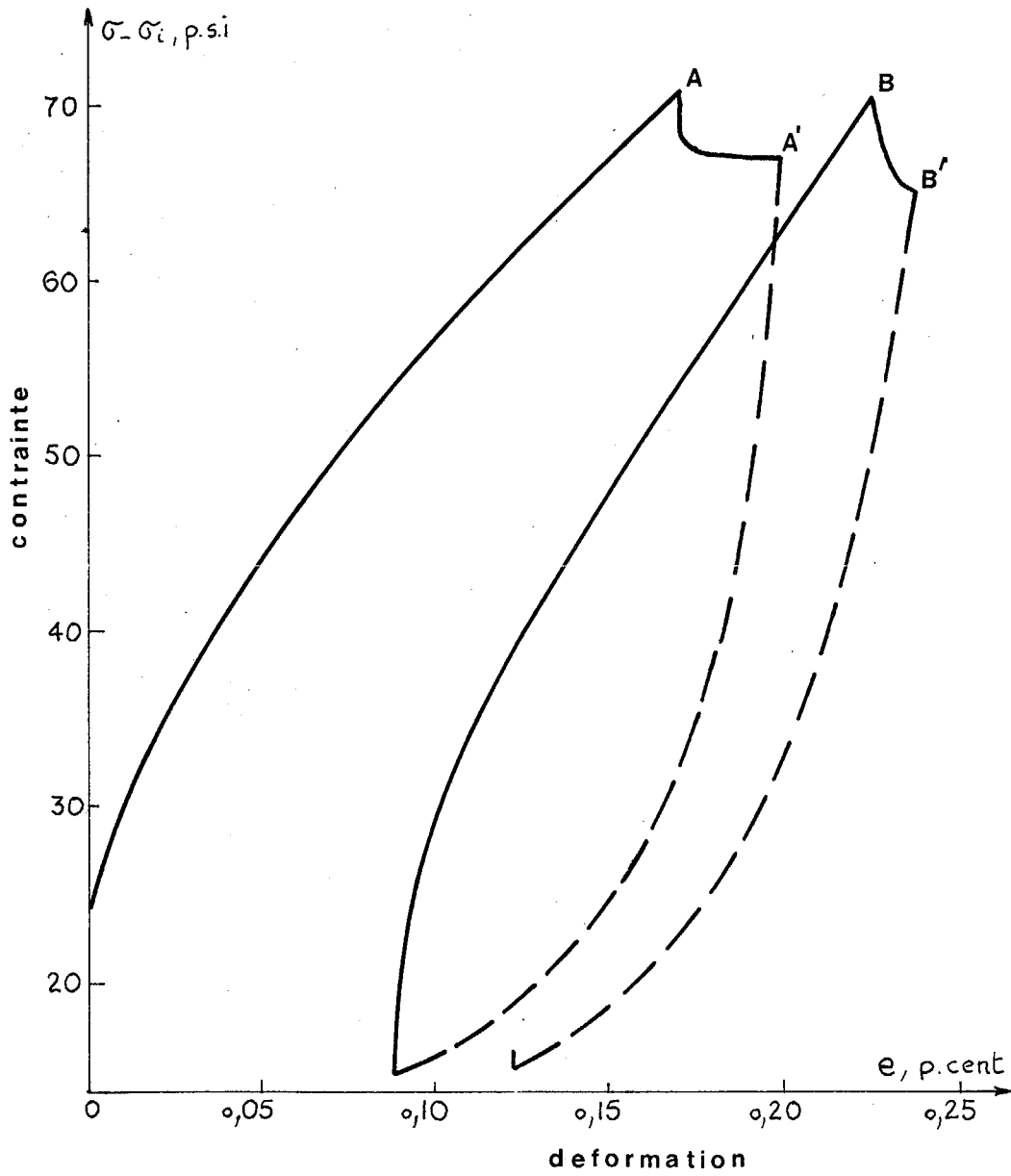
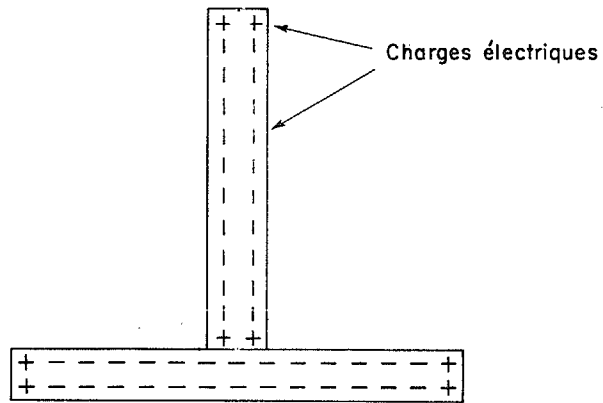


FIGURE 7

Exemple de phénomène de relaxation (AA' et BB') dans un sable lors d'une charge dynamique, c'est-à-dire très rapide, de 50 psi.



Deux lamelles perpendiculaires ,  
avec charge négative à la surface,  
positive aux côtés latéraux.

FIGURE 8

Schématisation d'une liaison "edge-to-face" responsable de la structure en  
château de cartes des vases marines. En réalité, l'angle des deux particules  
est quelconque.