

COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 21 JUIN 75

ETUDE DE LA PROPAGATION ACOUSTIQUE EN MILIEU AERIEN NATUREL

B. ESCUDIE

A. HELLION

J. LARCHER

Institut de Chimie et Physique Industrielles - 25 rue du Plat 69288 LYON Cédex 1

RESUME

Le milieu aérien étant considéré comme un filtre aléatoire à paramètres variables au cours du temps, on étudie la densité de probabilité et la covariance de la fonction de transfert.

Les résultats obtenus permettent d'envisager les modifications à apporter au modèle réverbérant afin de pouvoir l'utiliser dans le cas du canal aérien.

On montre que l'utilisation de signaux brefs et performants permet d'accéder aux propriétés statistiques du retard de groupe.

SUMMARY

Atmosphere being considered as a time-variant linear filter, we measure the probability density and the covariance function of the frequency response.

The results allow us to modify the Reverberation model in order to use it in the case of acoustic propagation in free atmosphere.

It is shown that signals with high time resolution can be used in delay group estimation for this random variable medium.



1. INTRODUCTION

La caractérisation des systèmes de transmission linéaires, aléatoires et variables dans le temps a été étudiée par divers auteurs (1, 2, 3, 4). Dans le modèle de filtre aléatoire à paramètres variables, on définit la réponse impulsionnelle $H(t, \xi)$ qui est la réponse du système, observée à la date t , à une impulsion émise ξ secondes avant t . On appelle fonction de transfert du filtre $h(t, \nu)$ la transformée de Fourier de $H(t, \xi)$ sur la variable ξ . L'étude du système se ramène alors à une analyse des propriétés statistiques de $h(t, \nu)$ ou de $H(t, \xi)$ ou de leur transformée de Fourier sur la variable t . Cette étude statistique, même limitée au second ordre, n'est simple que dans le cas des systèmes "stationnaires au sens large et non corrélés" dits WSSUS. Pour de tels milieux, on peut introduire la fonction de diffusion qui caractérise complètement le milieu au second ordre [5].

Pour étudier la propagation aléatoire en acoustique aérienne, on représente le milieu par un filtre aléatoire à paramètres variables. L'excitation du milieu par des ondes monochromatiques permet d'accéder simplement aux parties réelle et imaginaire de la fonction de transfert pour différentes fréquences. Les résultats obtenus montrent que le moment centré du second ordre de $h(t, \nu_0)$ dépend de ν_0 fréquence d'excitation. Le milieu aérien n'est donc pas WSSUS, on ne peut donc pas parler de fonction de diffusion au sens des systèmes aléatoires à paramètres variables.

Ceci nous conduit à envisager un autre modèle décrivant de façon plus exacte un milieu composé d'un grand nombre de particules réverbérantes qui retardent le signal et le compriment (ou le dilatent). C'est le modèle réverbérant proposé par G. JOURDAIN [4] comme généralisation du modèle discret de FAURE [6]. L'action du milieu sur un signal $S(t)$ est décrite par une fonction aléatoire $G(\lambda, \xi)$ interprétée comme quantité de signal affecté d'un retard ξ et d'une compression ou dilatation λ . Le signal reçu après transmission dans le milieu s'écrit $W(t) = \int_{R^2} G(\lambda, \xi) S(\lambda t - \xi) d\lambda d\xi$

Au milieu réverbérant décrit par $G(\lambda, \xi)$ on peut faire correspondre un filtre aléatoire à paramètres variables de réponse impulsionnelle $H(t, \xi) = \int_{m, p} G(\lambda, \lambda t - t + \xi) d\lambda$. Nous verrons que l'étude des propriétés statistiques de la fonction de transfert permet d'atteindre celles

de $G(\lambda, \xi)$ et ainsi de conclure sur la validité de l'utilisation du modèle réverbérant dans le cas du milieu aérien. L'emploi de ce modèle permet d'introduire une nouvelle fonction de diffusion qui caractérise le comportement statistique du milieu au second ordre.

Cependant d'autres paramètres peuvent être fort utiles pour caractériser la propagation acoustique en milieu aérien. Nous nous sommes intéressés notamment aux fluctuations de la vitesse de propagation dans le milieu. Pour cela on utilise des signaux brefs traités soit par leur filtre adapté, soit par intercorrélacion entre le signal reçu et une copie décalée de l'émission. Les résultats obtenus montrent qu'il est nécessaire d'utiliser des signaux plus performants pour ce type d'étude afin d'améliorer l'estimation de la date d'arrivée du signal.

2. ETUDE STATISTIQUE DE LA FONCTION DE TRANSFERT

L'excitation du milieu aérien par des ondes sonores monochromatiques de puissance constante permet d'accéder à la fonction de transfert. En effet, soit

$$S(t) = A_0 \cos(2\pi\nu_0 t + \varphi) \quad P_\varphi(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \prod_{-\pi}^{\pi}(\varphi)$$

la signal émis ; le signal reçu après propagation dans le milieu s'écrit

$$S_r(t) = A_0 |h(t, \nu_0)| \cos[2\pi\nu_0 t + \varphi + \theta(t, \nu_0)]$$

$|h(t, \nu_0)|$ et $\theta(t, \nu_0)$ étant le module et la phase de la fonction de transfert $h(t, \nu_0)$ du milieu pour la fréquence ν_0 émise. La composante basse fréquence du produit $S(t) S_r(t)$ est :

$$R(t, \nu_0) = \frac{A_0^2}{2} |h(t, \nu_0)| \cos \theta(t, \nu_0) = \frac{A_0^2}{2} \text{Re}\{h(t, \nu_0)\}$$

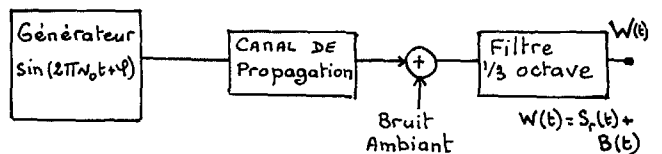
Soit $Q_s(t)$ le signal en quadrature de $S(t)$, la composante basse fréquence du produit $Q_s(t) S_r(t)$ est alors :

$$I(t, \nu_0) = \frac{A_0^2}{2} |h(t, \nu_0)| \sin \theta(t, \nu_0) = \frac{A_0^2}{2} \text{Im}\{h(t, \nu_0)\}$$

Il s'agit donc maintenant de réaliser l'étude statistique aux ordres 1 et 2 de ces grandeurs ainsi que de $|h(t, \nu_0)|$ et de $\theta(t, \nu_0)$

2.1. Analyse du Signal reçu

La méthode utilisée est illustrée par la figure suivante :



Le signal $W(t)$ obtenu après filtrage est le mélange de $S_r(t)$ et du bruit parasite $B(t)$ dû au bruit ambiant indépendant de $S_r(t)$ et centré. L'étude consiste à estimer la densité de probabilité de $W(t)$ à



l'aide d'un calculateur fonctionnant en sélecteur multicanaux. On notera $P_x(\theta)$ la densité de probabilité d'amplitude du signal X.

La précision d'estimation sur $P_w(x)$ est donné par [7]

$$\xi_x = \sqrt{\frac{1-P}{NP}}$$

N étant le nombre d'échantillons indépendants et $P = \Delta x \cdot P_w(x)$; $\Delta x =$ largeur de classe $W(t)$ étant la somme de deux fonctions aléatoires indépendantes, la quantité estimée est

$$P_w(x) = \int_A P_{S_r}(\theta) P_B(x-\theta) d\theta = P_{S_r}(x)$$

si $P_B(\theta)$ est à support suffisamment étroit par rapport à celui de $P_{S_r}(\theta)$, c'est-à-dire si $\frac{\sigma_B}{\sigma_S} \ll 1$ Ceci implique que la quantité estimée sera d'autant plus proche de la densité de probabilité de $S_r(t)$ que le rapport signal sur bruit η en sortie du filtre sera d'autant plus grand. Dans le cas où S_r et B sont centrés on a :

$$E\{W(t)\} = E\{S_r(t)\} + E\{B(t)\} = E\{S_r(t)\} = 0$$

et
$$E\{W^2(t)\} = \sigma_w^2 = \sigma_{S_r}^2 + \sigma_B^2 = \sigma_{S_r}^2 \left(1 + \frac{1}{\eta}\right)$$

Le biais d'estimation dû au bruit sera d'autant plus faible que η sera plus grand. Pratiquement nous avons opéré dans les conditions suivantes :

$\nu_0 = 1200$ Hz $\eta \approx 50$ donc $\frac{1}{\eta} \approx 0,02$. Le biais d'estimation sur $\sigma_{S_r}^2$ est de 2 % et de 1 % sur σ_{S_r}

En sélection d'amplitude, ± 5 V dans notre cas correspondent à 1024 canaux soit une largeur de classe $\Delta x = 9,8$ mV.

La précision d'estimation sur $P_w(x)$ est de 19 % au point x_0 tel que $P_w(x_0) = \frac{1}{2} P_w(0)$ le nombre d'échantillons indépendants étant $N = 8600$. Compte tenu de la précision d'estimation, le biais dû au bruit peut donc être négligé.

La courbe $\left[-\text{Log} \frac{P_w(x)}{P_w(0)}\right]^{1/2}$ tracée en fonction de x est constituée par deux droites symétriques par rapport à l'axe $x = 0$ sur l'intervalle $(-2\sigma_w, +2\sigma_w)$. Le signal $S_r(t)$ suit donc une loi de densité de probabilité d'amplitude gaussienne et centrée. Nous avons vérifié qu'il en est de même pour d'autres signaux reçus de fréquences différentes.

2.2. Etude au premier ordre de $\text{Re}\{h(t, \nu_0)\}$, $\text{Im}\{h(t, \nu_0)\}$, $|h(t, \nu_0)|$, $\theta(t, \nu_0)$

Ayant obtenu $R(t, \nu_0) = \frac{A_0}{2} \text{Re}\{h(t, \nu_0)\}$ et $I(t, \nu_0) = \frac{A_0}{2} \text{Im}\{h(t, \nu_0)\}$

par filtrage passe-bas des produits $S(t)$, $S_r(t)$ et $Q_s(t)$, $S_r(t)$, nous estimons leur densité de probabilité comme nous l'avons fait pour $S_r(t)$.

Les résultats obtenus montrent que ces deux signaux suivent la même loi de densité de

probabilité gaussienne centrée
$$P_R(x) = P_I(x) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}}$$

Compte tenu de ce résultat, on montre que $|h(t, \nu_0)|$ doit suivre une loi de Rayleigh et que $\theta(t, \nu_0)$ doit être équiparti [8]. L'obtention de $|h(t, \nu_0)|$ étant pratiquement peu commode, il vaut mieux estimer la densité de probabilité de

$|h(t, \nu_0)|^2$ qui doit être de type exponentiel [9].

$$P_{|h|^2}(y) = \frac{1}{2\sigma_0^2} e^{-\frac{y}{2\sigma_0^2}} U(y)$$

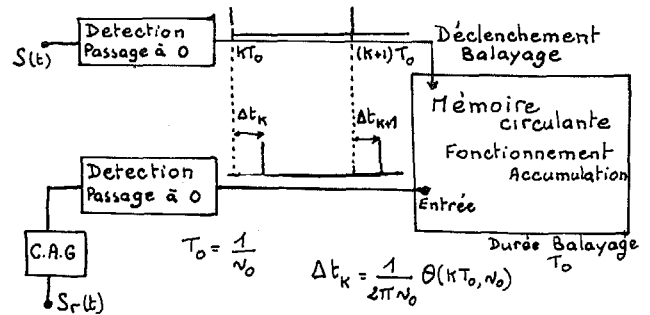
Ceci est confirmé par les résultats obtenus en effectuant une estimation de la densité de probabilité de

$$M^2(t, \nu_0) = R^2(t, \nu_0) + I^2(t, \nu_0) = \frac{A_0^2}{4} |h(t, \nu_0)|^2$$

obtenu par filtrage passe-bas de $S_r^2(t)$. La courbe obtenue en traçant $\text{Log} \frac{P_{M^2}(x)}{P_{M^2}(0)}$ en fonction de x est bien une droite sur l'intervalle $(0, 4\sigma_0^2)$.

Pour étudier $\theta(t, \nu_0)$, il nous faut mesurer à chaque période le déphasage entre $S(t)$ et $S_r(t)$ dont l'amplitude est régulée par un contrôleur automatique de gain. La mesure s'effectue par comparaison entre les instants de passage à zéro du signal $S(t) = A_0 \cos(2\pi\nu_0 t + \varphi)$ et du signal en sortie du CAG $S_r(t) = A_0 \cdot G \cdot \cos[2\pi\nu_0 t + \varphi + \theta(t, \nu_0)]$

L'estimation de la densité de probabilité de $\theta(t, \nu_0)$ est illustrée par la figure suivante :



Le contenu de la mémoire représente l'histogramme de répartition des Δt_k sur un intervalle $(0, T_0)$; il possède le caractère d'équipartition donc $\theta(t, \nu_0)$ est équiparti sur $(0, 2\pi)$

L'étude au premier ordre de la fonction de transfert du milieu aérien aboutit donc aux conclusions suivantes :

- $|h(t, \nu_0)|$ suit une loi de Rayleigh
- $\theta(t, \nu_0)$ est équiparti sur $(0, 2\pi)$
- les parties réelles et imaginaires de

$h(t, \nu_0)$ suivent le même loi de gauss centrée donc
$$E\{h(t, \nu_0)\} = 0$$

2.3. Etude statistique au second ordre de $\text{Re}\{h(t, \nu_0)\}$ et $\text{Im}\{h(t, \nu_0)\}$

Notre étude statistique au second ordre a porté sur $R(t, \nu_0)$ et $I(t, \nu_0)$ pour différentes valeurs de ν_0 . Pour avoir des résultats

comparables entre les différentes fréquences il a fallu émettre simultanément plusieurs signaux monochromatiques afin de s'intéresser à la même réalisation du milieu.

Pour ce type de traitement, nous sommes amenés à utiliser l'hypothèse d'ergodisme faible afin de pouvoir estimer les moments du second ordre avec un corrélateur. D'autre part, nous supposons le milieu localement stationnaire pendant la durée d'émission des signaux. Cette hypothèse est très vraisemblablement vérifiée à situation météorologique donnée ; il faut noter que n'étant pas maîtres des conditions météorologiques, il est impossible de tester la stationnarité au sens strict. Nous nous sommes limités à la mesure des conditions météorologiques qui nous ont permis de déterminer des intervalles de temps où elles sont constantes sur le site étudié.

Les résultats obtenus montrent que :

- Pour une même fréquence ν_0 $R(t, \nu_0)$ et $I(t, \nu_0)$ ne sont corrélés compte tenu de la précision d'estimation sur les mesures faites avec un corrélateur. De plus ce sont des signaux gaussiens, ils sont donc indépendants. Ceci permet également de conclure [8] sur l'indépendance au même instant entre $|h(t, \nu_0)|$ et $\theta(t, \nu_0)$

- Pour une même fréquence ν_0 les covariances de $R(t, \nu_0)$ et de $I(t, \nu_0)$ sont identiques compte tenu de la précision d'estimation de la mesure donnée par [10]

$$E_{R^2}(z) = \sqrt{\frac{1}{T}} \frac{[(R_x * R_x)_{00} + (R_x * R_x)_{zz}]^{1/2}}{R_x(z)}$$

T étant le temps d'intégration.

- La quantité $\Gamma_{R(t, \nu_0)}(z) = E\{R(t, \nu_0) R(t-z, \nu_0)\}$ dépend de ν_0 . Les propriétés du milieu ne sont donc pas stationnaires en fréquence. Le milieu aérien ne peut pas être considéré comme un filtre aléatoire à paramètres variables WSSUS pour lequel la covariance centrée de $R(t, \nu_0)$ ne dépend pas de ν_0

- Pour les différentes fréquences $\nu_i = 400 \text{ Hz}, 800 \text{ Hz}, 1200 \text{ Hz}, 1600 \text{ Hz}$ et 2000 Hz émises simultanément, on peut estimer que

$\Gamma_{R(t, \nu_i)}(z) = \Gamma_{R(t, \nu_i)}(0, \nu_i) e^{-\frac{|z|}{z_i}}$

Le rayon de corrélation z_i de $\Gamma_{R(t, \nu_i)}(z, \nu_i)$ dépend de la fréquence d'excitation ν_i . En effet, les courbes $\log \Gamma_{R(t, \nu_i)}(z, \nu_i)$ tracées en fonction de z sont des droites de pente différente, $\Gamma_{R(t, \nu_i)}(z, \nu_i)$ étant la covariance normée de $R(t, \nu_i)$. Dans ce cas, l'écart type de la précision d'estimation peut être évalué, on montre qu'elle s'exprime

$$\sigma_{R^2}(z) = \Gamma_{R(t, \nu_i)}(0, \nu_i) \sqrt{\frac{1}{T}} \cdot [z_i + (z_i + 2z) e^{-\frac{2|z|}{z_i}}]^{1/2}$$

pour $z > 0$.

- compte-tenu de la précision d'estimation sur $\Gamma_{R(t, \nu_i)}(z, \nu_i)$ et donc de celle sur l'estimation de z_i , la courbe $\log z_i$ tracée en fonction de $\log \nu_i$ peut être assimilée à une droite de pente négative donc $z_i \cdot \nu_i^p = \text{cte} = K$

la valeur des constantes p et K dépendant de la distance parcourue par le signal dans le milieu ainsi que des conditions atmosphériques. Dans le cas de la figure 1, on a trouvé $p \neq 1,8$ (figure 2).

Si l'on considère l'élargissement fréquentiel dû à la propagation dans le milieu aérien, on montre qu'il est lié au rayon de corrélation z_i de $\text{Re}\{h(t, \nu_i)\}$. En effet, la covariance du signal reçu est

$$S_r(z, \nu_i) = 2 \Gamma_R(z, \nu_i) \Gamma_S(z)$$

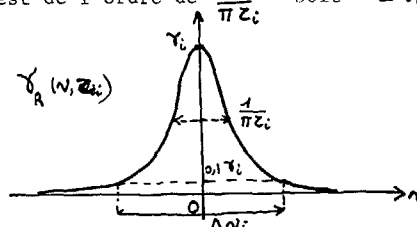
Ainsi l'élargissement fréquentiel de $S_r(t)$ par rapport à $S(z)$ correspond à l'épanouissement de la densité spectrale de $\text{Re}\{h(t, \nu_i)\}$

On a $\gamma_R(\nu, z_i) = \frac{\gamma_i}{1 + 4\pi^2 \nu^2 z_i^2}$

La largeur à mi-hauteur est égale à $\frac{1}{\pi z_i}$

On a $\gamma_R(\nu, z_i) < 0,1 \cdot \gamma_i$ pour $|\nu| > \frac{3}{2\pi z_i}$

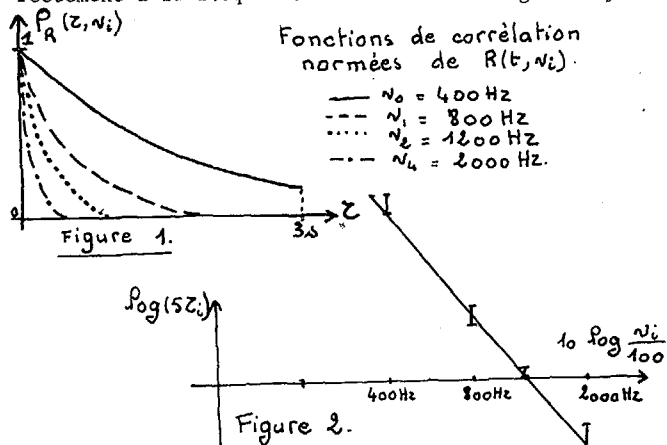
On peut donc considérer que l'épanouissement fréquentiel est de l'ordre de $\frac{3}{\pi z_i}$ soit $\Delta \nu_i \sim \frac{1}{z_i}$



Dans le cas de la figure (1), pour un signal émis de fréquence $\nu_0 = 400 \text{ Hz}$ on a $z_0 \sim 1,8 \text{ s}$ on aura donc $\Delta \nu_0 \sim 0,5 \text{ Hz}$, alors que pour $\nu_k = 2000 \text{ Hz}$ on a $z_k = 0,1 \text{ s}$ soit $\Delta \nu_k = 10 \text{ Hz}$.

Comme $z_i \cdot \nu_i^p = K$ on a donc $\Delta \nu_i = \frac{\nu_i^p}{K}$

l'élargissement fréquentiel dû à la propagation est donc proportionnel à la fréquence d'excitation. Il faut noter qu'une mesure de $\theta(t, \nu_i)$ permet d'accéder directement à la fréquence instantanée du signal reçu.





L'étude des propriétés statistiques de la fonction de transfert du milieu, permet une caractérisation capable de trier parmi les modèles existants celui qui correspond le mieux à notre cas. Le fait d'avoir montré que $E\{h(t, \nu)\} = 0$ et que $E\{h(t, \nu_i) h^*(t-z, \nu_i)\} = 2 \Gamma_R(z, \nu_i) = 2 \Gamma_R(0, \nu_i) e^{-\frac{|z|}{\xi_i}}$ avec $\xi_i \cdot \nu_i^p = K$ conduit actuellement à l'emploi du modèle réverbérant.

2.4. Application du Modèle Réverbérant au cas du milieu aérien.

Un milieu réverbérant est caractérisé [4] par la fonction aléatoire $G(\lambda, \xi)$ telle que si $S(t)$ est le signal émis, le signal transmis sera $W(t) = \int_{\mathbb{R}^2} S(\lambda t - \xi) G(\lambda, \xi) d\lambda d\xi$. La condition de réalisation physique d'un tel milieu se traduit par $G(\lambda, \xi)$ réel, nul pour $\xi < 0$. Il existe un filtre aléatoire à paramètres variables équivalent au milieu réverbérant, la fonction de transfert de ce filtre se déduisant de $G(\lambda, \xi)$ par :

$$h(t, \nu) = \int_{\mathbb{R}^2} G(\lambda, \lambda t - t + \xi) e^{-2i\pi \nu \xi} d\lambda d\xi$$

sous réserve que $G(\lambda, \xi)$ possède une transformée de Fourier en moyenne quadratique. Un milieu réverbérant centré est dit WSSUS si

$$E\{G(\lambda, \xi) G(\lambda', \xi')\} = sc(\lambda, \xi) \delta(\lambda - \lambda') \delta(\xi - \xi') \quad (1)$$

$sc(\lambda, \xi)$ étant la fonction de diffusion telle que $sc(\lambda, \xi) = E\{G^2(\lambda, \xi)\}$ qui est une quantité réelle positive ou nulle, nulle pour $\xi < 0$

De la relation (1), on déduit les propriétés de la fonction de transfert d'un milieu réverbérant centré et WSSUS. $E\{h(t, \nu)\} = 0$

$$(2) \quad E\{h(t, \nu_0) h^*(t', \nu_0)\} = \int_{\mathbb{R}^2} sc(\lambda + 1, \beta) e^{-2i\pi \nu_0 \lambda (t-t')} d\lambda d\beta$$

Les résultats expérimentaux montrent que

$$E\{h(t, \nu_i) h^*(t', \nu_i)\} \quad \text{est une quantité réelle.}$$

$$\text{Il s'ensuit } \int_{\mathbb{R}^2} sc(\lambda + 1, \beta) \sin 2\pi \lambda \nu_i z d\lambda d\beta = 0$$

avec $z = t - t'$ c'est-à-dire $sc(\lambda + 1, \beta)$ paire en fonction de λ , $\forall \beta \in \mathbb{R}$ soit encore $sc(\lambda, \beta)$ symétrique par rapport au plan $\lambda = 1$ perpendiculaire au plan (λ, β) .

De plus

$$E\{h(t, \nu_i) h^*(t-z, \nu_i)\} = 2 \Gamma_R(0, \nu_i) e^{-\frac{|z|}{\xi_i}}$$

d'après la relation (2) et en posant $\alpha(\nu_i) = 2 \Gamma_R(0, \nu_i)$

il vient :

$$\int_{\mathbb{R}^2} d\lambda \int_0^{+\infty} sc(\lambda + 1, \beta) \cos 2\pi \nu_i \lambda z d\beta = \alpha(\nu_i) e^{-\frac{|z|}{\xi_i}}$$

c'est-à-dire

$$\int_0^{+\infty} sc(\lambda, \beta) d\beta = \frac{2 \alpha(\nu_i) \xi_i \nu_i}{1 + 4\pi^2 (\lambda - 1)^2 \xi_i^2 \nu_i^2} \quad (3)$$

Or la fonction de diffusion a été définie par

$sc(\lambda, \xi) = E\{G^2(\lambda, \xi)\}$ supposée indépendante de la fréquence d'excitation. La relation (3) indique qu'il faudrait faire intervenir une dépendance de $G(\lambda, \xi)$ en fonction de la fréquence d'excitation qui traduirait le fait que l'action de chaque élément réverbérant n'est pas identique quelles que soient les composantes spectrales du signal sur lequel agit l'élément. Compte-tenu du résultat $\xi_i \nu_i^p = K$ la relation (3) devient :

$$\int_0^{+\infty} sc(\lambda, \beta) d\beta = \frac{2 \alpha(\nu_i) \nu_i^{1-p} K}{1 + 4\pi^2 (\lambda - 1)^2 K^2 \nu_i^{2(1-p)}} \quad (4)$$

Il apparaît donc utile de caractériser le milieu par une fonction $G(\lambda, \xi, \nu)$ qui posséderait les propriétés suivantes :

$$E\{G(\lambda, \xi, \nu)\} = 0 \quad G(\lambda, \xi, \nu) \text{ réelle, nulle pour } \xi < 0$$

$$E\{G(\lambda, \xi, \nu_i) G(\lambda', \xi', \nu_i)\} = F(\lambda, \xi, \nu_i) \delta(\lambda - \lambda') \delta(\xi - \xi')$$

$F(\lambda, \xi, \nu)$ étant réelle, positive ou nulle, nulle pour $\xi < 0$ et symétrique par rapport à la valeur $\lambda = 1$ et telle que

$$\int_0^{+\infty} F(\lambda, \xi, \nu_i) d\xi = \frac{2 \alpha(\nu_i) \nu_i^{1-p} K}{1 + 4\pi^2 (\lambda - 1)^2 K^2 \nu_i^{2(1-p)}}$$

L'étude de $E\{h(t, \nu) h^*(t', \nu')\}$ permettrait de caractériser le moment du second ordre $E\{G(\lambda, \xi, \nu) G(\lambda', \xi', \nu')\}$ en fonction de ν et ν'

On peut connaître $\alpha(\nu)$ en fonction de la fréquence d'excitation en étudiant les puissances reçues pour différentes fréquences ν , puisque $\alpha(\nu) = 2 \Gamma_R(0, \nu)$ est proportionnel à $\Gamma_{SR}(0, \nu)$

L'analyse des résultats obtenus sur les propriétés statistiques du signal reçu et de la fonction de transfert permet de choisir et le modifier le modèle le mieux adapté à l'étude de la propagation en milieu aérien. Cependant d'autres paramètres tels que la vitesse de propagation peuvent être utiles pour caractériser le milieu.

3. ETUDE STATISTIQUE DU TEMPS DE PROPAGATION

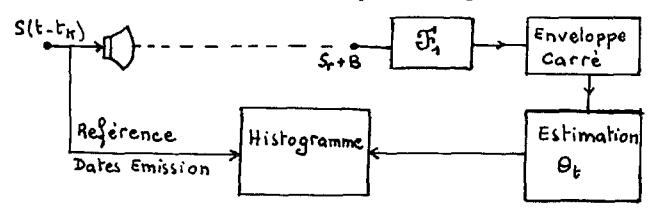
La description du canal de propagation aérien par un modèle de ligne à retard aléatoire consiste à écrire la relation suivante entre le signal émis et le signal reçu : $S_r(t) = A S(t - \theta)$ où A et θ sont des fonctions aléatoires du temps liées à la réalisation considérée du milieu. Nous avons tenté d'étudier les propriétés statistiques du retard avec divers types de signaux brefs.

3.1. Signaux traités par leur filtre adapté.

Le filtre adapté à un signal $S(t)$ d'énergie finie, perturbé par un bruit à densité spectrale constante dans la bande du signal a pour réponse impulsionnelle $H(t) = \int_{\mathbb{R}} S(t_0 - t) dt_0$, t_0 étant date à laquelle le rapport signal sur bruit en sortie du filtre adapté est maximum. La sortie du filtre adapté à $S(t)$ excité par $S(t)$ est $W(t) = (S * H)_t = \int_{\mathbb{R}} \Gamma_S(t - t_0) dt_0$ qui est maximum à la date t_0 .

Le procédé employé consiste à créer, à

l'aide d'impulsions très fines filtrées dans un filtre \mathcal{F}_1 les signaux S enregistrés sur bande magnétique. En réalisant la bande à l'envers, les signaux sont émis sous forme $S(t - t_K) = H_1(t_K - t)$ $H_1(t)$ étant la réponse impulsionnelle du filtre \mathcal{F}_1 et t_K étant les dates d'émission. Les signaux reçus sont traités par le filtre \mathcal{F}_1 qui représente une approximation du filtre adapté à S. Le dispositif de mesure est illustré par la figure suivante :



La précision d'estimation sur la date d'arrivée peut être exprimée avec l'écart type de l'estimation [11]

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2\pi \Delta \nu_s \sqrt{\rho}}$$

avec $\Delta \nu_s = \nu_0 \left[1 + \frac{B^2}{12 \nu_0^2} \right]^{1/2}$

ρ étant le rapport signal sur bruit en sortie du filtre \mathcal{F}_1 de largeur de Bande B autour de la fréquence centrale ν_0 . La figure (3) représente le résultat d'une estimation pour une durée d'observation de 30 minutes. L'épanouissement temporel de la date d'arrivée est de l'ordre de 30 ms pour un trajet de 1 Km de durée voisine de 3 secondes. Dans notre cas, pour un filtre d'octave 500 Hz, on peut estimer $\sigma_\theta = 160 \mu s$. Si on admet des fluctuations gaussiennes pour l'estimation de θ , la précision d'estimation introduit donc une incertitude inférieure à 1 ms ce qui correspond à 3 classes sur le sélecteur.

3.2. Estimation des temps de Propagation par signaux performants.

Calculons le quantité

$$\Gamma_{S_r S}(\tau) = \int_{-\tau}^{\tau} S_r(t) S(t-\tau) dt$$

avec T durée du signal émis S(t). Pour une réalisation à la date t_0 en supposant $\theta(t_0)$ localement stationnaire sur une durée $T_1 \gg T$ il vient :

$$\Gamma_{S_r S}(\tau) = \int_{t_0}^{t_0+T} A S(t-\theta_{t_0}) S(t-\tau) dt = A \Gamma_S(\tau - \theta_{t_0}) = A Z(\theta_{t_0})$$

Cette fonction possède un maximum, au point $\tau = \theta_{t_0}$ dont l'amplitude A dépend de la réalisation considérée.

En faisant une moyenne statistique sur $Z(\theta_{t_0})$ on obtient avec $p_\theta(\theta_{t_0}) = p_\theta(\theta)$

$$E\{Z(\theta_{t_0})\} = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_S(\tau - \theta_{t_0}) p_\theta(\theta_{t_0}) d\theta_{t_0} = (\Gamma_S * p_\theta)_\tau$$

où p_θ est la densité de probabilité de θ .

Ceci montre que des signaux performants permettent d'estimer la densité de proba-

bilité du retard θ à condition que celui-ci soit constant pendant la durée du signal.

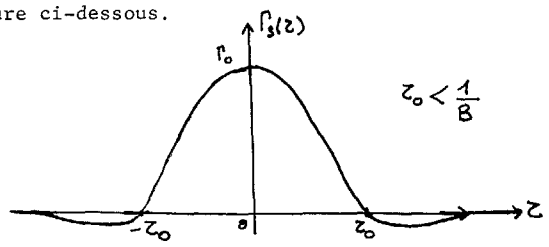
Deux problèmes pratiques surgissent pour réaliser une telle opération. Il faut tout d'abord déterminer l'intervalle de temps de stabilité T_{St} du milieu, temps pendant lequel θ_t peut être assimilé à une constante. T_{St} peut être déterminé à l'aide de la courbe $\Gamma_{Refl}(\tau)$ en définissant T_{St} par $\Gamma_R(\tau) \geq 0,9 \Gamma_R(0)$ pour $\tau \leq T_{St}$. On prendra un signal S(t) de durée inférieure à T_{St} . D'autre part, il faut choisir S(t) de façon à avoir $\Gamma_S(\tau)$ proche de l'élément neutre du produit de convolution afin d'estimer

$$E\{Z(\theta_{t_0})\} = (\Gamma_S * p_\theta)_\tau \sim \Gamma_0 p_\theta(\tau)$$

Pour obtenir ceci on peut utiliser un signal à modulation linéaire de fréquence ayant un grand produit BT et dont la fonction de corrélation possède le moins possible de lobes latéraux. Une étude à l'aide de la méthode de la phase stationnaire a montré que le signal

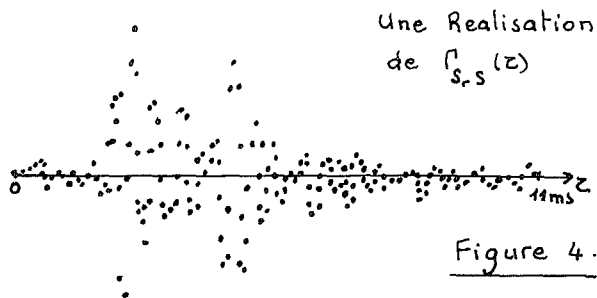
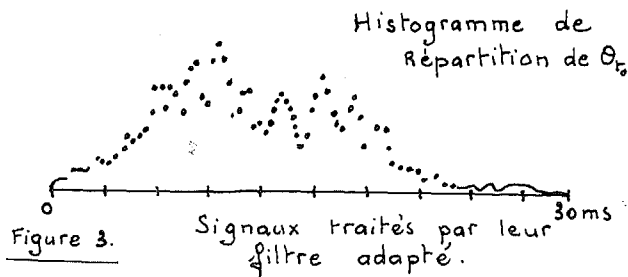
$$S(t) = \begin{cases} (\frac{1}{2} - \frac{t}{T}) \cos 2\pi(\nu_0 t + \frac{B}{2T} t^2) & \text{pour } |t| < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{pour } |t| > \frac{T}{2} \end{cases}$$

possède la fonction de corrélation représentée par la figure ci-dessous.



L'approximation précédente étant valable pour $BT \sim 100$, la valeur maximale pour T étant T_{St} il vient $B = \frac{100}{T_{St}}$. Avec T_{St} de l'ordre de 100 ms, il s'en suit B de l'ordre de 1000 Hz. La figure (4) représente une réalisation de $Z(\theta)$. Le résultat obtenu met en évidence plusieurs maximums secondaires qui pourraient être interprétés comme des trajets multiples. La présence de plusieurs maximums pour $\Gamma_{S_r S}(\tau)$ peut être expliquée par la dispersion due au milieu, dont l'effet sera d'autant plus sensible que la largeur de bande B du signal sera plus grande. Il semble donc utile de diminuer B afin d'éviter ce phénomène, ce qui aura pour conséquence de ne rendre plus valable les hypothèses faites sur $\Gamma_S(\tau)$.

Une étude du temps de propagation par détection directe de la date d'arrivée du signal montre que $\theta(t)$ paraît évoluer comme un processus à accroissements aléatoires qui pourrait être représenté par une fonction aléatoire de type Wiener-Lévy.



4. CONCLUSION

L'excitation harmonique du milieu aérien permet d'accéder commodément aux propriétés statistiques de la fonction de transfert. Cette description permet de choisir le modèle théorique le plus approprié au cas du canal aérien et de le modifier pour tenir compte de la dispersion. L'emploi de signaux performants permet d'accéder à l'histogramme des temps de propagation et à l'évolution temporelle de ceux-ci.

Remerciements

Cette étude est soutenue par la Direction Générale de la Recherche Scientifique et Technique que nous remercions pour son appui. Nous tenons à remercier également Mme G. JOURDAIN pour ses conseils.

BIBLIOGRAPHIE

- | | | | |
|-----------------|---|--|--|
| (1) L.A. ZADEH | Time-Varying Network Proc. IRE - Vol. 49 n° 10 1961 | (5) G. JOURDAIN | Sur la fonction de diffusion d'un système de transmission aléatoire. Acustica Vol. 27 n° 3 1972 |
| (2) T. KAILATH | Measurements on Time Variant Communications channels. Trans. IEEE IT. USA 1962 | (6) M.P. FAURE | Modèle statistique de la Réverbération. Colloque OTAN 1964 |
| (3) P.A. BELLO | Characterization of Randomly Time-Variant filters MIT. Res. Lab. Electro. Cambridge Mass. 1969 | (7) B. PICINBONO | Thèse de Docteur ès-Sciences Université d'Alger 1960 |
| (4) G. JOURDAIN | Caractérisation d'un milieu de transmission par un modèle de filtre aléatoire variable au cours du temps. Ann. Télécom. Tome 28 n° 9. 10 1973 | (8) B. LEVINE | Fondements de la Radiotechnique statistique. Ed. Moscou Tome I 1973 |
| | | (9) A. PAPOULIS | Probability Random Variables and Stochastic Processes Mac Graw Hill 1965 |
| | | (10) A. HELLION
B. ESCUDIE
J. MAX | Ann. Télécom. Tomme 26 n° 7 - 8. p. 253-258 1971 |
| | | (11) B. ESCUDIE
A. HELLION
J. LARCHEUR | Moyens Pratiques d'étude d'un milieu de Propagation aléatoire. Cas du canal acoustique aérien. A paraître Ann. Télécom. Juillet 1975. Réunion CNFRS - Issy les Moulineaux Février 1975 |