



# COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 21 JUIN 75

Démodulation multidifférentielle d'une porteuse modulée  
par déplacement de phase à quatre états.

J.C. IMBEAUX

D. LOMBARD

CENTRE NATIONAL D'ETUDES DES TELECOMMUNICATIONS  
38 - 40 rue du Général Leclerc - 92131 - ISSY LES MOULINEAUX

## RESUME

Les systèmes de transmission numérique utilisant la modulation par déplacement de phase effectuent une démodulation du signal, soit cohérente, soit différentielle.

La démodulation cohérente présente de bonnes performances vis à vis de l'influence du bruit et des brouilleurs. Par contre, la réalisation du démodulateur est complexe du fait de la nécessité de régénérer une porteuse en phase avec celle émise.

La démodulation différentielle est une solution techniquement plus simple, mais dont les performances sont moins bonnes.

La démodulation multidifférentielle est une généralisation de la démodulation différentielle. Elle consiste à comparer la phase du signal reçu à un instant, non seulement à celle du signal à l'instant précédent, mais également à celle du signal à d'autres instants antérieurs. On a ainsi un effet de mémoire numérique comparable à l'effet de mémoire analogique de l'ensemble de récupération de porteuse dans un démodulateur cohérent.

Les performances de la démodulation multidifférentielle en présence de bruit et de brouilleurs sont exposées. L'influence d'une amplification non linéaire du signal émis a été envisagée et simulée. L'intérêt de ce système de démodulation est que ses performances sont meilleures que celles de la démodulation différentielle, et que sa complexité est moins grande que celle de la démodulation cohérente.

## SUMMARY

In digital transmission systems using phase shift keying, demodulation can be either coherent or differential.

Coherent demodulation has good performance versus noise and interference. On the other hand, demodulator implementation needs rather sophisticated hardware for carrier recovery circuit.

Differential demodulation is an easier technical solution, but with poorer performance.

Multidifferential PSK demodulation is a generalisation of differential demodulation. Signal phase comparison is not only made with the preceding signal sample but also with other further preceding ones. This concept substitutes a kind of digital memory effect to the analog memory effect of the carrier recovery circuit of coherent demodulator.

Multidifferential PSK demodulation performance in the presence of noise and interference is presented. Non-linear amplification of the transmitted signal is also studied.

Multidifferential demodulation performs better performance than differential demodulation with a smaller complexity than coherent demodulation.

Démodulation multidifférentielle d'une porteuse modulée  
par déplacement de phase à quatre états.

I - INTRODUCTION

Pour effectuer une transmission numérique en modulation par déplacement de phase, on a le choix entre deux types de démodulation.

La démodulation cohérente permet d'obtenir un bon taux d'erreur, mais nécessite en contre-partie d'effectuer la récupération de la phase de la porteuse. La démodulation s'effectue en comparant la phase du signal reçu à la phase de référence donnée par la porteuse récupérée.

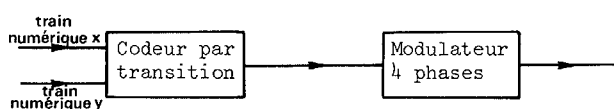
La démodulation différentielle offre des performances moins bonnes au point de vue du taux d'erreur, mais est de réalisation plus simple. Dans ce système on considère la différence de phase entre le signal reçu à un instant et le signal reçu à l'instant précédent.

Le principe de base de la démodulation multidifférentielle est de se placer dans un cas intermédiaire entre la démodulation cohérente où l'on utilise la référence de phase obtenue à partir d'un très grand nombre d'échantillons du signal et la démodulation différentielle où on utilise uniquement la phase de l'échantillon précédent. La démodulation multidifférentielle utilise l'information fournie par la phase d'un nombre donné d'échantillons antérieurs à celui que l'on démodule. On obtient ainsi des résultats meilleurs que ceux de la démodulation différentielle, tout en n'employant pas un système aussi complexe à réaliser que celui nécessaire à la démodulation cohérente.

II - PRINCIPE DE LA DEMODULATION MULTIDIFFERENTIELLE

II.1. Signal transmis.

Le schéma de la partie émission de la chaîne de transmission est le suivant :



Pour des raisons de réalisation pratique du démodulateur multidifférentiel le codage par transition est effectué non pas par rapport au symbole immédiatement précédent comme à l'ordinaire, mais par rapport au 4<sup>e</sup> symbole antérieur.

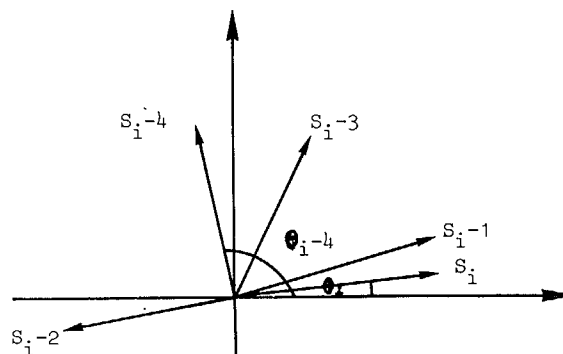
II.2. Représentation du signal reçu.

On considère le signal reçu échantillonné aux instants  $t_i, t_{i-1}, t_{i-2}, t_{i-3}, t_{i-4}$ , tels que

$$\begin{aligned} t_{i-1} &= t_i - T \\ t_{i-2} &= t_i - 2T \\ t_{i-3} &= t_i - 3T \\ t_{i-4} &= t_i - 4T \end{aligned}$$

T représente la durée d'un symbole.

On utilise la représentation de Fresnel des différents échantillons  $s_j$  obtenus, et on désigne par  $\theta_j$  la phase correspondant à  $s_j$ .



La démodulation différentielle du signal reçu s'effectue en considérant la différence de phase entre  $s_i$  et  $s_{i-4}$  car le codage par transition a été effectué par rapport au 4<sup>e</sup> symbole précédent.

Soit :  $\phi = \theta_i - \theta_{i-4}$

On obtient ensuite une estimation de  $\phi$ , notée  $\hat{\phi}$ , et le symbole démodulé selon la règle suivante :

		symbole démodulé
$-\frac{\pi}{4} \leq \phi < \frac{\pi}{4}$	$\hat{\phi} = 0$	00
$\frac{\pi}{4} \leq \phi < \frac{3\pi}{4}$	$\hat{\phi} = \frac{\pi}{2}$	10
$\frac{3\pi}{4} \leq \phi < \frac{5\pi}{4}$	$\hat{\phi} = \pi$	11
$\frac{5\pi}{4} \leq \phi < \frac{7\pi}{4}$	$\hat{\phi} = \frac{3\pi}{2}$	01

II.3. Démodulation multidifférentielle

On peut écrire :

$$\phi = \theta_i - \theta_{i-4}$$

$$\text{ou } \phi = (\theta_i - \theta_{i-2}) + (\theta_{i-2} - \theta_{i-4})$$

$$\text{ou } \phi = (\theta_i - \theta_{i-1}) + (\theta_{i-1} - \theta_{i-2}) + (\theta_{i-2} - \theta_{i-3}) + (\theta_{i-3} - \theta_{i-4})$$

En démodulation différentielle, seule la première égalité est utilisée.

En démodulation multidifférentielle on utilise les trois relations simultanément. Pour cela on considère trois démodulateurs qui fournissent respectivement les angles estimés :

$$\widehat{\theta_i - \theta_{i-4}}, \quad \widehat{\theta_i - \theta_{i-2}}, \quad \widehat{\theta_i - \theta_{i-1}}$$



Démodulation multidifférentielle d'une porteuse modulée  
par déplacement de phase à quatre états.

On obtient ainsi trois estimations de l'angle

$\Phi$  :

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_1 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-4}} \\ \hat{\Phi}_2 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-2}} + \widehat{\theta_{i-2} - \theta_{i-4}} \\ \hat{\Phi}_3 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-1}} + \widehat{\theta_{i-1} - \theta_{i-2}} + \widehat{\theta_{i-2} - \theta_{i-3}} \\ &\quad + \widehat{\theta_{i-3} - \theta_{i-4}} \end{aligned}$$

Chacune de ces estimations fournit un symbole de deux bits. D'où trois symboles  $X_1Y_1, X_2Y_2, X_3Y_3$ .

On prend alors une décision majoritaire sur les trois bits  $X_1, X_2, X_3$  d'une part et sur les trois bits  $Y_1, Y_2, Y_3$  d'autre part.

Au point de vue de la réalisation pratique, c'est cet algorithme qui a été utilisé. Les angles estimés sont en fait représentés par le symbole de deux bits qui leur est associé selon le code de Gray adopté.

Les additions des angles estimés se traduisent par des opérations logiques sur les bits correspondants.

III - DIFFERENTS ALGORITHMES POSSIBLES -

On se limite à considérer les quatre échantillons antérieurs à celui que l'on démodule.

III.1. Diverses expressions de  $\Phi$

L'angle  $\Phi$  peut s'exprimer de diverses façons conduisant à des algorithmes différents. On peut citer par exemple.

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_1 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-4}} \\ \hat{\Phi}_2 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-2}} + \widehat{\theta_{i-2} - \theta_{i-4}} \\ \hat{\Phi}_3 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-1}} + \widehat{\theta_{i-1} - \theta_{i-2}} + \widehat{\theta_{i-2} - \theta_{i-3}} + \widehat{\theta_{i-3} - \theta_{i-4}} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{algorithme} \\ \text{(A1) utilisé} \\ \text{pour la} \\ \text{réalisation} \\ \text{pratique} \end{array}$$
  

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_1 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-4}} \\ \hat{\Phi}_2 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-1}} + \widehat{\theta_{i-1} - \theta_{i-4}} \\ \hat{\Phi}_3 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-3}} + \widehat{\theta_{i-3} - \theta_{i-4}} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{algorithme (A2)}$$
  

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_1 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-4}} \\ \hat{\Phi}_2 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-2}} + \widehat{\theta_{i-2} - \theta_{i-4}} \\ \hat{\Phi}_3 &= \widehat{\theta_i - \theta_{i-1}} + \widehat{\theta_{i-1} - \theta_{i-4}} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{algorithme (A3)}$$

Les programmes de simulation ont montré que les algorithmes ainsi constitués conduisent tous à peu près aux mêmes performances. L'algorithme (A3) a cependant été retenu pour tracer les courbes théoriques en raison des résultats légèrement meilleurs auxquels il conduit.

III.3. Algorithmes avec correction des décisions

Les algorithmes précédents peuvent être modifiés de façon à corriger les décisions que l'on suppose fausses.

Si l'on considère l'algorithme (A1), on constate qu'une erreur d'estimation sur  $\theta_i - \theta_{i-1}$  à l'instant  $t_i$  se répercutera sur l'estimation  $\hat{\Phi}_3$  aux

instants  $t_{i+1}, t_{i+2}, t_{i+3}$  et risque ainsi de provoquer 4 erreurs consécutives.

On peut pallier à cet inconvénient en modifiant l'algorithme selon la règle qui suit. Si à l'instant  $t_i$  on a :

$\hat{\Phi}_1 = \hat{\Phi}_2 \neq \hat{\Phi}_3$ , on décide  $\hat{\Phi}_1$ , et on corrige  $\theta_i - \theta_{i-1}$  en écrivant :

$$\left( \widehat{\theta_i - \theta_{i-1}} \right)_{\text{corrigé}} = \hat{\Phi}_1 - \widehat{\theta_{i-1} - \theta_{i-2}} - \widehat{\theta_{i-2} - \theta_{i-3}} - \widehat{\theta_{i-3} - \theta_{i-4}}$$

On peut corriger de façon analogue  $\theta_i - \theta_{i-2}$

Cette procédure n'apporte qu'une amélioration assez faible aux performances du démodulateur, car si dans certains cas la correction est utile et évite des erreurs, elle est néfaste dans d'autres cas et apporte des erreurs supplémentaires.

III.3. Algorithmes avec régions d'indécision

L'algorithme (A3) a été modifié afin de tenir compte d'un indécision possible sur les estimations des angles. Le raisonnement qui suit peut cependant être appliqué à tous les autres algorithmes possibles.

Au lieu de considérer des valeurs limites égales à  $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$ , on considère des plages angulaires autour de ces valeurs. Si un angle  $\theta_i - \theta_{i-j}$  se trouve dans une de ces plages de décision douteuse, on considère les deux valeurs possibles pour l'angle estimé, la valeur qu'aurait donnée la décision stricte étant considérée comme la plus probable.

On calcule ensuite les diverses valeurs estimées de  $\Phi$

- $\hat{\Phi}_1$  a 2 valeurs possibles.
- $\hat{\Phi}_2$  a 4 valeurs possibles.
- $\hat{\Phi}_3$  a 4 valeurs possibles.

On choisit parmi les 32 combinaisons possibles sur  $\hat{\Phi}_1, \hat{\Phi}_2, \hat{\Phi}_3$  celle qui conduit à une décision avec la meilleure majorité possible, tout en étant la plus probable.

IV - PROGRAMMES DE CALCUL ET RESULTATS

IV.1. Calcul théorique simplifié

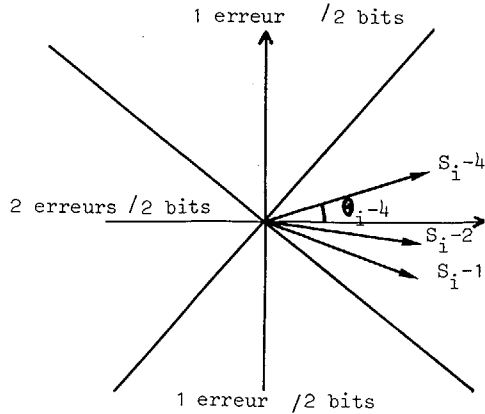
Pour effectuer un calcul théorique du taux d'erreur, on considère que l'on transmet une suite de 0, et on calcule la probabilité de décider 1 à la démodulation. Un calcul rigoureux n'est pas possible en démodulation multidifférentielle en raison de la complexité du problème. On peut cependant avoir une bonne approximation du résultat en considérant un modèle simplifié.

Dans l'algorithme (A1), à chaque instant d'échantillonnage, on commence par estimer trois angles :  $\theta_i - \theta_{i-1}, \theta_i - \theta_{i-2}$  et  $\theta_i - \theta_{i-4}$ . Après calcul de  $\hat{\Phi}_1, \hat{\Phi}_2$  et  $\hat{\Phi}_3$ , on prend une décision majoritaire sur les bits. Si l'on transmet une suite de 0, on a, en l'absence de perturbation :  $\theta_{i-4} = \theta_{i-2} = \theta_{i-1} = 0$ .



Démodulation multidifférentielle d'une porteuse modulée  
par déplacement de phase à quatre états.

En présence de bruit, la représentation de Fresnel est par exemple :



On a dans ce cas  $\theta_{i-1} < \theta_{i-2} < \theta_{i-4}$

Pour le modèle simplifié, on considère des régions de décision déterminées par celui des trois angles  $\theta_{i-4}$ ,  $\theta_{i-2}$ ,  $\theta_{i-1}$  qui est compris entre les deux autres et qui est ainsi le plus voisin de 0. Les angles sont définis sur l'intervalle  $(-\pi, +\pi)$ . Pour l'exemple envisagé, c'est  $\theta_{i-2}$  qui détermine les régions de décision. La démodulation s'effectue alors classiquement en cherchant dans quelle région se trouve  $\theta_i$ .

Ce modèle n'est qu'une approximation du modèle réel, et en particulier il ne tient pas compte des possibilités de propagation d'erreurs à la suite d'une décision incorrecte.

Si  $p(\theta)$  et  $F(\theta)$  désignent respectivement la loi de probabilité et la fonction de répartition de l'angle  $\theta$ , la loi de probabilité  $p_m(\theta)$  pour l'angle se trouvant entre les deux autres est :

$$p_m(\theta) = 6 \cdot p(\theta) \cdot F(\theta) \cdot (1 - F(\theta))$$

La probabilité d'erreur sur les bits vaut :

$$TEEB = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \left[ \operatorname{erfc} \frac{\sin(\frac{\pi}{4} + \theta)}{\sigma \sqrt{2}} + \operatorname{erfc} \frac{\sin(\frac{\pi}{4} - \theta)}{\sigma \sqrt{2}} \right] p_m(\theta) \cdot d\theta$$

Cette formule permet de prévoir les performances de la démodulation multidifférentielle. La courbe correspondante est représentée sur la figure 1.

#### IV.2. Programmes de simulation

Le calcul rigoureux du taux d'erreur en multidifférentiel n'étant pas possible du fait de sa complexité, des programmes de simulation ont été écrits pour les divers algorithmes envisagés. Les résultats présentés correspondent à l'algorithme (A3) avec des zones d'indécision de  $\pm 0,20$  radian, valeur qui s'est révélée optimale. Les autres algorithmes ont conduit à des résultats légèrement moins bons.

La figure 1 donne les courbes de taux d'erreur sur les bits en fonction du rapport  $E/N_0$  pour :

1. la démodulation cohérente.
2. la démodulation cohérente, avec codage par transition.
3. la démodulation multidifférentielle. Calcul théorique simplifié.
4. la démodulation multidifférentielle. Résultats de la simulation.
5. la démodulation différentielle.

#### IV.3. Influence d'un brouilleur

Afin d'étudier la dégradation apportée par un brouilleur constitué par un signal sinusoïdal non modulé, à la fréquence porteuse, les programmes de simulation ont été complétés.

Les figures 2 à 4 donnent les courbes de taux d'erreur en fonction du rapport  $E/N_0$  pour des rapports porteuse à brouilleur (C/I) respectivement égaux à 10, 15 et 20 dB.

Pour obtenir un taux d'erreur donné (généralement  $10^{-4}$  sert de référence) le rapport  $E/N_0$  doit être augmenté en présence de brouilleur. On constate que la dégradation apportée par le brouilleur est pour la démodulation multidifférentielle plus forte que pour la démodulation cohérente, mais moins forte que pour la démodulation différentielle.

#### IV.4. Influence de l'intermodulation intersymbole

Les chaînes de transmission utilisées comportent des filtres qui provoquent de l'intermodulation intersymbole. Il est donc intéressant d'étudier le comportement de la démodulation multidifférentielle à cette perturbation.

La figure 5 montre les taux d'erreur obtenus en démodulation différentielle et multidifférentielle, sans intermodulation intersymbole, et avec intermodulation intersymbole pour un filtre de Butterworth à 8 pôles de 32 MHz de bande équivalente de bruit et une fréquence de modulation de 30 Mbaud.

La dégradation apportée est plus faible avec la démodulation multidifférentielle qu'avec la démodulation différentielle.

#### IV.5. Influence d'une non-linéarité

Les chaînes de transmission comportent fréquemment des amplificateurs non linéaires.

L'effet d'une non-linéarité a été étudié en utilisant les programmes de simulation. On constate que cet effet est négligeable aussi bien en démodulation différentielle que multidifférentielle.



Démodulation multidifférentielle d'une porteuse modulée  
par déplacement de phase à quatre états.

V - CONCLUSION

On a présenté un système de démodulation qui offre des performances meilleures que la démodulation différentielle, tout en étant moins difficile à réaliser que la démodulation cohérente.

Les calculs par simulation ont montré les performances que l'on peut attendre de cette démodulation. En particulier ce système est moins sensible que la démodulation différentielle à l'influence d'un brouilleur ou à l'influence de l'intermodulation intersymbole .

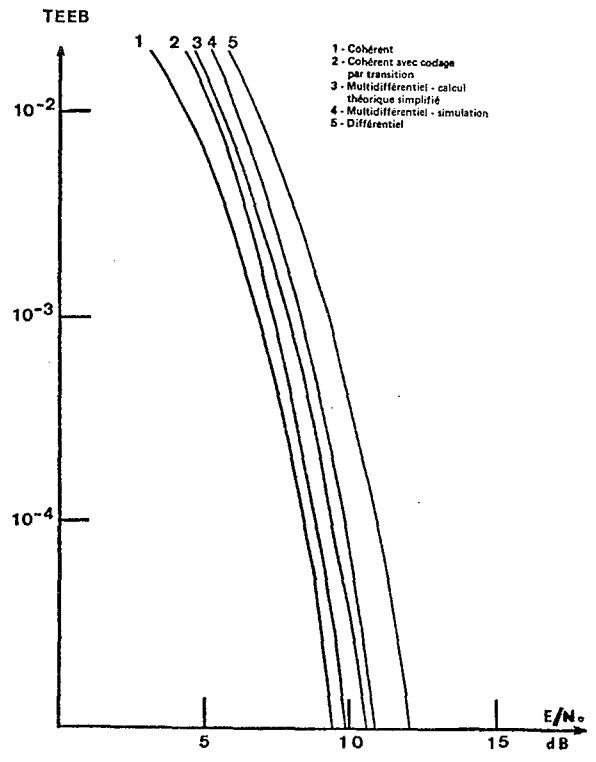


Fig. 1



Démodulation multidifférentielle d'une porteuse modulée  
par déplacement de phase à quatre états.

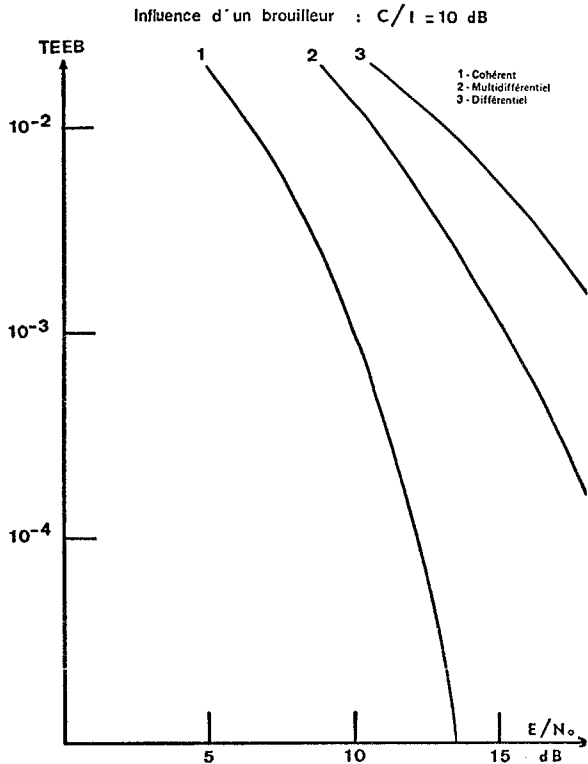


Fig. 2

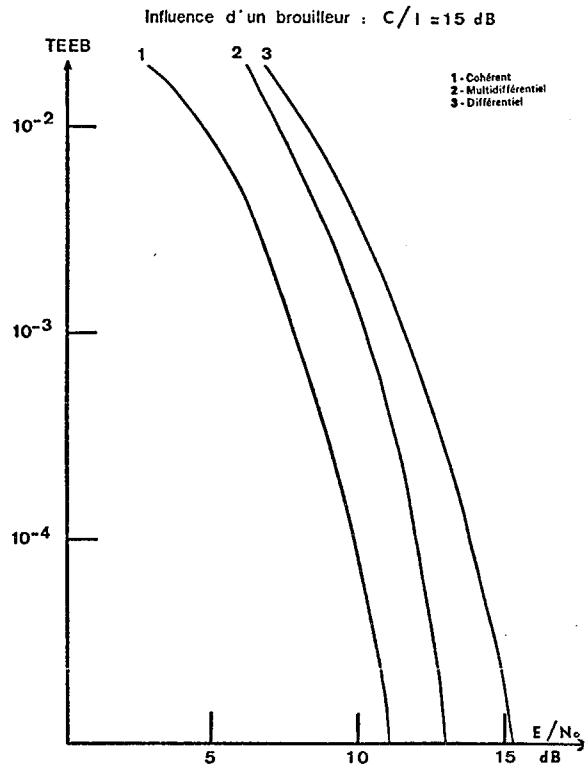


Fig. 3

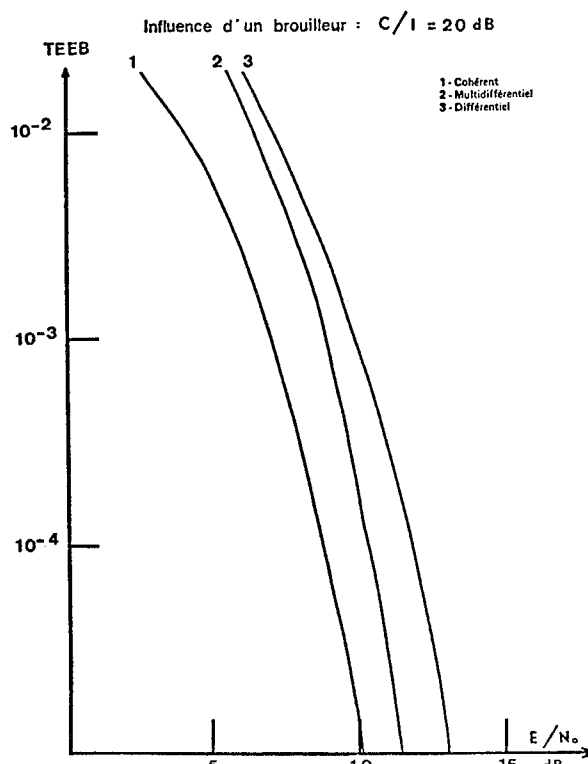


Fig. 4

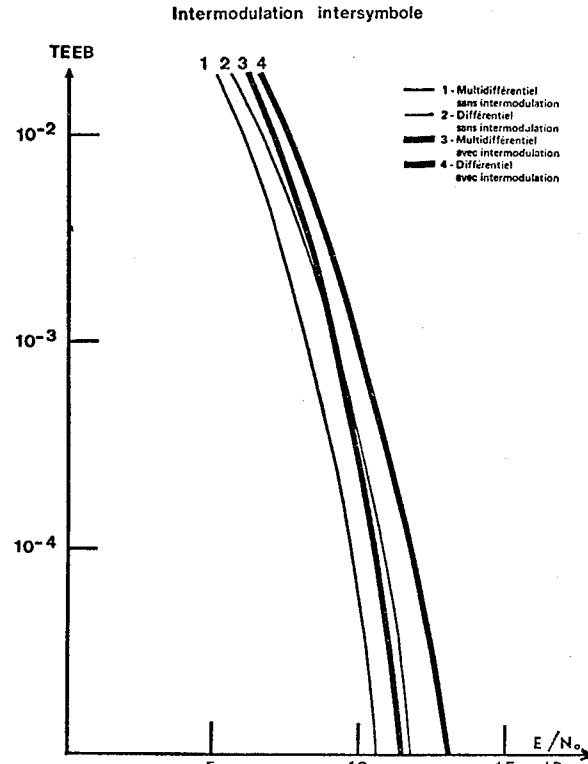


Fig. 5