

# NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 20 MAI 1983

---

## ESTIMATIONS ADAPTATIVES SIMULTANÉES D'UN FILTRE ET DE SON INVERSE

W. KOFMAN - A. SILVENT (1)  
(1) Attaché aux Services Techniques des Armées

C.E.P.H.A.G. (Laboratoire Associé au CNRS 346), B.P. 46, 38402 Saint-Martin-d'Hères. Tél. (76) 44.82.45

---

### RESUME

Le problème traité est celui de la compensation des effets sur un signal d'une transformation linéaire dont l'entrée et la sortie sont directement accessibles. Cette compensation consiste en l'estimation de la réponse impulsionnelle de la transformation inverse et la convolution par celle-ci du signal d'entrée ou de sortie.

La solution proposée met en oeuvre une procédure adaptative du type "Least Mean Square" (L.M.S.) pour identifier le filtre direct et calculer simultanément son inverse.

Nous donnons des résultats de simulations appliquées à un canal de transmission à chemins multiples.

### SUMMARY

This paper describes the L.M.S. adaptative filter which compensates the effects of a linear filter on the signal. The adaptative filter estimates simultaneously the filter response and the response of the inverse filter. We show the computer simulations of this system applied to the multipaths transmission channel.



ESTIMATIONS ADAPTATIVES SIMULTANÉES  
D'UN FILTRE ET DE SON INVERSE

1) INTRODUCTION

La méthode adaptative d'estimation d'un signal par soustraction de bruit, utilisant l'algorithme du gradient L.M.S., proposée par B. WIDROW [1],[2], a fait l'objet de nombreuses applications : élimination de bruiteurs par formation adaptative du diagramme de directivité d'antenne, élimination de signaux parasites, d'échos sur lignes de transmission, etc... [3], [4].

Nous présentons ici une adaptation de la méthode L.M.S. pour son application à l'identification de l'inverse d'un filtre, ou de toute transformation linéaire, inconnu. Cela implique, dans certains cas, l'identification simultanée du filtre lui-même.

2) ESTIMATION DU FILTRE INVERSE

L'identification adaptative d'un filtre par la méthode L.M.S. est rappelée schématiquement par la figure 1 à laquelle sont associées les équations algorithmiques suivantes :

Le signal estimé à l'instant j est donné par l'équation de convolution :

$$Y_j = \underline{W}_j^T \cdot \underline{X}_j \quad (1)$$

où  $\underline{X}_j^T = [X_j, X_{j-1}, \dots, X_{j-N+1}]$  et  $\underline{W}_j^T = [W_1 \dots W_N]$

dont on déduit le signal d'erreur  $\mathcal{E}$  :

$$\mathcal{E}_j = Z_j - Y_j \quad (2)$$

Ce signal d'erreur est appliqué au calcul itératif des coefficients  $w_{i,j}$ , composantes du vecteur "poids"  $\underline{W}_j$  :

$$\underline{W}_{j+1} = \underline{W}_j + 2\mu \mathcal{E}_j \underline{X}_j \quad (3)$$

Sous certaines conditions appliquées au scalaire  $\mu$ , le filtre transversal défini par l'ensemble des coefficients  $\{w_{i,j}\} = \underline{W}_j$  converge vers la solution qui minimise l'erreur quadratique moyenne  $\mathcal{E}^2$ .

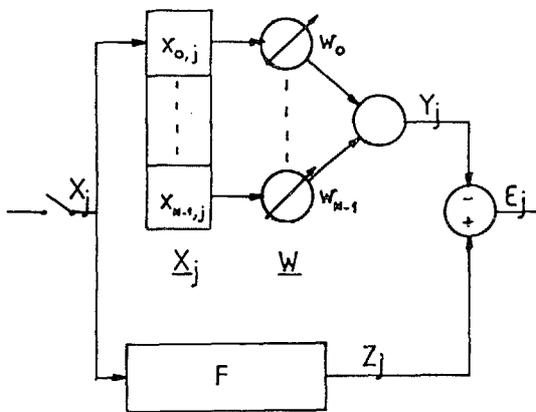


FIGURE 1

Pour la recherche de la transformation inverse, nous avons adopté la disposition schématisée par la figure 2, imposée par la nature du problème à traiter, où le filtre transversal de réponse impulsionnelle W est en série avec la transformation inconnue F.

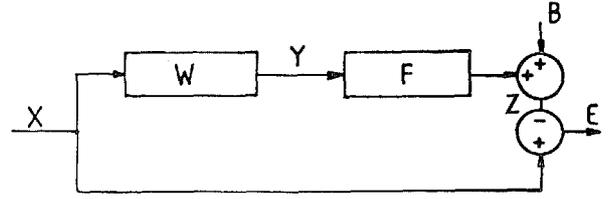


FIGURE 2

A l'instant j, nous observons :

$$Z_j = \underline{F}^T \underline{Y}_j \quad (4)$$

où  $\underline{Y}_j$  est donné par :

$$\underline{Y}_j = \underline{X}_j^T \cdot \underline{W}_j \quad \text{avec} \quad \underline{X}_j = [X_j, X_{j-1}, \dots, X_{j-K+1}] \quad (5)$$

L'erreur instantanée est :

$$\mathcal{E}_j = X_j - Z_j \quad (6)$$

soit :

$$\mathcal{E}_j = X_j - \underline{F}^T \underline{X}_j^T \underline{W}_j \quad (7)$$

Le gradient, par rapport à  $\underline{W}$ , de la puissance de l'erreur instantanée est :

$$\nabla_{\underline{W}} \{\mathcal{E}_j^2\} = -2\mathcal{E}_j \underline{Y}'_j \quad (8)$$

si l'on pose :

$$\underline{Y}'_j = \underline{X}_j \underline{F} \quad (9)$$

L'expression itérative de construction du vecteur W que nous proposons est dans ce cas :

$$\underline{W}_{j+1} = \underline{W}_j + 2\mu \mathcal{E}_j \underline{Y}'_j \quad (10)$$

Les expressions (9) et (10) impliquent la connaissance a priori ou l'estimation préalable de la transformation F. Nous avons adopté le schéma d'ensemble de la figure 3, dont les conditions d'existence des solutions sont détaillées en [5].

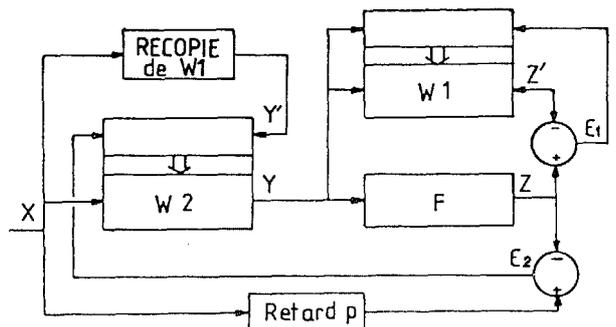


FIGURE 3

ESTIMATIONS ADAPTATIVES SIMULTANÉES  
D'UN FILTRE ET DE SON INVERSE

Les résultats de simulation montrent que, sous réserve de conditions de stabilité, ce dispositif converge simultanément vers F pour W1, vers F<sup>-1</sup> pour W2 (dans le cas où ce filtre existe sur un nombre fini de coefficients ; sinon, vers un filtre F<sup>-1</sup> tel que l'erreur quadratique moyenne soit minimale).

Dans le schéma de la figure 3, F représente la transformation inconnue. Le sous-ensemble "W1" est régi par des équations du type (1),(2),(3) :

$$Z'_j = W1_j^T \cdot Y_j$$

$$E1_j = Z_j - Z'_j ; \quad W1_{j+1} = W1_j + 2 \cdot \mu1 \cdot E1_j \cdot Y_j$$

Le sous-ensemble "W2" est régi par des équations du type (5),(6),(7) :

$$Y_j = X_j^T \cdot W2_j$$

$$E2_j = X_{j-p} - Z_j ; \quad W2_{j+1} = W2_j + 2 \cdot \mu2 \cdot E2_j \cdot Y_j$$

où Y<sub>j</sub>' est obtenu par convolution de l'entrée X par le filtre de réponse impulsionnelle W1, estimé du filtre F. (La seule condition initiale imposée est W2 ≠ 0).

Souvent, dans le problème traité, la solution du filtre inverse est non causale ou non entièrement causale (cas où le filtre F est un canal de transmission à trajets multiples). Le retard p introduit dans la voie de référence nous permet de trouver la réponse du filtre W2 égale à la réponse impulsionnelle du filtre inverse retardée de p ce qui, dans le cas où le filtre inverse est non causal, nous permet d'accéder à sa partie non causale.

Après convergence, si l'erreur E2 est nulle, les deux filtres "W2" et "F", placés en série, se comportent globalement, comme un filtre identité ou un filtre retard (cas idéal où F et F<sup>-1</sup> sont modélisables par un nombre fini de coefficients transversaux). Alors :

$$(W2 * F)_{(t)} = \delta(t - (p - m)) \quad (11)$$

avec m = retard de propagation

Si p = m, W2 est strictement le filtre inverse de F.

Remarque

Dans le schéma de la figure 4, les positions du filtre à identifier et de l'estimateur du filtre inverse ont été permutées.

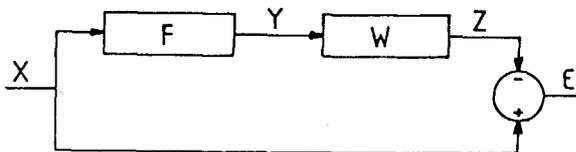


FIGURE 4

Les équations du système sont alors :

$$Z_j = W_j^T \cdot Y_j \quad (12)$$

$$Y_j = X_j^T \cdot F \quad (13)$$

$$E_j = X_j - W_j^T \cdot X_j \cdot F \quad (14)$$

L'estimée du gradient de la puissance de l'erreur est :

$$\nabla_W \{E_j^2\} = -2 E_j Y_j \quad (15)$$

Cette procédure, contrairement à la précédente, ne demande pas l'estimation du filtre F concurremment à celle du filtre inverse puisque le signal Y est observable. Elle est évidemment plus simple si l'on ne s'intéresse qu'à la recherche de F<sup>-1</sup> ; mais l'une ou l'autre des méthodes peut être imposées par les conditions d'expérience.

3) TEST DE LA METHODE PAR SIMULATION

Les tests présentés ont été réalisés sur ordinateur selon le schéma de la figure 3. La transformation inconnue est un modèle de canal de transmission à trajets multiples d'ordre 2 ou 3.

A l'entrée X du système, nous avons appliqué un bruit blanc ; la sortie du canal est perturbée par un bruit blanc additif B non corrélé au précédent (cf fig. 2).

Nous avons étudié l'erreur instantanée et l'erreur moyenne entre le signal X d'excitation et la quantité (Z-B) (erreur intrinsèque).

Les paramètres du système sont :

- μ1 et μ2 coefficients de réinjection de l'algorithme L.M.S. pour le sous-système W1 et le sous-système W2 respectivement.
- p : retard du terme de référence.
- N : dimensions des filtres transversaux.

Le choix du paramètre p n'est pas critique, l'unique condition étant que p soit supérieur au retard apporté par le canal de transmission [5]. En pratique, nous choisissons p pour que la réponse impulsionnelle W2, image des parties non-causale et causale du filtre inverse retardées de p, soit centrée dans les N points du filtre transverse "W2".

La figure 5 illustre le comportement du système, le filtre F étant un canal de transmission à deux trajets, de retards 10 et 15 échantillons et d'affaiblissement respectifs 1 et 2, pour un rapport X/B = Puissance X/ Puissance B de 14 dB. La figure 5a montre l'estimée de la réponse impulsionnelle du canal ; la figure 5b, l'estimée de son "inverse" au terme de 15 000 itérations. La figure 5c montre l'évolution de la puissance de l'erreur instantanée sur l'ensemble des itérations.



ESTIMATIONS ADAPTATIVES SIMULTANÉES  
D'UN FILTRE ET DE SON INVERSE

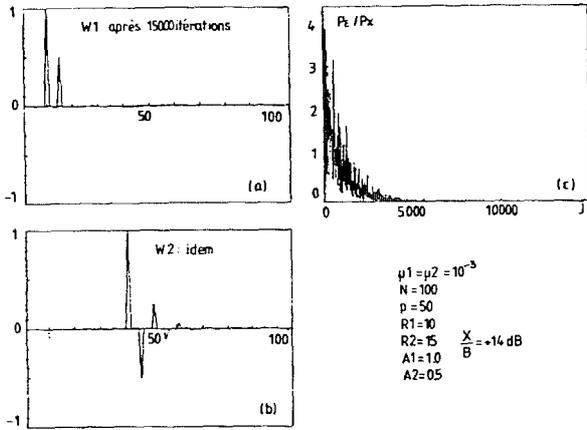


FIGURE 5

La figure 6 donne les résultats d'un test effectué dans les mêmes conditions, exception faite du rapport signal à bruit ;  $X/B = 0$  dB.

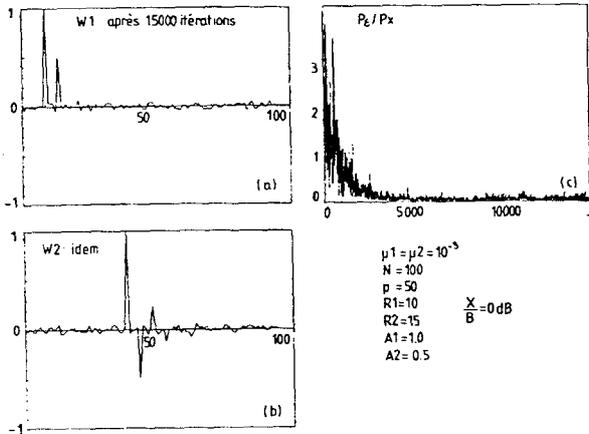


FIGURE 6

On voit que les estimations sont beaucoup plus bruitées et que l'erreur résiduelle reste relativement importante dans le deuxième cas (de l'ordre de 20 % de la puissance du signal X).

La figure 7 se situe dans le cadre d'un canal à trois trajets dont l'"inverse" possède une partie non causale.

Sur la figure 8, nous présentons les spectres, moyennés par fenêtre glissante de 10 échantillons, des signaux en différents points du système pour illustrer l'effet du canal et du filtre inverse en l'absence de bruit perturbateur. Il est à remarquer que les spectres du signal d'entrée et du signal de sortie avec compensation par le filtre inverse sont quasi-identiques.

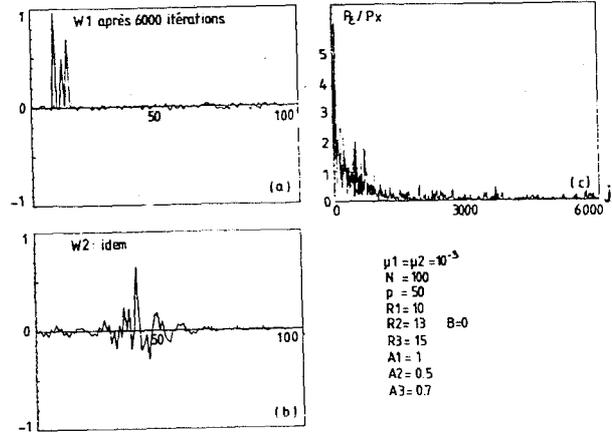


FIGURE 7

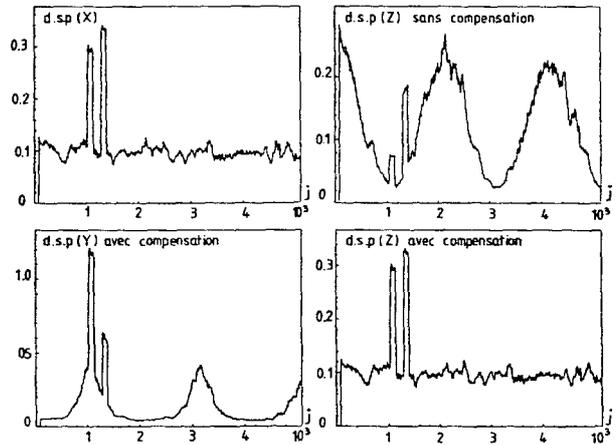


FIGURE 8

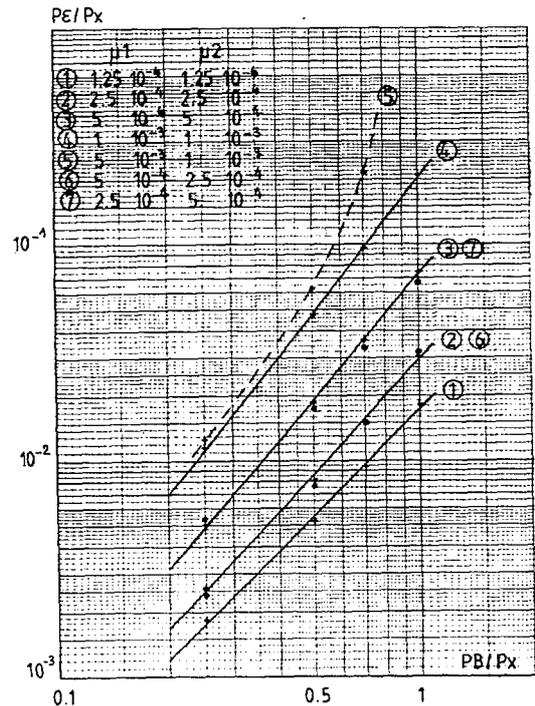


FIGURE 9

ESTIMATIONS ADAPTATIVES SIMULTANÉES  
D'UN FILTRE ET DE SON INVERSE

La figure 9 résume les performances du système étudié dans le cas de deux trajets. Nous avons estimé l'erreur moyenne en sortie  $\mathcal{E}2$ , en régime stationnaire (moyenne effectuée sur 1 000 points pour  $J > 4/\mu 2$ ), en fonction du rapport signal à bruit et pour différentes valeurs de  $\mu 1$  et de  $\mu 2$ . Cette erreur moyenne est proportionnelle au rapport signal à bruit et à  $\mu 2$ . Nous avons constaté une certaine insensibilité (dans les limites de stabilité du filtre) aux valeurs du paramètre  $\mu 1$ .

Ceci nous a conduit à la simulation d'un système simplifié dans lequel, au niveau du calcul des poids  $W1$  et  $W2$ , les grandeurs  $\mathcal{E}1$ ,  $\mathcal{E}2$ ,  $Y$ ,  $Y'$  ont été remplacées pour tout ou partie, par leurs signes. Les résultats les plus intéressants sont regroupés sur la figure 10 où l'on constate (10c) une dégradation encore très faible des performances lorsque  $\mathcal{E}1$ ,  $Y$  et  $Y'$  ont été remplacés par leur signe (cf [6]).

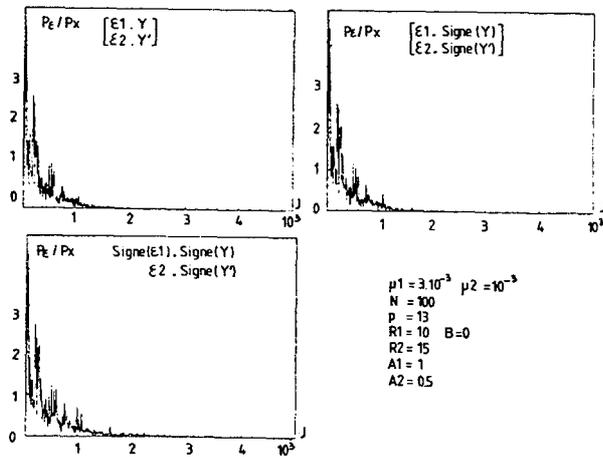


FIGURE 10

BIBLIOGRAPHIE

- [1] B. WIDROW and M. HOFF, Jr, "Adaptive Switching circuits", IRE WESCON, Conv. Rec., pt 4, pp. 96-104, 1960.
- [2] B. WIDROW et al "Stationary and Non Stationary Learning Characteristics of the L.M.S. Adaptive Filter", Proceedings of the IEEE, Vol. 64, n° 8, August 1976.
- [3] B. WIDROW et al "Adaptive Noise Cancelling Principles and Applications", Proceedings of the IEEE, Vol. 63, n° 12, December 1975.
- [4] M.M. SONDHI and D.A. BERKLEY "Silencing Echoes on the Telephone Network", Proceedings of the IEEE, Vol. 68, n° 8, August 1980.
- [5] W. KOFMAN, A. SILVENT "Utilisation de l'algorithme L.M.S. pour identifier simultanément un filtre et son inverse", Rapport CEPHAG n° 46/82.
- [6] T. SCHWARTZ and D. MALAH "Hybrid Realisation of an Adaptive Filter for real-time noise-cancelling Applications", Electronics Letters, Vol.15, n° 21, October 1979,

- 0 -

4) CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons testé par simulation le système adaptatif permettant la compensation de l'effet d'un canal de transmission.

Ce système se compose de deux parties : l'une est le filtre compensateur (filtre inverse) inséré en amont du canal, l'autre le filtre modélisant le canal (filtre direct).

Les simulations montrent que, malgré l'estimation simultanée du filtre et de son inverse, le système converge rapidement et est relativement insensible aux valeurs du coefficient de convergence de l'algorithme d'estimation du filtre direct. Nous avons constaté une dépendance quasi linéaire (dans la limite de stabilité du filtre) entre l'erreur d'estimation et le rapport signal à bruit, d'une part, et le paramètre  $\mu$  ( $\mu 1 = \mu 2$ ) d'autre part.

Les résultats que nous avons obtenus concernant les simplifications du système, c'est-à-dire l'utilisation de la fonction "signe" dans les boucles de l'algorithme, indiquent les voies possibles de construction d'appareils électroniques.

