

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 20 au 24 MAI 1985

DE L'ANALYSE SPATIALE CONTINUE A L'ANALYSE PARAMETRIQUE

Jacques MUNIER (*), G.Y. DELISLÉ (**)

CEPHAG-ENSIEG (Centre d'Etude des Phénomènes Aléatoires et Géophysiques) - Laboratoire associé au CNRS
Domaine Universitaire bp 46 - 38402 St-Martin-d'Hères (FRANCE)

RESUME

Les méthodes modernes d'analyse de champs de sources non-corrélées sont basées sur les propriétés de la matrice interspectrale observée à la sortie d'un réseau de capteurs.

Elles sont de deux sortes :

1/ les méthodes d'analyse continue utilisant l'inverse de la matrice interspectrale (CAPON, MEM-AR, BORGIOTTI-LAGUNAS, BIENVENU-MUSIC) ;

2/ les méthodes paramétriques qui utilisent les propriétés de ses éléments propres, en postulant l'existence d'un nombre limité de sources (LIGGETT, PISARENKO, MERMOZ).

On se propose de montrer que toutes les méthodes d'analyse continue peuvent être considérées comme dérivant d'un concept de base unique, à savoir : un filtre linéaire spatial adaptatif, semblable à un préformateur de voies, suivi par un estimateur de variance. Chacune d'entre elles se caractérise par un choix particulier du filtre et par l'application d'une certaine contrainte de normalisation.

On examine en outre leurs tendances asymptotiques observées lorsqu'on réduit la plus petite valeur propre et leurs propriétés de convergence vers les solutions paramétriques.

SUMMARY

Modern methods intended for analysing uncorrelated sources fields are based on the properties of the cross-spectral matrix observed at the outputs of a sensors receiving array.

They are of two kinds :

1/ continuous analysis methods using the inverse of the cross spectral matrix (CAPON, MEM-AR, BORGIOTTI-LAGUNAS, BIENVENU-MUSIC) ;

2/ parametric methods using the properties of its eigensystem, under the assumption of a limited number of sources (LIGGETT, PISARENKO, MERMOZ).

It is shown that all the continuous analysis methods can be considered as deriving from an unique basic concept, namely : an adaptive spatial linear filter, like a beamformer, followed by a variance estimator. Each of them is characterized by a particular choice of the filter and by the application of some normalization constraint.

Their asymptotic behaviour observed when decreasing the smaller eigenvalue and their convergence properties toward parametric solutions are also examined.

(*) CEPHAG (Lab. associé au CNRS),

(**) Dép^t Génie Electrique - Univ. LAVAL.QUEBEC.G1K7P4 (CANADA)



1 - L'ANALYSE AU SECOND ORDRE DE CHAMPS DE SOURCES NON-CORRELEES

Cette question a été abondamment traitée depuis une quinzaine d'années, soit dans le cadre de l'analyse spatiale [1,2], soit dans celui de l'analyse spectrale [3], où elle se pose sensiblement dans les mêmes termes. Il est bien connu que toutes les méthodes modernes d'analyse spatiale reposent sur l'estimation de la matrice interspectrale des signaux observés à la sortie d'un ensemble de K capteurs.

A une fréquence donnée et pour n sources non-corrélées en présence de bruit, cette matrice (qu'on supposera avoir estimée sans erreur appréciable) a pour expression [4] :

$$(1) \quad \Gamma_x = \sum_{p=1}^n \mu_p u_p u_p^+ + \Gamma_b, \quad (u_p^+ u_p = 1),$$

où μ_p est un scalaire réel positif proportionnel à la densité spectrale de la source p, u_p un vecteur de localisation unitaire et Γ_b la contribution du bruit additif.

Formellement, Γ_x est la matrice de covariance d'un vecteur x de dimension K s'écrivant :

$$(2) \quad \begin{cases} x = \sum_{p=1}^n \alpha_p u_p + b, \\ E\{\alpha_p\} = 0 \quad \forall p, \quad var\{\alpha_p\} = \mu_p, \quad E\{\alpha_p \alpha_q^*\} = \mu_p \delta_{pq} \\ E\{b\} = 0, \quad E\{b b^+\} = \Gamma_b. \end{cases}$$

Les vecteurs u_p (vecteurs-sources unitaires) appartiennent à un sous-ensemble $u(\varphi)$ de l'espace vectoriel E_K , paramétré par φ , constituant le modèle de propagation. L'exemple le plus classique est celui d'ondes incidentes planes, les capteurs étant identiques, alignés et équidistants :

$$(3) \quad \begin{cases} u(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{K}} [e^{ikr}]_{K \times 1}, \quad k \in [0, K-1], \\ \varphi = -2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta, \end{cases}$$

φ étant le déphasage de propagation entre capteurs, d leur espacement, θ l'azimut de la source par rapport à la normale au réseau et λ la longueur d'onde.

On sait que la matrice $(\Gamma_x - \Gamma_b)$ des signaux non-bruités est de rang n pour $n \leq K$ si et seulement si les n vecteurs u_p sont linéairement indépendants ; pour des vecteurs conformes au modèle (3), cette condition s'écrit :

$$(4) \quad -\pi < \varphi \leq \pi.$$

Les méthodes d'analyse au second ordre, dont le but est d'estimer les paramètres μ_p et φ_p des sources, peuvent se ranger en deux catégories :

1°/ les méthodes d'analyse continue, qui fournissent une représentation graphique $\hat{\mu}(\varphi)$ de la variance estimée, aucune hypothèse n'étant faite au départ sur le nombre de sources : maximum d'entropie (MEM) de BURG [5] ou méthode autoregressive (AR)[6], CAPON [7,8,9], BORGIOTTI-KAPLAN [10], LAGUNAS [11], goniomètre de BIENVENU [12,13], MUSIC [14,15] ;

2°/ les méthodes d'analyse purement paramétrique basées sur l'hypothèse d'un nombre de sources n inférieur à K et d'une matrice de bruit de la forme $\Gamma_b = \sigma^2 I$; les n vecteurs u_p (linéairement indépendants) engendrent alors un sous-espace de dimension n (le sous-espace source), auquel se trouve orthogonal le sous-espace engendré par les K-n vecteurs propres de Γ_x associés aux K-n valeurs propres les plus faibles.

Le principe est de rechercher soit les n vecteurs u_p appartenant à la fois au modèle $u(\varphi)$ et au sous-espace source, soit les vecteurs u_p conformes au modèle et dont la projection dans le sous-espace orthogonal est nulle [16,4,17,18,19,20].

On retiendra, pour la suite, la seconde solution qui s'exprime, dans le cas où le sous-espace orthogonal se réduit au dernier vecteur propre v_K , par :

$$(5) \quad u_p^+ v_K = 0, \quad \forall p \in [1, K-1].$$

Il est bien connu que les méthodes d'analyse continue ont une réponse angulaire, pour une source isolée, d'autant plus fine que le bruit est plus faible. En pratique, seules les K-1 sources les plus intenses peuvent être effectivement retenues comme telles ; doivent donc être incorporées au bruit celles qui sont en surnombre ; souvent, ces dernières constituent l'essentiel du bruit. Afin d'affiner la réponse angulaire, divers auteurs ont proposé de retrancher de Γ_x une certaine matrice de bruit [16,9,20,21,22,23]. En l'absence d'information sur le bruit, on peut retrancher une matrice $E \lambda_K I$ ($0 \leq E \leq 1$) ; lorsque E tend vers 1, la matrice Γ_x tend vers la singularité et l'analyse, de continue devient paramétrique.

On se propose d'examiner plus en détail cette tendance asymptotique, mais auparavant, les méthodes citées seront présentées comme dérivant d'un même principe de base, bien que les arguments qui leur ont donné naissance soient fort différents.

2 - PRINCIPE GENERAL DES METHODES D'ANALYSE CONTINUE. METHODES ADAPTATIVES

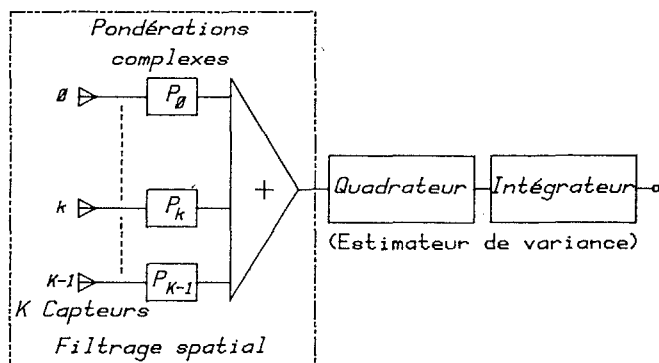
Ce principe est illustré par la figure 1. Le filtre linéaire spatial à K entrées et une sortie réa- lisé au moyen des pondérations complexes et du somma- teur effectuée le produit scalaire :

$$(6) \quad y = h_\varphi^+ x, \quad h_\varphi = a g_\varphi,$$

h_φ étant le conjugué du vecteur des pondérations dépendant du paramètre de localisation φ , défini à un facteur a près, à déterminer.

Le système quadratureur-intégrateur est censé four- nir la variance de y, soit :

$$(7) \quad \hat{\mu}_\varphi = var\{y\} = |a|^2 g_\varphi^+ \Gamma_x g_\varphi.$$



(Système à produit scalaire)

Fig.1- Schéma de base pour l'analyse spatiale au second ordre

Le filtre h_φ est "adapté" en un certain sens au vecteur u_φ correspondant à la direction de scrutation. Le but recherché est d'éliminer au mieux le bruit, ainsi que les vecteurs-sources non-colinéaires à u_φ ; l'information les concernant étant contenue dans l'observable x , il faut donc rendre le filtrage h_φ dépendant de x , ce qui est le propre des méthodes adaptatives.

Une solution connue consiste à appliquer le critère du filtre adapté [24,25], ce qui donne un vecteur de filtrage qui peut être mis sous la forme généralisée suivante :

$$(8) \quad g_\varphi = \Gamma_x^{-m} z \quad \left\{ \begin{array}{l} m \text{ entier } \geq 1 \\ z \text{ arbitraire} \end{array} \right.$$

En décomposant Γ_x^{-m} selon les éléments propres λ_i , v_i de Γ_x , soit :

$$(9) \quad \Gamma_x^{-m} = \sum_{i=1}^K \frac{1}{\lambda_i^m} v_i v_i^+ \quad , \quad (v_i^+ v_j = \delta_{ij})$$

on vérifie aisément que, si la dernière valeur propre λ_K devient très petite, alors le vecteur de filtrage g_φ défini par (8) tend à s'aligner sur le vecteur propre v_K , sous réserve que z ne soit pas orthogonal à v_K , et tend donc à devenir orthogonal aux vecteurs-sources.

Un tel filtrage adaptatif peut donc quasiment éliminer K-1 sources, à condition de réduire λ_K à une valeur très faible, en soustrayant de la matrice Γ_x estimée une matrice $\Gamma_\epsilon = \epsilon \lambda_K I$, ($\epsilon < 1$); on remarquera que cette opération, qui équivaut à éliminer presque totalement le bruit, n'altère pas les vecteurs propres mais que l'hypothèse concernant la structure de Γ_ϵ est risquée.

Une solution alternative qui procure une élimination complète est de prendre :

$$(10) \quad g_\varphi = v_K \quad .$$

Il reste à s'assurer qu'une source p se trouvant dans la direction de scrutation ($u_p = u_\varphi$) ne soit pas éliminée et que son intensité soit correctement estimée ; c'est le but de la normalisation.

3 - NORMALISATION SOUS CONTRAINTE

Le choix du facteur a permet d'appliquer une contrainte particulière [26,27,9,15,2] ayant pour but de "normaliser" en un certain sens le filtre h_φ .

Pour une source unique d'intensité μ_φ dans la direction de scrutation caractérisée par u_φ , en présence d'un "bruit blanc", on a d'après (1) et (7) :

$$(11) \quad \hat{\mu}_\varphi = |a|^2 (\mu_\varphi |u_\varphi^+ g_\varphi|^2 + \sigma^2 g_\varphi^+ g_\varphi) \quad .$$

Une première contrainte possible consiste à prendre :

$$(12) \quad a = |u_\varphi^+ g_\varphi|^{-1} \quad .$$

A noter que cette contrainte introduit une dépendance en φ et que le vecteur z du filtre adaptatif (8) peut donc être indépendant de φ . On réalise ainsi ce qu'on peut appeler un "filtre sélectif normalisé" qui donne :

$$(13) \quad \hat{\mu}_\varphi = \mu_\varphi + \alpha \sigma^2, \quad \alpha = \frac{g_\varphi^+ g_\varphi}{|u_\varphi^+ g_\varphi|^2} \quad .$$

L'estimateur restitue alors fidèlement l'intensité de la source, à un biais près dû au bruit, mais qui peut être rendu négligeable par la technique de soustraction,

sous réserve toutefois que le facteur α ne soit pas excessif. Cette normalisation supprime donc sélectivement (pour la source visée) l'effet d'élimination des filtres adaptatifs. On vérifie que l'élimination d'autres sources est maintenue.

Une deuxième contrainte possible est :

$$(14) \quad a = (g_\varphi^+ g_\varphi)^{-1/2} \quad ,$$

ce qui donne, dans les mêmes conditions :

$$(15) \quad \hat{\mu}_\varphi = \frac{\mu_\varphi}{\alpha} + \sigma^2 \quad .$$

On réalise, dans ce cas, un "filtre passe-tout normalisé" qui restitue exactement l'intensité du bruit, en l'absence de source dans la direction de scrutation et dans un certain voisinage.

Pour les filtres adaptatifs définis par (8), le facteur réel positif α s'écrit :

$$(16) \quad \alpha = \frac{z^+ \Gamma_x^{-2m} z}{|u_\varphi^+ \Gamma_x^{-m} z|^2}$$

Pour une source unique d'intensité μ_φ , le calcul donne :

$$(17) \quad \alpha = 1 + \frac{z^+ z - |u_\varphi^+ z|^2}{(1-\eta)^{2m} |u_\varphi^+ z|^2} \quad , \quad \eta = \frac{\mu_\varphi}{\mu_\varphi + \sigma^2} \quad .$$

Par l'inégalité de SCHWARZ, sous l'hypothèse d'un bruit non nul ($\eta < 1$), on trouve $\alpha \geq 1$, l'égalité étant obtenue pour :

$$(18) \quad z = \beta u_\varphi \quad (\beta : \text{scalaire arbitraire}).$$

Ce type de filtre adaptatif restitue la somme des intensités de la source visée et du bruit superposé :

$$(19) \quad \hat{\mu}_\varphi = \mu_\varphi + \sigma^2 \quad ,$$

ce qui peut être considéré comme un idéal, puisqu'il est impensable de pouvoir séparer source et bruit non-corrélés provenant de la même direction (sauf critères particuliers de classification). C'est aussi la solution offerte par la méthode paramétrique de PISARENKO, qui peut donc être considérée comme le cas limite des estimateurs adaptatifs définis par (8) et (18), puisque la position des sources est, de toute manière, définie par l'orthogonalité du vecteur propre v_K avec u_φ .

Les formules générales d'analyse pour les filtres adaptatifs définis par (8) normalisés sont les suivantes :

1ère contrainte	2ème contrainte
(20) $\hat{\mu}_\varphi = \frac{z^+ \Gamma_x^{-1-2m} z}{ u_\varphi^+ \Gamma_x^{-m} z ^2}$	$\hat{\mu}_\varphi = \frac{z^+ \Gamma_x^{-1-2m} z}{z^+ \Gamma_x^{-2m} z}$

4 - APPLICATION AUX METHODES D'ANALYSE CONNUES

Le schéma général commun à toutes les méthodes est donné par la figure 2. Elles se différencient par le choix du vecteur z , de l'exposant m et de la contrainte, comme l'indique le tableau (page suivante). On remarquera que la méthode BIENVENU-MUSIC correspond à la solution particulière (10), qui équivaut, avec la 1ère contrainte (12), à m entier (positif, négatif ou nul).

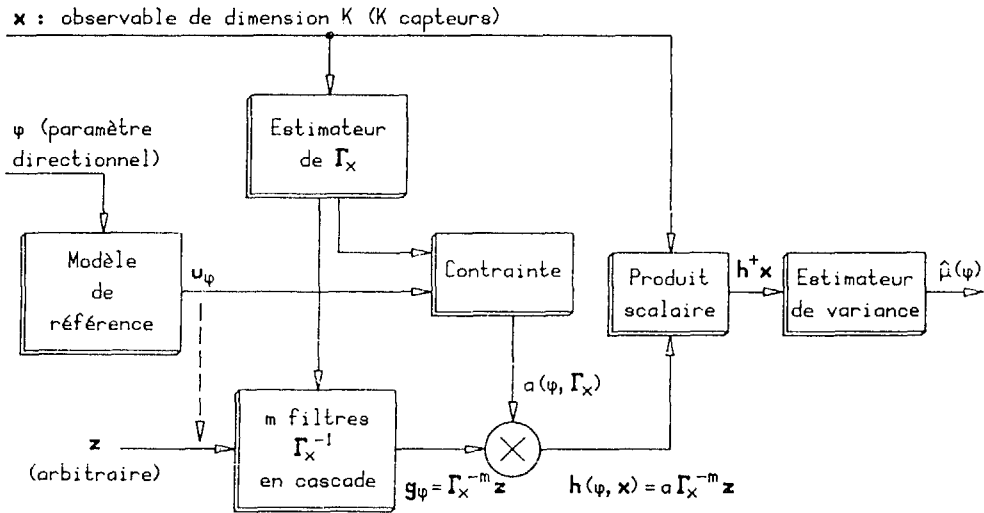


Fig.2- Schéma de principe des estimateurs adaptatifs pour l'analyse continue d'un champ de sources non-corrélées

z	m	contrainte	méthode	formule d'analyse
βu_ψ	0	1,2	non-adaptative (voie préformée)	$\hat{\mu}_\psi = u_\psi^\dagger \Gamma_x u_\psi$
βu_ψ	1	1	CAPON	$\hat{\mu}_\psi = \frac{1}{u_\psi^\dagger \Gamma_x^{-1} u_\psi}$
βu_ψ	1	2	BORGOTTI LAGUNAS	$\hat{\mu}_\psi = \frac{u_\psi^\dagger \Gamma_x^{-1} u_\psi}{u_\psi^\dagger \Gamma_x^{-2} u_\psi}$
$\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \\ - \\ - \\ \beta \end{bmatrix}$	1	1	MEM-AR	$\hat{\mu}_\psi = \frac{\mathbf{1}^\dagger \Gamma_x^{-1} \mathbf{1}}{ \mathbf{1}^\dagger \Gamma_x^{-1} \mathbf{1} ^2}$
$g_\psi = v_K$		1	BIENVENU MUSIC	$\hat{\mu}_\psi = \frac{\lambda_K}{ \mathbf{1}^\dagger v_K ^2}$

Le schéma de la figure 2 n'a qu'une valeur didactique car, en pratique, il suffit d'estimer la matrice Γ_x et ensuite appliquer l'une des formules du tableau.

Une illustration des réponses observées en fonction du paramètre ψ défini par (3) est donnée par la figure 3 : cas de deux sources principales en présence d'une trentaine de bruiteurs aléatoirement répartis entre les azimuts -90 et 90 degrés, observées au moyen de 12 capteurs associés en 3 groupements de 6, comme l'indique la figure 4. Avec une telle configuration, le déphasage entre groupements est borné à $[-\pi, \pi]$ à l'intérieur du champ angulaire délimité par les deux premiers zéros du diagramme de directivité d'un groupement.

Le rapport des puissances cumulées des deux sources à celles des bruiteurs est de -1,2 dB. Grâce au préfiltrage spatial [20,24,13,28], ce rapport est amélioré et le contraste entre les deux premières valeurs propres et la troisième est suffisant pour permettre la détection des deux sources. Toutefois, on constate des erreurs d'estimation angulaire dues à la structure de la matrice de bruit, non-conforme au modèle $\sigma^2 \mathbf{I}$.

Pour le même champ de sources et de bruiteurs, la figure 5 indique les résultats obtenus en traitant la matrice 12 x 12, donc sans préfiltrage spatial. Le contraste entre les deuxième et troisième valeurs propres s'est considérablement dégradé.

La figure 6 indique les tendances asymptotiques, dans les conditions de la figure 3, lorsqu'on réduit la troisième valeur propre. En ce qui concerne les estimations angulaires, tous les estimateurs convergent, comme prévu, vers la solution PISARENKO. Pour ce qui est des intensités des sources, ne sont asymptotiquement sans biais, pour une source unique, que les estimateurs définis par (18) : CAPON et BORGOTTI-LAGUNAS, pour lesquels le coefficient α (13)(16) vaut l'unité. Pour BIENVENU-MUSIC, ce coefficient vaut l'infini. Pour MEM-AR, on a :

$$(21) \quad \alpha = 1 + (K-1)(1+KR)^2$$

$R = \mu_\psi / (K\sigma^2)$ étant le rapport signal à bruit ; α tend vers l'infini avec R. Par contre, dans le cas de deux sources, on peut voir algébriquement que CAPON demeure asymptotiquement non-biaisé, mais que BORGOTTI-LAGUNAS est biaisé, les valeurs estimées étant sensiblement plus faibles que les vraies valeurs, comme on le constate sur la figure 6 ; cet effet est d'autant plus marqué que les sources sont de directions plus voisines.

Il apparaît que la 2ème contrainte (14) appliquée chez BORGOTTI-LAGUNAS restitue beaucoup mieux le niveau de bruit en dehors des sources et, corrélativement, améliore la sélectivité angulaire.

D'autre part, on peut voir d'après (20) que, pour les méthodes soumises à la 1ère contrainte (12) quels que soient β et u_ψ non-orthogonaux à v_K , on a :

$$(22) \quad \hat{\mu}_\psi \xrightarrow{\lambda_K \rightarrow 0} \frac{\lambda_K}{|\mathbf{1}^\dagger v_K|^2} ;$$

ce qui est la réponse de la méthode BIENVENU-MUSIC. Ceci se vérifie pour CAPON et MEM-AR, sauf au voisinage des sources (lorsque u_ψ tend à devenir orthogonal à v_K).

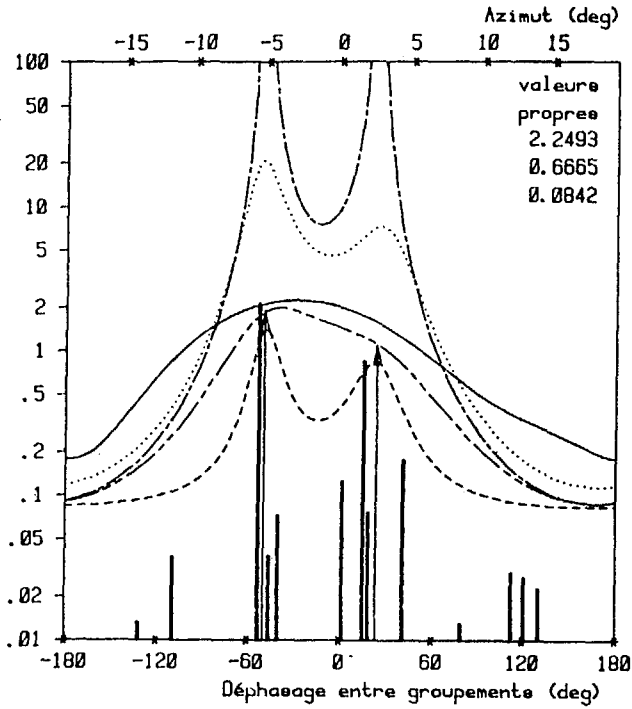


Fig. 3- Analyse angulaire : 2 sources + 30 bruiteurs ; 12 capteurs associés en 3 groupements de 6 (cf. Fig. 4)
 — Sources et directivités pondérées par le diagramme de directivité d'un groupement
 — Voie préformée — PISARENKO
 - - - CAPON - - - BORGIOTTI-LAGUNAS
 MEM-AR BIENVENU-MUSIC

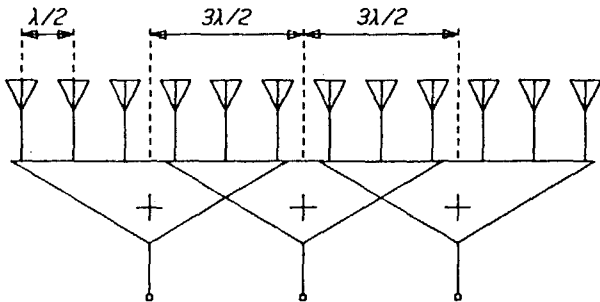


Fig. 4- 12 capteurs associés en 3 groupements de 6
 * 1er zéro du diagramme de directivité d'un groupement à l'azimut 19,47 deg.
 * déphasage entre groupements : 180 deg. pour l'azimut 19,47

CONCLUSION

Les diverses méthodes adaptatives connues d'analyse continue (CAPON, MEM-AR, BORGIOTTI-LAGUNAS, BIENVENU-MUSIC) procèdent toutes d'un même principe de base : filtrage spatial suivi d'un estimateur de variance, mais différent par le choix du vecteur de filtrage et d'une contrainte de normalisation. Pour ce qui est des estimations angulaires, toutes convergent vers la solution PISARENKO lorsqu'on fait tendre vers zéro la dernière valeur propre de la matrice interspectrale estimée. Par contre, pour ce qui est des intensités des sources, CAPON est asymptotiquement sans biais, BORGIOTTI-LAGUNAS ne l'est qu'approximativement, tandis que MEM-AR diverge et que BIENVENU-MUSIC donne systématiquement l'infini.

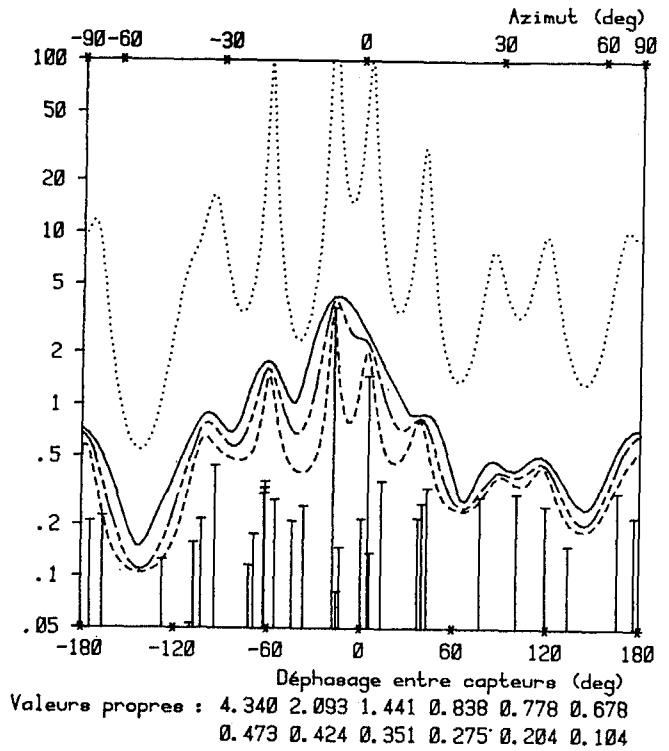


Fig. 5- Champ de sources et de bruiteurs inchangé ; 12 capteurs ; exploitation de la matrice 12*12
 — Sources et bruiteurs
 — Voie préformée - - - BORGIOTTI-LAGUNAS
 - - - CAPON MEM-AR

Il reste à comparer les sensibilités respectives aux distorsions de surfaces d'ondes par rapport au modèle adopté, une question que quelques rares auteurs ont abordée.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] W.F. GABRIEL. Spectral analysis and adaptive array superresolution techniques. Proc. IEEE, 68, June 1980, 654-666.
- [2] G. BIENVENU, L. KOPP. Méthodes haute résolution pour la localisation de sources rayonnantes. On-de Electr., 64, Juil. Août 1984, 28-37.
- [3] S.M. KAY, S.L. MARPLE. Spectrum analysis. A modern perspective. Proc. IEEE, 69, Nov. 1981, 1380-1419.
- [4] W.S. LIGGETT. Passive Sonar : fitting models to multiple time series. NATO ASI, LOUGHBOROUGH, 1972, 327-345.
- [5] J.P. BURG. A new analysis technique for time series data. NATO ASI, Enschede, 1968.
- [6] A. VAN den BOS. Alternative interpretation of maximum entropy spectral analysis. IEEE Trans., IT-17, July 1971, 493-494.
- [7] J. CAPON. High-resolution frequency wave-number spectrum analysis. Proc. IEEE, 57, Aug. 1969, 1408-1418.
- [8] R.T. LACOSS. Data adaptive spectral analysis methods. Geophysics, 36, Aug. 1971, 661-675.
- [9] G. BIENVENU. Underwater passive detection and spatial coherence testing. J. Acoust. Soc. Amer., 65, Feb. 1979, 425-437.
- [10] G.V. BORGIOTTI, L.J. KAPLAN. Superresolution of uncorrelated interference sources by using adaptive array techniques. IEEE Trans., AP-27, Nov. 1979, 842-845.

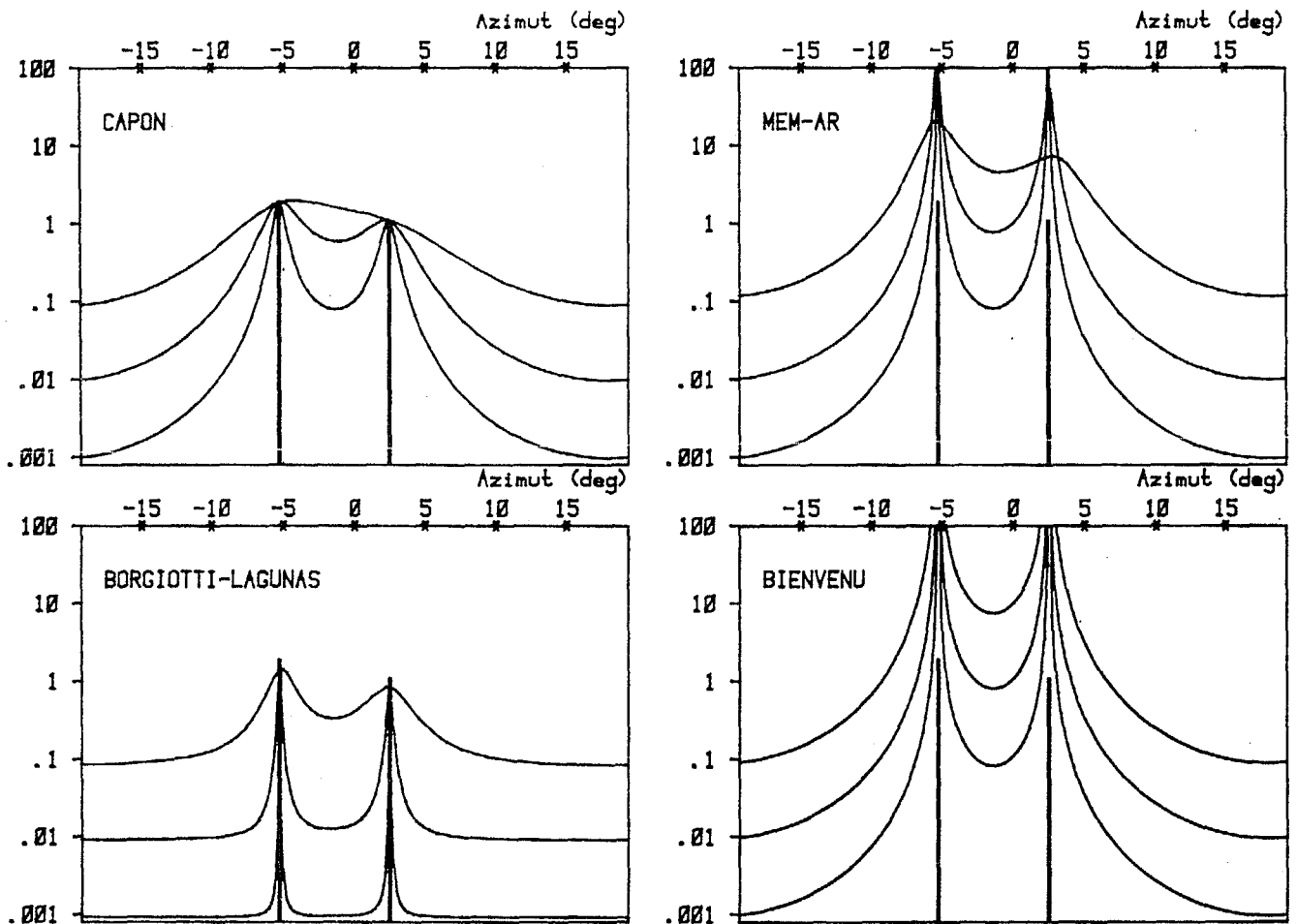


Fig. 6- Tendances asymptotiques observées en réduisant la dernière valeur propre de 0.004 à 0.0001, puis à 0.00002 (mêmes données qu'à la figure 3)

— Solution PISARENKO

- [11] M.A. LAGUNAS, A. GASULL. An improved maximum likelihood method for power spectral density estimation. *IEEE Trans.*, **ASSP-32**, Feb. 1984, 170-173.
- [12] G. BIENVENU, L. KOPP. Adaptive high resolution passive methods. *EUSTIPCO*, LAUSANNE, 1980, 715-721.
- [13] G. BIENVENU, L. KOPP. New approaches in the adaptive array processing field. *NATO ASI*, LUNEBURG, 1984, 32.1-32.8.
- [14] R. SCHMIDT. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *RADC Spectral Estimation Workshop*, ROME (NY), 1979, 243-258.
- [15] D.H. JOHNSON, S.R. DE GRAAF. Improving the resolution of bearing in passive Sonar arrays by eigenvalue analysis. *IEEE Trans.*, **ASSP-30**, Aug. 1982, 638-647.
- [16] V.F. PISARENKO. The retrieval of harmonics from a covariance function. *Geophys. J.R. Astr. Soc.*, **33**, 1973, 347-366.
- [17] H. MERMOZ. Imagerie, corrélation et modèles. *Ann. Télécom.*, **31**, Janv. Fév. 1976, 17-36.
- [18] S.S. REDDI. Multiple source location. A digital approach. *IEEE Trans.*, **AES-15**, Jan. 1979, 95-105.
- [19] G. BIENVENU, L. KOPP. Principe de la goniométrie passive adaptative. *7e Coll. GRETSI*, NICE, 1979, 106.1-106-10.
- [20] G. CORDELLIS, B. FAURE, J. MUNIER. Repérage angulaire de deux sources ponctuelles non-corrélées au moyen de capteurs alignés équidistants. *7e Coll. GRETSI*, NICE 1979, 65.1-65.8.
- [21] S.M. KAY. Noise compensation for autoregressive spectral estimates. *IEEE Trans.*, **ASSP-28**, June 1980, 292-303.
- [22] N.L. OWSLEY. Dominant mode power spectrum estimation. *ICASSP*, Paris, 1982, 775-778.
- [23] D.R. FARRIER, D.J. JEFFRIES. An extended maximum entropy method for high resolution spatial processing. *NATO ASI*, LUNEBURG, 1984, 27.1-27.7.
- [24] J. MUNIER, G.Y. DELISLE, B. FAURE, J.A. CUMMINS. Direction-finding using a discrete space matched filter. *IEEE/AP.S Intern. Symp.*, LOS ANGELES, 1981, 36-39.
- [25] J. MUNIER, G.Y. DELISLE. L'analyse de signaux vectoriels par filtrage adapté-quadrature-intégration. *9e Coll. GRETSI*, NICE, 1983, 185-191.
- [26] H. COX. Resolving power and sensitivity to mismatch of optimum array processors. *J. Acoust. Soc. Amer.*, **54**, Sept. 1973, 771-785.
- [27] J.W.R. GRIFFITHS, J.E. HUDSON. An introduction to adaptive processing in a passive Sonar system. *NATO ASI*, PORTOVENERE, 1976, 13.1-13-9.
- [28] D.A. GRAY. Theoretical and experimental comparisons of optimum element, beam and eigenspace array processors. *NATO ASI*, LUNEBURG, 1984, 34.1-34.6.