

# DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 20 au 24 MAI 1985

## MODELISATION FINE DES ZONES SPECULAIRES ET DES DISCONTINUITES D'UN OBJECTIF RADAR PAR DES POINTS BRILLANTS

CHASSAY GERARD

UNIVERSITE DE RENNES I - LABORATOIRE DE RADIOELECTRICITE - CAMPUS DE BEAULIEU - 35042 RENNES CEDEX - FRANCE

### RESUME

L'article proposé s'attache à développer certaines méthodes présentées par l'auteur au Colloque GRETSI 1983, et à en préciser les modalités de mise en oeuvre.

#### ZONES SPECULAIRES

Un affinement de la modélisation classique est obtenu en substituant à l'expression asymptotique de la S.E.R. un développement en série de puissances de la longueur d'onde dont les coefficients sont précisés : la méthode prend en compte la dépendance de la S.E.R. avec la fréquence.

#### DISCONTINUITES

On expose la méthode permettant de les modéliser par des *ensembles de points brillants* dont on précise les positions et les S.E.R. Bien que les S.E.R. soient des fonctions décroissantes de la fréquence, que l'on peut parfois négliger, il est montré qu'il existe des cas relativement fréquents où elles deviennent indépendantes de la longueur d'onde. Des formules générales sont données.

L'accent est mis sur le fait que la méthode de l'optique physique peut être utilisée pour le calcul des S.E.R. bien que ses hypothèses de validité soient en défaut. On introduit pour cela un nombre, variable suivant les cas, de coefficients multiplicateurs incluant les polarisations, dont on précise les expressions.

L'évaluation des S.E.R. s'en trouve simplifiée, et il y a unicité de méthode pour le traitement des zones spéculaires et des discontinuités. Des exemples concrets d'application seront donnés.

### SUMMARY

This article develops some of the methods which were presented by the author at Colloque GRETSI in 1983, and explains precisely how these are used.

#### SPECULAR REGIONS

An amelioration of the classic modelisation is obtained by substituting the asymptotic formula of the R.C.S. with a power development of the wavelength, of which the coefficients are given. The method includes the variation of the R.C.S. with the frequency.

#### DISCONTINUITIES

This method allows us to replace the discontinuities by groups of point contributors of which the positions and the R.C.S. are given. Eventhough the R.C.S. are functions which decrease as the frequency increases, which can at times be neglected, it can be shown that there exists quite frequently R.C.S. which are independant of the wavelength. General formulae are given.

It is emphasized that the physical optic method may be used to calculate the R.C.S. eventhough the conditions of application are not correct. For this reason a number of coefficients including the polarisations are used. The formulae of these coefficients are given.

As a result an evaluation of the R.C.S. may be simplified. The same method may be used to study the specular regions and the discontinuities. Concrete examples are given.



## MODELISATION FINE DES ZONES SPECULAIRES ET DES DISCONTINUITES D'UN OBJECTIF RADAR PAR DES POINTS BRILLANTS

### I - GENERALITES

Les cibles couramment rencontrées dans les phénomènes de diffraction d'ondes électromagnétiques sont de forme si complexe qu'il est pratiquement illusoire de rechercher une solution générale aux problèmes direct ou inverse de la diffraction. Compte tenu de la complexité des cibles et du caractère souvent approximatif des solutions recherchées, il est avantageux de leur associer un *modèle géométrique*. Nous entendons par *modèle* tout ensemble d'éléments simples indépendants dont on sait calculer isolément les contributions au champ diffracté, et dont la S.E.R. (Section Efficace Radar) approxime de façon satisfaisante la S.E.R. réelle de la cible. Il existe des modèles uniformes ou non suivant que les éléments simples qui les composent sont de même nature ou de nature différente.

Comme modèles non uniformes, signalons ceux employés par J.W. Crispin, A.L. Maffet, K.M. Siegel et R.F. Goodrich [1], [2] pour représenter des avions et des missiles à l'aide de sphères, cônes ogives, cylindres, etc ...

Les modèles uniformes les plus connus sont :

#### A - LE MODELE D'ELLIPSOIDES

Il est constitué de portions d'ellipsoïdes raccordées. L.SVARD et N.A. NILSSON [3] signalent l'excellente qualité des prévisions théoriques obtenues par cette méthode sur différents avions militaires étudiés en bande X. Le modèle d'ellipsoïdes est particulièrement adapté aux problèmes de champ proche.

#### B - LE MODELE FILAIRE [4] [5]

Plus simple que le précédent, il est obtenu en approximant la surface de l'objet par une mosaïque de surfaces planes polygonales. Le modèle est constitué par l'ensemble des arêtes de raccordement des facettes. Y.T.LIN [6] présente de bons résultats en basse fréquence sur un modèle de 92 arêtes jointes en 55 points de raccordement de l'avion M16-21C. Ce modèle n'est utilisable que pour des cibles observées en zone de Rayleigh.

#### C - MODELE DE POINTS BRILLANTS

Ce modèle est utilisable pour des cibles observées en zone optique et, avec certaines précautions, en limite supérieure de la zone de résonance. Il consiste à remplacer la cible par un ensemble de sources ponctuelles indépendantes.

De nombreux avantages le rendent particulièrement séduisant. Signalons simplement :

- grande simplicité de la représentation
- facilité de sommation des contributions
- support physique très intéressant, constitué par l'analogie optique avec les points de réflexion spéculaire de la surface, considérée comme un miroir (points qui brillent effectivement lors d'une observation de la surface par un procédé optique).

Il résulte de tels avantages que ce modèle est très couramment employé et que la quasi-totalité des ouvrages destinés aux spécialistes du radar le mentionnent ou l'utilisent, généralement sans s'étendre sur sa justification.

Outre le caractère un peu vague, voire empirique de la notion de point brillant, encore faut-il attribuer au point brillant une position et une S.E.R. correcte pour obtenir des résultats intéressants. On est donc ramené à des résolutions locales du problème de la diffraction. Le nombre de cas où l'on sait résoudre exactement le problème de la diffraction est

très faible. En pratique, on est amené à intégrer sur la surface les équations de Stratton et Chu [7]. La manipulation de ces équations est délicate et elles se prêtent mal à la recherche de *solutions analytiques*, aussi leur préfère-t-on très souvent des méthodes approchées telles que l'optique physique, l'approximation de Sommerfeld-Runge et la théorie géométrique de la diffraction. Compte tenu des hypothèses faites, ces méthodes sont d'utilisation limitée, mais en raison de la difficulté d'obtention des solutions générales, on cherche souvent à utiliser les solutions approchées obtenues même lorsque les hypothèses qui ont permis de les établir sont en défaut.

C'est par exemple le cas lorsque l'on applique la méthode de l'optique physique à des discontinuités, ou les résultats de la théorie géométrique de la diffraction en zone de résonance. Des résultats intéressants peuvent cependant être obtenus en affinant la modélisation utilisée par les méthodes approchées.

Dans cet article, nous nous attachons à préciser ce dernier point en développant la modélisation des zones de réflexion spéculaire et des discontinuités.

### II - MODELISATION FINE DES ZONES DE REFLEXION SPECULAIRE

La méthode de l'optique physique est bien adaptée à ce cas. Ses hypothèses de validité sont :

- a) La cible est très éloignée de la source (ondes planes)
- b) Les rayons de courbure principaux de la surface de la cible sont très supérieurs à la longueur d'onde  $\lambda$  (hypothèse du plan tangent)
- c) Les champs sont nuls sur la partie "ombrée" de la surface.

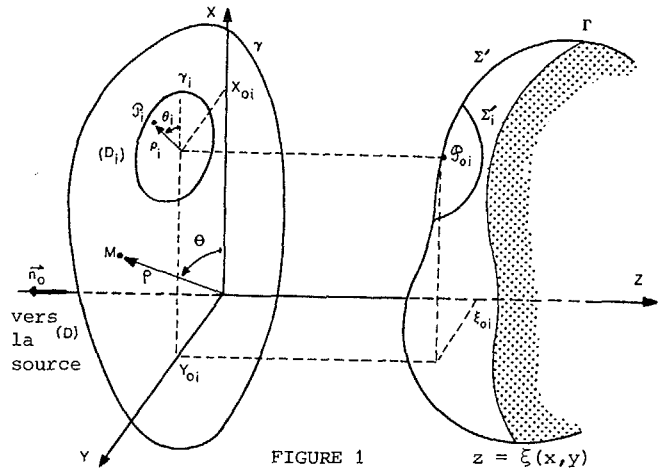


FIGURE 1

Pour une surface  $\Sigma$  d'équation  $z = \xi(x, y)$  contenant  $N$  points brillants spéculaires dans la partie éclairée  $\Sigma'$ , avec les notations de la figure 1, on obtient  $|\sigma|$  :

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| -j \sum_{i=1}^N \iint_{(D_i)} e^{2jk \xi(x, y)} dx dy \right|^2 = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| -j \sum_{i=1}^N \int_{\theta_{i1}}^{\theta_{i2}} \int_{\rho_{i1}(\theta)}^{\rho_{i2}(\theta)} e^{2jk \xi(\rho, \theta)} |J| d\rho d\theta \right|^2$$

où le déterminant jacobien  $|J|$  est donné par :

$$|J| = \frac{\partial x}{\partial \rho} \frac{\partial y}{\partial \theta} - \frac{\partial y}{\partial \rho} \frac{\partial x}{\partial \theta} = \rho$$

En définissant dans chaque domaine  $(D_i)$  les coordonnées d'un point spéculaire par :

$$\mathcal{P}_i \begin{cases} x_i = x_{oi} + \rho_i \cos \theta_i \\ y_i = y_{oi} + \rho_i \sin \theta_i \end{cases}$$



MODELISATION FINE DES ZONES SPECULAIRES ET DES DISCONTINUITES  
D'UN OBJECTIF RADAR PAR DES POINTS BRILLANTS

où  $\rho_i$  et  $\theta_i$  représentent ici des coordonnées polaires propres à chaque domaine ( $D_i$ ), après N changements de variables, on obtient :

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| -j \sum_{i=1}^N \int_0^{2\pi} \int_0^{\gamma_i(\theta_i)} e^{2jk\xi(\rho_i, \theta_i)} \rho_i d\rho_i d\theta_i \right|^2$$

Puisque dans l'intégrale sur  $\rho_i$ ,  $\theta_i$  peut être considéré comme constant, on peut écrire :

$$d\rho_i = \frac{\partial \rho_i}{\partial \xi} d\xi$$

et, en désignant par  $z\gamma_i(\theta_i)$  la projection sur l'axe Oz de la frontière d'un domaine ( $\Sigma_i$ ), la S.E.R. prend la forme :

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| -j \sum_{i=1}^N \int_0^{2\pi} I_{oi}(\theta_i) d\theta_i \right|^2$$

où  $I_{oi}(\theta_i)$  désigne l'intégrale :

$$I_{oi}(\theta_i) = \int_{\xi_{oi}}^{z\gamma_i(\theta_i)} w_i(\xi, \theta_i) e^{2jk\xi} d\xi$$

dans laquelle on a posé :  $w_i(\xi, \theta_i) = \rho_i \frac{\partial \rho_i}{\partial \xi}$

En intégrant par parties, on obtient la relation de récurrence :

$$I_{ni}(\theta_i) = \frac{1}{2jk} \left\{ \left[ \frac{\partial^n w_i(\xi, \theta_i)}{\partial \xi^n} e^{2jk\xi} \right]_{\xi_{oi}}^{z\gamma_i(\theta_i)} - I_{n+1, i}(\theta_i) \right\}$$

d'où l'on déduit :

$$I_{oi}(\theta_i) = \frac{1}{2jk} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(2jk)^n} \left[ \frac{\partial^n w_i(\xi, \theta_i)}{\partial \xi^n} e^{2jk\xi} \right]_{\xi_{oi}}^{z\gamma_i(\theta_i)}$$

et

$$\sigma = \frac{1}{4\pi} \left| \sum_{i=1}^N e^{2jk\xi_{oi}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{j\lambda}{4\pi}\right)^n \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\partial^n}{\partial \xi^n} \left[ \rho_i \frac{\partial \rho_i}{\partial \xi} \right] \right]_{\xi_{oi}} d\theta_i \right\} - \sum_{i=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{j\lambda}{4\pi}\right)^n \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\partial^n}{\partial \xi^n} \left[ \rho_i \frac{\partial \rho_i}{\partial \xi} \right] \right]_{z\gamma_i(\theta_i)} e^{2jkz\gamma_i(\theta_i)} d\theta_i \right|^2 \quad (1)$$

Dans cette expression, la première somme représente la contribution à la S.E.R. des N points  $P_{oi}$ . La deuxième somme représente la contribution plus complexe de la frontière.

Pour étudier la contribution propre d'un point spéculaire  $P_{oi}$ , nous particularisons la relation précédente au cas où  $N = 1$  et nous supposons que la contribution de la frontière est nulle. En désignant par  $\sigma_i$  la S.E.R. associée au seul point  $P_{oi}$ , on a :

$$\sigma_i = \frac{|C_{pi}|^2}{4\pi} \quad \text{avec} \quad \overline{C_{pi}} = \frac{1}{A_i} (\lambda) e^{j \frac{4\pi}{\lambda} \xi_{oi}} \quad (2)$$

$\overline{A_i}(\lambda)$  est une série de puissances de la longueur d'onde :

$$\overline{A_i}(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{j\lambda}{4\pi}\right)^n I_{ni}$$

dont les coefficients sont calculables après évaluation des intégrales :

$$I_{ni} = \left[ \frac{\partial^n}{\partial \xi^n} \int_0^{2\pi} \rho_i \frac{\partial \rho_i}{\partial \xi} d\theta_i \right]_{\xi_{oi}}$$

La S.E.R. est donc exprimée en fonction de la longueur d'onde, ce qui constitue une nette amélioration par rapport à la formule classique  $\sigma_i = \pi \rho_{i1} \rho_{i2}$  qui ne fait intervenir que les rayons de courbure principaux de la surface. Dans de nombreux cas pratiques, on rencontre des surfaces quadriques d'équation générale :

$$Ax^2 + A'y^2 + A''z^2 + 2Bxyz + 2B'zx + 2B''xy + 2cx + 2c'y + 2c''z + D = 0$$

Nous avons calculé dans ce cas l'intégrale  $I_{ni}$  | 8 | et montré que :

$$I_{ni} = \frac{1}{4} \left[ \frac{\partial^{n+1}}{\partial \xi^{n+1}} \xi^2 \int_0^{2\pi} \frac{B_1^2(\theta_i) - 2A_0(\theta_i)C_2}{A_0^2(\theta_i)} d\theta_i + 2 \frac{\partial^{n+1}}{\partial \xi^{n+1}} \xi \int_0^{2\pi} \frac{B_0(\theta_i)B_1(\theta_i) - A_0(\theta_i)C_1}{A_0^2(\theta_i)} d\theta_i \right. \\ \left. + \frac{\partial^{n+1}}{\partial \xi^{n+1}} \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{j=0}^4 \frac{\alpha_j(\theta_i) \xi^j}{A_0^2(\theta_i)} \right\}^{1/2} d\theta_i \right]_{\xi_{oi}} \quad (3)$$

avec :

$$\begin{cases} A_0(\theta_i) = A \cos^2 \theta_i + A' \sin^2 \theta_i + 2B'' \sin \theta_i \cos \theta_i \\ B_0(\theta_i) = 2[(Ax_{oi} + B'y_{oi} + C) \cos \theta_i + (A'y_{oi} + B''x_{oi} + C') \sin \theta_i] \\ B_1(\theta_i) = 2[B' \cos \theta_i + B \sin \theta_i] \\ C_0 = Ax_{oi}^2 + A'y_{oi}^2 + 2[Cx_{oi} + C'y_{oi} + B''x_{oi}y_{oi}] + D \\ C_1 = 2[B'x_{oi} + By_{oi} + C''] \\ C_2 = A'' \end{cases} \quad (4)$$

et :

$$\begin{cases} \alpha_0(\theta_i) = B_0^2(\theta_i)[B_1^2(\theta_i) - 4A_0(\theta_i)C_0] \\ \alpha_1(\theta_i) = 4B_0(\theta_i)[B_1^2(\theta_i)B_1(\theta_i) - A_0^2(\theta_i)C_1B_0(\theta_i) - 2A_0(\theta_i)C_0B_1(\theta_i)] \\ \alpha_2(\theta_i) = 2[3B_0^2(\theta_i)B_1^2(\theta_i) - 2A_0(\theta_i)C_2B_0^2(\theta_i) - 2A_0(\theta_i)C_0B_1^2(\theta_i) - 4A_0(\theta_i)C_1B_0(\theta_i)B_1(\theta_i)] \\ \alpha_3(\theta_i) = 4B_1(\theta_i)[B_0(\theta_i)B_1^2(\theta_i) - A_0(\theta_i)C_1B_1(\theta_i) - 2A_0(\theta_i)C_2B_0(\theta_i)] \\ \alpha_4(\theta_i) = B_1^2(\theta_i)[B_1^2(\theta_i) - 4A_0(\theta_i)C_2] \end{cases} \quad (5)$$

La complexité de ce résultat ne doit pas rebuter l'utilisateur car les deux premiers termes de l'intégrale ne contribuent qu'à  $I_{oi}$  et  $I_{1i}$ . Pour  $n > 1$ , le calcul beaucoup plus rapide, se réduit à l'évaluation du troisième terme. De plus, pour les quadriques rapportées à leurs directions principales, il y a simplification des fonctions contenues dans l'intégrale et le calcul est souvent très rapide (voir tableaux I et II).

Quadriques rapportées à leurs directions principales

TABLEAU I

$A_0(\theta_i) = A \cos^2 \theta_i + A' \sin^2 \theta_i$	$\alpha_0(\theta_i) = B_0^2(\theta_i)(B_1^2(\theta_i) - 4A_0(\theta_i)C_0)$
$B_0(\theta_i) = 2[(Ax_{oi} + C) \cos \theta_i + (A'y_{oi} + C') \sin \theta_i]$	$\alpha_1(\theta_i) = -4A_0(\theta_i)C_1B_0^2(\theta_i)$
$B_1(\theta_i) = 0$	$\alpha_2(\theta_i) = -4A_0(\theta_i)C_2B_0^2(\theta_i)$
$C_0 = Ax_{oi}^2 + A'y_{oi}^2 + 2(Cx_{oi} + C'y_{oi}) + D$	$\alpha_3(\theta_i) = 0$
$C_1 = 2C''$	$\alpha_4(\theta_i) = 0$
$C_2 = A''$	

QUADRIQUES À CENTRE RAPPORTÉES À LEURS DIRECTIONS PRINCIPALES.

TABLEAU II

$A_0(\theta_i) = A \cos^2 \theta_i + A' \sin^2 \theta_i$	$\alpha_0(\theta_i) = B_0^2(\theta_i)(B_1^2(\theta_i) - 4A_0(\theta_i)C_0)$
$B_0(\theta_i) = 2[Ax_{oi} \cos \theta_i + A'y_{oi} \sin \theta_i]$	$\alpha_1(\theta_i) = 0$
$B_1(\theta_i) = 0$	$\alpha_2(\theta_i) = -4A_0(\theta_i)C_2B_0^2(\theta_i)$
$C_0 = Ax_{oi}^2 + A'y_{oi}^2 + D$	$\alpha_3(\theta_i) = 0$
$C_1 = 0$	$\alpha_4(\theta_i) = 0$
$C_2 = A''$	

Nous donnons à titre d'exemple les résultats obtenus pour trois quadriques particulières :

	$I_{oi}$	$I_{1i}$	$I_{2i}$	...
Parabolofide elliptique $A''=B''=C''=0$	$2\pi \frac{C''}{\sqrt{AA'}}$	0	0	0
Ellipsofide $B=B''=C=C''=0$	$2\pi \sqrt{\frac{-A''D}{AA'}}$	$-2\pi \sqrt{\frac{A''}{AA'}}$	0	0
Sphère (rayon R)	$2\pi R$	$-2\pi$	0	0

En désignant dans chaque cas par  $\xi_{oi}$  la position projetée sur l'axe Oz du point brillant considéré, par  $\rho_1$  et  $\rho_2$  les rayons de courbure principaux au sommet du parabolofide et par a, b et c les points d'intersection de l'ellipsofide avec ses axes, le report des résultats précédents dans (2) donne :



MODELISATION FINE DES ZONES SPECULAIRES ET DES DISCONTINUITES  
D'UN OBJECTIF RADAR PAR DES POINTS BRILLANTS

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{paraboloïde}} &= \left| \sqrt{\pi \rho_1 \rho_2} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} \xi_{oi}} \right|^2 \\ \sigma_{\text{ellipsoïde}} &= \left| \frac{\sqrt{\pi} ab}{c} \left( 1 + \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2} \right) e^{j \frac{4\pi}{\lambda} \left[ \xi_{oi} - \frac{\lambda}{4\pi} \text{Arctg} \left( \frac{\lambda}{4\pi c} \right) \right]} \right|^2 \\ \sigma_{\text{sphère}} &= \left| \sqrt{\pi R} \left( 1 + \frac{\lambda^2}{4\pi^2 R^2} \right) e^{j \frac{4\pi}{\lambda} \left[ \xi_{oi} - \frac{\lambda}{4\pi} \text{Arctg} \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right) \right]} \right|^2 \end{aligned}$$

Dans ces expressions, les exponentielles ne sont présentes que pour montrer que dans le cas général une modélisation fine nécessite l'attribution d'une position variable avec la fréquence pour chaque point brillant. Nous avons vérifié pour la sphère que l'expression ci-dessus constitue un excellent modèle en limite supérieure de la zone de résonance (pour  $\frac{4\pi R}{\lambda} > 5$ ).

III - MODELISATION DES DISCONTINUITES DE COURBURE

L'hypothèse b) de la méthode de l'optique physique est en défaut. De plus, cette méthode ne tient aucun compte des phénomènes de dépolarisation des ondes au niveau de la discontinuité de courbure et ignore toutes les caractéristiques géométriques de la discontinuité si elles sont situées dans une zone d'ombre.

La théorie géométrique de la diffraction [10] éventuellement associée à l'approximation de Sommerfeld-Runge [8] constitue par contre une excellente solution car elle tient compte des éléments géométriques cachés et des phénomènes de dépolarisation. Sa mise en oeuvre est cependant assez délicate.

Dans de nombreux cas, les résultats donnés par les deux méthodes sont liés par une correspondance simple. Une solution attrayante consiste donc à appliquer la méthode de l'optique physique et à effectuer ensuite une correction pour rendre les résultats conformes à ceux que l'on obtiendrait par la théorie géométrique de la diffraction.

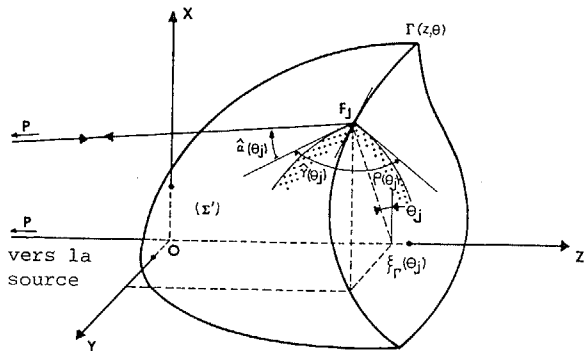


FIGURE 2

Considérons la structure de la figure 2 dans laquelle la projection sur l'axe Oz de la discontinuité s'écrit :  $\xi_{\Gamma}(\theta) = \xi_{of} + \Delta \xi_{\Gamma}(\theta)$ . La S.E.R. associée est contenue dans l'équation (1) réduite à son second terme. Le développement de ce terme conduit à la relation :

$$\sigma_{of}(\lambda) = \frac{1}{4\pi} |\bar{e}_{\Gamma}|^2 \quad \text{avec}$$

$$\bar{e}_{\Gamma} = - \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{j\lambda}{4\pi} \right)^n \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\partial^n}{\partial \xi^n} \left[ \rho \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right] e^{j \frac{4\pi}{\lambda} \xi} \right]_{\Gamma(\theta)} d\theta = -e^{-j \frac{4\pi}{\lambda} \xi_{of}} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{j\lambda}{4\pi} \right)^n \bar{I}_{nf}$$

où l'on a posé :

$$\bar{I}_{nf} = \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\partial^n}{\partial \xi^n} \left[ \rho \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right] \right]_{\xi_{\Gamma}(\theta)} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} \Delta \xi_{\Gamma}(\theta)} d\theta \quad (7)$$

On peut développer cette expression si, pour  $\theta$  variant de 0 à  $2\pi$ , on rencontre K valeurs  $\theta_j$  de la variable  $\theta$  telles que :

$$\left[ \frac{d}{d\theta} \Delta \xi_{\Gamma}(\theta) \right]_{\theta=\theta_j} = 0$$

Si  $\frac{4\pi}{\lambda} \gg 1$ , en posant  $F_n(\theta) = \left[ \frac{\partial^n}{\partial \xi^n} \left[ \rho \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right] \right]_{\xi_{\Gamma}(\theta)}$ , la méthode de la phase stationnaire permet d'évaluer  $\bar{I}_{nf}$ . Par report dans (6), on obtient :

$$\sigma_{of} = \left| -\frac{1}{4} \left[ \frac{\lambda}{\pi} \right]^{1/2} \sum_{j=1}^K \frac{\mathcal{J}_{0Jf}(\lambda) |\bar{z}_{Jf}|}{(|\Delta'' \xi_{\Gamma}(\theta_j)|)^{1/2}} e^{j \left[ \frac{4\pi}{\lambda} (\xi_{of} + \Delta \xi_{\Gamma}(\theta_j)) + \epsilon_o \cdot \text{Arg}(\bar{z}_{Jf}) + \phi_{Jf}(\lambda) \right]} \right|^2 \quad (8)$$

avec :

$$\mathcal{J}_{0Jf}(\lambda) = \left[ \left( \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \left( \frac{\lambda}{4\pi} \right)^{2p} F_{2p}(\theta_j) \right)^2 + \left( \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \left( \frac{\lambda}{4\pi} \right)^{2p+1} F_{2p+1}(\theta_j) \right)^2 \right]^{1/2}$$

et :

$$\epsilon_o \phi_{Jf}(\lambda) = \left[ \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \left( \frac{\lambda}{4\pi} \right)^{2p+1} F_{2p+1}(\theta_j) \right] / \left[ \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \left( \frac{\lambda}{4\pi} \right)^{2p} F_{2p}(\theta_j) \right]$$

Dans cette expression,  $\epsilon_o$  désigne une constante qui vaut +1 ou -1 suivant que la séparatrice  $\Gamma(z, \theta)$  pointe dans la direction des z négatifs ou positifs pour  $\theta = \theta_j$ , et le symbole " " correspond à une dérivation par rapport à  $\theta$ . Par identification avec la relation de composition des S.E.R. de k points brillants, on voit que la méthode de l'optique physique permet de modéliser la discontinuité par k points brillants de S.E.R.

$$\sigma_{Jof}(\lambda) = \frac{\lambda \mathcal{J}_{0Jf}^2(\lambda) |\bar{z}_{Jf}|^2}{16 \pi |\Delta'' \xi_{\Gamma}(\theta_j)|} \quad (9)$$

auxquels on peut attribuer des distances particulières de l'origine  $|\bar{d}_{Jf}(\lambda)|$  telles que :

$$-\vec{n}_o \cdot \vec{d}_{Jf}(\lambda) = \xi_{of} + \Delta \xi_{\Gamma}(\theta_j) + \frac{\lambda}{4} \left( 1 + \frac{\phi_{Jf}(\lambda)}{\pi} + \epsilon_o \left\{ \frac{\text{Arg}(\bar{z}_{Jf})}{\pi} \right\} \right)$$

Lorsque la fréquence croît, les K points brillants fictifs se confondent avec les points géométriques de la frontière tels que  $\theta = \theta_j$ , et leurs S.E.R. décroissent proportionnellement à  $\lambda$  suivant la loi :

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sigma_{Jof}(\lambda) = \frac{\lambda}{8\pi} \frac{F_o^2(\theta_j)}{|\Delta'' \xi_{\Gamma}(\theta_j)|} = \frac{\lambda}{8\pi |\Delta'' \xi_{\Gamma}(\theta_j)|} \left( \rho \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right)_{\xi_{\Gamma}(\theta_j)}^2$$

Dans le cas particulier d'une discontinuité contenue dans un plan orthogonal à la direction d'observation ( $\Delta \xi_{\Gamma}(\theta) = 0$ ), les intégrales  $\bar{I}_{nf}$  (7) se simplifient et l'on obtient la contribution d'un point brillant équivalent unique. Puisque dans ce cas  $I_{of}$  est indépendant de  $\lambda$ , on retrouve une situation équivalente à celle d'un point brillant spéculaire de S.E.R. :

$$\sigma_{of}(\lambda) = \frac{1}{4\pi} \left| \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{\lambda}{4\pi} \right)^n \bar{I}_{nf} \right|^2 \quad \text{situé à une distance de l'origine } \vec{d}_{\Gamma}(\lambda) \text{ telle que :}$$

$$-\vec{n}_o \cdot \vec{d}_{\Gamma}(\lambda) = \xi_{of} + \frac{\lambda}{4} \left( 1 + \frac{1}{\pi} \text{Arg} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{j\lambda}{4\pi} \right)^n \bar{I}_{nf} \right\} \right)$$

Lorsque la fréquence croît, on peut considérer que le point fictif est localisé dans le plan  $z = \xi_{of} = \text{cte}$  et que sa S.E.R. tend vers la valeur :

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sigma_{of}(\lambda) = \frac{I_{of}^2}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \left[ \int_0^{2\pi} \left( \rho \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right)_{\xi_{of}} d\theta \right]^2 \quad (10)$$

Dans le cas particulier d'un corps de révolution autour de l'axe Oz,  $\rho$  et  $\partial \rho / \partial \xi$  ne dépendent que de  $\xi$  et on peut écrire :

$$I_{nf} = 2\pi \left[ \frac{\partial^n}{\partial \xi^n} \left( \rho \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right) \right]_{\xi_{of}}$$

ce qui entraîne, aux fréquences très élevées :

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sigma_{of}(\lambda) = \pi \left[ \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right]_{\xi_{of}}^2 \quad (11)$$

MODELISATION FINE DES ZONES SPECULAIRES ET DES DISCONTINUITES  
D'UN OBJECTIF RADAR PAR DES POINTS BRILLANTS

Nous avons analysé les deux situations précédentes par la théorie géométrique de la diffraction [9]. En désignant par n et p les composantes parallèle et normale au plan x o z des champs incident et diffracté, dans le cas où  $\Delta \xi_f(\theta) \neq 0$ , on obtient :

$$\sigma_{of}^{pp} = \frac{\lambda}{4} \left| \sum_{j=1}^N \frac{(\Delta \rho_j)^{1/2}}{n(\theta_j)} \sin \frac{\pi}{n(\theta_j)} \cdot \left[ -\frac{1}{b(\theta_j)} \pm \frac{\cos 2\delta(\theta_j)}{a(\theta_j)} \right] e^{j \left[ \frac{4\pi}{\lambda} \Delta \xi_f(\theta_j) + \epsilon_o \frac{\pi}{4} \right]} \right|^2$$

$$\sigma_{of}^{pn} = \frac{\lambda}{\pi} \left| \sum_{j=1}^N \frac{(\Delta \rho_j)^{1/2}}{n(\theta_j)} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{n(\theta_j)} \cdot \sin 2\delta(\theta_j)}{a(\theta_j)} e^{j \left[ \frac{4\pi}{\lambda} \Delta \xi_f(\theta_j) + \epsilon_o \frac{\pi}{4} \right]} \right|^2 \quad (12)$$

où l'on a posé :

$$a(\theta_j) = \cos \frac{\pi}{n(\theta_j)} - 1, \text{ et } b(\theta_j) = \cos \frac{\pi}{n(\theta_j)} - \cos \frac{2\hat{\alpha}_o(\theta_j)}{n(\theta_j)} \quad (13)$$

Dans ces expressions,  $\delta(\theta_j)$  est l'angle fait par les normales à la courbe  $\Gamma(z, \theta)$  projetée sur le plan xoy, pour  $\theta = \theta_j$  et  $\theta = 0$  ;  $n(\theta_j)$  est une constante liée à l'angle d'ouverture du coin rectiligne tangent aux bords de la discontinuité par la relation  $\gamma(\theta_j) = [2 - n(\theta_j)]\pi$  ; et  $\Delta \rho_j$  est la différence en un point donné des rayons de courbure principaux du front d'onde diffracté, quantité tout à fait classique en théorie géométrique de la diffraction.

Ces expressions sont directement identifiables à (8) et n'en diffèrent, si  $\lambda \rightarrow 0$ , que par la valeur des S.E.R. des K points brillants associés à la frontière.

Pour chaque point, on remarque que les S.E.R. données par la théorie géométrique de la diffraction peuvent être obtenues à partir des résultats de l'optique physique à l'aide de la relation :

$$\sigma_J^{lk} = f_{lk} \sigma_{Jof}(\lambda)$$

où  $f_{lk}$  est un facteur de correction dépendant des polarisations utilisées à l'émission (l) et à la réception (k).

$$f_{J}^{pp} = \frac{8 \Delta \rho_j |\Delta' \xi_f(\theta_j)|}{[n(\theta_j) \rho(\theta_j) \text{tg} \hat{\alpha}(\theta_j)]^2} \sin^2 \frac{\pi}{n(\theta_j)} \left[ -\frac{1}{b(\theta_j)} \pm \frac{\cos 2\delta(\theta_j)}{a(\theta_j)} \right]^2$$

$$f_{J}^{pn} = \frac{8 \Delta \rho_j |\Delta' \xi_f(\theta_j)|}{[n(\theta_j) \rho(\theta_j) \text{tg} \hat{\alpha}(\theta_j)]^2} \sin^2 \frac{\pi}{n(\theta_j)} \cdot \frac{\sin^2 2\delta(\theta_j)}{a(\theta_j)}$$

CAS PARTICULIER N° 1

Si la singularité de la surface est telle que les points  $F_j$  sont regroupables par paires de mêmes caractéristiques en  $\Delta \rho_j$ ,  $n(\theta_j)$  et  $\alpha(\theta_j)$ , aux mêmes valeurs de  $\Delta \xi_f(\theta_j)$  et pour des angles  $\theta_j$  tels que les angles  $\delta(\theta_j)$  différent de  $\pi/2$ , on remarque que dans (12) tous les termes en  $\cos 2\delta(\theta_j)$  et  $\sin 2\delta(\theta_j)$  se compensent deux à deux. On obtient alors :

$$\sigma_{of}^{pp} = \sigma_{of}^{nn} = \frac{\lambda}{\pi} \left| \sum_{j=1}^{N/2} 2 \frac{(\Delta \rho_j)^{1/2}}{n(\theta_j) b(\theta_j)} \sin \frac{\pi}{n(\theta_j)} e^{j \left[ \frac{4\pi}{\lambda} \Delta \xi_f(\theta_j) + \epsilon_o \frac{\pi}{4} \right]} \right|^2 \quad (14)$$

et :  $\sigma_{of}^{pn} = \sigma_{of}^{np} = 0$

La singularité n'est plus *dépolarisante* et elle est modélisable par N/2 points brillants dont les SFR se déduisent de celles de l'optique physique à l'aide du seul coefficient correcteur :

$$f_J = \frac{32 \Delta \rho_j |\Delta' \xi_f(\theta_j)|}{[n(\theta_j) \rho(\theta_j) \text{tg} \hat{\alpha}(\theta_j) b(\theta_j)]^2} \sin^2 \frac{\pi}{n(\theta_j)}$$

CAS PARTICULIER N° 2 : discontinuité avec  $\Delta \xi_f(\theta) = 0$

La théorie géométrique de la diffraction conduit aux deux résultats suivants :

$$\sigma_{of}^{pp} = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{2\pi} \frac{\sin \frac{\pi}{n(\theta)}}{n(\theta)} \left[ \left( \frac{\partial \rho(\theta)}{\partial \theta} \right)^2 + \rho^2(\theta) \right]^{1/2} \left( -\frac{1}{b(\theta)} \pm \frac{\cos 2\delta(\theta)}{a(\theta)} \right) d\theta \right]^2 \quad (15)$$

$$\sigma_{of}^{pn} = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{2\pi} \frac{\sin \frac{\pi}{n(\theta)}}{n(\theta)} \left[ \left( \frac{\partial \rho(\theta)}{\partial \theta} \right)^2 + \rho^2(\theta) \right]^{1/2} \frac{\sin 2\delta(\theta)}{a(\theta)} d\theta \right]^2 \quad (16)$$

On remarque que  $\sigma_{pn} = \sigma_{np}$ , ce qui est une propriété des systèmes mono-statiques et que  $\sigma_{nn} \neq \sigma_{pp}$ , ce qui indique une dépolarisation de l'onde par la singularité. Ces résultats sont à rapprocher du résultat (10) donné par la méthode de l'optique physique.

CAS PARTICULIER N° 3 : discontinuité circulaire avec  $\Delta \xi_f(\theta) = 0$

Ce cas, relativement fréquent, concerne toutes les surfaces de révolution autour de l'axe Oz, sectionnées avec une ouverture constante de discontinuité. On a alors :

$$\rho(\theta) = \text{cte} = \rho_o ; \quad \frac{\partial \rho(\theta)}{\partial \theta} = 0$$

et :

$$n(\theta) = n_o = \text{cte} ; \quad \delta(\theta) = \theta ; \quad \hat{\alpha}(\theta) = \hat{\alpha}_o = \text{cte}$$

La relation (13) donne :

$$a(\theta) = \cos \frac{\pi}{n_o} - 1 = \text{cte} \quad \text{et} \quad b(\theta) = \cos \frac{\pi}{n_o} - \cos \frac{2\hat{\alpha}_o}{n_o} = \text{cte}$$

et les expressions (15) et (16) des S.E.R. se réduisent à :

$$\sigma_{of}^{pp} = \sigma_{of}^{nn} = \pi \rho_o^2 \frac{4 \sin^2 \frac{\pi}{n_o}}{n_o^2 \left[ \cos \frac{\pi}{n_o} - \cos \frac{2\hat{\alpha}_o}{n_o} \right]^2} ; \quad \sigma_{of}^{pn} = \sigma_{of}^{np} = 0 \quad (17)$$

La singularité n'est pas dépolarisante et un point brillant de S.E.R. unique suffit à la représenter.

On peut à nouveau utiliser le résultat (11) de l'optique physique en introduisant le coefficient unique de correction :

$$f = f(\hat{\alpha}_o, \hat{\gamma}_o) = \frac{4 \pi^2 \sin^2 \left( \frac{\pi^2}{2\pi - \hat{\gamma}_o} \right)}{(2\pi - \hat{\gamma}_o) \text{tg}^2 \hat{\alpha}_o \left[ \cos \left( \frac{\pi^2}{2\pi - \hat{\gamma}_o} \right) - \cos \left( \frac{2\hat{\alpha}_o \pi}{2\pi - \hat{\gamma}_o} \right) \right]^2}$$

dont la variation en fonction de l'angle d'incidence  $\hat{\alpha}_o$  et de l'angle d'ouverture interne  $\hat{\gamma}_o$  est donnée sur la figure 3.

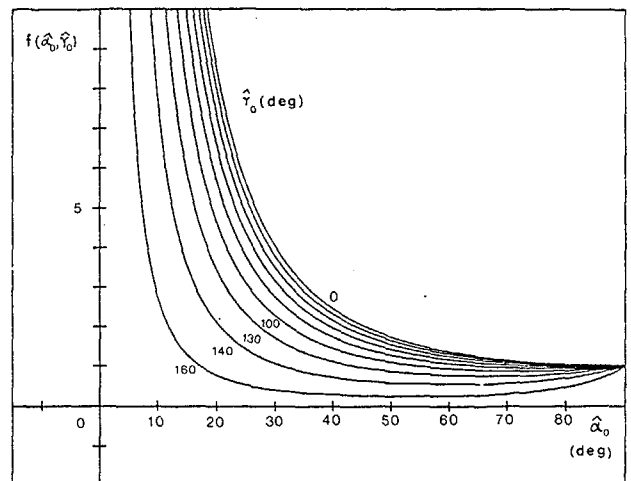


FIGURE 3



MODELISATION FINE DES ZONES SPECULAIRES ET DES DISCONTINUITES  
D'UN OBJECTIF RADAR PAR DES POINTS BRILLANTS

Si on suppose qu'une surface de révolution autour de Oz est sectionnée par un plan  $z = \xi_{of} = cte$ , le coefficient de correction s'exprime en fonction du seul angle d'incidence  $\hat{\alpha}_0$  :

$$f(\hat{\alpha}_0, \hat{\gamma}_0) = f_N(\hat{\alpha}_0) = \frac{4\pi^2}{(2\hat{\alpha}_0 + 3\pi)^2 \text{tg}^2 \hat{\alpha}_0 \sin^2(\frac{4\pi^2}{2\hat{\alpha}_0 + 3\pi})} \quad (18)$$

Cette dernière relation, facile à utiliser dans de nombreux cas concrets, conduit aux résultats suivants :

- a) Cône : utilisation directe en remplaçant  $\hat{\alpha}_0$  par le demi-angle au sommet du cône
- b) Parabololoïde de révolution de rayon de courbure au sommet  $\rho'_0$  :

$$f_N(\xi_{of}) = \frac{8\pi^2 \xi_{of}}{\rho'_0 \left[ 2 \text{Arc tg} \left( \frac{\rho'_0}{2\rho'_0 \xi_{of}} \right)^{1/2} + 3\pi \right]^2 \sin^2 \left[ \frac{4\pi^2}{3\pi + 2 \text{Arc tg} \left( \frac{\rho'_0}{2\rho'_0 \xi_{of}} \right)^{1/2}} \right]}$$

- c) Ellipsoïde de révolution d'équation :

$$\xi^2 = C^2 \left[ 1 - \frac{\rho^2(\xi)}{C\rho'_0} \right]$$

$$f_N(\xi_{of}) = \frac{4\pi^2 C^2 (C - \frac{\xi_{of}}{C})}{\left[ 3\pi - 2 \text{Arc tg} \left( \frac{\rho'_0}{C \left[ \rho'_0 (C - \frac{\xi_{of}}{C}) \right]^{1/2}} \right) \right]^2 \rho'_0 \xi_{of}^2 \sin^2 \left[ \frac{4\pi^2}{3\pi - 2 \text{Arc tg} \left( \frac{\rho'_0}{C \left[ \rho'_0 (C - \frac{\xi_{of}}{C}) \right]^{1/2}} \right)} \right]}$$

- d) Sphère de rayon  $R_0$

$$f_N(\xi_{of}) = \frac{\pi^2 (R_0^2 - \xi_{of}^2)}{\left[ \pi + \text{Arc tg} \left( \left[ R_0^2 - \xi_{of}^2 \right]^{1/2} \right) \right]^2 \xi_{of}^2 \sin^2 \left[ \frac{\pi^2}{\pi + \text{Arc tg} \left( \left[ R_0^2 - \xi_{of}^2 \right]^{1/2} \right)} \right]}$$

etc ...

**IV - CONCLUSION**

Nous avons donné dans cet article quelques méthodes permettant d'affiner les modélisations classiques de cibles radar. Pour les points brillants spéculaires la variation de S.E.R. avec la fréquence est introduite sous forme d'une série de puissances de la longueur d'onde. Pour les discontinuités, après avoir précisé le modèle à employer, nous avons mis l'accent sur le fait que la méthode de l'optique physique est utilisable bien que ses hypothèses de validité soient en défaut à condition d'effectuer une correction par coefficients multiplicateurs incluant les polarisations.

L'évaluation des S.E.R. s'en trouve simplifiée et on trouve ainsi une certaine unicité dans le traitement des zones spéculaires et des discontinuités.

**BIBLIOGRAPHIE**

- |1| CRISPIN J.W., SIEGEL K.M.  
"Methods of radar cross-section analysis"  
Academic Press (1968)
- |2| CRISPIN J.W., GOODRICH R.F., SIEGEL K.M.  
"A theoretical method for the calculation of the radar cross-section of aircraft and missiles".  
University of Michigan, Radiation Laboratory,  
Report 2591-1-H (1959).
- |3| SVARD L., NILSSON N.A.  
"Ellipsoidal modelling of aircraft targets for evaluation of electronic fuzes".  
Conference Proceedings "Military Microwaves", 25-27 Oct. 1978, Microwaves exhibitions and publishers, LTD, 304-309.

- |4| KENNAUGH E.M.  
"Computational and analytical determination of RCS". AGARD Lecture Series, n° 59 (1973).
- |5| RICHMOND J.H.  
"A wire grid model for scattering by conducting bodies". IEEE Transactions on Antennas and Propagation, AP-14, 782-785 (nov. 1966)
- |6| LIN Y.T.  
"Computation of low frequency scattering from airplanes". Report 2768-9, Electroscience Laboratory, Department of Electrical Engineering, Ohio State University, sept. 1972.
- |7| STRATTON J.  
"Théorie de l'électromagnétisme". Dunod (1961)
- |8| CHASSAY G.  
"Contribution à l'étude du modèle des points brillants". Thèse Doctorat ès-Sciences Physiques. RENNES, 25 septembre 1984.
- |9| KELLER J.B.  
"Geometrical theory of diffraction". Journal of the Optical Society of America. 52, 2 (1962).

oooooOooooo