

# DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



NICE du 20 au 24 MAI 1985

---

ALGORITHMES DE FILTRAGE ET DE LISSAGE  
APPLIQUES A L'EXTRACTION DE POTENTIELS EVOQUES

T. PITARQUE (1,2) G. ALENGRIN (2,3) A. HOURI (2,4)

1 ECAN RN 98 83990 Saint Tropez  
2 LASSY-Universite de Nice UA 814 du CNRS 41 Bd Napoleon III 06041 NICE  
3 Membre du GRECO Systèmes adaptatifs du CNRS  
4 Laboratoire de Recherches Neurosensorielles - Av. de Vailombrose-06034 NICE Cedex

---

## RESUME

Les potentiels Evoqués (P.E) sont des variations électriques captées sur le scalp après stimulation d'un organe sensoriel. D'amplitude très faible, ils sont noyés dans l'activité continue du cerveau (EEG) et il se pose le problème de leur extraction par des méthodes de traitement du signal. Pour affiner la méthode de sommation classiquement utilisée, une nouvelle modélisation basée sur une représentation d'état paramétrique, variant dans le temps, du Potentiel Evoqué est proposée.

L'estimation de l'état du système et des paramètres se fait conjointement par un algorithme de filtrage de Kalman étendu (KEI) ou un algorithme de lissage partitionné itératif de Lainiotis (PIA) qui sont ensuite présentés.

Les résultats obtenus sur des signaux simulés bruités et sur des P.E Auditifs bruités sont commentés.

## SUMMARY

Transient Evoked Potentials (E.P) are small electrical variations recorded on the scalp in response to the application of sensory stimuli. Unfortunately they are imbedded in the spontaneous on-going brain's activity (EEG) and therefore signal extraction methods have to be studied.

In order to improve the classical averaging method we propose a new EP modeling based on a state-space representation with time-varying parameters.

A filtering algorithm due to KALMAN or a partitioned smoothing algorithm due to LAINIOTIS gives the estimation of the model parameters together with the best estimate of the EP.

The results given by these algorithms on noisy simulated and noisy biomedical signals are presented.



ALGORITHMES DE FILTRAGE ET DE LISSAGE  
APPLIQUES A L'EXTRACTION DE POTENTIELS EVOQUES

### I) Introduction

Une part importante du Traitement du Signal consiste à extraire un signal utile à partir d'observations physiques bruitées. Dans le cas de signaux sismiques ou biomédicaux le signal à estimer est déterministe et considéré comme la réponse impulsionnelle d'un système dynamique linéaire.

Ainsi les Potentiels Evoqués Auditifs (P.E.A) captés sur le crâne par des électrodes de surface avec une amplitude de quelques microvolts, mesurent la réponse impulsionnelle du système physique auditif à un stimulus sonore très bref assimilable à un Dirac.

Au contraire l'électroencéphalogramme (E.E.G) mesure l'activité continue du cerveau qui a une amplitude moyenne de 100 microvolts et qui va perturber le P.E.A en plus du bruit musculaire et des perturbations électriques externes.

L'extraction du P.E.A précoce (car on ne s'intéresse qu'aux 10 ms suivant le stimulus) est capitale pour le diagnostic des surdités infantiles, des dégénérescences nerveuses ou des tumeurs cérébrales.

En effet le PEA composé de 7 pics (cf fig 1) est remarquablement similaire chez tous les individus normaux et se caractérise dans des cas pathologiques par un allongement des latences ou même une disparition de certains pics.

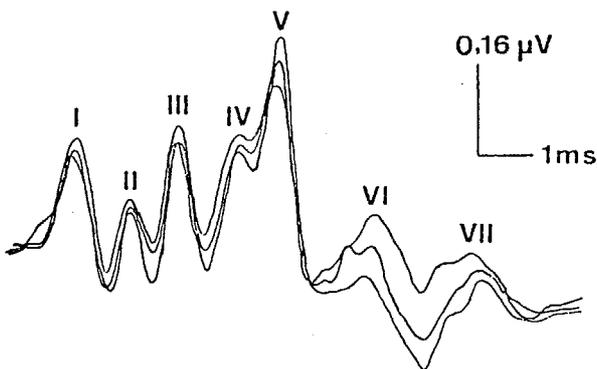


Figure 1 : Reproductibilité du Potentiel Evoqué Auditif chez un même sujet.

Mais la nature du Potentiel Evoqué et les limitations expérimentales imposent les contraintes suivantes :

- le rapport signal/bruit (S.N.R) est très faible,
- l'horizon de mesures est très limité (128 points pour 10 ms d'observation),
- la nature du bruit et les contributions des différentes sources sont très mal connues,
- on ne dispose d'aucune information a priori sur les paramètres du modèle générateur du signal observé.

La méthode classique utilisée actuellement dans les hôpitaux consiste à envoyer périodiquement (20 coups/seconde) un stimulus sonore et à sommer de façon synchrone les réponses bruitées successives. Mais l'extraction du P.E.A supposé invariant nécessite du fait du faible rapport signal/bruit un grand nombre de sommations (en moyenne 2 000). Il n'est pas certain que le PEA soit encore invariant et synchrone de la stimulation et que le bruit reste stationnaire sur une telle durée. De plus cette méthode ne donne qu'un aspect moyenné du PEA, ne permettant pas de suivre son évolution temporelle. Pour toutes ces raisons d'autres méthodes d'extraction sont étudiées dans le but de pouvoir traiter des réponses bruitées individuelles : notamment les techniques d'identification récursive des paramètres d'un modèle qui sont à présent courantes dans le domaine du traitement du signal [1].

La démarche est la suivante :

- représentation du signal observé par un modèle paramétrique linéaire de type CARMA (autorégressif à moyenne mobile avec commande),
- identification des paramètres par les méthodes récursives des Moindres carrés (MC), de la Matrice Instrumentale (MI), du Maximum de Vraisemblance Approché (RM L1)
- filtrage ou lissage pour obtenir le meilleur estimé du signal utile à partir des observations bruitées et des paramètres estimés.

Ces méthodes et ces résultats obtenus ont été présentés dans [2].

Le principal inconvénient est une convergence très lente donnant des paramètres biaisés à cause du rapport signal/bruit trop faible et de la nature de l'entrée de forme impulsionnelle n'excitant pas tous les modes du système.

Nous présentons une nouvelle modélisation des Potentiels Evoqués basée essentiellement sur une représentation d'état à paramètres dépendant du temps.

### II) Modélisation du Potentiel Evoqué

Le Potentiel Evoqué  $z(k)$  déterministe est considéré comme la réponse libre du système physique auditif écarté de sa position d'équilibre par l'impulsion sonore  $u(k)$ . Nous considérons en outre que cette impulsion a lieu juste avant le début de l'intervalle de mesures.

De plus, l'observation des PEA (cf fig1) nous a fait penser qu'ils pouvaient être modélisés par une pseudo-sinusoïde modulée en fréquence et en amplitude.

Le signal  $z(k)$  peut alors être représenté par la régression linéaire d'ordre  $p$  à paramètres variant dans le temps :

$$z(k) + a_1(k-1) z(k-1) + a_2(k-2) z(k-2) = 0 \quad 2.1$$

ALGORITHMES DE FILTRAGE ET DE LISSAGE  
 APPLIQUES A L'EXTRACTION DE POTENTIELS EVOQUES

et l'équation d'observation par :

$$y(k) = z(k) + v(k)$$

où  $y(k)$  est le signal capté par les électrodes et  $v(k)$  le bruit additif supposé blanc, gaussien et centré. Les équations 2-1 et 2-2 sont équivalentes au modèle d'état 2-3.

$$x(k+1) = \begin{pmatrix} 0 & -a_2(k) \\ 1 & -a_1(k) \end{pmatrix} x(k) \quad x(0) = x_0 \neq 0 \quad 2.3$$

$$z(k) = ( 0 \quad 1 ) x(k)$$

$$y(k) = z(k) + v(k)$$

où  $x(k)$  est l'état du système à l'instant  $k T_e$  et  $a_1(k)$  et  $a_2(k)$  sont les paramètres variables à estimer. On voit aisément sur le modèle 2-3 que s'il est possible d'estimer de façon optimale l'état du système à l'ordre  $k$ ,  $\hat{x}(k)$ , il sera très simple d'obtenir le signal utile  $\hat{z}(k)$  qui est la dernière composante de  $x(k)$ . De même si l'on arrive à partir de toutes les données disponibles à estimer au mieux l'état initial  $X_0$  non nul du système, il suffira ensuite d'appliquer un filtre de Kalman classique pour reconstruire  $z(k)$ .

De plus afin d'avoir à estimer des paramètres constants, décomposons les paramètres  $a_i(k)$  (en supposant que cela est possible) sur une base de fonctions simple soit :

$$a_i(k) = \sum_{j=0}^q a_{ij} k^j \quad i=1,2$$

Les paramètres  $a_{ij}$  tiennent compte essentiellement de la modulation de fréquence tandis que les paramètres  $a_{2j}$  estiment la modulation d'amplitude. On obtient alors le modèle 2-4 :

$$\begin{aligned} \theta(k+1) &= \theta(k) & 2.4 \\ y(k) &= \psi(k)^t \theta(k) + \varepsilon(k) \end{aligned}$$

où  $\theta(k)$  est le vecteur de paramètres inconnu

$$\theta(k) = [a_{20} \ a_{21} \dots \ a_{2q} \ a_{10} \ a_{11} \dots \ a_{1q}]^t$$

et  $\psi(k)$  est le vecteur d'observations

$$\psi(k)^t = [-y(k-1) \dots (k-1)^q y(k-1) \ y(k-2) \dots (k-2)^q y(k-2)]$$

$\varepsilon(k)$  est un bruit corrélé.

Le problème de l'estimation des vecteurs  $\theta(k)$  et  $x(k)$  peut être résolu simultanément en créant un vecteur d'état augmenté :

$$x_a(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ \theta(k) \end{pmatrix}$$

Les modèles 2-3 et 2-4 se ramènent au modèle d'état augmenté 2-5 :

$$\begin{aligned} x_a(k+1) &= \psi_a(k+1, k) x_a(k) \\ y(k) &= C_a x_a(k) + v(k) \end{aligned}$$

$$\psi_a(k+1, k) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & -\alpha & -k\alpha & \dots & -k^q \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\alpha & -k\alpha & -k^q \alpha \\ 0 & \vdots & & & & & & & & I \end{pmatrix}$$

$$C_a = ( 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \dots \dots 0 )$$

et  $\alpha = x_2(k)$  inconnu sera approximé

0 et I sont les matrices nulles et identité.

De plus afin de rendre les algorithmes d'extraction adaptatifs nous introduisons le modèle de référence déterministe suivant :

$$\begin{aligned} x_a^*(k+1) &= \psi_a^*(k+1, k) x_a^*(k) \\ y^*(k) &= C_a x_a^*(k) \end{aligned} \quad 2.6$$

avec  $\psi_a^*(k+1, k) \equiv \psi_a(k+1, k)$  sauf que  $\alpha = x_2^*(k)$

On en déduit par différence le modèle des déviations 2.7 :

$$\begin{aligned} \delta x_a(k+1) &= \phi_a(k+1, k) \delta x_a(k) \\ \delta y(k) &= C_a \delta x_a(k) + v(k) \end{aligned}$$

avec  $\delta x_a(k) = \begin{pmatrix} \delta x(k) \\ \delta \theta(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(k) - x^*(k) \\ \theta(k) - \theta^*(k) \end{pmatrix}$

$$\delta y(k) = y(k) - y^*(k)$$

$$\phi_a(k+1, k) = \begin{pmatrix} 1 - a_2^*(k) & -\alpha - k\alpha & -k^q \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1^*(k) & 0 & 0 & -\alpha & -k\alpha & -k^q \alpha \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & & & & & I \end{pmatrix}$$

$\alpha = x_2^*(k)$  et  $a_i^*(k) = \sum_{j=0}^q a_{ij} k^j$

III) Algorithmes de filtrage et de lissage

Le premier algorithme étudié (KEI) est le filtre de Kalman étendu, classique en traitement du signal ([3]), appliqué de façon itérative à cause du petit nombre de données observées. Le KEI consiste à chaque itération  $i$  et sur tout l'horizon de données à :

- renouveler le modèle de référence 2.6 avec l'estimé précédent du vecteur de paramètres  $\hat{\theta}_{i-1}$
- appliquer un filtre de Kalman classique sur le modèle des déviations 2-7 afin d'obtenir les nouveaux estimés  $\hat{x}_i(k)$  et  $\hat{\theta}_i$ .

L'algorithme est initialisé avec  $\hat{\theta}_0 = 0$  et s'arrête à l'itération I lorsque les paramètres ont convergé, i.e.  $|\hat{\theta}_I - \hat{\theta}_{I-1}| < \epsilon$ . Lorsque la convergence est atteinte on en déduit simplement le signal utile  $\hat{z}(k)$ , dernière composante de l'état estimé  $\hat{x}(k)$ .

Mais l'inconvénient du KEI est qu'il n'estime pas l'état initial  $x(0)$  non nul, très important car il détermine toute la trajectoire. Pour cette raison nous avons étudié un algorithme de lissage, dérivé des travaux de Lainiotis ([4]) qui estime à la fois l'état initial et le vecteur de paramètres  $\theta$  à partir de tout l'horizon de données.

L'algorithme partitionné de Lainiotis (PIA) est appliqué de façon itérative comme le KEI mais estime à cha-

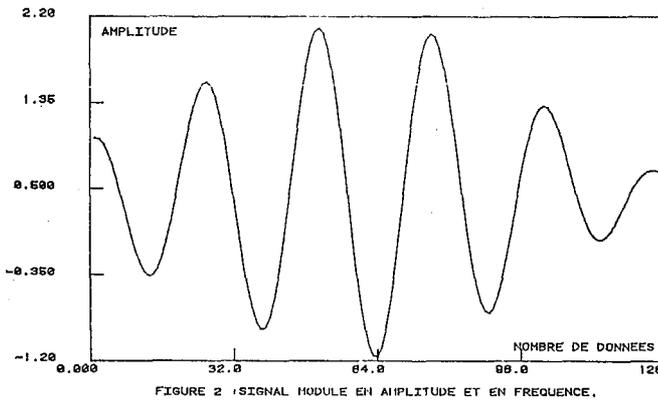


ALGORITHMES DE FILTRAGE ET DE LISSAGE  
APPLIQUES A L'EXTRACTION DE POTENTIELS EVOQUES

que itération  $i$  l'état initial  $\hat{x}_i(0)$  et  $\hat{\theta}_i$ . Après convergence des paramètres la reconstruction du signal utile se fait par un filtre de Kalman; Pour plus de détails sur le PIA on se reportera aux travaux [5],[6].

#### IV) Résultats expérimentaux

Afin de tester l'efficacité de ces deux algorithmes nous avons tout d'abord généré des modèles paramétriques que nous avons ensuite bruité par un bruit gaussien.



La figure 2 montre un signal modulé en amplitude et en fréquence, généré sur 128 points.

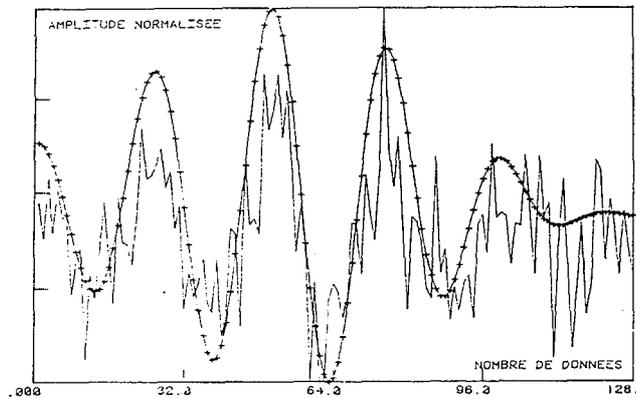
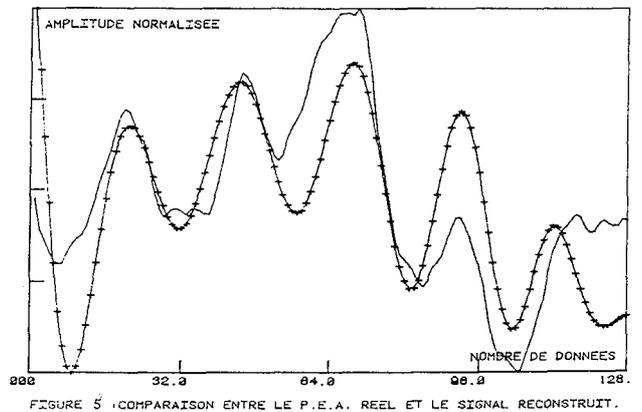
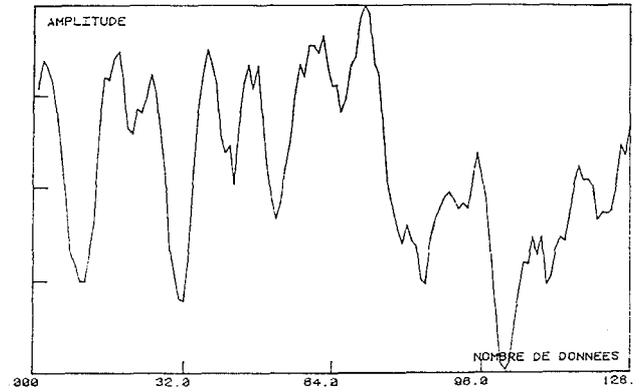


Figure 3 : Signal bruité avant et après filtrage.

La figure 3 montre ce même signal bruité avec un SNR de 0dB et le signal reconstruit après 21 itérations par le KEI. Les paramètres estimés (au nombre de 6) sont très proches de ceux imposés. L'amplitude des signaux est normalisée à 1 car l'on s'intéresse surtout au temps d'apparition des maxima. Ceux-ci correspondent tout à fait à ceux du signal origine.

Pour nous rapprocher encore de la réalité physiologique nous avons fait l'acquisition de P.E.A réels plus ou moins bruités obtenus en changeant le nombre de sommations préalables. Ces signaux ont été convertis à une fréquence d'échantillonnage de 12,8 kHz par un convertisseur associé à un mini-ordinateur MINC 11 et stockés sur des fichiers numériques de

128 données.



La figure 4 montre un PEA normal sommé 2048 fois auquel a été ajouté un bruit gaussien filtré avec un SNR de -3 dB. En effet pour se tenir compte de la réalité expérimentale, le bruit additif a été filtré par un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $f_c = 1600$  Hz. La figure 5 compare le P.E.A origine et le signal reconstruit (en trait hachuré) après lissage de LAINIOTIS. L'on remarquera que malgré le SNR très sévère, les instants des maxima ont été parfaitement détectés.

#### V) Conclusion

Nous avons présenté dans cet article une nouvelle méthode de traitement des Potentiels Evoqués basée sur une modélisation d'état à paramètres variables et sur des algorithmes d'estimation conjointe de l'état et des paramètres, très performants. Les résultats obtenus tout d'abord sur des signaux simulés puis sur des P.E.A bruités, montrent la bonne extraction de ces signaux pour des SNR équivalents à -3dB avec des performances comparables pour le KEI et le PIA.

L'application de ces algorithmes sur des P.E.A obtenus après une seule stimulation n'a pas été possible, malgré leur grande robustesse à la nature du bruit pour plusieurs raisons :

- tout d'abord le SNR trop faible dans le cas d'une

ALGORITHMES DE FILTRAGE ET DE LISSAGE  
APPLIQUES A L'EXTRACTION DE POTENTIELS EVOQUES

---

réponse unitaire,

- et une modélisation qui resterait à affiner notamment en augmentant le développement des coefficients  $a_i(k)$  ou en essayant d'autres bases de fonctions ([7]).

REFERENCES

- [1] SODERSTROM T., LJUNG L., GUSTAVSSON I. "A theoretical analysis of recursive identification methods". Automatica vol 14, p 231-244, 1978.
- [2] ALENGRIN G., HOURI A., PITARQUE T. "Filtrage adaptatif récursif de signaux neurosensoriels" 9ème colloque du GRETSI, p 855-859, Nice, 1983.
- [3] LJUNG L. "Asymptotic behaviour of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems"- IEEE Trans. Autom. control 24, p. 36-50, 1979.
- [4] GOVINDARAJ K.S., LAINIOTIS D., "A unifying framework for discrete linear estimation : generalized partitioned algorithms" Int. J. Control vol 28, p 571-588, 1978.
- [5] ALENGRIN G., ROSSO M., "Adaptive identification and filtering of noisy signals". EUSIPCO 83, Erlangen, 1983.
- [6] PITARQUE T., "Etude d'algorithmes de filtrage et de lissage en traitement du signal : application à l'extraction de Potentiels Evoqués" Thèse de 3ème cycle, Nice, Novembre 1984.
- [7] GRENIER Y., "Modélisation de signaux non stationnaires" Thèse de doctorat d'état, Paris, Octobre 1984.

