



Placement Optimal des Capteurs d'un Réseau de Microphones

S. Gazor et Y. Grenier

ENST, Télécom Paris, Département Signal, 46 rue Barrault, 75634 Paris Cedex 13, France.

E-mail: gazor@sig.enst.fr, Tel: 33 1 45817547, Fax: 33 1 45887935.

RÉSUMÉ

En traitement d'antenne, le choix du positionnement des capteurs a une influence importante sur la performance. Dans cet article, nous proposons quatre critères permettant de définir et d'évaluer la géométrie du réseau (la configuration, le nombre et les positions des capteurs) en fonction de l'application envisagée, en particulier dans l'optique de l'extraction du signal (la formation de voies, FdV) et celle de la localisation de sources. Chacun des critères nous permet d'améliorer les performances de l'antenne pour certaines applications. Les simulations montrent comment l'optimisation de la répartition des capteurs modifie les performances du traitement d'antenne pour ces applications.

1 Introduction

Dans le cas de réseaux linéaires réguliers, le théorème de Shannon impose que le nombre des capteurs soit supérieur à $\frac{2\lambda_{max}}{d_{des}\lambda_{min}}$ [1] (où λ_{max} , λ_{min} et d_{des} désignent respectivement la plus grande et la plus petite longueur d'onde du signal et la largeur du lobe principal.). Cette valeur peut être trop importante pour certaines applications.

Pour faire face à ce type de problème, on peut envisager l'emploi de réseaux irréguliers [1-13]. L'emploi de tels réseaux se justifie d'autant plus que le nombre de capteurs est faible (par exemple réseau de microphones [14-16]) et qu'il est alors important de bien les placer. Cependant, leur utilisation pratique reste assez rare du fait de la difficulté d'en optimiser la géométrie en fonction des critères de performance classiquement employés, et de la difficulté du traitement de l'information dans le cadre de certaines applications [8-10,16].

Après la présentation du problème dans la section 2, nous présenterons dans la section 3 quatre critères d'optimisation. Le premier repose sur la distance entre le diagramme de rayonnement et un diagramme idéal fixé. Le deuxième critère présenté est une mesure d'orthogonalité entre les deux sous-espaces associés aux signaux provenant respectivement de positions désirées et de positions non désirées. Le troisième critère mesure la capacité à extraire le signal utile par la méthode haute résolution de Capon. Le quatrième critère utilise l'information mutuelle entre les signaux propagés depuis une région de l'espace jugée intéressante et les signaux observés au niveau des capteurs.

La section 4 comparera ces critères, dont on montrera en section 5 l'application à plusieurs géométries d'antennes.

2 Présentation du problème

Le positionnement optimal des capteurs permet d'obtenir un réseau d'antennes ayant une bonne capacité

ABSTRACT

Sensor positioning has an important influence on the performance of array processing. The main contributions of this paper are the proposal of criteria to evaluate and to optimize the performance of an array of sensors through its geometric configuration, the number and the positions of the sensors. Each criterion evaluates the performance of the array for some applications, particularly for beamforming and source localization. The simulation results show that the criteria are related, and allow proper optimization of the array configuration.

à extraire des signaux en milieux bruités. La loi de propagation est caractérisée par les fonctions de transfert entre les positions des sources et les positions où les signaux sont observés. Posons Ω , l'ensemble des positions géométriques dans le milieu de propagation. A chaque couple de points dans Ω est associé une fonction de transfert. Les ensembles R_d, R_N et $R_{Sen} \subset \Omega$ contiennent respectivement les positions des sources désirées, des sources du bruit et des capteurs. Considérons une antenne avec M capteurs positionnés en A_1, A_2, \dots, A_M dans R_{Sen} . On note,

$$\psi \triangleq \{A_1, A_2, \dots, A_M\}. \quad (1)$$

Supposons que les signaux sources sont Gaussiens, stationnaires de moyenne nulle et indépendants en différents points et à différentes fréquences. Pour la description statistique de la distribution des sources, nous considérons une mesure aléatoire telle que le vecteur du signal observé dans le domaine fréquentiel, noté $X(f; \psi)$, soit de la forme,

$$X(f; \psi) \triangleq G(f; P_s, \psi)S(f) + \int_{Q \in R_N} G(f; Q, \psi)d\nu(f; Q) \quad (2)$$

$G(f; P, A_i)$ est la fonction de transfert entre la position d'une source $P \in R_d \cup R_N$ et la position d'un capteur ($G(f; P, \psi) \triangleq [G(f; P, A_1), G(f; P, A_2), \dots, G(f; P, A_M)]^T$). $d\nu(f; Q)$ est la mesure aléatoire du bruit générée en $Q \in R_N$. La mesure densité spectrale associée à $\nu(f; Q)$ est $\beta(f; Q)$. Les matrices d'autocorrélations des observations¹ $R_{XX}(f; \psi) = E(XX^H)$, et du bruit

$$R_{NN}(f; \psi) \triangleq \int_{Q \in R_N} G(f; Q, \psi)G^H(f; Q, \psi)d\beta(f; Q), \quad (3)$$

ainsi que la fonction de transfert $G(f; P_s, \psi)$ sont supposées connues. Pour un filtre linéaire $A(f)$, d'entrée $X(f; \psi)$, la

¹ $(.)^H$ est l'opération de transposition et de conjugaison.



sortie est définie par $Y(f; \psi) \triangleq A^H(f)X(f; \psi)$. Le gain entre la sortie et le signal émis en P appelé le diagramme de rayonnement est :

$$\Gamma(f; P, \psi) \triangleq A^H(f)G(f; P, \psi). \quad (4)$$

La sortie $Y(f; \psi)$ est une combinaison des signaux émis en différents points $P \in \Omega$ avec les gains correspondants $\Gamma(f; P, \psi)$. Pour un point spécifique P_s , quand le filtre est bien choisi, ce signal $Y(f; \psi)$ peut être considéré comme un estimateur de $S(f; P_s)$.

3 Critères et Approches

Cette section introduit sur les critères de positionnement des capteurs respectivement basés sur,

C_1 : comportement du diagramme de rayonnement.

C_2 : comportement du filtrage linéaire.

C_3 : variance résiduelle du filtre de Capon.

C_4 : capacité d'information.

3.I Comportement de la Formation de Voie

La formation de voie consiste à trouver un filtre qui minimise une distance entre $\Gamma(f; P, \psi)$, et un diagramme idéal noté $\Gamma_{id}(f; P)$ (par exemple $\Gamma_{id}(f; P) = \delta(P - P_s)$).

Pour optimiser $A(f)$ nous proposons d'utiliser la distance euclidienne L_2 . En effet, dans ce cas pour ψ donné, on peut dériver facilement l'expression du filtre optimal $A_{opt}(f) = U^{-1}V$ où,

$$U(f) \triangleq \int_P G(f; P)G^H(f; P)d\eta(f, P), \quad V(f) \triangleq \int_P G(f; P)\Gamma_{id}^H(f; P)d\eta(f, P).$$

$\eta(f, P)$ est la mesure de densité spectrale qui contrôle l'importance relative des points. Finalement le critère peut être noté par :

$$C_1(\psi) \triangleq -\log \int_{f, P} |V^H U^{-1}G - \Gamma_{id}(f; P)|^q d\eta(f, P). \quad (5)$$

Ce critère peut être utilisé pour optimiser ψ . La performance de la formation de voie est d'autant meilleure que $C_1(\psi)$ est grand.

3.II Comportement du Filtre linéaire

Si pour estimer le signal $S(f)$, on projete $X(f; \psi)$ sur $G(f; P_s, \psi)$, on obtient :

$$\Pi_{G(f; P_s, \psi)} X(f; \psi) = S(f) + \int_{Q \in R_d} \Pi_{G(f; P_s, \psi)} G(f; Q, \psi) d\nu(f; Q),$$

où $\langle A, B \rangle$ est le produit linéaire, $\Pi_{A, B} \triangleq \frac{\langle A, B \rangle}{\langle A, A \rangle}$ est le projecteur de B sur A . Nous nous intéressons à la variance de l'erreur de cet estimateur, notée :

$$n(f; P_s) = \int_{Q \in R_d} |\Pi_{G(f; P_s, \psi)} G(f; Q, \psi)|^2 d\beta(f; Q).$$

Lorsque $n(f; P_s)$ décroît, la performance de l'antenne s'améliore. Nous pouvons alors prendre $n(f; P_s)$ comme critère en effectuant une intégration sur l'ensemble des sources. Nous pouvons aussi généraliser ce critère en utilisant la moyenne d'ordre q . Nous définissons,

$$C_2(\psi) \triangleq -\log \int_{f, P \in R_d, Q \in R_d} |\Pi_{G(f; P)} G(f; Q)|^q d\beta(f; Q) d\xi(f; P) df. \quad (6)$$

$C_2(\psi)$ est une mesure de l'orthogonalité entre les sous-espaces respectivement engendrés par les bruits et par les signaux désirés. $C_2(\psi)$ représente en terme de réjection du bruit la performance d'une formation de voie conventionnelle.

3.III Énergie à la sortie du Filtre MVDR

L'estimateur haute résolution de Capon (MVDR) qui estime $S(f)$, est de la forme,

$$\hat{S}(f; P_s, \psi) \triangleq \frac{G^H(f; P_s, \psi) R_{NN}^{-1}(f; \psi) X(f; P_s, \psi)}{G^H(f; P_s, \psi) R_{NN}^{-1}(f; \psi) G(f; P_s, \psi)}.$$

On peut voir que la variance de cet estimateur est égale à,

$$\text{Var}[\hat{S}(f; P_s, \psi)] = \frac{1}{G^H(f; P_s, \psi) R_{NN}^{-1} G(f; P_s, \psi)}.$$

Pour améliorer l'aptitude du réseau à extraire le signal il faut choisir ψ de manière telle que l'énergie du bruit à la sortie, $\text{Var}[\hat{S}(f; P_s, \psi)]$ soit minimale.

Nous proposons de l'utiliser en effectuant une double intégration comme critère pour le choix de ψ .

$$C_3(\psi) \triangleq -\log \int_{f, P_s \in R_d} \frac{df d\xi(f; P_s)}{G^H(f; P_s) R_{NN}^{-1} G(f; P_s)}. \quad (7)$$

Ce critère représente la variance du bruit résidence quand nous extrayons le signal en utilisant la méthode de Capon.

3.IV Capacité d'Information

Le théorème de Shannon dit que le débit maximal d'information transmise par un système de communication est limité par le rapport signal sur bruit. Nous considérons que $G(f; P_s, \psi)$ représente la fonction de transfert d'un canal de communication multidimensionnel, $S(f)$ représente le signal transmis et $G(f; Q, \psi) d\nu(f, Q)$ représente le bruit additif. Donc la capacité d'information de ce canal mesure la performance de l'antenne pour observer les signaux désirés en présence du bruit. Elle est définie par l'information mutuelle entre $X(f; \psi)$ et $G(f; P_s, \psi)S(f)$. C'est à dire $I\{GS; X\} \triangleq H\{X\} - H\{N\}$, où H est l'entropie par échantillon d'un vecteur aléatoire et $I\{GS; X\}$ est l'information mutuelle entre X et GS (GS est l'effet de S observé par le réseau).

La moyenne de $I\{GS; X\}$ sur l'ensemble des sources désirées $P_s \in R_d$ représente un critère de performance pour observer un signal émis sur R_d . Nous définissons alors,

$$C_4(\psi) \triangleq \int_{f, P_s \in R_d} \log [1 + G^H(f; P_s, \psi) R_{NN}^{-1}(f; P_s, \psi) G(f; P_s, \psi) d\xi(f; P_s)] df. \quad (8)$$

Quand la source est située dans R_d avec une densité spectrale égale à $d\xi(f; P_s)$, la capacité du réseau à capter les informations transmise est la meilleure pour les grandes valeurs de $C_4(\psi)$.

4 Discussion

Dans cette section nous discuterons des relations existant entre les critères. Nous verrons que dans certains cas ces critères sont équivalents.

Pour comparer C_3 et C_4 , nous utilisons le fait que l'estimateur de Capon conserve l'information mutuelle entre les observations et la source désirée [1], c'est-à-dire que $I\{\hat{S}; S\} = I\{X; GS\}$. Donc, le critère basé sur l'entropie maximale et celle de MVDR sont liés. La différence entre C_3 et C_4 est que C_3 est calculée par le logarithme de

l'intégrale de $(df d\xi)/a$ (a est égale à $G^H R_{NN}^{-1} G$). Tandis que C_4 est donnée par l'intégrale de $\log(1 + ad\xi)df$. Ainsi, les critères sont basés sur l'intégration de différentes fonctions nonlinéaires de même argument (C'est à dire $G^H R_{NN}^{-1} G$). Quand la projection est définie par $\langle A, B \rangle = A^H R_{NN}^{-1} B$ et $q = 2$, on obtient $C_2(\psi) = C_3(\psi)$. C_2 peut donc être considéré comme une généralisation de C_3 . Dans certains cas particuliers C_1 et C_2 sont équivalents. L'avantage de $C_2(\psi)$ par rapport à $C_1(\psi)$ est que $C_2(\psi)$ est obtenu sans aucune optimisation.

5 Performances et Simulations

L'objectif de cette section est de comparer les critères et d'évaluer les performances d'une antenne relativement aux paramètres suivants:

- espacement des capteurs,
- nombre des capteurs,
- géométries du réseau.

Nous avons choisi une application à l'audio-conférence et une bande de fréquence² de 300Hz à 3.3kHz. R_N est un demi-cercle $[0, \pi]$ avec un rayon égal à 4m et la distribution du bruit est spatialement uniforme³. Les six sources désirées ont des variances égales à 1, et sont uniformément espacées entre $\pi/4$ et $3\pi/4$ sur un cercle de rayon 3m. La fonction de transfert entre deux points est égale à $r^{-1}e^{-j2\pi fr/c}$ où r , c et f sont respectivement la distance entre les points, la vitesse de propagation et la fréquence.

Les figures 1, 2 et 3 illustrent la valeur des critères envisagés pour 3 géométries différentes d'antenne avec 8 capteurs en fonction de l'écart entre les deux capteurs les plus proches, noté d . Les critères sont tracés en fonction de d après une simple normalisation linéaire entre $[0, 1]$.

Il apparait que l'allure des courbes obtenues pour ces critères est sensiblement la même. L'origine des similitudes entre les critères vient des similitudes entre les problèmes à résoudre sur lesquels ils sont basés. On constate ainsi que la valeur optimale de d obtenue pour l'un des critères fournit une valeur presque optimale pour les autres critères. L'existence d'optima locaux traduit la nature propagative du modèle employé pour les signaux sources.

Pour comparer les critères et les configurations différents, nous considérons les performances optimales de chaque configuration. Les deux configurations linéaires (Fig. 1 et 3) donnent approximativement la même performance. Mais la performance optimale de la configuration circulaire (Fig. 2) est meilleure que celle des deux antennes linéaires.

Cette amélioration est due uniquement à la distribution des sources. Donc le choix de la configuration géométrique propre dépend de la densité spectrale des bruits et celles des sources désirées.

La figure 4 illustre la valeur des différents critères (normalisés) en fonction du nombre des capteurs d'une antenne linéaire de taille égale à 1m.

On peut voir que le taux d'amélioration de la performance est saturé quand la région des capteurs est bornée et que le nombre des capteurs est grand.

²Simulée par 200 fréquences discrètes uniformément échantillonnées.

³Ceci est simulé par 100 sources ponctuelles indépendantes, de variance 10.

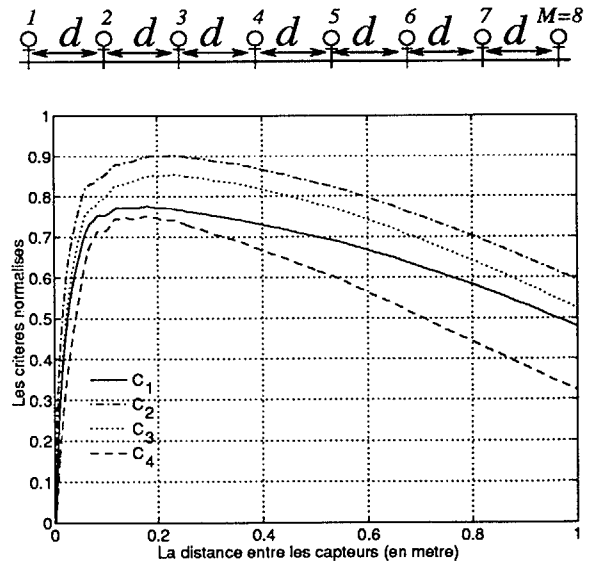


Figure 1: L'antenne linéaire régulière.

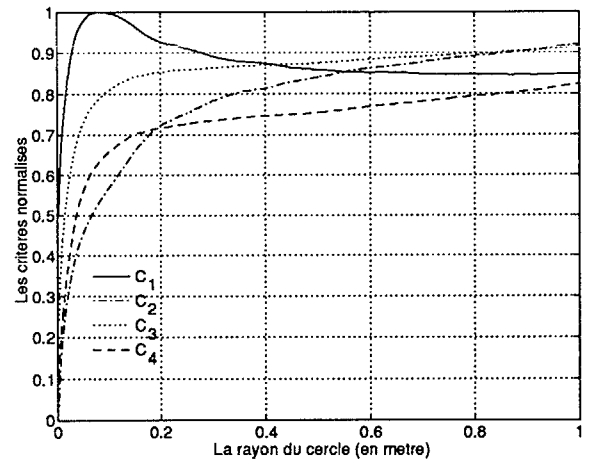
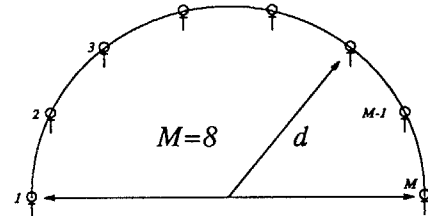


Figure 2: L'antenne semi-circulaire.

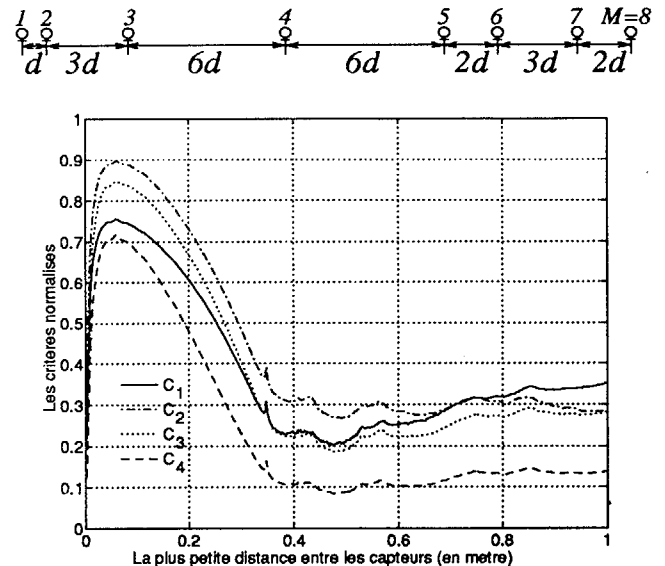


Figure 3: L'antenne linéaire à redondance minimale.

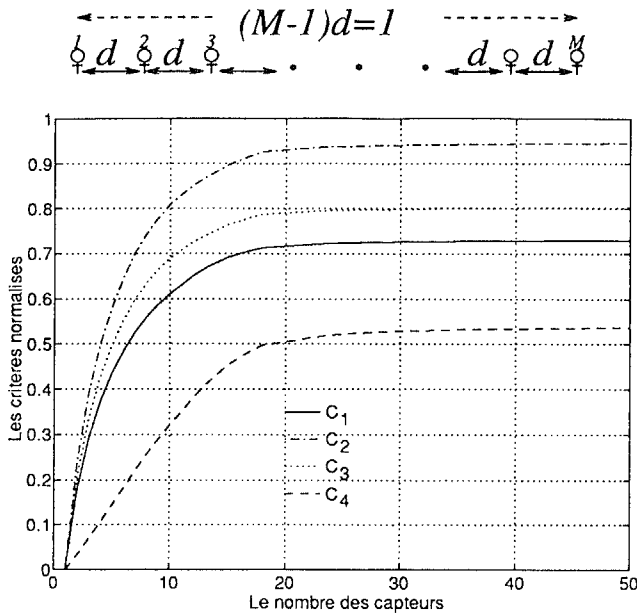


Figure 4: L'antenne linéaire régulière avec un nombre de capteurs variable.

Les simulations montrent que la performance du réseau linéaire optimisé avec 8 capteurs est acceptable pour notre exemple. Cependant, la théorie classique propose un nombre de capteurs égal à $\frac{2\lambda_{\max}}{d_{\text{des}}\lambda_{\min}} \simeq 60$. Ce ci montre l'importance de la répartition spatiale des capteurs. Nous avons vu que l'écart de placement optimal est plus grand que celui de Shannon (dans le cas de propagation en champ proche ou quand le nombre des capteurs n'est pas grand).

Les simulations effectuées sur la sensibilité pour quelques réseaux optimisés montrent que les capteurs les plus proches possèdent une sensibilité plus importante.

6 Conclusion

Le problème de la répartition d'un réseau d'antenne est introduit dans cet article. Nous avons supposé que les sources désirées et les sources de bruits sont positionnées dans des régions connues. La lois de propagation est représentée par les fonctions de transfert. Les propriétés stochastiques des sources décrites par les densités spectrales énergétiques sont supposées connues.

Notre étude nous a permis de développer quatre critères de performance d'une antenne. Quelques cas particuliers de C_1 et C_2 sont déjà citées dans la littérature. Bien que les critères soient liés, pour chaque application, un critère approprié peut être utilisé pour améliorer la performance, choisir le nombre de capteurs ou optimiser leur répartition.

Pour le placement optimal des capteurs, il n'existe pas de solution analytique, et q n'est pas spécifié (ainsi $q = \infty$ donne le critère de minimax pour C_1 et C_2 [11, 12].).

Le résultat des simulations montre que lorsque le nombre des capteurs est plus grand qu'un certain seuil, aucune amélioration de la performance ne peut plus être espérée en augmentant le nombre des capteurs. Dans un réseau d'antenne, le nombre des paramètres à optimiser peut être grand, de plus, on rencontre le problème des optima locaux. Il faut donc bien choisir la méthode d'optimisation et le point initial.

Certaines géométries y compris le cas général du réseau linéaire, peuvent conduire à des optima locaux qui dépendent de la densité spectrale des sources et des contraintes

géométriques. Il semble qu'il n'y ait pas une réponse analytique et générale pour la solution optimale de la répartition des capteurs.

References

- [1] S.Gazor, Y.Grenier, "Optimal Positioning of Sensors for a Microphone Array," *Submitted to IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, Juin 1993.
- [2] S.S.Shanan, C.A.Pomalaza-Raez, "The use of nonuniform element spacing in array processing algorithms," *J. Acoust. Soc. Am.* 86, pp.1416-1418, Oct. 1989.
- [3] A.T.Moffet, "Minimum-Redundancy Linear Arrays," *IRE Trans. on Anten. and Propag.*, Vol. AP-16, No. 2, pp.172-175, Mar. 1968.
- [4] J.K.Butler, H.Unz, "Beam efficiency and gain optimization of antenna arrays with nonuniform spacing," *Radio Science*, Vol. 2 (New Series), no. 7, pp.711-720, July 1967.
- [5] A.Ishimaru, "Theory of unequally-spaced arrays," *IRE Trans. on Anten. and Propag.*, Vol AP-10, no. 6, pp.691-701 Nov. 1962.
- [6] A.L.Snover, "An investigation of the properties of synthesized nonuniformly spaced antenna arrays," *IRE Trans. on Anten. and Propag.*, Vol. AP-12, no.1, pp.132-133, Jan. 1964.
- [7] M.T.Ma, "Note on nonuniformly spaced arrays," *IRE Trans. on Anten. and Propag.*, Vol. AP-11, no. 4, pp.508-509, July 1963.
- [8] R.F.Harrington, "Side-lobe reduction by nonuniform element spacing," *IRE Trans. on Anten. and Propag.*, Vol AP-9, no. 2, pp.187-192, March 1961.
- [9] Y.T.Lo, "Side-lobe level in nonuniformly spaced antenna arrays," *IRE Trans. on Anten. and Propag.*, Vol. AP-11, no. 4, pp.511-512, July 1963.
- [10] M.I.Skolnik, G.Nemhauser and J.W.Sherman, "Dynamic programming applied to unequally spaced arrays," *IRE Trans. on Anten. and Propag.*, Vol. AP-12, no. 1, pp.35-43, Jan. 1964.
- [11] R.P.Dooley, "The optimum design of small nonuniformly spaced array," *IRE Trans. on Anten. and Propag.*, pp.636-637, Sept. 1972.
- [12] H.S.Jacobsen, K.Madsen, "Synthesis of nonuniformly spaced array using a general nonlinear min-max optimization method," *IRE Trans. on Anten. and Propag.*, pp.501-506, July 1976.
- [13] A.R.Penner, "Optimization of array configuration," *J. Acoust. Soc. Am.* 82(6), pp.2152-2154, Dec. 1987.
- [14] H.F.Silverman, "Some analysis of microphone arrays for speech data acquisition," *IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol. ASSP-35, pp.1699-1712, Dec. 1987.
- [15] A.Kataoka, Y.Ichinose, "A microphone array configuration for adaptive microphone array system for noise reduction," *J. Acoust. Soc. Jpn. (E)*, pp.317-325, 1990.
- [16] M.F.Berger, H.F.Silverman, "Microphone array optimization by stochastic region contraction," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 39, pp.2377-2386, Nov. 1991.