



DÉCONVOLUTION EN SORTIE DE FORMATION DE VOIES STANDARD : LE CAS DES SOURCES EN MOUVEMENT

Hervé CHUBERRE, Jean-Jacques FUCHS

IRISA/Université de Rennes I

Campus de Beaulieu - 35042 Rennes Cedex - France

RÉSUMÉ

Le problème traité est celui de la caractérisation de sources en mouvement. Ces sources sont supposées situées en champ lointain et leur nombre n'est pas connu a priori. Un modèle d'évolution de leur fréquence spatiale est utilisé. La méthode de déconvolution locale proposée¹, opère en sortie de formation de voies standard (FVS). Cette approche se ramène en fait à ajuster une superposition de noyaux paramétrés aux sorties de la FVS sur le secteur spatial que l'on associe au premier maximum rencontré. Cet ajustement de modèle s'assimile à un problème de régression non-linéaire. Les estimées obtenues permettent de réaliser la soustraction des contributions des sources, ainsi la procédure peut recommencer sur un autre secteur spatial. Des simulations sont présentées afin de montrer les capacités de la méthode.

ABSTRACT

This paper addresses the estimation of the moving sources parameters. These sources are supposed to be located in the far field and their number is unknown. A simplified model of the source motion is used on a Conventional Beamforming (CBF) output by a deconvolution approach. The purpose of this procedure is to perform a fitting of a parametrized superposition of kernels over a spatial sector. It results in a nonlinear regression problem. The estimated parameters allows the subtraction of the sources contribution from the CBF. Then the procedure can consider an other sector of interest. Results of numerical experiments are presented which show the potential of this method.

1. INTRODUCTION

Les méthodes de Traitement d'Antennes (TA) classiques (formation de voies ou méthode haute résolution) supposent implicitement que les sources sont statiques i.e les gisements des sources restent constants sur la durée du traitement. De précédentes études [1] ont permis de mettre en évidence les dégradations subies par ces méthodes classiques lorsque les sources sont en mouvement.

Il est également bien connu [2] que le mouvement d'une source provoque l'élargissement de son spectre spatial; par conséquent, l'idée est ici d'utiliser une modélisation d'un tel élargissement moyennant quelques hypothèses simples sur le mouvement des sources (considérées ici comme lointaines et défilant lentement). Nous proposons alors d'appliquer la méthode de déconvolution locale présentée dans [3] en vue d'estimer les paramètres de ce modèle. Ces paramètres sont : la puissance des sources (a) et le couple (ν_0 fréquence spatiale moyenne, $\dot{\nu}$ dérivée de la fréquence spatiale qui est liée à la vitesse de défilement angulaire) associés à chaque source.

Pour cela on réalise une FVS sur un ensemble d'observations (snapshots) en ne prenant pas en compte l'éventuel mouvement des sources lors de ce prétraitement. Puis on extrait des valeurs des voies uniquement dans des secteurs recelant vraisemblablement des sources. Ces secteurs sont alors traités les uns après les autres.

La procédure ainsi développée s'assimile en fait à une procédure de régression non-linéaire [4] qui consiste, dans notre

application, à ajuster une superposition de noyaux paramétrés à des observations bruitées que sont les sorties de la FVS. Pour ce faire, la méthode met en œuvre la minimisation d'un critère approché des moindres carrés généralisés par l'utilisation d'une méthode de quasi-Newton [5]. Un aspect essentiel de cette approche est que la détection des sources (mobiles ou non) et l'estimation de leurs paramètres se font de manière conjointe au moyen d'un test statistique.

2. FORMULATION DU PROBLÈME

Nous considérons une antenne linéaire passive constituée de N capteurs équidistants éclairée par un nombre inconnu P de sources ponctuelles en présence de bruit blanc. Par la suite, nous prendrons comme *observations*, les sorties de la FVS normalisée, qui s'écrivent à la fréquence spatiale $f = \frac{\sin \varphi}{2}$: (où φ est le gisement mesuré à partir du travers de l'antenne)

$$\hat{y}(f) = \frac{1}{N^2} d\theta(f)^* \hat{R} d\theta(f) \quad (1)$$

où le vecteur de focalisation à la fréquence spatiale f est donné par :

$$d\theta(f) = \left[1 \ e^{2i\pi f} \dots e^{2i\pi(N-1)f} \right]^T \quad (2)$$

Le snapshot X_t est obtenu par FFT des sorties de capteurs à la fréquence temporelle de travail dans le cas d'une analyse bande étroite. L'indice t désigne la $t^{\text{ème}}$ tranche temporelle du signal échantillonné. Pour des raisons de commodité d'écriture nous supposons disposer de $2T + 1$ snapshots.

¹Ce travail est réalisé dans le cadre d'une convention entre l'université de Rennes 1 et la DCAN/CERDSM, Toulon



On note alors \hat{R} une estimée de la matrice covariance de ces vecteurs :

$$\hat{R} = \frac{1}{2T+1} \sum_{t=-T}^T X_t X_t^* \quad (3)$$

De plus, dans le cas d'un nombre infini d'observations, la matrice de covariance asymptotique peut se décomposer de la manière suivante :

$$R = R_s + R_b \quad (4)$$

où R_s correspond à la contribution des P sources et R_b à celle du bruit.

Pour des sources fixes, et en supposant le bruit spatialement blanc de variance σ_b^2 , la matrice R_s est donnée par :

$$\begin{aligned} R_s &= \sum_{p=1}^P R_p = \sum_{p=1}^P a_p d\theta(\nu_p) d\theta(\nu_p)^* \quad (5) \\ R_b &= \sigma_b^2 I \end{aligned}$$

où $d\theta(\nu_p)$ est le *vecteur direction* ou vecteur source (du type (2)) de la $p^{\text{ème}}$ source de puissance a_p .

Pour le cas des sources en mouvement, nous nous placerons dans la situation habituelle où les fronts d'ondes sont supposés plans. Dans (5) la *fréquence spatiale* ν , associée à une source immobile, est reliée au gisement φ qui est constant. Par contre dans le cas de sources en mouvement, nous pouvons définir une *fréquence spatiale instantanée* de la manière suivante :

$$\nu(t) = \frac{\sin \varphi_t}{2} \quad (6)$$

Or, il est alors possible [1,2], d'obtenir un modèle local et simplifié de l'évolution de la fréquence spatiale :

$$\nu(t) \approx \nu(0) + t\dot{\nu} \quad t \in [-T; +T] \quad (7)$$

Dans la suite on appellera *fréquence centrale* associée à une source en mouvement, la fréquence spatiale $\nu(0)$. Celle-ci correspond bien au gisement moyen sous nos hypothèses. Bien entendu, pour une source fixe $\dot{\nu} = 0$ et $\nu(0)$ n'est alors rien d'autre que la fréquence spatiale reliée au gisement de la source.

Notons que dans ce qui va suivre, les simulations présentées sont réalisées à l'aide du modèle (7) et qu'il y a donc adéquation entre le modèle simulé et le modèle utilisé dans l'estimation.

3. CONSÉQUENCES DE LA NON-STATIONNARITÉ SPATIALE

Dans cette partie nous nous intéressons à l'influence du mouvement des sources sur l'expression de la matrice de covariance (4); celle-ci sera en effet considérée en 4 dans le but de modéliser les observations (en l'occurrence les sorties de la FVS) utilisées lors de la déconvolution. En fait, de part la non-stationnarité, nous ne devrions plus parler de matrice de covariance mais plutôt d'une succession de matrices de covariances instantanées qui, pour le $t^{\text{ème}}$ snapshot, sont obtenues par la somme des contributions de toutes les sources :

$$\begin{aligned} R_t &= \mathcal{E}[X_t X_t^*] = \sum_{p=1}^P R_p(t) + \sigma_b^2 I \\ R_p(t) &= a_p d\theta(\nu_p(t)) d\theta(\nu_p(t))^* \quad (8) \end{aligned}$$

où le *vecteur direction* de la $p^{\text{ème}}$ source en mouvement s'écrit d'après (2) et (7) :

$$d\theta(\nu_p(t)) = \left[1 \ e^{2i\pi(\nu_p(0)+t\dot{\nu})} \ \dots \ e^{2i\pi(N-1)(\nu_p(0)+t\dot{\nu})} \right]^T \quad (9)$$

Écrivons le vecteur $d\theta(\nu_p(t))$ sous la forme :

$$d\theta(\nu_p(t)) = \Delta_p \delta\theta_p(t) \quad (10)$$

où Δ_p est une matrice carrée diagonale construite à partir du *vecteur direction* qui serait associé à la source fixe de fréquence spatiale égale à la *fréquence centrale* $\nu_p(0)$ de la source en mouvement :

$$\Delta_p = \text{diag}[d\theta(\nu_p(0))] \quad (10)$$

et :

$$\delta\theta_p(t) = \left[1 \ e^{2i\pi t \dot{\nu}_p} \ \dots \ e^{2i\pi(N-1)t \dot{\nu}_p} \right]^T \quad (8)$$

Par conséquent si l'on utilise (10) dans l'expression (8), la contribution de la $p^{\text{ème}}$ source sur la durée d'observation est, dans le cas des sources mobiles :

$$R_p = \frac{1}{2T+1} \sum_{t=-T}^{+T} R_p(t) \quad (11)$$

$$= a_p \Delta_p C_p \Delta_p^* \quad (12)$$

où C_p est une matrice de Toeplitz définie par :

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{1}{2T+1} \sum_{t=-T}^{+T} \delta\theta_p(t) \delta\theta_p(t)^* \quad (13) \\ &= \text{Toeplitz} \left(\frac{\sin[\pi m(2T+1)\dot{\nu}_p]}{(2T+1) \sin(\pi m \dot{\nu}_p)} \right) \quad m \in [0; N-1] \end{aligned}$$

On remarque alors que le signe de $\dot{\nu}_p$ n'est pas observable. Néanmoins il est aisé de lever cette ambiguïté en réitérant le traitement sur l'intervalle de temps suivant. On peut voir aussi que si la source est immobile, la matrice C_p devient une matrice remplie de 1. Dans le cas contraire, elle met en évidence que les éléments de la matrice de covariance R sont pondérés par des termes dépendant de la vitesse des sources et du nombre d'observations. Cette pondération aura d'autant plus d'effet que T sera grand. Cela se traduit également, dans le cas de la formation de voies standard, par un élargissement du lobe principal.

4. PRÉSENTATION DE LA MÉTHODE

Dans la suite nous noterons Θ^* l'ensemble des vraies valeurs des $3P+1$ paramètres à estimer :

$$\Theta^* = \{ \sigma_b^2, (a_p, \nu_p(0), \dot{\nu}_p) ; p = 1 \text{ à } P \} \quad (14)$$

L'idée est alors de ne pas utiliser un a priori sur le nombre de sources mais plutôt d'utiliser un a priori sur la localisation des sources ou groupes de sources. Pour cela, à l'instar de ce qui est proposé dans [6], nous allons travailler dans le domaine de Fourier. Ceci équivaut ici à prendre pour observations les sorties de la FVS normalisée :

$$\begin{aligned} \hat{y}(f) &= \frac{1}{N^2} d\theta(f)^* \hat{R} d\theta(f) \quad (15) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m=-(N-1)}^{N-1} \left(\frac{N-m}{N} \right) \hat{r}(m) e^{-2i\pi m f} \end{aligned}$$

où $\hat{r}(m)$ représente les éléments de la matrice \hat{R} après rectification.

De la même manière que dans [3] nous pouvons associer aux observations précédentes le modèle non-linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \hat{y}(f) &= y(f; \Theta^*) + e(f) \\ y(f; \Theta^*) &= \frac{1}{N^2} d\theta(f)^* R d\theta(f) \end{aligned} \quad (16)$$

En développant, puis en utilisant le noyau de Féjer normalisé ($F_N(x) = \left(\frac{\sin \pi N x}{N \sin \pi x}\right)^2$), on peut écrire le modèle sous la forme d'une superposition de noyaux paramétrés :

$$y(f; \Theta^*) = \sum_{p=1}^P \frac{a_p}{2T+1} \left(\sum_{t=-T}^{+T} F_N(f - \nu_p(0) - t\nu_p) \right) + \frac{1}{N} \sigma_b^2$$

C'est bien sûr l'étalement de ces noyaux qui est responsable de la limitation en résolution de la FVS, et l'on veut par conséquent y remédier par déconvolution.

Après échantillonnage, les sorties de la FVS à la fréquence spatiale f_k , notées \hat{y}_k peuvent s'écrire :

$$\hat{y}_k = y_k(\Theta^*) + e_k \quad (17)$$

En pratique [3], un bon compromis a été de prendre :

$$f_k = \frac{k}{4N-1}, \quad k \in [-(2N-1); 2N-1]$$

Nous supposons dans la suite, que l'on effectue une déconvolution dans un secteur donné (que l'on obtient par la méthode présentée dans [3]) de taille L . Et sans perdre en généralité, nous numérotions les fréquences spatiales de ce secteur $\{f_1, \dots, f_L\}$, alors les observations (17) restreintes à ce secteur, se mettent sous forme vectorielle :

$$\hat{Y} = Y(\Theta^*) + E$$

Or pour un modèle non-linéaire de ce type, il est bien connu [4], que si l'on dispose des deux premiers moments du vecteur d'erreur (de bruit d'estimation) E , on peut prendre comme critère celui des moindres carrés généralisés (GLS : *Generalized Least-Square*). Ici il est aisé de constater que le premier moment est nul (ie la FVS n'est pas biaisée). La matrice de covariance du vecteur E quant à elle, est plus compliquée à évaluer dans le cas des sources en mouvement que dans le cas des sources fixes [3]. Dans [1] est donnée la variance de e_k . Et avec les notations précédentes (en posant pour simplifier : $d\theta(f_k) = d\theta_k$) on a :

$$\mathcal{E}(e_k e_l) = \frac{\sum_{t=-T}^{+T} [d\theta_k^* R_t d\theta_l]^2}{N^2 (2T+1)^2} \quad (18)$$

On posera alors dans la suite : $\Sigma(\Theta^*) = \mathcal{E}(EE^T)$ la matrice de covariance du vecteur E . L'estimateur GLS : $\hat{\Theta}_{GLS}$ est obtenue par minimisation du critère suivant :

$$C_1[\Theta, \Sigma(\Theta)] = [\hat{Y} - Y(\Theta)]^T \Sigma(\Theta)^{-1} [\hat{Y} - Y(\Theta)]$$

Pour un modèle non linéaire, cet estimateur est asymptotiquement normal et efficace sous certaines conditions [4]. Comme la matrice de covariance est inconnue, il est nécessaire de lui substituer une estimée dans le critère précédent. La minimisation de celui-ci fournira alors l'estimateur

$\hat{\Theta}_{EGLS}$ (*Estimated Generalized Least-Square*). Il est montré dans [7] que cet estimateur est fortement consistant et a les mêmes propriétés asymptotiques que $\hat{\Theta}_{GLS}$ quand l'estimée de la matrice de covariance est elle-même fortement consistante. Une manière de l'obtenir est de remplacer R_t par une estimée \hat{R}_t dans (18), ce qui conduirait à la minimisation d'un nouveau critère : $C_2[\Theta, \hat{\Sigma}]$. Dans notre cas on ne dispose pas de \hat{R}_t , la seule estimée que l'on a, est : \hat{R} . Par conséquent nous allons définir une nouvelle matrice V de pondération pour le critère, dont les éléments seront :

$$V_{kl} = \frac{[d\theta_k^* \hat{R} d\theta_l]^2}{N^2 (2T+1)}$$

Ce sont ceux qui sont utilisés dans le cas de sources fixes [1]. Ceci conduit au critère EGLS *approché* :

$$C_3(\Theta) = [\hat{Y} - Y(\Theta)]^T V^{-1} [\hat{Y} - Y(\Theta)]$$

L'algorithme de déconvolution locale commence par utiliser le minimum de la FVS, noté $\min(\hat{y}_k)$, pour fournir la première estimée du bruit : $\hat{\sigma}_b^2 = N \min(\hat{y}_k)$. Cette première estimée de la puissance du bruit permet de définir les maxima significatifs de la FVS [3]. À chacun de ceux-ci sera associé successivement un secteur qui fera l'objet du traitement.

Une méthode de quasi-Newton est utilisée pour minimiser le critère $C_3(\Theta)$ sur chaque secteur et ceci pour un nombre p croissant de sources intervenant dans le modèle. De plus amples détails sont donnés dans [3] à propos du déroulement de la procédure complète.

Le test donnant l'estimation du nombre de sources est de type Akaike ($3p+1$ étant le nombre de paramètres du modèle) :

$$AIC(p) = C_3(\hat{\Theta} \text{ pour } p \text{ sources}) + 2(3p+1)$$

On obtient alors une estimation du nombre de sources présentes dans le secteur considéré en retenant la première valeur $\hat{P}_L = p$ telle que $AIC(p) > AIC(p-1)$. Notons également que si un certain nombre de paramètres ν sont nuls (ce qui traduit l'immobilité de la source correspondante), il convient de diminuer la valeur du nombre de paramètres dans le test.

5. RÉSULTATS DE SIMULATION

Pour réaliser ces simulations, nous avons considéré une antenne de $N = 16$ capteurs en présence de bruit blanc de puissance unité $\sigma_b^2 = 1$. Le nombre de snapshots est de $2T+1 = 401$. La FVS est d'abord évaluée en $128N-1$ points afin d'obtenir une meilleure estimée de $\hat{\sigma}_b^2 = \min N \hat{y}(f)$ ([1]). Puis on effectue le traitement sur la FVS évaluée sur seulement $4N-1$ points. Notons également, que compte tenu de la normalisation de la FVS et du fait que $\sigma_b^2 = 1$, la contribution du bruit est d'environ -12 dB (gain d'antenne). Nous présentons ci-après un résultat de simulation permettant de se faire une idée des performances de la méthode. Nous précisons d'abord les données du scénario, en particulier nous indiquons la valeur exacte du *déplacement angulaire* des sources. Ensuite nous donnons les résultats obtenus sur 25 réalisations. Le résultat graphique de la soustraction des contributions des sources pour une réalisation particulière est également donné. Sur ce graphique sont représentées en



o o o les sorties de la FVS évaluées sur $4N - 1$ points et en - - - le résultat de la différence entre la FVS initiale et la FV reconstruite à partir des estimées des paramètres des sources. Le seuil (qui vaut $\hat{\sigma}_b^2(1 + \frac{4}{\sqrt{T}})$ [3]) à partir duquel est déterminé le secteur à traiter, est donné en trait plein.

```

SCENARIO:
-----
T=200 ( 401 snapshots )
N=16 capteurs
P=2 sources
RSB des sources ----> -10db          et          -15db
(amplitude)          (0.1000)          (0.0316)

fréquence spatiale
centrale ----> 0.0992          et          0.1447
                ( 11.4481 deg )      ( 16.8198 deg )

dérivée de la fréquence
spatiale ----> 0.1490*10^(-3) et 0.3150*10^(-3)

                |                |
                v                v
          ( 8 deg <----> 14.89 deg ) ( 9.5 deg <----> 24.13 deg )

```

```

RÉSULTATS :
-----
Pour 25 essais, 20 bonnes décisions, 4 réalisations où l'on
ne détecte qu'une source et 1 réalisation où l'on détecte 3
sources:

```

```

amplitude
estimée ----> 0.1039          et          0.0508
STD.....    0.0150          et          0.0130

fréquence spatiale
centrale estimée----> 0.0980          et          0.1516
                ( 11.30 deg )      ( 17.65 deg )
STD.....    0.0035          et          0.0224
                ( 0.40 deg )      ( 2.57 deg )

estimée de la dérivée
de la fréq. spat.----> 0.1473*10^(-3) et 0.4045*10^(-3)
STD.....    0.0252*10^(-3) et 0.1650*10^(-3)

```

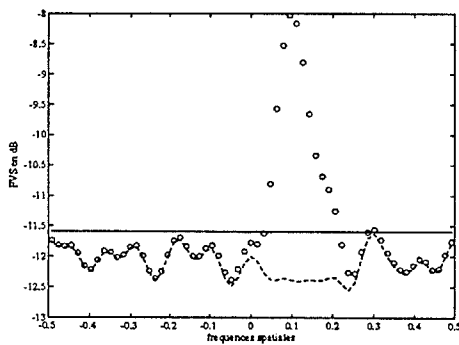


Figure 1: Avant et après soustraction

Les résultats pour cette réalisation sont:

$$\begin{aligned}
 AIC(0 \text{ sources}) &= 95.44, & AIC(1 \text{ source}) &= 18.24, \\
 AIC(2 \text{ sources}) &= 11.57, & AIC(3 \text{ sources}) &= 13.16 \\
 \hat{\sigma}_b^2 &= 0.93 \\
 \hat{a}_1 &= 0.0945 & \text{et} & \hat{a}_2 = 0.0696 \\
 \hat{\nu}_1(0) &= 0.0995 & \text{et} & \hat{\nu}_2(0) = 0.1313 \\
 \hat{\nu}_1 &= 0.1488 \cdot 10^{-3} & \text{et} & \hat{\nu}_2 = 0.3829 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

Nous avons choisi de présenter ce scénario dans la mesure où la difficulté ici est liée au faible niveau des sources qui se croisent et que les noyaux correspondant évoluent de manière à ne donner qu'un lobe. Les résultats obtenus sont corrects

et les écart-types des estimées relatives à la plus faible source sont bien entendu plus importants. Il est à noter que dans des situations relativement plus faciles, la méthode aura plutôt tendance à surestimer le nombre de sources.

6. CONCLUSION

La méthode de déconvolution locale présentée dans [3] est appliquée dans le cas de sources en mouvement. La double particularité de cette approche est d'une part l'aspect local de sa mise en œuvre en sortie de la FVS et d'autre part l'estimation conjointe des paramètres caractéristiques des sources et leur nombre.

Par rapport au cas de sources fixes, le critère mis en jeu est plus complexe dans la mesure où il inclut le modèle de défilement des sources. De plus, contrairement à [3], le critère est cette fois approché, ceci est dû au fait que nous utilisons un ensemble d'observations (snapshots) et non un snapshot après l'autre comme dans [1]. De plus, la méthode proposée est capable, moyennant un test de type Akaike, d'estimer le nombre de sources. Ce test fait intervenir le nombre de paramètres à ajuster dans le modèle et le coût minimal obtenu pour un nombre supposé de sources.

Les résultats de simulation montrent que notre méthode est capable de caractériser correctement des sources en mouvement en sortie de FVS. En particulier nous avons présenté des scénarios relativement difficiles en ce sens que les fréquences centrales des sources mobiles étaient proches (écart inférieur à la résolution de la FVS dans le cas de sources fixes). De plus, même dans le cas de sources de puissances identiques et faibles et de vitesses voisines, il s'est avéré [8] que l'algorithme parvenait à identifier ces sources.

7. REFERENCES

- [1] J.P.LE CADRE, O. ZUGMEYER, "Temporal integration for array processing", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 93, No.3, 1471-1481, march 1993.
- [2] Don H. JOHNSON, Dan E. DUDGEON, *Array Signal Processing. Concepts and Techniques*. Prentice Hall, 1993.
- [3] H. CHUBERRE, J.J FUCHS : "A deconvolution approach to source localization". Proc. IEEE ICASSP93 Minneapolis, pp. I-253 - I-256.
- [4] G. A. F. SEBER, C. J. WILD *Nonlinear Regression*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, 1989.
- [5] R. FLETCHER, *Practical methods of optimization*. Wiley, 2nd edition, 1987.
- [6] Stuart R. DE GRAAF, "Parametric Estimation of Complex 2-D Sinusoids". Proc of the 4th ASSP Workshop on Spectrum Estimation and Modeling 1988.
- [7] M.L. GUMPertz, S.G. PANTULA, "Nonlinear regression with variance components". J. of the Amer. Stat. Assoc., vol.87, n° 417, p. 201-209, march 1992.
- [8] H. CHUBERRE, J.J. FUCHS *Maximum de vraisemblance en traitement d'antenne. 2^{ème} rapport d'avancement* (Juin. 1993), convention GERDSM/université de Rennes 1, n° 90 48 603 029.