



# Traitement Non-Linéaire du Signal Par Réseau Particulaire

## Application Radar

P. Del Moral<sup>1</sup>, J.C. Noyer<sup>1</sup>, G. Rigal<sup>1,2</sup>, G. Salut<sup>1</sup>.

(1) Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes.  
Centre National de la Recherche Scientifique.  
7, avenue du Colonel Roche 31077 TOULOUSE Cedex

(2) DIGILOG  
21, rue F. Joliot  
BP 16000 13791 AIX en PROVENCE

### RÉSUMÉ

On montre l'avancée techniquement possible, dans le traitement des signaux RADAR, par une approche globale des problèmes non-linéaires posés par l'extraction optimale de l'information en présence de cibles manoeuvrantes non-coopératives et de faibles rapports signaux/bruits. L'outil de résolution est issu d'une interprétation particulière des équations du filtrage non-linéaire. Elle utilise une représentation de l'espace de probabilité par mesures ponctuelles aléatoires, dont la masse et le support sont conditionnés par le signal. Quelques résultats de simulation illustrent l'exemple d'une poursuite monodimensionnelle (radiale) sur cible ponctuelle. Cette technique a fait l'objet depuis 1989, de communications régulières aux G.R. d'Automatique et de Traitement du Signal du C.N.R.S.. On en trouve une synthèse dans [4].

### ABSTRACT

We show how a real advance in RADAR signal processing is possible, through a global approach of non-linear problems arising from optimal extraction in weak signal/noise ratio, with non-cooperative random targets. The numerical tool comes from a particle interpretation of non-linear filtering. It uses a representation of the probability space by random particles, whose mass and support are conditionnal to the signal. Simulation results show the example of a single-dimensionnal (radial) pursuit of a point target. This technique has been the subject of several communications within the Research Groups of Automatic Control and Signal Processing of C.N.R.S. A synthetic treatment of the subject is contained in reference [4].

## 1 Contexte.

Bien que la plupart des points durs de la problématique RADAR aient été identifiés très tôt sur le plan qualitatif, il en va différemment de leur solution quantitative qui est encore loin de l'optimum théorique, en présence de mouvement. Ainsi l'instationnarité liée aux aléas de pilotage des cibles ne permet pas au traitement actuel du signal RADAR ([2],[5]) l'intégration cohérente optimale d'un grand nombre de récurrences. C'est pourtant le seul moyen d'abaisser les seuils de détection pour de faibles échos dans le bruit.

En veille autant qu'en poursuite, les éléments cinématiques sont traités de façon quasi-stationnaire sur période nécessairement courte. L'allongement de cette période au delà du stationnaire fait appel à une problématique du type *filtrage dynamique* : la cible est un processus à estimer à partir de mesures partielles bruitées. Du fait des non-linéarités géométriques et dynamiques, ainsi que du caractère non-gaussien des aléas, l'estimation/détection d'une cible manoeuvrante dans le bruit est un problème de filtrage optimal non-linéaire, d'un processus stochastique. Le caractère non-différentiable du capteur (impulsions brèves localisées dans le temps) rend nécessaire l'emploi de l'outil particulier pour approcher l'optimum théorique.

## 2 Résolution particulière.

### 2.1 Généralités.

Pour contourner l'infini-dimensionnalité du système d'équations à résoudre, obstacle à toute implantation sur ordinateur d'algorithmes récursifs d'estimation, on propose une méthode générale pour la construction approchée de la solution optimale du problème de filtrage non-linéaire.

Nous aurons recours à une double procédure d'exploration/pondération de l'espace pour interpréter la formule de Bayes :

$$dP(x_0^t | y_0^t) = \frac{dP(y_0^t | x_0^t)}{dP(y_0^t)} dP(x_0^t) \quad (1)$$

Nous utilisons pour cela une représentation de l'espace de probabilité par mesures ponctuelles aléatoires dont les masses et les supports sont conditionnés par le signal observé (réseau particulaire de dimension  $N$ ). Décrivons brièvement l'algorithme utilisé :

- En premier lieu, les tirages aléatoires pilotant l'évolution des supports ponctuels  $x_i^t$  sont réalisés à partir d'une mesure de probabilité du processus  $X$  sous-conditionnelle à son observation  $Y$ . On limite ainsi les tirages conditionnels aux  $n$  dernières observa-



tions pour utiliser la récursivité de la procédure d'exploration de l'espace de probabilité.

- Ensuite, on fait apparaître par construction les pondérations (masse du support)  $p_t^i$  qu'il convient d'affecter à chacune des trajectoires pour assurer la convergence vers la probabilité conditionnelle.

L'estimateur particulaire expérimental  $\hat{x}_t^N$  est donné par :

$$\hat{x}_t^N = \sum_{i=1}^N x_t^i p_t^i \quad (2)$$

## 2.2 Evolution du réseau particulaire.

On doit distinguer deux manières essentielles de construire la procédure préliminaire d'exploration aléatoire de l'espace de probabilité. Les tirages aléatoires sont réalisés :

- soit indépendamment du signal observé, c'est à dire conformément à la mesure de transition (d'état) du modèle à filtrer;

- soit conditionnellement aux  $n$ -dernières observations.

On remarquera qu'il est possible de mettre en évidence ces deux interprétations, à partir du développement Bayésien de la mesure conditionnelle. Une application directe de la règle de Bayes et des propriétés de Markov du modèle de dynamique et d'observation conditionnelle conduit à l'écriture non-normalisée :

$$dP(x_0^t | y_0^t) \propto dP(x_0^{t-1} | y_0^{t-1}) dP(x_t | x_{t-1}) dP(y_t | x_t) \quad (3)$$

Un raisonnement identique à l'ordre  $n$  nous amène à la représentation suivante :

$$dP(x_0^t | y_0^t) \propto dP(x_0^{t-n} | y_0^{t-n}) dP(x_{t-n+1}^t | x_{t-n}, y_{t-n+1}^t) dP(y_{t-n+1}^t | x_{t-n}) \quad (4)$$

La structure du réseau particulaire apparaît clairement dans (3) et (4) :

i) L'évolution des particules aléatoires est pilotée par la mesure a priori  $dP(x_t | x_{t-1})$  ou sous conditionnelle  $dP(x_{t-n+1}^t | x_{t-n}, y_{t-n+1}^t)$  du processus observé  $X$ .

ii) La réalisation passée du signal mesuré permet d'attribuer à chacune des particules  $x_t^i$  une pondération dont la contribution non-normalisée à l'instant  $t$  est calculée suivant le type d'exploration, à partir de respectivement de  $dP(y_t | x_t)$  et  $dP(y_{t-n+1}^t | x_{t-n})$ .

Pour prouver la convergence uniforme dans le temps, en probabilité, de l'estimateur particulaire  $\hat{x}_t^N$ , il faut garantir la stabilité :

- des supports du réseau particulaire autour du processus à filtrer;

- des pondérations  $p_t^i$  autour de leur valeur moyenne  $1/N$ , qui est optimale pour une application performante de la loi des grands nombres.

Si la première hypothèse est naturellement vérifiée (tirages conditionnels pour les modèles instables), il n'en va pas de même pour la stabilité des pondérations, c'est pourquoi nous introduisons une méthode de régularisation.

## 2.3 Stabilisation des supports.

La vérification de la première condition fait appel à la détectabilité dans  $L^4(P)$  du processus observé par une particule aléatoire, pour tout  $t > 0$ . Cette hypothèse est une extension de l'hypothèse de détectabilité dans  $L^2(P)$  du processus par le filtre optimal. Rappelons que la condition de détectabilité se définit par la bornitude de l'erreur dans  $L^4(P)^*$  (i.e.  $\text{Sup}_{t>0} \|X^n - X\|_{L^4(P)} < \infty$ , où  $X^n$  désigne une représentation sous-conditionnelle du processus  $X$ ).

Une condition suffisante pour la stabilité des supports autour du processus à filtrer est la  $L^4(P)$ -stabilité du processus à estimer. Dans le cas général, les moments du processus  $X$  ne sont pas nécessairement bornés dans le temps (instabilité du modèle), d'où l'utilisation de tirages conditionnels pour assurer la détectabilité. Il faut noter qu'il suffit de réaliser ces tirages conditionnellement aux  $n$  dernières observations,  $n$  représentant l'ordre du système dynamique à filtrer.

## 2.4 Régularisation des pondérations.

De par leur caractère accumulatif sur l'intervalle  $[0, t]$ , les pondérations dégénèrent avec le temps : l'essentiel de la masse se trouve asymptotiquement regroupé sur une seule particule. Pour assurer la stabilité des pondérations autour de leur valeur moyenne, on modifie la formule de Bayes en introduisant un noyau  $\alpha$  qui régularise l'accumulation tout en préservant les propriétés de convergence (lorsque  $N \rightarrow \infty$ ,  $\alpha \rightarrow 1$ ). Cela peut s'effectuer de deux manières sensiblement équivalentes :

- soit en atténuant les observations passées par un oubli asymptotique arbitrairement faible avec  $N$ ;

- soit en utilisant une partie finie des observations arbitrairement grande avec  $N$ .

A titre d'exemple, nous citons deux formes usuelles de noyau régularisant :

- *oubli exponentiel glissant*

A l'instant  $t$ , la variance associée dans le filtre particulaire aux observations passées  $y_s$ , pour tout  $s \in [0, t]$ , s'écrit :

$$R(\alpha)_s = R_s e^{-(t-s)\log(\alpha)} \quad 0 < \alpha < 1$$

- *fenêtre glissante*

Il s'agit d'oublier les observations passées  $y_s$  au delà d'un instant donné. On modifie les variances passées



$R_s$  de telle sorte que :

$$R(\alpha)_s = \begin{cases} R_s & \text{pour } t - T \leq s \leq t \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases}$$

### 3 Traitement particulière des signaux RADAR.

La formulation non-linéaire globale des problèmes d'estimation RADAR permet de traiter dans le même formalisme les problèmes de poursuite/détection (*track before detect*), veille et trajectographie (*track while scan*). Sur le plan pratique, cela remet en cause l'ensemble de la chaîne de traitement de l'information sur les radars usuels, et plus particulièrement le découplage arbitraire entre les problèmes de :

- Détection/Estimation de la position de la cible supposée stationnaire (algorithme d'extraction).

- Lissage, au moyen d'un modèle, de l'ensemble des paramètres cinématiques (algorithme de poursuite ou trajectographie).

L'extraction des variables de position ainsi que celle de la vitesse radiale de la cible (par effet Doppler) sont classiquement effectuées à partir des données brutes sous l'hypothèse de stationnarité de la cible (optimisation paramétrique). Pour des prédictions précises, ce premier traitement est en pratique suivi d'un filtrage (le plus souvent linéaire ou linéarisé) afin de reconstituer l'ensemble du vecteur vitesse et les commandes en accélération.

On notera que :

- la perte d'information liée à ce découplage est d'autant plus néfaste que le rapport signal sur bruit est faible à la réception.

- les modèles de poursuite réalistes nécessitent de toute manière, un filtrage non-linéaire important [3]: non-linéarités des modèles de dynamique du vol, statistiques non-gaussiennes des bruits de pilotage.

Il nous a donc paru intéressant de quantifier les gains en performances apportés par le traitement non-linéaire global du problème radar. Dans cette approche originale, on traite les données brutes conjointement à un modèle de dynamique du vol [1]. Les objectifs sont:

- L'amélioration de la qualité d'estimation à rapport  $S/B$  identique.

- L'abaissement des seuils de détection.

Pour ce faire, on utilise l'intégration cohérente d'un nombre élevé de récurrences radars malgré l'instationnarité, ce que permet le principe même de filtrage optimal d'un processus.

Nous traitons, dans l'application proposée, le problème académique d'une poursuite radiale; seule la non-linéarité liée au retard pur introduit lors de la propagation est prise en compte dans l'équation de me-

sure. L'ensemble des mesures effectuées suite à l'émission à l'instant  $t$  d'une onde modulée en amplitude  $h_t(\tau)$ , est représenté par le vecteur  $Y_t$  :

$$Y_t = \left\{ y_t(\tau), \tau \in \{\tau_1, \dots, \tau_r\} / y_t(\tau) = h_t\left(\tau - \frac{2x_t - \Delta t/2}{c}\right) + v_t \right\}$$

où l'intervalle  $[\tau_1, \tau_r]$  est la fenêtre d'analyse du signal. Les signaux émis périodiquement par le radar sont modélisés par des impulsions dont la modulation en amplitude est ici idéalisée sous forme triangulaire. Le modèle utilisé pour estimer la cinématique de la cible est un modèle dérivé du modèle de Singer dans lequel on a introduit :

- une viscosité linéaire pour représenter l'effet des frottements aérodynamiques;

- une commande en accélération dont l'occurrence est nécessairement finie pour des raisons physiques (bruit blanc à sauts poissonniens d'amplitudes uniformes sur l'intervalle de commande).

Soit :

$$\begin{cases} du_t = d\pi_t \\ \dot{v} = (Ku_t - v_t)/T \\ \dot{x} = v_t \end{cases} \quad (5)$$

Les figures 1 à 3 nous permettent de comparer les résultats obtenus pour un extracteur paramétrique (traitement stationnaire de  $M$  récurrences RADAR en supposant la cible immobile) à ceux obtenus par voie particulière (traitement non-stationnaire optimal d'un nombre quasi-infini de récurrences). Nous nous sommes placés dans le cas fortement défavorable où l'amplitude du signal reçu  $H$  est deux fois plus petite que l'écart type du bruit de mesure.

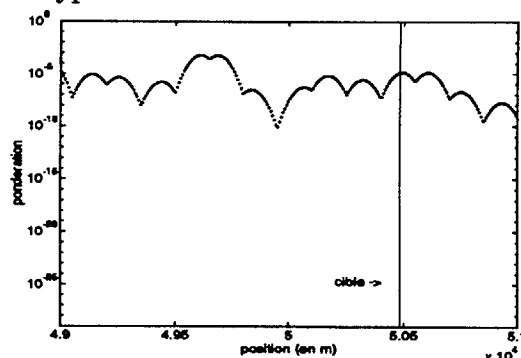


Figure 1 : Extracteur classique -  $M=60$ .

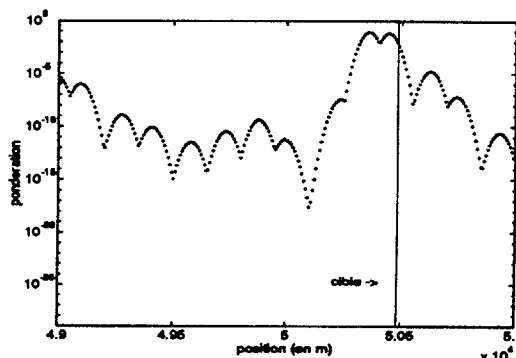


Figure 2 : Extracteur classique -  $M=120$ .

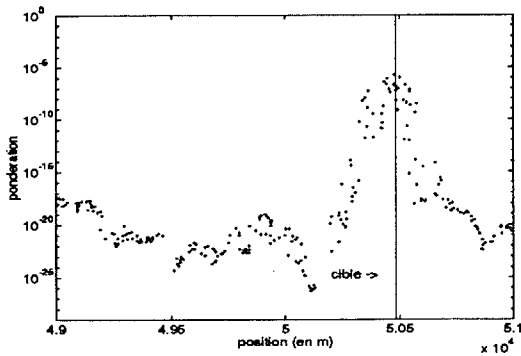


Figure 3 : Extracteur particulière

On remarque que les méthodes classiques sont très sensibles au calibrage du paramètre  $M$  : l'augmentation du rapport de détection avec le nombre de récurrences RADAR corrélées s'effectue au détriment de la précision sur la position de la cible (l'hypothèse de stationnarité n'est plus vérifiée). Lorsque le rapport signal sur bruit est trop faible, il devient pratiquement impossible pour l'extracteur paramétrique de retirer une information pertinente sur la position (erreur de l'ordre de 200 mètres). Ce problème est résolu dans l'approche filtrage dynamique, par la prise en compte de la cinématique de la cible. Les résultats issus des algorithmes particuliers sont représentés sur la figure 4.

Nous insistons plus particulièrement sur le fait que le traitement non-linéaire global des données brutes, permet dans le même algorithme de fournir l'ensemble des paramètres cinématiques de la cible. Les données issues de l'extracteur paramétrique classique doivent par contre être lissées pour obtenir les valeurs estimées des positions, vitesses, et commandes en accélération (Figure 5).

Nous avons testé l'efficacité de l'estimateur particulière en présence de variations brusques de la commande en accélération. Les performances obtenues par l'approche non-linéaire globale (Figure 4) sont nettement supérieures (temps de réaction plus court, précision de l'estimateur). Il faut surtout noter ici que le traitement non-linéaire rompt le traditionnel dilemme stabilité/précision attaché à tout lissage linéaire.

## Conclusion

Ce travail montre la faisabilité du filtrage particulière dans une situation non-linéaire, non-gaussienne et non-différentiable, telle qu'on la rencontre en traitement du signal RADAR. Une étude plus complète en 3D figure dans [3].

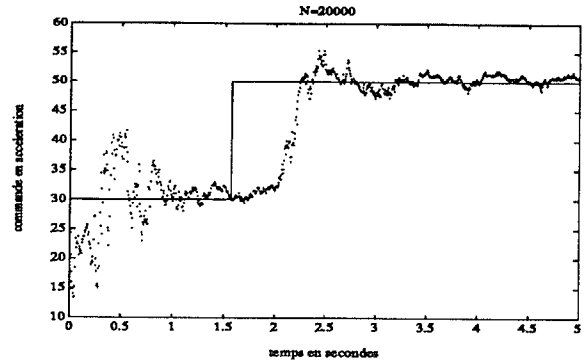


Figure 4 : Traitement non-linéaire global.

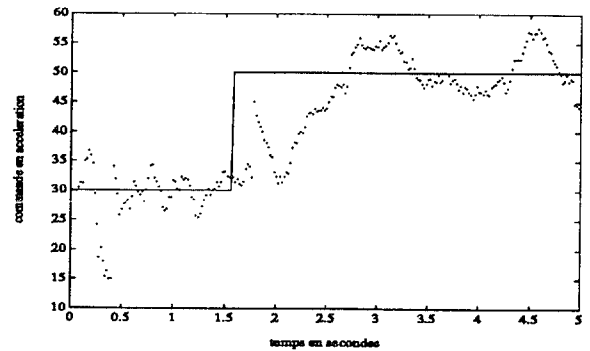


Figure 5 : Extraction + Lissage linéaire.

## Bibliographie

- [1] P. DEL MORAL, J.C. NOYER, G. RIGAL, G. SALUT, "Traitement particulière du signal RADAR : détection, estimation et reconnaissance de cibles aériennes", Rapport L.A.A.S. n° 92495, Décembre 1992.
- [2] F. LE CHEVALIER, "Principes de traitement des signaux RADAR et SONAR", Masson, Paris, 1989.
- [3] J.C. NOYER, G. RIGAL, G. SALUT, "Poursuite RADAR de cibles fortement manoeuvrantes par filtrage non-linéaire", Contrat D.C.A.N. n° A.92.50.194, Vol. 1 et 2, 1993.
- [4] G. RIGAL, "Filtrage non-linéaire, résolution particulière et applications au traitement du signal", Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, Juillet 1993.
- [5] L. VAN TREES, "Detection, Estimation and Modulation Theory", Wiley, New York, Part. III, 1971.