



**GENERALISATION DU FILTRE DE CANNY-  
DERICHE  
POUR LA DETECTION DES CONTOURS DE  
FORMES QUELCONQUES**

**\*E. Bourennane, \*\*P. Gouton,  
\*F. Truchetet, et M. \*\*Paindavoine**

Université de Bourgogne Laboratoire G.E.R.E.: \* 12, rue de la fonderie 71200 le Creusot  
\*\* 6 Boulevard Gabriel 21000 Dijon

RÉSUMÉ

ABSTRACT

**RESUME**

Nous présentons dans cet article une généralisation du filtre de Canny-Deriché pour des contours d'images de formes quelconques. Les critères d'optimisation pour le calcul du filtre sont ceux développés par Canny (rapport signal sur bruit, localisation et réponse multiple), mais appliqués à un modèle de contour de type exponentiel. Le filtre obtenu est de type récursif d'ordre 3, ses performances illustrent sur des images bruitées et floues.

**ABSTRACT**

we present in this paper a generalization of the Canny-Deriché filter for ramp edge detection. The optimisation criteria are those used by Canny (Signal to noise ratio, Localization and multiple response). The recursive implementation of the filter gives a stable third order filter and its performances show an increasing on noised images

**I INTRODUCTION**

Les contours caractérisent une variation brusque et large des niveaux de luminance dans une image. La détection et la localisation de ces contours utilisent les méthodes de gradient (Gradient, Laplacien et autres filtres passe-haut : Sobel, Prewitt...) qui donnent des résultats satisfaisants dans le cas d'images faiblement bruitées. Par contre ces opérateurs ne sont pas capables de supprimer le bruit qui est généralement de fréquence élevée. Ce problème a conduit les chercheurs à développer différents opérateurs optimaux associant un filtrage passe-bas au détecteur de contour proprement dit.

J. Canny en 1986 est le premier à donner des expressions analytiques pour les trois critères les plus utilisés en détection de contours. Il formalise, dans le cas d'un contour bruité le rapport signal sur bruit après

détection, un paramètre caractérisant la bonne localisation du contour détecté et un critère sensible aux réponses multiples du détecteur. [1], [2]. L'application de ces trois critères à un contour idéal (sous forme d'échelon) lui permet de développer un filtre optimal.

Nous nous proposons de reprendre l'étude précédente en utilisant un contour de forme quelconque [3]. Notre étude nous conduit à proposer un filtre récursif d'ordre 3 qui améliore sensiblement les performances de détection (au sens des critères de Canny)

Dans le premier volet de ce travail nous définirons successivement la forme du contour, les différents critères d'optimisation et le calcul du filtre. Enfin dans le deuxième volet nous présenterons l'implantation de ce filtre sous forme récursive avec son extension à deux dimensions et les résultats obtenus sur des images fortement bruitées et floues.



## 2 ENONCE DES CRITERES ET RECHERCHE DU FILTRE OPTIMAL

### Définition des critères et calcul du filtre

On définit le contour comme une fonction exponentielle paramétrée par s:

$$g(x) = 1 - (e^{-sx})/2 \quad \text{pour } x > 0; \quad s > 0$$

$$g(x) = (e^{sx})/2 \quad x < 0$$

On suppose un signal unidirectionnel bruité dont le bruit additif est de type gaussien. La fonction filtre optimal est celle qui maximise les trois critères de base énoncés ci-dessus. Ceci se ramène à rechercher une fonction filtre  $f(x)$  qui rend maximum les trois facteurs suivants:

La localisation :

$$L = [ \int g'(-x) \cdot f'(x) dx ] / [ (\int f'^2(x) dx)^{1/2} ] \quad (1)$$

Le rapport signal sur bruit :

$$\Sigma = [ \int g(-x) \cdot f(x) dx ] / [ (\int f^2(x) dx)^{1/2} ] \quad (2)$$

La suppression de réponses multiples:

$$MRC = [ (\int f'^2(x) dx) / (\int f''^2(x) dx)^{1/2} ] \quad (3)$$

A ces trois critères il faut ajouter les conditions aux limites suivantes:

- la réponse impulsionnelle de ce filtre doit être impaire:  $f(-x) = -f(x)$  donc  $f(0) = 0$

- la réponse impulsionnelle de  $f(x)$  et  $f'(x)$  doivent s'annuler à  $\pm \infty$

- le maximum de la réponse indicielle doit être unique:  $f(x) = 0$  donc  $x = 0$

La fonction  $f$  recherchée doit rendre maximum le produit  $L^* \Sigma$  sous contrainte MRC. Pour trouver  $f$ , nous appliquons la méthode variationnelle [3] (Multiplicateur de Lagrange) qui aboutit à l'équation suivante:

$$2 \cdot \lambda_3 \cdot f''''(x) + 2 \cdot \lambda_2 \cdot f''(x) - 2 \cdot f(x) = \lambda_4 (1 - e^{sx}) + \lambda_1 (s^2 \cdot e^{sx}) \quad (4)$$

Cette fonction doit vérifier l'équation d'Euler qui permet d'établir une équation différentielle dont  $f(x)$  est la solution. La forme générale obtenue pour  $f(x)$  est :

$$f(x) = a_1 e^{\alpha x} \sin \omega x + a_2 e^{\alpha x} \cos \omega x - a_2 e^{sx} \quad x \leq 0 \quad (5)$$

$$a_2 = \frac{\frac{1}{2} \lambda_3}{1 + s^2 (s^2 \lambda_2 - \lambda_1)} \quad \text{avec } \lambda_1 = \text{constante} \quad (6)$$

On remarque que si "s" tend vers l'infini (le contour devient idéal) alors  $a_2$  (6) s'annule et on retrouve ci-dessous (7) la fonction filtre optimal de Canny [1].

$$f(x) = a_1 e^{\alpha x} \sin \omega x \quad (7)$$

### Optimisation du filtre par analyse numérique

Les critères définis par les relations (1) (2) (3) possèdent les propriétés suivantes :

$$L(f(x/s)) = L(f(x)) \cdot (s)^{-1/2}$$

$$\Sigma(f(x/s)) = \Sigma(f(x)) \cdot (s)^{1/2}$$

$$MRC(f(x/s)) = MRC(f(x)) \cdot s \quad (8)$$

On s'aperçoit que le produit  $L^* \Sigma$  ne dépend pas de s. Comme la fonction contour  $g(x)$  est une fonction d'échelle, en posant  $\alpha = m \cdot s$  et  $k = k_0 \cdot s$ , la fonction filtre  $f(x)$  devient une fonction d'échelle et  $f(x/s)$  est aussi solution de l'équation différentielle (4).

Pour répondre à la condition d'unicité de zéro de  $f$ ,  $\omega$  doit être très faible ( $\omega \ll 1$ ) par conséquent la fonction  $f(x/s)$  ne dépend plus que de 2 variables  $m$  et  $k_0$ :

$$f(x/s) = a_2 \cdot (k_0 \cdot x \cdot e^{m \cdot x} \cdot \sin(\omega x) + e^{m \cdot x} \cdot \cos(\omega x) - e^x) \quad (8)$$

L'étude du produit  $L^* \Sigma$  et du MRC se fait par analyse numérique et les résultats sont dans le tableau 1 ci-dessous.

Ces résultats montrent que le produit  $L^* \Sigma$  est inversement proportionnel à  $m$  et  $k_0$  et de plus le rapport de  $m$  sur  $k_0$  reste constant. Si on pose  $k_0 = -3m$ , la fonction filtre ne dépend plus que de  $m$ . L'idéal ici serait de prendre  $m$  très faible assurant une bonne localisation et un très bon rapport signal sur bruit. Mais on se limitera plus généralement aux valeurs de  $m$  comprises entre 0,1 et 0,01 permettant d'optimiser l'ensemble des trois critères.

Pour  $s$  tendant vers l'infini on obtient le filtre de Canny; en se plaçant dans l'hypothèse d'un contour de forme quelconque alors le calcul des critères (1) et (2) donnent les résultats suivants :

$$\Sigma = 2/(m)^{1/2} \quad (9)$$

(pour le rapport signal sur bruit)

$$L = 2.(m)^{1/2} \quad (10)$$

(pour la localisation)

Un bref calcul du produit  $\Sigma * L$  montre qu'il est constant et égal à 4 par conséquent ne dépend pas des paramètres. On voit sur le tableau 1 que dans le cas de notre filtre, ce produit est une fonction croissante et est largement supérieur à celui de Canny.

m	1,000	0,100	0,010	0,001
ko	-2,800	-0,298	-0,030	-0,003
$\Sigma * L$	0,750	4,076	13,570	43,320
MRC	0,447	1,250	1,070	1,010

Tableau 1: Influence de m et ko sur  $\Sigma * L$

### 3 IMPLANTATION DU FILTRE ET ANALYSE DES RESULTATS

#### Implantation sous forme récursive

L'implantation du filtre  $f(x)$  sous forme numérique nous conduit à un filtre récursif stable d'ordre 3 décrit par les équations suivantes (avec  $\omega$  très faible):

$$Y^+(i) = b_1 x(i-1) + b_2 x(i-2) + b_3 Y^+(i-1) - b_4 Y^+(i-2) + b_5 Y^+(i-3)$$

$$Y^-(i) = -b_1 x(i+1) - b_2 x(i+2) + b_3 Y^-(i+1) - b_4 Y^-(i+2) + b_5 Y^-(i+3) \quad (11)$$

où les coefficients  $b_i$  sont équivalents à :

$$B^{-1} = 1/(1-e^{-\alpha}) - 1/(1-e^{-(\alpha+s)}) + (k \cdot \sin(\omega)) * (-e^{-\alpha} \cdot (1-e^{-\alpha})^{-2} + e^{-(\alpha+s)} \cdot (1-e^{-(\alpha+s)})^{-2} - e^{-s}/(1-e^{2s}))$$

$$\begin{aligned} b_1 &= B(k e^{-\alpha} \cdot \sin(\omega) + e^{-s} - e^{-\alpha} \cdot \cos(\omega)) \\ b_2 &= -B(k e^{-(\alpha+s)} \cdot \sin(\omega) + e^{-(\alpha+s)} \cdot \cos(\omega) - e^{-2\alpha}) \\ b_3 &= 2e^{-\alpha} \cdot \cos(\omega) + e^{-s} \quad b_4 = e^{-2\alpha} \cdot + 2e^{-(\alpha-s)} \\ &\quad - \cos(\omega) \quad b_5 = e^{-(2\alpha+s)} \end{aligned} \quad (12)$$

Le filtre  $f(x)$  à une seule dimension, permet d'obtenir la dérivée directionnelle dans la direction x. Un point de contour, dans une image 2 D, est défini par son niveau de gris, sa position et l'orientation du gradient en son

voisinage. Toutes les orientations sont possibles dans une image, il est donc souhaitable que notre opérateur opère d'une façon symétrique (symétrie circulaire) dans toutes les directions. L'extension de ce filtre à deux dimensions, nous a permis de tester ses performances.

#### Influence du paramètre s sur les images traitées

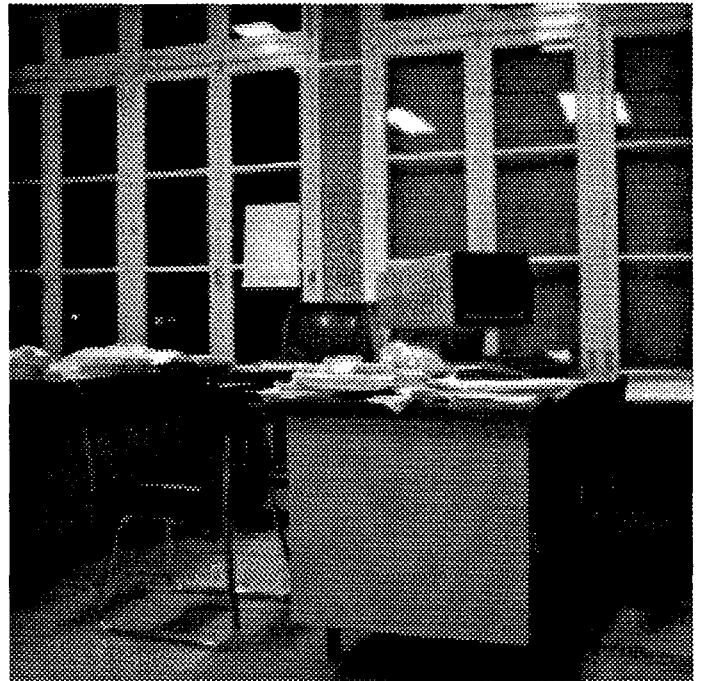


Figure 1: Image de bureau originale



Figure 2: Image de bureau bruitée et rendue floue



Figure 3: Image traitée avec  $s$  réel = 16

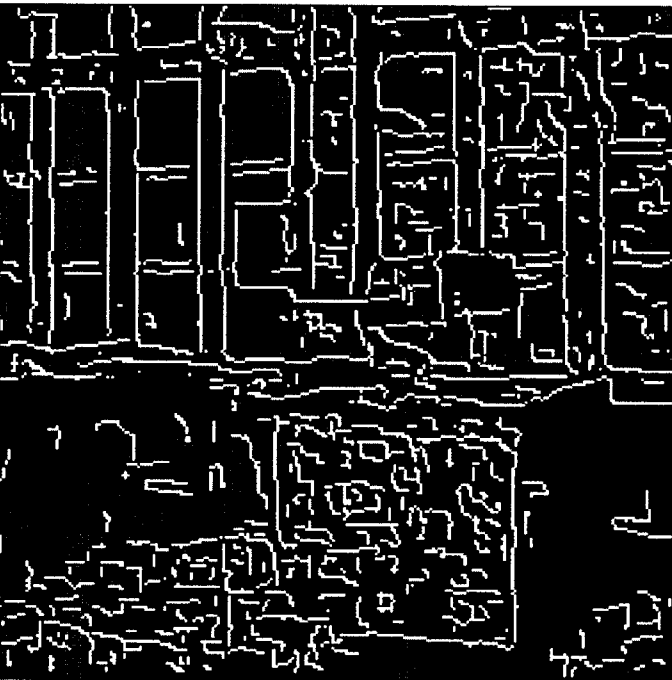


Figure 4: Image traitée avec contour idéal

La figure 1 représente l'image de bureau originale. Cette image a été volontairement bruitée à l'aide d'un bruit blanc gaussien et rendue floue (figure 2). Le filtrage de l'image (figure 3) est effectué avec la valeur du paramètre  $s$  mesurée sur l'image de la figure 2. Pour la figure 4, en prenant  $s$  très grand (selon l'hypothèse de J. Canny), on s'aperçoit que le résultat est peu satisfaisant par conséquent la meilleure détection est obtenue en tenant compte

de la forme du contour ( $s$ ).

#### 4 CONCLUSION

L'étude que nous venons d'exposer dans cet article montre qu'il est possible de généraliser les critères de Canny-Deriché pour la détection de contours de formes quelconques.

L'implantation de ce filtre sous forme numérique nous a conduit à un filtre récursif stable d'ordre 3. L'extension de ce filtre à deux dimensions nous a permis de comparer ses performances à celles de Deriché. Les résultats montrent une meilleure performance de notre filtre surtout pour des images floues et fortement bruitées, c'est à dire une meilleure localisation et un meilleur rapport signal sur bruit.

Pour répondre aux besoins de la détection de contours temps réel, nous étudions actuellement la possibilité d'intégrer ce filtre sous forme de circuit ASIC.

#### REFERENCES

- (1) J. Canny, "A computational approach to edge detection", IEEE Trans. Pattern. Anal. Mach. Intell., Vol. PAMI-8, 6, p. 679, Nov. 1986
- (2) R. Deriché, "Using Canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector", Inter. Jour. of Vision, p. 167, Boston 1987
- (3) M. Petrou, J. Kittler, "Optimal edge detectors for ramp edges", IEEE Trans. Pattern. Anal. Mach. Intell., Vol. 13, 5, p. 483, May 1991
- (4) R. Courant, D. Hilbert, "Methods of Mathematical Physics", vol. 1, New York, Wiley-Intersciences, 1953