



**CARACTERISATION DE FRONTS DE DETONATION
PAR COOPERATION ENTRE
MODELISATION PHYSIQUE ET CONTOUR ACTIF**

J.N. OECONOMOS, G. MOZELLE, F. CHAISSE

Commissariat à l'énergie atomique
Centre d'études de Vaujours-Moronvilliers
B.P. 7, 77181 COUNTRY, FRANCE

RÉSUMÉ

L'émergence d'une onde de détonation à la surface libre d'un massif d'explosif peut être suivie à l'aide d'un dispositif d'imagerie par caméra à balayage de fente. L'interprétation de ces clichés repose sur l'observation des discontinuités plus ou moins brutales du signal engendré par le phénomène physique. Mais le plus souvent, des artefacts expérimentaux interdisent l'emploi des techniques classiques de détection de contour (maxima du gradient ou zéros du laplacien). Nous montrons ici comment l'étude théorique des modèles de détonation suggère, par la similarité des équations différentielles mises en jeu, et justifie une approche à base de modèles de contour actif ou "G-Snakes".

ABSTRACT

The arrival of a detonation wave at the free surface of a condensed explosive piece may be observed through an imaging system using ultra-speed framing camera. The interpretation of such images lies on analysis of rough discontinuities of the signal generated by physical phenomenon. But most often, experimental artefacts make irrelevant classical techniques of contour detection (gradient maxima or laplacian zeros). We show here how theoretical study of detonation models suggests, by similarity of involved differential equations, and justifies an approach founded on active contour models (G-Snakes).

Dans le cadre de la détonique (étude du comportement des matériaux sous choc), nous présentons une méthode originale de détection et caractérisation de fronts de détonation fondée sur la coopération entre reconnaissance de forme par contour actif et modélisation physique.

1. PRINCIPE DE LA MESURE

Lorsqu'un cylindre d'explosif amorcé à l'une de ses extrémités détone, une onde de choc se crée et se propage à l'intérieur du massif. On appelle front de détonation la surface, à symétrie de révolution dans le cas présent, constituée par les points de discontinuité d'état physique de la matière à un instant donné.

L'observation du phénomène consiste à suivre, à l'aide d'une caméra à balayage de fente, l'évolution, en fonction du temps, d'un diamètre de la surface libre du cylindre que l'on a auparavant métallisée (Fig. 1.a). La scène étant éclairée en lumière directe, l'émergence de l'onde de choc à la surface de l'explosif provoque sa démétallisation et se traduit au niveau de l'image par une discontinuité plus ou moins marquée du signal lumineux (Fig. 1.c). Les images expérimentales présentent, dans des conditions idéales, des contours en forme de marche d'escalier (Fig. 1.b).

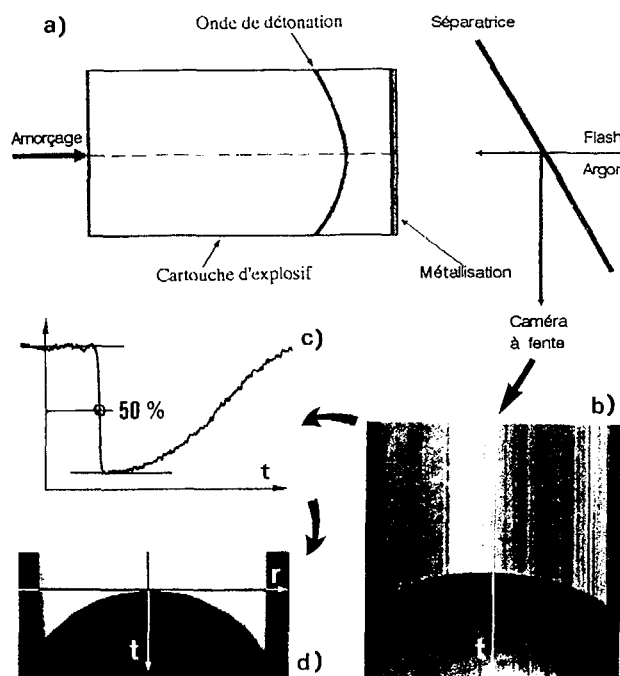


Figure 1 : De l'expérience à la mesure

- 1.a : dispositif expérimental,
- 1.b : image expérimentale (conditions quasi-idéales),
- 1.c : profil luminosité = $f(t)$, à rayon donné,
- 1.d : contour détecté par maxima du gradient temporel.



2. INSUFFISANCE DES METHODES CLASSIQUES

Les techniques bien connues s'appuyant sur l'analyse des extrema du gradient ou des zéros du laplacien donnent des résultats acceptables dans la plupart des cas (Fig. 1.d).

Toutefois, sur les images réelles, on observe le plus souvent des bandes d'absence de signal ainsi que des signaux parasites qui rendent caduques les méthodes précédentes (Fig. 2). Or, en détonique, le coût d'une expérience est tel que chaque image, quelle qu'en soit la qualité, doit être dépouillée avec précision.

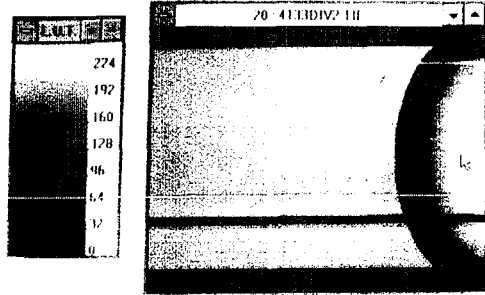


Figure 2 : Artifacts expérimentaux
(bandes de signaux parasites)

3. LES DIFFERENTS MODELES DETONIQUES DE FRONTS DE DETONATION

L'analyse de la forme des fronts d'une détonation auto-entretenue dans des cylindres d'explosif condensé commença en 1954 avec les travaux de Wood & Kirkwood [1] proposant une solution, fondée sur le modèle de Zel'dovitch-VonNeumann-Döring (Z.N.D.) et conduisant à une relation linéaire entre la vitesse de déplacement du front et sa courbure axiale.

30 ans plus tard, étendant cette approximation à un écoulement radial, Bdzil [2] obtint une représentation analytique de "l'effet de diamètre" et du profil du front de choc.

Enfin, renouant avec l'hypothèse longtemps décrite de Chapman-Jouguet, Brun [3] établit en 1989 le modèle de Jouguet relaxé établissant l'équation dynamique gouvernant le mouvement du front de détonation.

Généralisant l'approche développée en [4], nous avons montré [5] que les différents modèles décrits ci-dessus conduisent à des équations différentielles dont les solutions (exacte dans le cas de Bdzil, approchées à l'ordre 4 dans les autres cas) sont, au prix de changements de variables convenablement choisis, des fonctions de Bessel d'ordre 0.

Ce résultat suggère et justifie pleinement l'utilisation de modèles de contour actif ou "snakes", fondés sur la déformation de membranes et/ou plaques minces. En effet, les fonctions de Bessel sont solutions des équations

différentielles régissant leur état d'équilibre sous contraintes [6].

4. LES MODELES DE CONTOUR ACTIF

Le modèle des Snakes a été introduit pour la première fois par Kaas, Witkin et Terzopoulos [7] en 1988. Jusqu'alors les algorithmes de détection de contour n'utilisaient que l'information disponible à partir de l'image elle-même (provenant de l'intensité lumineuse). Cependant de telles méthodes sont très sensibles aux divers défauts des images (par exemple à l'absence locale de signal). C'est pourquoi, le modèle des Snakes incorpore en plus des données de l'image des informations dérivant d'un modèle géométrique et physique représentant des connaissances vérifiées a priori par le contour à détecter. Le modèle le plus couramment adopté est celui de la membrane et des plaques minces.

4.1. DEFINITION D'UN CONTOUR ACTIF

Une définition rigoureuse du modèle de contour actif a été donnée par F. Prêteux et N. Rougon [8] et [9]. Pour notre propos, nous nous restreindrons à l'espace euclidien \mathfrak{R}^2 .

Un contour est une courbe paramétrée $[0, 1] \rightarrow \mathfrak{R}^2$

$$s \rightarrow V(s) = (X(s), Y(s))$$

où s représente l'abscisse curviligne.

A ce contour est associée une énergie $E(V)$ constituée de deux termes. Un terme d'énergie extérieure E_{ext} correspondant aux informations disponibles à partir de l'image et un terme d'énergie intérieure E_{int} dépendant du type de contours recherchés et du modèle géométrique utilisé. Enfin des conditions aux limites sont nécessaires pour déterminer entièrement le contour (courbe fermée ou points du bord fixés).

Un modèle de contour actif est alors constitué d'une suite de contours V_t dont les énergies associées $E(V_t)$ décroissent au cours du temps. Le contour extrait par cette méthode correspond alors à la courbe limite $\lim_{t \rightarrow \infty} V_t$, associée à l'énergie $\lim_{t \rightarrow \infty} E(V_t)$.

4.2. ENERGIE D'UN CONTOUR ACTIF.

La forme adoptée pour l'énergie externe est la suivante :

$$E_{\text{ext}} = \int_{s=0}^{s=1} |\nabla I|^2 ds.$$

Ce terme tend à attirer le contour sur les lignes de fort gradient. La structure de ce potentiel $|\nabla I|$ peut être appréciée grâce à sa ligne de partage des eaux. Les bassins



versants représentent les zones d'influence associées aux minima de $|\nabla I|$. Les bassins étendus sont significatifs de zone de faible attraction.

L'énergie interne est composée de 2 termes : l'un de membrane et l'autre de plaque mince.

Par définition [6], une membrane est une feuille mince élastique tendue uniformément sur un plan. La théorie de la tension superficielle nous apprend qu'en chaque point, une membrane est soumise à une force dirigée suivant la normale et dont l'intensité est proportionnelle à la courbure. A partir de l'expression de cette force, on peut obtenir l'énergie caractérisant les déformations de la membrane. Celle-ci est de la forme :

$$E_{\text{membrane}} = \int_{s=0}^{s=1} \alpha(s) \left| \frac{\partial V(s)}{\partial s} \right|^2 ds$$

Une plaque mince est une plaque dont l'épaisseur est faible en comparaison des dimensions dans les deux autres directions [5]. De plus on suppose que les déformations auxquelles cette plaque est soumise sont faibles. Dans ces conditions, son énergie s'écrit :

$$E_{\text{plaque}} = \int_{s=0}^{s=1} \beta(s) \left| \frac{\partial^2 V(s)}{\partial s^2} \right|^2 ds$$

Les deux paramètres $\alpha(s)$ et $\beta(s)$ possèdent une interprétation physique. Le coefficient $\alpha(s)$ est appelé élasticité et caractérise la résistance de la membrane à l'élongation. Le coefficient $\beta(s)$ reflète lui la résistance à la flexion de la plaque et est dénommé rigidité. On pose par analogie :

$$E_{\text{int}} = E_{\text{membrane}} + E_{\text{plaque}}$$

4.3 DETERMINATION DU CONTOUR LIMITE

Soit A l'ensemble des applications $V [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ de classe C^2 . Cet espace peut être muni d'une structure d'espace de Banach. Soit une application E définie sur un ouvert $U \subset \mathbb{R} \times A \times A \times A$ et à valeur dans \mathbb{R} . On notera $E(s, V(s), V'(s), V''(s))$ sa valeur en un point $(s, V(s), V'(s), V''(s))$ de U . A chaque courbe V de A telle que $(s, V(s), V'(s), V''(s)) \in U$, on peut associer le nombre réel $\int_{s=0}^{s=1} E(s, V(s), V'(s), V''(s)) ds$. Il est clair que ce nombre dépend de V et il sera noté $E(V)$. Par ce moyen, on définit une application de V dans \mathbb{R} . Cette application est appelée une fonctionnelle sur l'ensemble A .

La recherche d'une fonction V correspondant à un minimum de E s'effectue grâce au théorème suivant :

Théorème : Un minimum de l'énergie E est solution de l'équation aux dérivées partielles d'Euler-Lagrange.

$$-\frac{\partial}{\partial s} \left| \alpha(s) \frac{\partial V(s)}{\partial s} \right| + \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left| \beta(s) \frac{\partial^2 V(s)}{\partial s^2} \right| + \nabla \left[-|\nabla I|^2 \right] = 0 \quad + \text{conditions aux limites.} \quad (1)$$

La discrétisation de (1) par différences finies au premier ordre fournit :

$$\frac{1}{h} (a_i (V_i - V_{i-1}) - a_{i+1} (V_{i+1} - V_i)) + \frac{b_{i-1}}{h^2} (V_{i-2} - 2V_{i-1} + V_i) - 2 \frac{b_i}{h^2} (V_{i-1} - 2V_i + V_{i+1}) + \frac{b_{i+1}}{h^2} (V_{i+2} - 2V_{i+1} + V_i) = \nabla P_i$$

où

$$V_i = V(ih); a_i = \frac{\alpha(ih)}{h}; b_i = \frac{\beta(ih)}{h^2}; P_i = |\nabla I(ih)|^2$$

et où h est le pas de discrétisation spatiale.

Cette série d'équations conduit à la forme matricielle suivante : $AV = F(V) = -\nabla \left[-|\nabla I|^2 \right]$ où A est une matrice pentadiagonale symétrique et où V est le vecteur des points du Snake discrétisé.

A l'équation (1) on associe alors une équation d'évolution :

$$-\frac{\partial}{\partial s} \left| \alpha(s) \frac{\partial V(s)}{\partial s} \right| + \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left| \beta(s) \frac{\partial^2 V_t(s)}{\partial s^2} \right| + \nabla \left[-|\nabla I|^2 \right] + \frac{\partial V_t(s)}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

Celle-ci permet de déformer petit à petit la courbe initiale V jusqu'à obtenir un minimum local de E . Une fois cette position d'équilibre atteinte, le terme $\frac{\partial V_t(s)}{\partial t}$ devient nul et on obtient un contour solution de (1).

Une discrétisation temporelle (pas τ) mène alors au schéma itératif suivant :

$$(I_d + \tau A)V^t = V^{t-1} + \tau F(V^{t-1}) \quad (3)$$

De cette façon, on obtient une suite récurrente. Le passage d'un terme à l'autre s'effectuant par résolution d'un système linéaire. Cette opération est accomplie par l'intermédiaire d'une décomposition LU (L est une matrice triangulaire supérieure et U est triangulaire inférieure).

5. ORIGINALITE DE NOTRE APPROCHE ET RESULTATS.

L'originalité de l'approche développée réside en plusieurs points :

Tout d'abord, elle concerne un **contour ouvert à chaque extrémité**, contrairement au modèle de snake traité dans la littérature, ce qui nécessite une initialisation précise des points de bord. Pour cela, nous réalisons une pré-segmentation du contour, reposant sur un seuillage adaptatif du signal modélisé par une marche, dont nous cherchons ensuite la **meilleure approximation convexe** [11] [12], au



sens des moindres carrés. Un théorème établi par N. Rougon [10] permet de garantir la conservation de la propriété de convexité du contour par l'algorithme décrit plus haut. Et la prise en compte de cette information a priori est parfaitement justifiée par la physique.

Nous définissons une **fonctionnelle d'énergie externe** originale, non fondée sur le gradient mais sur **l'inverse de la distance géodésique de l'image au contour pré-segmenté**.

Nous nous sommes également attachés à l'étude de la **convergence** de l'algorithme et des différents **critères d'arrêt** possibles. Nous considérons que la solution limite est atteinte lorsque l'énergie a varié de moins de 5% en valeur relative au cours des 40 dernières itérations.

En ce qui concerne l'**adaptation des paramètres**, le pas de discrétisation temporelle τ est fixé de telle façon que la quantité $\tau F(V^{t-1})$ soit au plus égale à un pixel, et les paramètres α et β sont définis de manière à ce que les contributions des énergies interne et externe s'équilibrent. A cet effet, les valeurs moyennes des termes $\frac{\partial V(s)}{\partial s}$ et $\frac{\partial^2 V(s)}{\partial s^2}$ sont estimés à partir du contour initial (meilleure approximation convexe du contour brut).

Les résultats obtenus sont illustrés par la figure 3.

Enfin, la **précision de localisation des contours détectés** a été établie par confrontation avec les modèles théoriques et la robustesse de l'algorithme démontrée sur une collection d'une dizaine d'images.

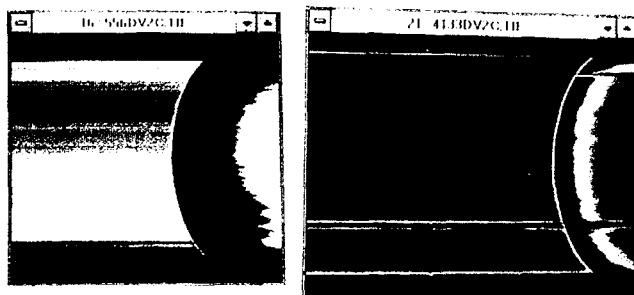


Figure 3 : Résultats de l'algorithme sur les images des figures 1 et 2 (les fronts de détonation sont représentés en blanc)

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier Madame le Professeur F. PRETEUX, du Département Images de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, et Monsieur le Docteur N. ROUGON pour nous avoir fait bénéficier de l'étendue de leurs connaissances et de leur expérience dans le domaine des modèles de contour actif.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] W.W. Wood and J.G. Kirkwood : "Diameter effect in condensed explosives. The relation between velocity and radius of curvature of a detonation wave". Journal of Chemical Physics 22, 1920, 1954.
- [2] J.B. Bdzil : "Steady state two dimensional detonation". Journal of Fluid Mechanics, Vol. 108, pp. 195-226, 1981.
- [3] L. Brun : "Un nouveau modèle macroscopique de la détonation non soutenue dans les explosifs condensés". In acts of 3ème Symposium International sur le comportement des milieux denses sous hautes pressions dynamiques, La Grande Motte - France - pp. 103-107, 1989.
- [4] B.D. Lambourn and D.C. Swift : Application of Witham's shock dynamics theory to the propagation of divergent detonation waves". 9th International Detonation Symposium, Office of Naval Research, Arlington - Virginia - Vol 1, pp. 308-313, 1989.
- [5] J.N. O'Connell and F. Chassé : "The shape analysis of a steady detonation front in right circular cylinders of high density explosive : some theoretical and numerical aspects". 10th International Detonation Symposium, Office of Naval Research, Boston - Massachusetts - July 1993.
- [6] L. Landau and E. Lipchitz : "Physique théorique". Tome 7 : théorie de l'élasticité, MIR édition, Moscou, 1967.
- [7] M. Kass, A. Witkin and D. Terzopoulos : "Snakes : Active Contour Models". International Journal of Computer Vision, Vol 1, N°4, pp. 321-331, 1988.
- [8] F. Prêteux : "Mathematical morphology and Active Contour Model : a cooperative approach for segmentation of lung contours in C.T.". In proceedings of Computed Assisted Radiology (CAR 91), Berlin, July 1991.
- [9] N. Rougon and F. Prêteux : "Deformable markers : mathematical morphology for Active Contour Models". SPIE's 1991 International Symposium on Optical Applied Science and Engineering Image Algebra and Morphological Image Processing II, San Diego - California - Vol 1568, pp. 78-89, July 1991.
- [10] N. Rougon : "Kinetics of Interface Evolution with Application to Active Contour Models". SPIE Vol. 1610 Curves and Surfaces in Comp. Vision and Graphics II, 1991.
- [11] D.A. Legg and D.W. Townsend : "The Polya Algorithm for Convex Approximation". Journal of Math. Analysis and Applications 141, pp. 431-441, 1989.
- [12] V.A. Ubhaya : "An O(n) Algorithm for Discrete n-point Convex Approximation with Applications to Continuous Case". Journal of Math. Analysis and Applications 72, pp. 338-354, 1979.