



MESURE DE DISSIMILARITÉ ENTRE DEUX SEGMENTATIONS

R.KARA FALAH Ph.BOLON

Laboratoire d'Automatique et MicroInformatique Industrielle
LAMII / CESALP - Université de Savoie - BP 806 - F-74016 Annecy Cédex
e-mail : bolon@ univ-savoie -fr
(CNRS-GdR 134 Traitement du Signal et Image)

RÉSUMÉ

La coopération de processus de segmentation nécessite une connaissance des performances de chacun d'entre eux dans une situation donnée. D'où l'intérêt de disposer d'un critère de mesure quantitative de la qualité du résultat fourni par un algorithme de segmentation.

Dans cet article, on présente une nouvelle mesure de dissimilarité entre deux segmentations. Cette mesure est une extension de la distance de Baddeley entre deux régions. Elle est basée sur le calcul de la distance moyenne entre les pixels mal classés et les frontières des régions les plus proches. On montre que cette mesure de dissimilarité vérifie les propriétés d'une distance, et on compare les résultats obtenus avec ceux donnés par la distance de Vinet qui est basée sur le nombre de pixels mal appariés.

1. Introduction

La segmentation constitue une étape importante en traitement d'image. Elle consiste à partitionner une image en régions connexes et homogènes selon un critère donné, en vue de son analyse et interprétation par un processus de niveau supérieur.

La grande multiplicité des algorithmes de segmentation rend nécessaire la recherche d'une méthode de coopération de plusieurs algorithmes, afin de perfectionner le résultat de la segmentation. Cet objectif nécessite d'avoir un critère de mesure quantitative de la qualité du résultat de la segmentation.

Une approche classique présentée par Vinet [2] consiste à calculer le pourcentage de pixels mal appariés entre deux segmentations. Or l'inconvénient de cette mesure est qu'elle ne tient pas compte d'une information spatiale concernant la localisation de ces pixels.

Notre approche est une extension de la mesure de distance entre deux régions présentée par Baddeley [4], au cas de deux segmentations. La nouvelle mesure vérifie les propriétés d'une distance et donne des résultats meilleurs que ceux obtenus avec la distance de Vinet.

Après un rappel sur le calcul de la distance entre régions de Baddeley, nous présentons la méthode de calcul de entre deux segmentations. Nous donnons ensuite quelques résultats

ABSTRACT

The cooperation between segmentation processes requires some knowledge about the performance of each of them. Hence we need a criterion which measures the quality of the result provided by a segmentation algorithm.

In this paper, we present a new measure of the discrepancy between two segmentations. This measure is an extension of the Baddeley metric between two regions. It is based on the average distance between the misclassified pixels and the region borders that are close to them. We show that this new measure of discrepancy verifies all the properties of a distance, and we compare the results obtained with the ones obtained with the Vinet distance which is based on the number of misclassified pixels.

expérimentaux obtenus sur des images synthétiques. Enfin on présente une application à la caractérisation quantitative de l'effet d'un prétraitement d'image.

2. Distance de Baddeley entre deux régions

Soit X l'ensemble des pixels de l'image. N est le nombre total de pixels. A et B sont deux régions dans X . La distance de Hausdorff entre A et B est définie par [1]:

$$H(A, B) = \max \left(\sup \{ d(x, B) / x \in A \} ; \sup \{ d(x, A) / x \in B \} \right)$$

avec: $d(x, A) = \inf \{ \rho(x, a) / a \in A \}$,

où $\rho(x, a)$ est une distance définie entre deux points de X . $H(A, B)$ est la distance maximale entre un point d'une région et le point le plus proche de l'autre région.

Il s'agit d'une distance très intéressante théoriquement, car elle a une relation directe avec les opérations de base de la morphologie mathématique. Par contre H est sensible au bruit à cause de l'utilisation de (sup) dans sa définition.

Pour pallier cet inconvénient, Baddeley [4] a eu l'idée de remplacer le "sup" par la valeur moyenne ou la moyenne d'ordre p . En remarquant que la distance de Hausdorff entre deux régions peut s'écrire sous la forme:



$$H(A, B) = \sup \{ |d(x, A) - d(x, B)| \mid x \in X \},$$

où A, B sont deux régions de X , Baddeley remplace cette distance par:

$$\Delta^p(A, B) = \left[\frac{1}{N} \sum_{x \in X} |d(x, A) - d(x, B)|^p \right]^{1/p}$$

avec $p = 1, 2, 3, \dots$

Cette mesure vérifie les propriétés d'une distance. Lorsque p tend vers l'infini, on retrouve la distance de Hausdorff. L'avantage de la distance de Baddeley est qu'elle est beaucoup moins sensible au bruit, surtout pour les faibles valeurs de p .

Baddeley propose une deuxième version de cette distance, dans laquelle la distance ρ entre deux pixels est modérée par l'application d'une fonction concave. La nouvelle distance entre deux pixels devient:

$$\tau(x, y) = w(\rho(x, y))$$

où $w(t)$ est une fonction continue, concave et bornée sur $[0, \infty[$.

Exemples:

$$w(t) = t / (t + 1), \tag{2.1}$$

$$w(t) = \text{atan}(t), \tag{2.2}$$

$$w(t) = \min\{t, c\} \text{ pour une valeur } c > 0 \text{ fixe.} \tag{2.3}$$

L'effet de cette transformation sur la distance entre un pixel et une région est simple, la nouvelle distance devient:

$$d_w(x, A) = w(d_\rho(x, A))$$

Ce qui donne, pour la distance de Hausdorff et celle de Baddeley:

$$H_w(A, B) = w(H_\rho(A, B))$$

$$\Delta^p(A, B) = \left[\frac{1}{N} \sum_{x \in X} |w(d(x, A)) - w(d(x, B))|^p \right]^{1/p}$$

Les courbes suivantes représentent les trois fonctions concaves citées ci-dessus:

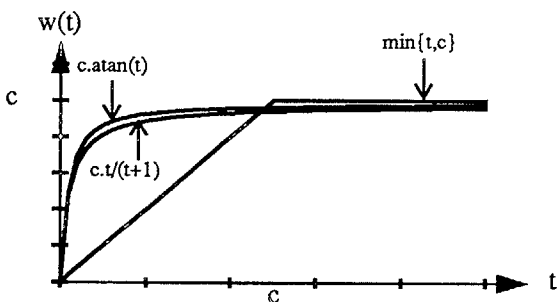


Fig.1. La fonction $w(t)$ de modération de la distance

Cette transformation donne, pour la distance de Baddeley, une contribution négligeable (ou zéro dans le cas de la fonction (2.3)) des pixels assez éloignés de A et B . La distance entre A et B ne dépend alors que de leur voisinage immédiat.

3. Extension à la mesure de dissimilarité entre deux segmentations

3.1. Principe

Soit $G = (g_1, \dots, g_n)$ et $H = (h_1, \dots, h_m)$ deux segmentations d'une même image.

On définit la mesure de dissimilarité entre les deux segmentations par :

$$\Delta_w^p(G, H) = \left[\frac{1}{N} \sum_{x \in X} |f_{G,H}(x)|^p \right]^{1/p} \tag{3.1}$$

$$\text{où: } f_{G,H}(x) = \sum_{i=1}^n d_w(x, g_i) - \sum_{j=1}^m d_w(x, h_j) - (n - m)c,$$

avec $w(t)$ une fonction continue, concave et bornée sur $[0, \infty[$, $c = \lim_{t \rightarrow \infty} w(t)$ et p est un entier positif.

L'utilisation de la distance contrainte d_w permet, lors de l'analyse de la distance entre deux régions correspondantes g_i et h_k , de ne tenir compte que de leur voisinage immédiat. Le terme correcteur $(n - m)c$ évite à la distance de tendre vers des valeurs élevées quand les deux segmentations ne sont pas isomorphes. Pour illustrer ce choix, on va se placer dans le cas où $w(t) = \min\{t, c\}$. La distance opère de la manière suivante: Lorsque l'on s'approche de la frontière d'une région g_i dans G et de la région correspondante h_k dans H , on aura:

$$\sum_{i=1}^n d_w(x, g_i) \approx (n - 2)c + d(x, g_i)$$

$$\sum_{j=1}^m d_w(x, h_j) \approx (m - 2)c + d(x, h_k)$$

$$\begin{aligned} \text{D'où: } \sum_{i=1}^n d_w(x, g_i) - \sum_{j=1}^m d_w(x, h_j) - (n - m)c &\approx \\ &\approx d(x, g_i) - d(x, h_k) \end{aligned}$$

Donc au voisinage immédiat de g_i et de h_k , l'effet des autres régions est masqué et on ne tient compte que de l'écart entre les deux régions d'intérêt.

3.2. Propriétés

On montre que cette mesure de dissimilarité vérifie les propriétés d'une distance (voir annexe).

L'avantage de cette distance par rapport à la distance proposée par Vinet (le pourcentage des pixels mal appariés entre deux segmentations) est qu'elle tient compte d'une information spatiale concernant la localisation des pixels mal appariés. Le paramètre p détermine l'importance relative donnée aux grandes valeurs de l'erreur. Plus p est grand, plus l'écart maximum entre les frontières est pénalisé en distance.

L'implémentation de cette distance est directe: On applique l'algorithme de calcul de distance discrète pour calculer $d(\cdot, g_i)$ pour chaque région $g_i \in G$. Puis on applique la fonction w pour trouver $d_w(\cdot, g_i)$. La somme $\sum d_w(\cdot, g_i)$ est calculée au fur et à mesure. La distance discrète utilisée peut être une des distances de chanfrein approximant la distance euclidienne [5].

4. Résultats expérimentaux

4.1. Comparaison avec la distance de Vinet

Dans cette section, on compare les résultats obtenus par la distance Δ_w^p , avec ceux fournis par la distance proposée par Vinet (notée D ci-après).

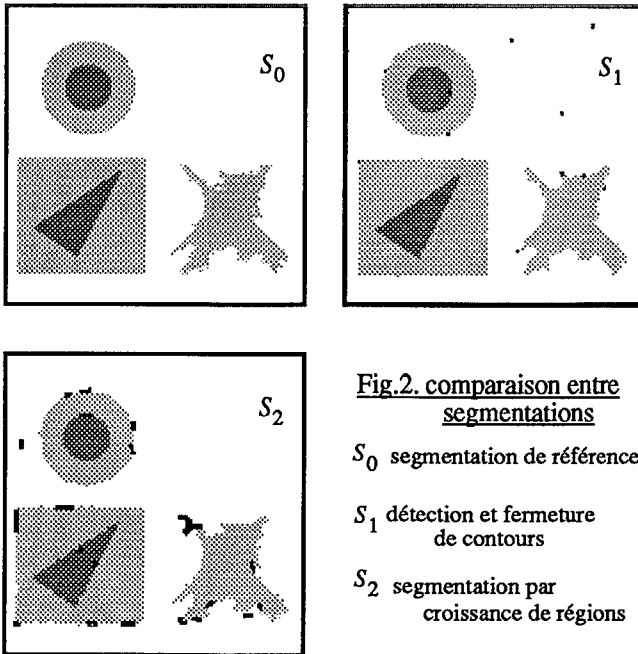
La différence de comportement des deux méthodes est illustrée par l'exemple ci-dessous, obtenu avec une image de test bruitée appartenant à la banque de GDR 134. S_0 est la segmentation de référence. S_1 est obtenue par détection et fermeture de contours [7], et S_2 est obtenue par une technique de croissance de régions basée sur un prédicat d'uniformité sur le niveau de gris moyen et utilisant la structure du quad-tree. La distance Δ_w^p est calculée avec les trois fonctions $w(t)$ suivantes:

$$\begin{aligned} w(t) &= t / (t + 1) , \\ w(t) &= \text{atan}(t) , \\ w(t) &= \min\{t, c\} \text{ pour une valeur } c > 0 \text{ fixe.} \end{aligned}$$

La distance choisie entre deux pixels $P(x_p, y_p)$ et $Q(x_q, y_q)$ est la distance d_8 définie comme:

$$d_8(P, Q) = \max(|x_p - x_q|, |y_p - y_q|).$$

On peut également utiliser d'autres distances discrètes plus proches de la distance euclidienne.



Les tableaux suivants donnent les résultats de calcul.

distance entre segmentations	D (Vinet)	Δ_w^2	
		$w(t) = t / (t + 1)$	$w(t) = \text{atan}(t)$
S_1/S_0	0.025	0.18	0.13
S_2/S_0	0.021	0.37	0.27

Tab.1. Comparaison entre Δ_w^p et D (distance de Vinet).

distance entre segmentations	Δ_w^2 [$w(t) = \min\{t, c\}$]				
	$c=5$	$c=20$	$c=50$	$c=100$	$c=250$
S_1/S_0	0.58	4.8	35	200	1500
S_2/S_0	0.69	9.3	72	400	3000

Tab.2. La distance Δ_w^p (pour $w(t) = \min\{t, c\}$).

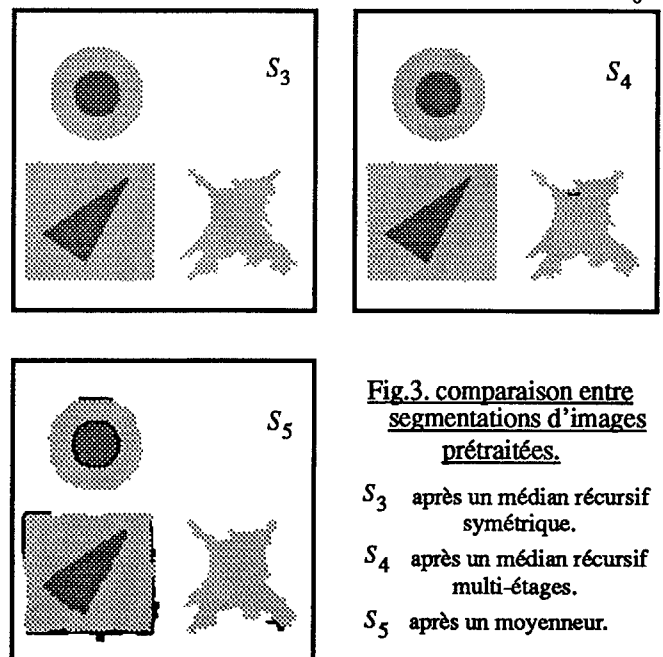
Subjectivement, on a tendance à privilégier la segmentation S_1 par rapport à S_2 . Ce résultat est confirmé par la distance Δ_w^2 dans tous les cas. Or la distance D privilégie S_2 par rapport à S_1 .

Dans le cas où $w(t) = \min\{t, c\}$, on constate que le choix de c n'est pas critique. En effet, pour les faibles valeurs de c , le comportement de Δ_w^1 est similaire à celui de la distance D . Ceci peut être expliqué par le fait que les pixels mal appariés entre deux segmentations constituent des petites régions connexes. La distance D calcule la somme des surfaces de ces petites régions, alors que, lorsque la valeur de c est petite ($c = 2$ dans le cas de d_8) la distance Δ_w^1 calcule la somme des périmètres de ces mêmes régions. Cette mesure semble alors aussi pertinente que la distance D comme mesure de dissimilarité entre segmentations. D'autre part, les grandes valeurs de c ne font que renforcer la mesure de dissimilarité entre les segmentations comme on peut le constater dans le tableau ci-dessus.

Le choix d'une valeur grande pour p permet de donner plus d'importance aux grandes valeurs de l'erreur, donc, de pénaliser plus l'écart entre les frontières de régions.

4.2. Application: segmentations d'images prétraitées

L'image test précédente est prétraitée par trois filtres: un filtre médian récursif symétrique, un filtre médian récursif multi-étages et un filtre moyenneur. Les images filtrées sont ensuite segmentées par un algorithme de croissance de régions classique (Fig.3.). Le tableau (Tab.3.) donne les distances D et Δ_w^p de ces segmentations par rapport à la segmentation de référence S_0 .





distance entre segmentations	D	Δ_w^2		
		$t/(t+1)$	$\text{atan}(t)$	$\min\{t, 20\}$
S_3/S_0	0.0036	0.024	0.026	0.78
S_4/S_0	0.0043	0.032	0.031	1.6
S_5/S_0	0.032	0.19	0.15	8.1

Tab.3. Comparaison entre Δ_w^p et D pour des segmentations d'images prétraitées.

On constate que les deux distances se comportent de la même manière. Elles mettent en évidence l'avantage du filtrage d'ordre par rapport au filtrage linéaire, qui provoque des déformations des contours des objets contenus dans l'image.

5. Conclusion

Nous proposons une mesure de dissimilarité entre deux segmentations d'image. Contrairement à la distance proposée par Vinet, cette nouvelle distance permet de tenir compte de la forme géométrique des régions puisqu'elle s'intéresse à la localisation des pixels mal appariés et non uniquement à leur nombre.

L'inconvénient de cette nouvelle distance est qu'elle est coûteuse en temps de calcul (le temps de calcul croît avec le nombre de régions dans les deux segmentations), alors que la distance de Vinet présente l'avantage d'un temps de calcul court, qui ne dépend que du nombre de pixels.

Par conséquent, le choix de la distance dépend de la qualité des segmentations analysées et des impératifs du temps de calcul. Pour des segmentations de bonne qualité, la distance de Vinet semble satisfaisante. Dans le cas de la caractérisation quantitative de la performance d'un algorithme de segmentation, le temps de calcul importe peu puisque l'on contrôle le résultat à posteriori, c'est à dire que l'on affecte un certain degré de confiance à l'algorithme une fois qu'il est implémenté.

6. Références

- [1] G. Matheron ; 'Random sets and integral geometry'; John Wiley and Sons; New York; 1975.
- [2] L. Vinet ; 'Segmentation et mise en correspondance de régions de paires d'images stéréoscopiques'; Thèse de doctorat en Informatique; Université de Paris IX-Dauphine; Juillet 1991.
- [3] R.Klette, P. Zamperoni ; 'Mesures of correspondance between binary patterns'; Image and Vision Computing; vol 5, n°4, pp 287-295; nov.1987.
- [4] A.J. Baddeley ; 'An error metric for binary images'; Robust Computer Vision; pp 59-78; Förstner; Ruwiedel (ed.); Karlsruhe : Wichmann, 1992
- [5] J.M. Chassery, A. Montanvert ; 'Géométrie discrète en analyse d'image'; Edition Hermès; 1991.
- [6] R. Kara Falah, Ph. Bolon ; 'Mesure de dissimilarité entre segmentations'; Rapport interne LAMII 92/03; Juin 1992.
- [7] GdR 134 ; 'Rapport de synthèse sur la segmentation , 1ère partie : Approche contours'; Nov. 1991.

Remerciements: Les segmentations par approche contour ont été aimablement fournies par J.P.Cocquerez et S.Philipp. Qu'ils en soient ici remerciés.

7. Annexe

7.1. Rappel

Soit Ω un ensemble donné. L'application $d: \Omega \times \Omega \rightarrow \mathfrak{R}^+$ est une distance si elle vérifie les propriétés suivantes:

a) d est symétrique:

$$d(\omega, \omega') = d(\omega', \omega) \quad \text{pour tout } (\omega, \omega') \in \Omega \times \Omega$$

b) $(d(\omega, \omega') = 0) \Leftrightarrow \omega = \omega'$.

c) d vérifie l'inégalité triangulaire:

$$d(\omega, \omega') \leq d(\omega, \omega'') + d(\omega'', \omega'),$$

pour tout $(\omega, \omega', \omega'') \in \Omega \times \Omega \times \Omega$.

7.2. Démonstration

Soit $G = (g_1 \dots g_n)$, $H = (h_1 \dots h_m)$ et $K = (k_1 \dots k_r)$ trois segmentations d'une même image.

On définit la mesure de dissimilarité Δ_w^p entre deux segmentations (par exemple G et H) comme:

$$\Delta_w^p(G, H) = \left[\frac{1}{N} \sum_{x \in X} |f_{G,H}(x)|^p \right]^{1/p} \quad \text{où:}$$

$$f_{G,H}(x) = \sum_{i=1}^n d_w(x, g_i) - \sum_{j=1}^m d_w(x, h_j) - (n-m)c,$$

où $w(t)$ est une fonction continue, concave et bornée sur $[0, \infty[$, $c = \lim_{t \rightarrow \infty} w(t)$ et p est un entier positif.

On constate facilement que:

$$\Delta_w^p(G, H) = \Delta_w^p(H, G)$$

$$(G = H) \Rightarrow \Delta_w^p(G, H) = 0$$

$$(\Delta_w^p(G, H) = 0) \Rightarrow f_{G,H}(x) = 0 \text{ pour tout } x \Rightarrow G = H.$$

Il reste à démontrer que Δ_w^p vérifie l'inégalité triangulaire, on a:

$$\Delta_w^p(G, K) = \left[\frac{1}{N} \sum_{x \in X} |f_{G,K}(x)|^p \right]^{1/p}.$$

$$\text{Or } f_{G,K}(x) = f_{G,H}(x) + f_{H,K}(x).$$

En plus, on peut vérifier [6] que pour deux séries réelles a_i et b_i tel que $i \in I$ où I est un sous ensemble de Z , on a:

$$\left[\sum_{i \in I} |a_i + b_i|^p \right]^{1/p} \leq \left[\sum_{i \in I} |a_i|^p \right]^{1/p} + \left[\sum_{i \in I} |b_i|^p \right]^{1/p}.$$

Alors, en prenant $a_i = f_{G,H}(x)$ et $b_i = f_{H,K}(x)$ où chaque index i correspond à un unique pixel de l'image. On trouve:

$$\left[\sum_{i \in I} |f_{G,K}(x)|^p \right]^{1/p} \leq \left[\sum_{i \in I} |f_{G,H}(x)|^p \right]^{1/p} + \left[\sum_{i \in I} |f_{H,K}(x)|^p \right]^{1/p}$$

$$\text{D'où: } \Delta_w^p(G, K) \leq \Delta_w^p(G, H) + \Delta_w^p(H, K) \quad \square$$

Par conséquent, Δ_w^p est une distance entre segmentations.