



## ANALYSE FREQUENTIELLE D'IMAGES D'INTERFEROMETRIE DOPPLER LASER

**J.N. OECONOMOS, G. GARCIN, J.P. ANSART**

Commissariat à l'énergie atomique  
Centre d'études de Vaujours-Moronvilliers  
B.P. 7, 77181 COURTRY, FRANCE

RÉSUMÉ

ABSTRACT

L'évolution de la vitesse d'une cible en mouvement peut être observée à l'aide d'un système d'imagerie par caméra à balayage de fente en utilisant le principe de l'Interférométrie Doppler Laser. L'interprétation de ces clichés reposait jusqu'à présent sur la mesure des diamètres des anneaux d'interférence formés par un interféromètre de Pérot-Fabry. Cette méthode présente l'inconvénient d'être peu robuste en milieu bruité et imprécise lorsque le signal lumineux est très intense (saturation de trace). Nous montrons ici comment l'étude théorique de la formation du signal suggère et justifie la présente méthode d'analyse de clichés interférométriques. Outre qu'elle repousse les limites précédentes, cette dernière, fondée sur un traitement fréquentiel, s'affranchit d'une éventuelle distorsion de l'image et accroît la précision de la mesure.

Velocity evolution of a moving target may be observed through an imaging system using both ultra-speed framing camera and Doppler Laser Interferometry principle. The interpretation of such images was, until now, based on the measurement of interference rings generated by Pérot-Fabry interferometer. This method is not very robust with noisy data and not accurate enough when the light signal is intense (trail saturation). We show how the theoretical study of signal formation suggests and justifies the image analysis method presented here. This one, founded on frequential processing, pushes away the previous limits, prevents against an eventual image distorsion and increases the speed measurement accuracy.

Dans le cadre de la détonique (étude du comportement des matériaux sous choc), nous présentons une méthode originale d'analyse d'images d'interférométrie fondée sur une coopération entre reconnaissance de forme et modélisation physique.

balayage de fente enregistre l'évolution du diamètre des anneaux au cours du temps (Fig. 1).

### 1. PRINCIPE DE LA MESURE

Le principe de l'Interférométrie Doppler Laser (I.D.L.) est connu depuis longtemps : un mobile dont on veut mesurer la vitesse  $V(t)$  est éclairé par un laser monomode de longueur d'onde  $\lambda_0$ . La lumière réfléchie subit un accroissement de longueur d'onde Doppler  $\Delta\lambda$  proportionnel à  $V$  selon la loi :

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = -\frac{2V}{C}$$

où  $C$  est la vitesse de la lumière.

La mesure de  $\lambda$ , permettant de remonter à la vitesse  $V$ , s'effectue en interposant sur le trajet des rayons réfléchis un interféromètre de Pérot-Fabry ainsi qu'une lentille de façon à former, dans le plan d'une fente d'observation, des anneaux d'interférence dont le diamètre est fonction de la longueur d'onde du faisceau réfléchi  $\lambda$ . Enfin, une caméra à

Les clichés expérimentaux se présentent donc sous la forme d'un ensemble, à symétrie axiale, de traces lumineuses d'abord parallèles (tant que l'objet visé reste immobile) puis s'écartant ou se rapprochant progressivement de l'axe suivant l'accélération de l'objet (Fig. 2). De nouvelles traces peuvent même apparaître au centre du cliché selon la vitesse atteinte par le mobile.

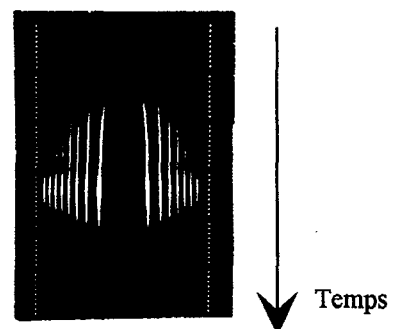


Figure 2 : Cliché expérimental  
(les lignes de points latérales représentent la base de temps)

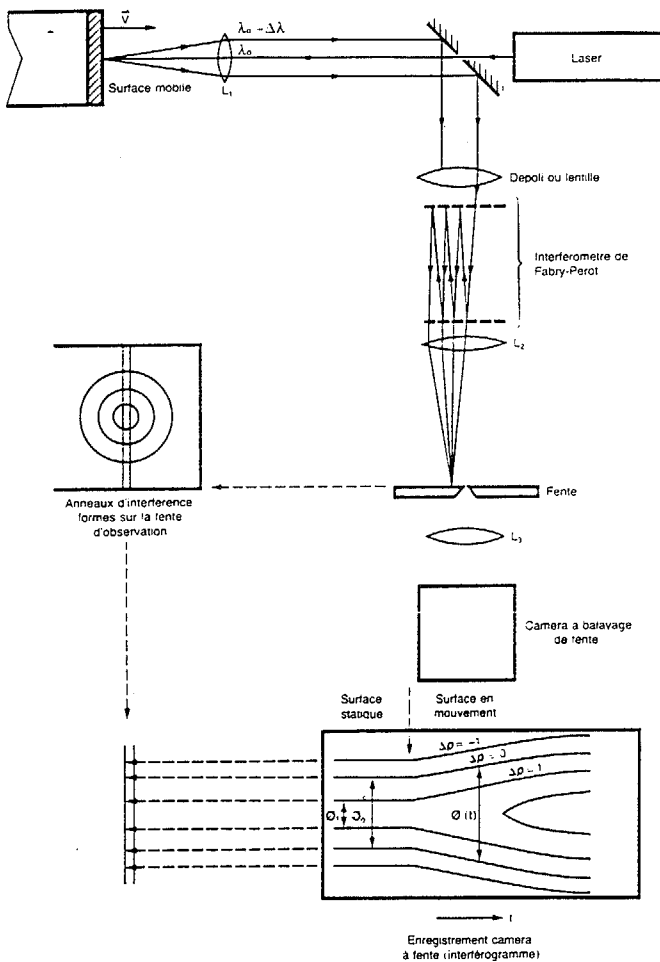


Figure 1 : Dispositif expérimental de mesure de vitesse par interférométrie Doppler Laser

## 2. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT D'UN INTERFEROMETRE DE PEROT-FABRY

A la différence d'un interféromètre de type Michelson, celui de Pérot-Fabry est un interféromètre multi-ondes. Il se compose de deux lames à coefficient de réflexion élevé. Par le jeu des réflexions et transmissions multiples, une onde entrant dans la cavité formée par ces deux lames ressort divisée en une multitude d'ondes parallèles ayant la même direction que l'onde incidente et qui sont toutes déphasées par rapport à la précédente de  $\phi = 4\pi\left(\frac{e}{\lambda}\right) \cos i$ .

Ces ondes vont pouvoir interférer à l'infini et une lentille permet de former la figure d'interférence dans son plan focal (Fig. 3) que l'on fait coïncider avec celui de la fente de la caméra chargée d'enregistrer le signal.

L'intensité du signal lumineux peut s'exprimer par :

$$I = \frac{K_1}{1 + \frac{4r}{(1-r)^2} \sin^2 \frac{\phi}{2}} = \frac{K_2}{1 - \frac{2r}{1+r^2} \cos \phi}$$

où  $r < 1$  est le coefficient de réflexion des deux lames [1].

L'allure de cette courbe est représentée figure 4.

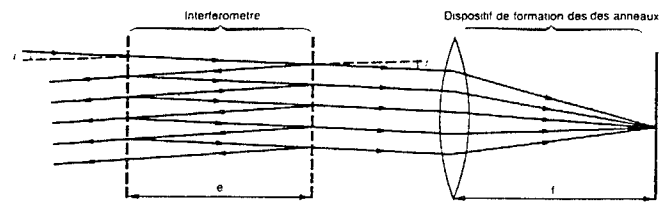


Figure 3 : Principe de l'interféromètre de Pérot-Fabry

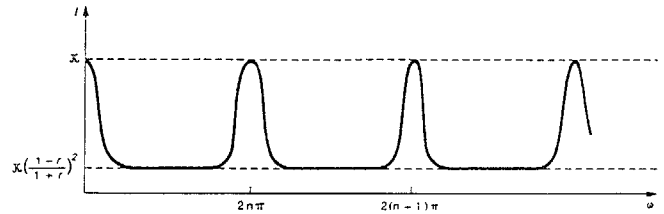


Figure 4 : Intensité du signal d'interférence d'un Pérot-Fabry

Eclairé par un laser monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , le Pérot-Fabry produit une figure d'interférence dont les maxima d'intensité correspondent aux rayons d'incidence  $i_n$  telle que :  $4\pi e \cos i_n = 2n\pi\lambda$ . De plus, si l'on note  $f$  la focale de la lentille utilisée, le diamètre d'anneau correspondant est :  $\phi_n = 2f \operatorname{tg} i_n$ .

Pour un dispositif expérimental donné, les paramètres  $e, f, r, K_1$  ou  $K_2$ , et  $\lambda_0$  sont fixés, la valeur de  $i_n$  ne dépend plus que de  $\lambda$  et toute variation de cette longueur d'onde par effet Doppler se traduit par une modification du diamètre des anneaux. Le suivi au cours du temps de l'évolution du diamètre des anneaux permet donc de remonter au profil de vitesse de la cible considérée.

## 3. LA METHODE CLASSIQUE D'ANALYSE ET SES LIMITES

La méthode classique d'analyse de ces images consiste donc à mesurer sur le cliché le rayon ou le diamètre des anneaux brillants (en pointant le maximum de luminosité) à vitesse nulle puis à l'instant  $t$ . La vitesse est alors calculée par interpolation non linéaire entre les rayons des anneaux statiques encadrant le rayon de l'anneau dynamique considéré [2], [3], [4] et [4 bis]. La formule générale d'interpolation est donnée par :

$$V(t) = V_a \left( \frac{\phi_n^2(t) - \phi_n^2}{\phi_{n+1}^2 - \phi_n^2} \right) + kV_a \quad \text{où} \quad V_a = \frac{C\lambda_0}{4e}$$

avec -  $\phi_n$  et  $\phi_{n+1}$  diamètres d'anneaux statiques consécutifs,  $\phi_n(t)$  diamètre d'anneau dynamique à l'instant  $t$ ,

-  $e$  écartement des lames de l'interféromètre de Pérot-Fabry,

-  $k$  le nombre de "sauts" d'anneaux non résolus à l'enregistrement et dus à une évolution rapide de la vitesse.

A l'instant t, le calcul peut être répété sur plusieurs rayons  $r_i(t)$ , donnant autant de valeurs de  $V(t)$ . La meilleure estimation résulte d'une moyenne de ces valeurs.

Reposant sur une mesure de maxima du signal, cette méthode atteint ses limites en particulier lorsque la trace est très lumineuse, provoquant une saturation du signal, ou lorsque l'on se trouve en présence d'un bruit de fond important.

De plus, on notera que la relation ci-dessus n'est pas exacte mais entachée d'une erreur systématique. En effet, le calcul montre que :

$$V(t) = V_a \left( \frac{\phi_n^2(t) - \phi_n^2}{\phi_{n+1}^2 - \phi_n^2} \right) \left[ \frac{\lambda}{\lambda_0} \frac{2}{1 + \frac{\lambda_0}{\lambda}} \left( 1 - \frac{\lambda_0}{4e} \sqrt{1 + \frac{\phi_{n+1}^2}{4f^2}} \right) \sqrt{1 + \frac{\phi_{n+1}^2}{4f^2}} \right] + kV_a$$

Une rapide estimation numérique de chacun des quatre facteurs constituant le terme entre crochets indique que le dernier est le plus important et conduit à une sous-estimation de la vitesse ne dépassant pas toutefois 0,2 % de la vitesse d'appareil  $V_a$ .

En outre, une autre relation, couramment admise, concernant la différence des carrés des diamètres de deux anneaux consécutifs est également entachée d'un biais systématique. On écrit :  $\phi_{n+1}^2 - \phi_n^2 = C^{ste} = \frac{4\lambda}{e} f^2$  alors

que l'on a en réalité :

$$\phi_{n+1}^2 - \phi_n^2 = \frac{4\lambda}{e} f^2 \left[ \alpha_n \alpha_{n+1} \frac{\alpha_n + \alpha_{n+1}}{2} \right] \text{ avec } \alpha_k = \sqrt{1 + \frac{\phi_k^2}{4f^2}}$$

ce que nous avons constaté sur les clichés expérimentaux.

Enfin, dans le cas d'une distorsion du signal, variable au cours du temps, dans la direction de la fente d'observation, le fait de se référer à des mesures de distance (diamètres d'anneaux) à des instants différents ( $t=0$  et  $t \neq 0$ ) entache  $V(t)$  d'une erreur croissante non maîtrisable.

#### 4. UNE NOUVELLE METHODE D'ANALYSE PAR DIFFERENCE DE PHASE

Nous reprenons ici la formule de base de l'intensité du signal lumineux en sortie de l'interféromètre :

$$I = \frac{C}{1 - M \cos \phi} = \frac{C}{1 - M \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda/2e} \cos i \right)}$$

La fonction de transfert du système optique (lentille) placé entre l'interféromètre et la fente d'observation se traduit par, en notant x la variable d'espace au niveau de la fente :

$$x = f \operatorname{tg} i \Leftrightarrow i = \operatorname{Arctg} \left( \frac{x}{f} \right)$$

d'où l'on tire la relation fondamentale suivante d'équivalence espace - angle d'incidence du faisceau laser réfléchi par la cible :

$$1 - \cos i = \frac{\sqrt{1 + \frac{x^2}{f^2}} - 1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{f^2}}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{f^2}}} = u(x)$$

Un développement limité de cette expression au voisinage de  $x=0$  nous donne, au premier ordre :

$$1 - \cos i \cong \frac{x^2}{2f^2} = u_0(x)$$

C'est cette approximation, du  $u(x)$  par  $u_0(x)$  qui produit les biais que nous avons signalé au paragraphe précédent.

Il est à présent possible d'exprimer l'intensité lumineuse au niveau du cliché en fonction de la seule variable d'espace x et des paramètres du système I.D.L. :

$$I(t, x) = \frac{C}{1 - M \cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda(t)/2e} (1 - u(x)) \right]}$$

dans laquelle  $\lambda(t) = \lambda_0 (1 - 2V(t)/C)$ .

La figure 5 présente un interférogramme de synthèse, réalisé à partir d'une courbe  $V(t)$  donnée, sous lequel sont superposés différents profils  $I(t)$ .

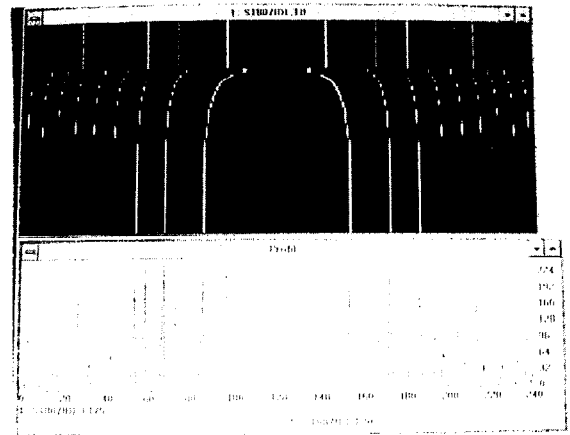


Figure 5 : Interférogramme de synthèse et quelques profils associés

Exprimée dans le repère virtuel u, l'intensité du signal s'écrit donc simplement :

$$I(u) = \frac{C}{1 - M \cos \left[ \frac{4\pi e}{\lambda} - \frac{2\pi u}{\lambda/2e} \right]}$$

A l'évidence,  $I(u)$  est un signal périodique de fréquence  $F(t) = \frac{2e}{\lambda(t)}$  et de phase  $\phi(t) = \frac{4\pi e}{\lambda(t)}$ .

La seule mesure de la différence des phases aux instants  $t \neq 0$  et  $t=0$  permet de remonter à la vitesse de la cible. En effet, nous pouvons écrire :

$$\phi(t) - \phi(0) = \frac{4\pi e}{\lambda(t)} - \frac{4\pi e}{\lambda_0} = \frac{4\pi e (\lambda_0 - \lambda(t))}{\lambda(t)\lambda_0} = \frac{2V(t)}{C} \frac{4\pi e}{\lambda(t)}$$



Les phases n'étant définies qu'à  $2k\pi$  près, nous en déduisons :

$$V(t) = \left[ \frac{\phi(t) - \phi(0)}{2\pi} + k \right] \frac{C\lambda_0}{4e} \frac{\lambda(t)}{\lambda_0}$$

d'où, en assimilant  $\lambda(t)$  à  $\lambda_0$ , il vient finalement [5] :

$$V(t) = \left[ \frac{\phi(t) - \phi(0)}{2\pi} \right] V_a + kV_a \quad \text{avec} \quad V_a = \frac{C\lambda_0}{4e}$$

## 5. MESURE DE LA PHASE

Nous avons montré plus haut que  $I(u)$  est un signal périodique en  $u$  de fréquence  $F(t) = \frac{2e}{\lambda(t)}$  et de phase

$$\phi(t) = \frac{4\pi e}{\lambda(t)}$$

La mesure de cette phase peut donc s'effectuer par calcul de la phase de la transformée de Fourier de  $I(u)$  à la fréquence fondamentale  $F(t)$ . Si l'on note  $F$  cette transformée, il vient :

$$F(v) = \int I(u) e^{-2j\pi uv} du = \frac{1}{f^2} \int I(x) \frac{x}{\left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right)^{\frac{3}{2}}} e^{-2j\pi v \frac{\sqrt{1 + \frac{x^2}{f^2}} - 1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{f^2}}}} dx$$

Dans le cas où  $f$  est connue et où le signal ne présente pas de distorsion en fonction du temps, l'argument du complexe  $F(v)$ , pour  $v = F(t)$ , donne immédiatement la phase cherchée.

Lorsque  $f$  n'est pas ou est imprécisément connue ou lorsque le cliché présente une distorsion, il convient d'être plus prudent. La distorsion peut s'exprimer par un facteur multiplicatif (voisin de 1), noté  $d$ , sur  $x$ . On pose  $f' = f/d$  avec  $d=1$  s'il n'y a pas de distorsion. Un nouveau changement de variable s'impose alors :  $y = (x/f')^2$ .  $F(v)$  devient :

$$F(v) = \frac{1}{2} \int I(y) \frac{1}{(1+y)^{\frac{3}{2}}} e^{-2j\pi v \frac{\sqrt{1+y} - 1}{\sqrt{1+y}}} dy$$

On remarque qu'ici, plus aucun paramètre de la chaîne I.D.L. n'intervient ailleurs que dans  $I(y)$ .  $I(y)$  reste périodique en  $y$  mais nous n'en connaissons plus la fréquence puisque  $f'$  doit être considérée comme une inconnue.

La solution consiste donc à estimer d'abord la fréquence fondamentale  $v_F$  du signal interférométrique dans le repère virtuel  $y$ .  $v_F$  est la fréquence minimale donnant un module de la transformée de Fourier ci-dessus maximum. la phase cherchée s'exprime finalement par :

$$\phi(t) = \text{Arg}(F(v_F))$$

C'est cette dernière méthode que nous retiendrons dans le cas général car elle est la seule qui permette de s'affranchir d'une distorsion éventuelle du signal.

## CONCLUSION

En résumé, la méthode que nous proposons est fondée, non pas sur des mesures de distance comme la méthode traditionnelle d'analyse des clichés I.D.L., mais sur une différence des phases correspondant aux fréquences d'amplitude maximale des spectres de Fourier des signaux dynamique et statique dans un repère virtuel convenablement choisi.

En conséquence, elle bénéficie de la robustesse au bruit caractéristique des traitements fréquentiels du signal.

Nous avons également cherché, au cours de cette approche, à réduire le nombre d'approximations et nous avons effectivement supprimé les plus contraignantes.

Outre qu'elle repousse les limites de la méthode classique (saturation, bruit), la méthode développée présente l'avantage d'exploiter toute l'information contenue dans le signal et non pas seulement un couple de traces (un seul anneau dynamique), d'où une **précision accrue de la mesure**, et d'être **robuste vis-à-vis d'une distorsion** du signal suivant l'axe  $x$  (éventuelle convergence ou divergence des traces due à la caméra ultra-rapide). Enfin, la seule approximation restante consiste à assimiler le rapport  $\lambda/\lambda_0$  à 1, ce qui, compte tenu des vitesses observées (quelques milliers de mètres par seconde) n'entraîne qu'une **erreur relative inférieure à  $10^{-5}$** .

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. Chéret : "La détonation des explosifs condensés". Tome 2, Masson, Paris, 1989.
- [2] M. Durand : "L'effet Doppler et l'I.D.L.". Cours de détonique, Commissariat à l'énergie atomique, 1991.
- [3] C. Pelletier et L. Paradis : "Méthode de dépouillement automatique de clichés obtenus par interférométrie Doppler Laser". Rapport C.E.A.-ED 1008, 1991.
- [4] C. Bresson : "Description et manuel d'utilisation du logiciel de dépouillement IDL V2". E.O.L.E., 1991.
- [4 bis] D. Fischer : "Dépouillement des clichés I.D.L.". Rapport C.E.A.-DPM 857, 1991.
- [5] G. Garcin et J.L. Labaste : "Méthode d'analyse d'interférogrammes". Rapport C.E.A.-DEN 147, 1986.